

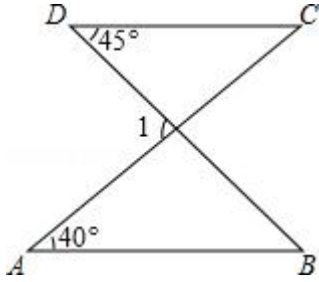
2016 年山东省临沂市中考数学试卷

一、(共 14 小题, 每小题 3 分, 满分 42 分) 在每小题给出的四个选项中, 只有一个是符合题目要求的.

1. (3 分) (2016•临沂) 四个数 -3 , 0 , 1 , 2 , 其中负数是 ()

A. -3 B. 0 C. 1 D. 2

2. (3 分) (2016•临沂) 如图, 直线 $AB \parallel CD$, $\angle A = 40^\circ$, $\angle D = 45^\circ$, 则 $\angle 1$ 的度数是 ()

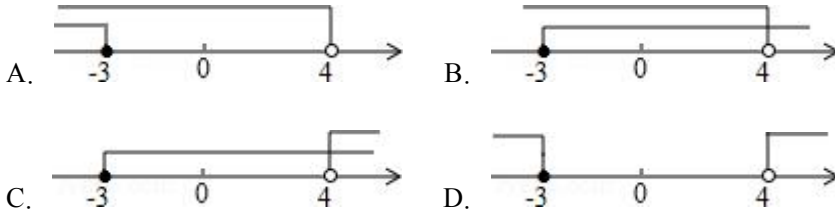


A. 80° B. 85° C. 90° D. 95°

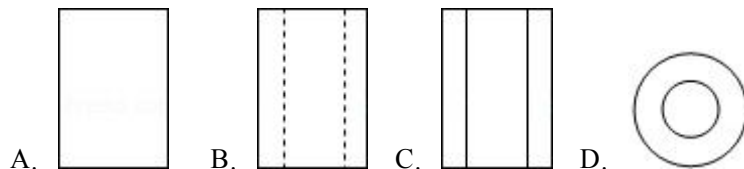
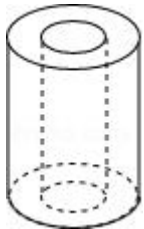
3. (3 分) (2016•临沂) 下列计算正确的是 ()

A. $x^3 - x^2 = x$ B. $x^3 \cdot x^2 = x^6$ C. $x^3 \div x^2 = x$ D. $(x^3)^2 = x^5$

4. (3 分) (2016•临沂) 不等式组 $\begin{cases} 3x < 2x+4 \\ \frac{3-x}{3} \geq 2 \end{cases}$ 的解集, 在数轴上表示正确的是 ()



5. (3 分) (2016•临沂) 如图, 一个空心圆柱体, 其主视图正确的是 ()



6. (3 分) (2016•临沂) 某校九年级共有 1、2、3、4 四个班, 现从这四个班中随机抽取两个班进行一场篮球比赛, 则恰好抽到 1 班和 2 班的概率是 ()

A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{3}{8}$ D. $\frac{1}{2}$

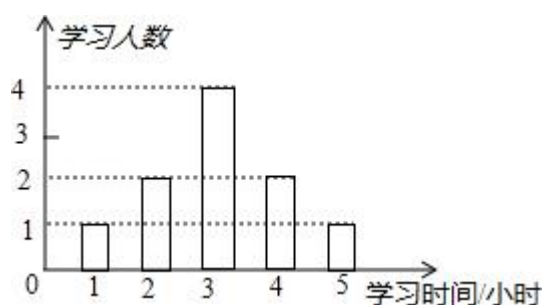
7. (3分) (2016•临沂) 一个正多边形的内角和为 540° ，则这个正多边形的每一个外角等于 ()

- A. 108° B. 90° C. 72° D. 60°

8. (3分) (2016•临沂) 为了绿化校园，30名学生共种78棵树苗。其中男生每人种3棵，女生每人种2棵，该班男生有 x 人，女生有 y 人。根据题意，所列方程组正确的是 ()

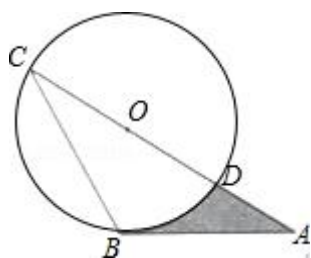
- A. $\begin{cases} x+y=78 \\ 3x+2y=30 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x+y=78 \\ 2x+3y=30 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x+y=30 \\ 2x+3y=78 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x+y=30 \\ 3x+2y=78 \end{cases}$

9. (3分) (2016•临沂) 某老师为了解学生周末学习时间的情况，在所任班级中随机调查了10名学生，绘成如图所示的条形统计图，则这10名学生周末学习的平均时间是 ()



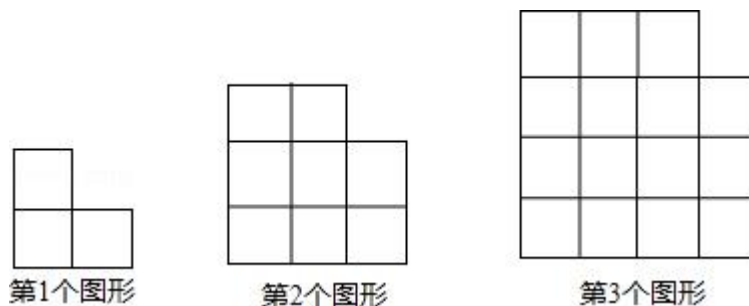
- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

10. (3分) (2016•临沂) 如图，AB是 $\odot O$ 的切线，B为切点，AC经过点O，与 $\odot O$ 分别相交于点D，C。若 $\angle ACB=30^\circ$ ， $AB=\sqrt{3}$ ，则阴影部分的面积是 ()



- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\pi}{6}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{6}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{\pi}{6}$

11. (3分) (2016•临沂) 用大小相等的小正方形按一定规律拼成下列图形，则第 n 个图形中小正方形的个数是 ()

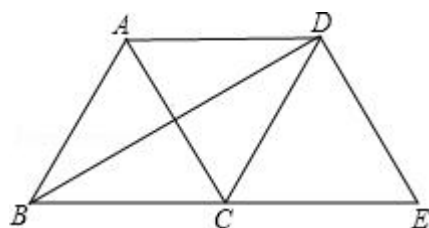


- A. $2n+1$ B. n^2-1 C. n^2+2n D. $5n-2$

12. (3 分) (2016•临沂) 如图, 将等边 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转 120° 得到 $\triangle EDC$, 连接 AD , BD . 则下列结论:

① $AC=AD$; ② $BD \perp AC$; ③四边形 $ACED$ 是菱形.

其中正确的个数是 ()



A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

13. (3 分) (2016•临沂) 二次函数 $y=ax^2+bx+c$, 自变量 x 与函数 y 的对应值如表:

x	...	-5	-4	-3	-2	-1	0	...
y	...	4	0	-2	-2	0	4	...

下列说法正确的是 ()

A. 抛物线的开口向下

B. 当 $x > -3$ 时, y 随 x 的增大而增大

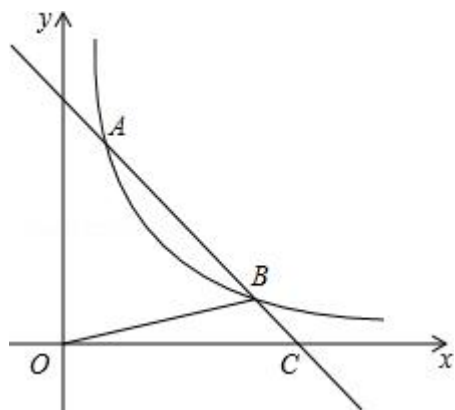
C. 二次函数的最小值是 -2

D. 抛物线的对称轴是 $x = -\frac{5}{2}$

14. (3 分) (2016•临沂) 如图, 直线 $y = -x+5$ 与双曲线 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 相交于 A , B 两点,

与 x 轴相交于 C 点, $\triangle BOC$ 的面积是 $\frac{5}{2}$. 若将直线 $y = -x+5$ 向下平移 1 个单位, 则所得直

线与双曲线 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的交点有 ()



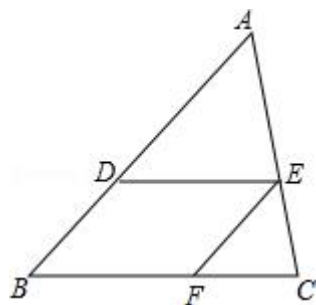
A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 0 个, 或 1 个, 或 2 个

二、填空题 (共 5 小题, 每小题 3 分, 满分 15 分)

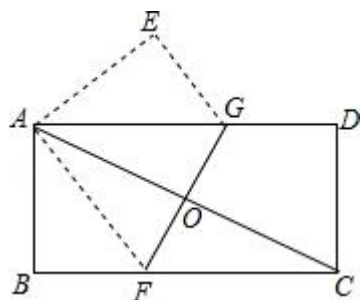
15. (3 分) (2016•临沂) 分解因式: $x^3 - 2x^2 + x =$ _____.

16. (3 分) (2016•临沂) 化简 $\frac{a^2}{a-1} + \frac{1}{1-a} =$ _____.

17. (3 分) (2016•临沂) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D, E, F 分别在 AB, AC, BC 上, $DE \parallel BC$, $EF \parallel AB$. 若 $AB=8$, $BD=3$, $BF=4$, 则 FC 的长为_____.



18. (3 分) (2016•临沂) 如图, 将一矩形纸片 ABCD 折叠, 使两个顶点 A, C 重合, 折痕为 FG. 若 $AB=4$, $BC=8$, 则 $\triangle ABF$ 的面积为_____.



19. (3 分) (2016•临沂) 一般地, 当 α 、 β 为任意角时, $\sin(\alpha+\beta)$ 与 $\sin(\alpha-\beta)$ 的值可以用下面的公式求得: $\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta + \cos\alpha \cdot \sin\beta$; $\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta - \cos\alpha \cdot \sin\beta$. 例如 $\sin 90^\circ = \sin(60^\circ + 30^\circ) = \sin 60^\circ \cdot \cos 30^\circ + \cos 60^\circ \cdot \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 1$. 类似地, 可以求得 $\sin 15^\circ$ 的值是_____.

三、解答题 (共 7 小题, 满分 63 分)

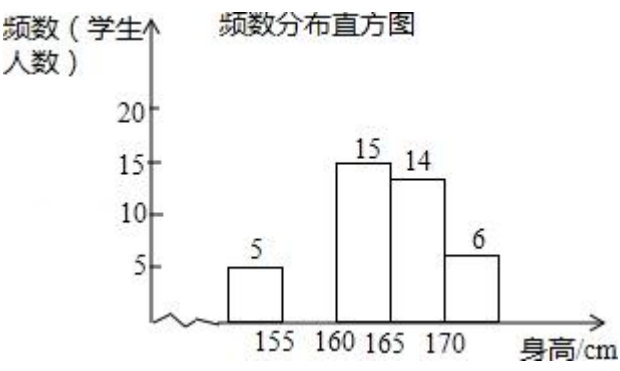
20. (7 分) (2016•临沂) 计算: $|-3| + \sqrt{3} \tan 30^\circ - \sqrt{12} - (2016 - \pi)^0$.

21. (7分) (2016•临沂) 为了解某校九年级学生的身高情况，随机抽取部分学生的身高进行调查，利用所得数据绘成如图统计图表：

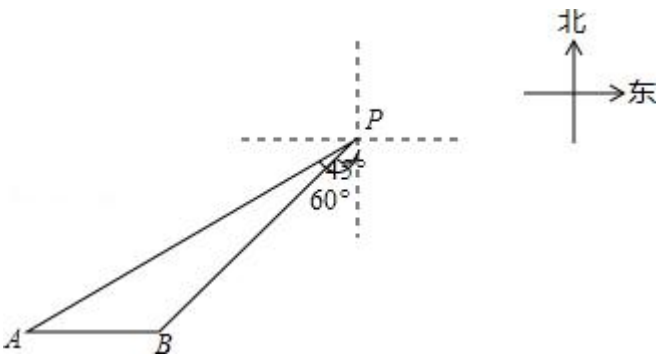
频数分布表

身高分组	频数	百分比
$x < 155$	5	10%
$155 \leq x < 160$	a	20%
$160 \leq x < 165$	15	30%
$165 \leq x < 170$	14	b
$x \geq 170$	6	12%
总计		100%

- (1) 填空：a=_____，b=_____；
- (2) 补全频数分布直方图；
- (3) 该校九年级共有 600 名学生，估计身高不低于 165cm 的学生大约有多少人？



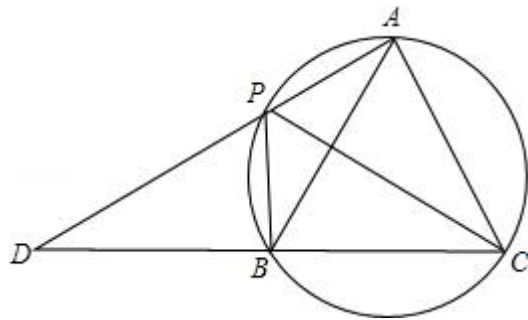
22. (7分) (2016•临沂) 一艘轮船位于灯塔 P 南偏西 60°方向，距离灯塔 20 海里的 A 处，它向东航行多少海里到达灯塔 P 南偏西 45°方向上的 B 处 (参考数据：√3≈1.732，结果精确到 0.1) ？



23. (9分) (2016•临沂) 如图, A, P, B, C 是圆上的四个点, $\angle APC = \angle CPB = 60^\circ$, AP, CB 的延长线相交于点 D.

(1) 求证: $\triangle ABC$ 是等边三角形;

(2) 若 $\angle PAC = 90^\circ$, $AB = 2\sqrt{3}$, 求 PD 的长.



24. (9分) (2016•临沂) 现代互联网技术的广泛应用, 催生了快递行业的高速发展. 小明计划给朋友快递一部分物品, 经了解有甲、乙两家快递公司比较合适. 甲公司表示: 快递物品不超过 1 千克的, 按每千克 22 元收费; 超过 1 千克, 超过的部分按每千克 15 元收费. 乙公司表示: 按每千克 16 元收费, 另加包装费 3 元. 设小明快递物品 x 千克.

(1) 请分别写出甲、乙两家快递公司快递该物品的费用 y (元) 与 x (千克) 之间的函数关系式;

(2) 小明选择哪家快递公司更省钱?

25. (11 分) (2016•临沂) 如图 1, 在正方形 $ABCD$ 中, 点 E, F 分别是边 BC, AB 上的点, 且 $CE=BF$. 连接 DE , 过点 E 作 $EG \perp DE$, 使 $EG=DE$, 连接 FG, FC .

(1) 请判断: FG 与 CE 的数量关系是_____, 位置关系是_____;

(2) 如图 2, 若点 E, F 分别是边 CB, BA 延长线上的点, 其它条件不变, (1) 中结论是否仍然成立? 请作出判断并给予证明;

(3) 如图 3, 若点 E, F 分别是边 BC, AB 延长线上的点, 其它条件不变, (1) 中结论是否仍然成立? 请直接写出你的判断.

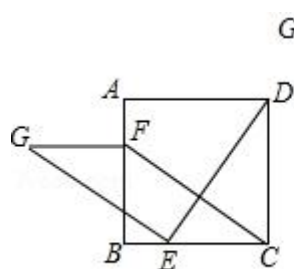


图1

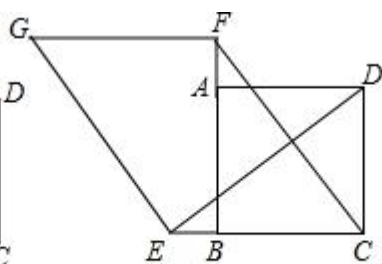


图2

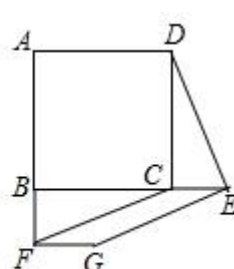


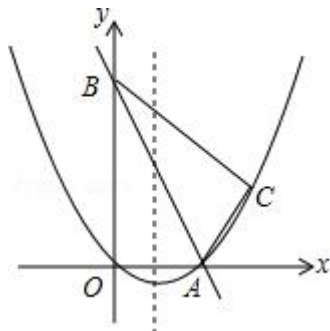
图3

26. (13 分) (2016•临沂) 如图, 在平面直角坐标系中, 直线 $y = -2x + 10$ 与 x 轴, y 轴相交于 A, B 两点, 点 C 的坐标是 (8, 4), 连接 AC, BC.

(1) 求过 O, A, C 三点的抛物线的解析式, 并判断 $\triangle ABC$ 的形状;

(2) 动点 P 从点 O 出发, 沿 OB 以每秒 2 个单位长度的速度向点 B 运动; 同时, 动点 Q 从点 B 出发, 沿 BC 以每秒 1 个单位长度的速度向点 C 运动. 规定其中一个动点到达端点时, 另一个动点也随之停止运动. 设运动时间为 t 秒, 当 t 为何值时, $PA = QA$?

(3) 在抛物线的对称轴上, 是否存在点 M, 使以 A, B, M 为顶点的三角形是等腰三角形? 若存在, 求出点 M 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



2016 年山东省临沂市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、(共 14 小题, 每小题 3 分, 满分 42 分) 在每小题给出的四个选项中, 只有一个是符合题目要求的.

1. (3 分) (2016•临沂) 四个数 -3 , 0 , 1 , 2 , 其中负数是 ()

A. -3 B. 0 C. 1 D. 2

【考点】正数和负数.

【专题】计算题.

【分析】 -3 小于零, 是负数, 0 既不是正数正数也不是负数, 1 和 2 是正数.

【解答】解: $\because -3 < 0$,

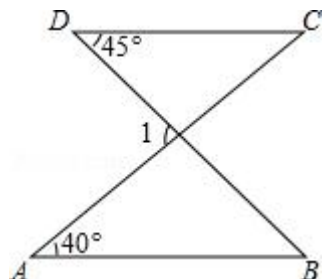
且小于零的数为负数,

$\therefore -3$ 为负数.

故选: A.

【点评】题目考查了正负数的定义, 解决此类问题关键是熟记正负数的定义, 需要注意的是, 0 既不是正数也不是负数.

2. (3 分) (2016•临沂) 如图, 直线 $AB \parallel CD$, $\angle A = 40^\circ$, $\angle D = 45^\circ$, 则 $\angle 1$ 的度数是 ()



A. 80° B. 85° C. 90° D. 95°

【考点】平行线的性质.

【分析】根据 $\angle 1 = \angle D + \angle C$, $\angle D$ 是已知的, 只要求出 $\angle C$ 即可解决问题.

【解答】解: $\because AB \parallel CD$,

$\therefore \angle A = \angle C = 40^\circ$,

$\therefore \angle 1 = \angle D + \angle C$,

$\because \angle D = 45^\circ$,

$\therefore \angle 1 = \angle D + \angle C = 45^\circ + 40^\circ = 85^\circ$,

故选 B.

【点评】本题考查平行线的性质、三角形的外角的性质等知识, 解题的关键是利用三角形的外角等于不相邻的两个内角之和, 属于中考常考题型.

3. (3 分) (2016•临沂) 下列计算正确的是 ()

A. $x^3 - x^2 = x$ B. $x^3 \cdot x^2 = x^6$ C. $x^3 \div x^2 = x$ D. $(x^3)^2 = x^5$

【考点】同底数幂的除法; 合并同类项; 同底数幂的乘法; 幂的乘方与积的乘方.

【分析】直接利用同底数幂的乘除法运算法则以及结合幂的乘方运算法则分别化简求出答案.

【解答】解: A、 $x^3 - x^2$, 无法计算, 故此选项错误;

B、 $x^3 \cdot x^2 = x^5$ ，故此选项错误；

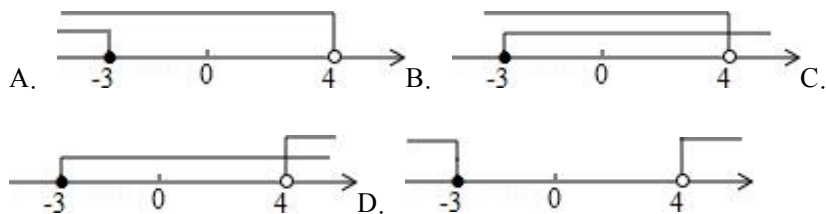
C、 $x^3 \div x^2 = x$ ，正确；

D、 $(x^3)^2 = x^6$ ，故此选项错误；

故选：C.

【点评】此题主要考查了同底数幂的乘除法运算法则以及幂的乘方运算等知识，正确掌握相关法则是解题关键.

4. (3分) (2016•临沂) 不等式组 $\begin{cases} 3x < 2x+4 \\ \frac{3-x}{3} \geq 2 \end{cases}$ 的解集，在数轴上表示正确的是 ()



【考点】解一元一次不等式组；在数轴上表示不等式的解集.

【专题】方程与不等式.

【分析】解出不等式组的解集，即可得到哪个选项是正确的，本题得以解决.

【解答】解： $\begin{cases} 3x < 2x+4 & \text{①} \\ \frac{3-x}{3} \geq 2 & \text{②} \end{cases}$

由①，得 $x < 4$ ，

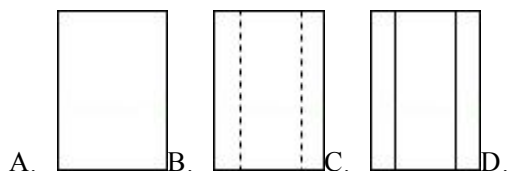
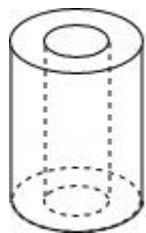
由②，得 $x \leq -3$ ，

由①②得，原不等式组的解集是 $x \leq -3$ ；

故选 A.

【点评】本题考查解一元一次不等式组、在数轴上表示不等式的解集，解题的关键是明确解一元一次不等式组的方法.

5. (3分) (2016•临沂) 如图，一个空心圆柱体，其主视图正确的是 ()



【考点】简单几何体的三视图.

【分析】找到从前面看所得到的图形即可，注意所有的看到的棱都应表现在主视图中.

【解答】解：从前面观察物体可以发现：它的主视图应为矩形，

又因为该几何体为空心圆柱体，故中间的两条棱在主视图中应为虚线，

故选：B.

【点评】本题考查了三视图的知识，主视图是从物体的正面看得到的视图；注意看得到的棱画实线，看不到的棱画虚线.

6. (3分) (2016•临沂) 某校九年级共有 1、2、3、4 四个班，现从这四个班中随机抽取两个班进行一场篮球比赛，则恰好抽到 1 班和 2 班的概率是 ()

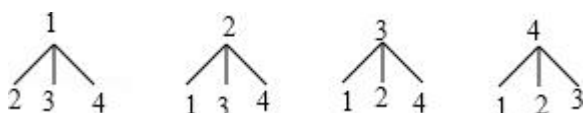
A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{3}{8}$ D. $\frac{1}{2}$

【考点】列表法与树状图法.

【专题】计算题.

【分析】画树状图展示所有 12 种等可能的结果数，再找出恰好抽到 1 班和 2 班的结果数，然后根据概率公式求解.

【解答】解：画树状图为：



共有 12 种等可能的结果数，其中恰好抽到 1 班和 2 班的结果数为 2，

所以恰好抽到 1 班和 2 班的概率 $= \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

故选 B.

【点评】本题考查了列表法与树状图法：利用列表法和树状图法展示所有可能的结果求出 n，再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m，求出概率.

7. (3分) (2016•临沂) 一个正多边形的内角和为 540° ，则这个正多边形的每一个外角等于 ()

A. 108° B. 90° C. 72° D. 60°

【考点】多边形内角与外角.

【分析】首先设此多边形为 n 边形，根据题意得： $180(n-2)=540$ ，即可求得 $n=5$ ，再由多边形的外角和等于 360° ，即可求得答案.

【解答】解：设此多边形为 n 边形，

根据题意得： $180(n-2)=540$ ，

解得： $n=5$ ，

故这个正多边形的每一个外角等于： $\frac{360^\circ}{5}=72^\circ$.

故选 C.

【点评】此题考查了多边形的内角和与外角和的知识. 注意掌握多边形内角和定理： $(n-2) \cdot 180^\circ$ ，外角和等于 360° .

8. (3分) (2016•临沂) 为了绿化校园，30 名学生共种 78 棵树苗. 其中男生每人种 3 棵，女生每人种 2 棵，该班男生有 x 人，女生有 y 人. 根据题意，所列方程组正确的是 ()

A. $\begin{cases} x+y=78 \\ 3x+2y=30 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x+y=78 \\ 2x+3y=30 \end{cases}$
 C. $\begin{cases} x+y=30 \\ 2x+3y=78 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x+y=30 \\ 3x+2y=78 \end{cases}$

【考点】由实际问题抽象出二元一次方程组.

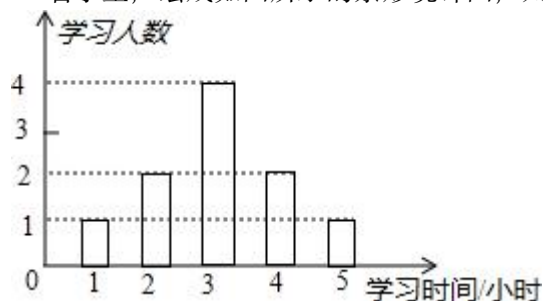
【分析】根据题意可得等量关系：①男生人数+女生人数=30；②男生种树的总棵树+女生种树的总棵树=78 棵，根据等量关系列出方程组即可.

【解答】解：该班男生有 x 人，女生有 y 人. 根据题意得：
$$\begin{cases} x+y=30 \\ 3x+2y=78 \end{cases}$$

故选：D.

【点评】此题主要考查了由实际问题抽象出二元一次方程组，关键是正确理解题意，找出题目中的等量关系，然后再列出方程组.

9. (3 分) (2016•临沂) 某老师为了解学生周末学习时间的情况，在所任班级中随机调查了 10 名学生，绘成如图所示的条形统计图，则这 10 名学生周末学习的平均时间是 ()



A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

【考点】加权平均数；条形统计图.

【分析】平均数的计算方法是求出所有数据的和，然后除以数据的总个数. 本题利用加权平均数的公式即可求解.

【解答】解：根据题意得：

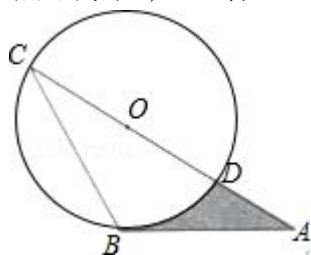
$$(1 \times 1 + 2 \times 2 + 4 \times 3 + 2 \times 4 + 1 \times 5) \div 10 = 3 \text{ (小时)},$$

答：这 10 名学生周末学习的平均时间是 3 小时；

故选 B.

【点评】此题考查了加权平均数，本题易出现的错误是求 1, 2, 4, 2, 1 这五个数的平均数，对平均数的理解不正确.

10. (3 分) (2016•临沂) 如图，AB 是 $\odot O$ 的切线，B 为切点，AC 经过点 O，与 $\odot O$ 分别相交于点 D, C. 若 $\angle ACB = 30^\circ$ ， $AB = \sqrt{3}$ ，则阴影部分的面积是 ()



A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\pi}{6}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{6}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{\pi}{6}$

【考点】切线的性质；扇形面积的计算.

【分析】首先求出 $\angle AOB$, OB , 然后利用 $S_{\text{阴}} = S_{\triangle ABO} - S_{\text{扇形} OBD}$ 计算即可.

【解答】解: 连接 OB .

$\because AB$ 是 $\odot O$ 切线,

$\therefore OB \perp AB$,

$\because OC = OB$, $\angle C = 30^\circ$,

$\therefore \angle C = \angle OBC = 30^\circ$,

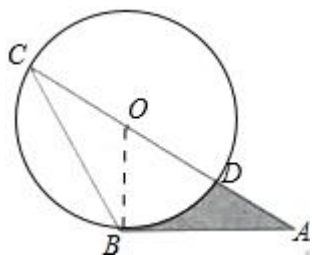
$\therefore \angle AOB = \angle C + \angle OBC = 60^\circ$,

在 $\text{RT}\triangle ABO$ 中, $\because \angle ABO = 90^\circ$, $AB = \sqrt{3}$, $\angle A = 30^\circ$,

$\therefore OB = 1$,

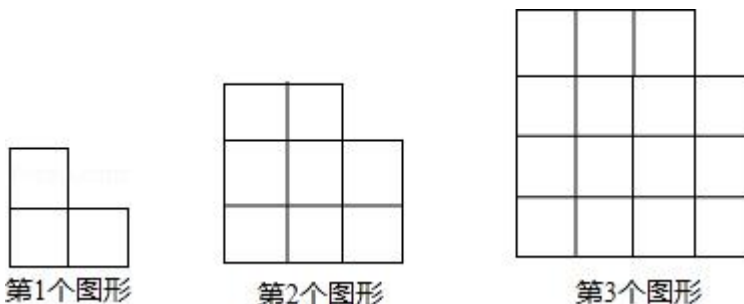
$$\therefore S_{\text{阴}} = S_{\triangle ABO} - S_{\text{扇形} OBD} = \frac{1}{2} \times 1 \times \sqrt{3} - \frac{60\pi \cdot 1^2}{360} = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{6}.$$

故选 C.



【点评】本题考查切线的性质、等腰三角形的性质、勾股定理, 直角三角形 30 度角性质, 解题的关键是学会分割法求面积, 记住扇形面积公式, 属于中考常考题型.

11. (3 分) (2016•临沂) 用大小相等的小正方形按一定规律拼成下列图形, 则第 n 个图形中小正方形的个数是 ()



A. $2n+1$ B. n^2-1 C. n^2+2n D. $5n-2$

【考点】规律型: 图形的变化类.

【分析】由第 1 个图形中小正方形的个数是 2^2-1 、第 2 个图形中小正方形的个数是 3^2-1 、第 3 个图形中小正方形的个数是 4^2-1 , 可知第 n 个图形中小正方形的个数是 $(n+1)^2-1$, 化简可得答案.

【解答】解: $\because$ 第 1 个图形中, 小正方形的个数是: $2^2-1=3$;

第 2 个图形中, 小正方形的个数是: $3^2-1=8$;

第 3 个图形中, 小正方形的个数是: $4^2-1=15$;

...

$\therefore$ 第 n 个图形中, 小正方形的个数是: $(n+1)^2-1=n^2+2n+1-1=n^2+2n$;

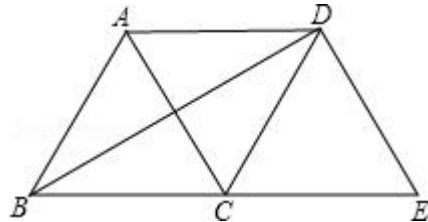
故选: C.

【点评】本题主要考查图形的变化规律, 解决此类题目的方法是: 从变化的图形中发现不变的部分和变化的部分及变化部分的特点是解题的关键.

12. (3 分) (2016•临沂) 如图, 将等边 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转 120° 得到 $\triangle EDC$, 连接 AD , BD . 则下列结论:

① $AC=AD$; ② $BD \perp AC$; ③四边形 $ACED$ 是菱形.

其中正确的个数是 ()



A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

【考点】 旋转的性质; 等边三角形的性质; 菱形的判定.

【分析】 根据旋转和等边三角形的性质得出 $\angle ACE=120^\circ$, $\angle DCE=\angle BCA=60^\circ$, $AC=CD=DE=CE$, 求出 $\triangle ACD$ 是等边三角形, 求出 $AD=AC$, 根据菱形的判定得出四边形 $ABCD$ 和 $ACED$ 都是菱形, 根据菱形的判定推出 $AC \perp BD$.

【解答】 解: $\because$ 将等边 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转 120° 得到 $\triangle EDC$,
 $\therefore \angle ACE=120^\circ$, $\angle DCE=\angle BCA=60^\circ$, $AC=CD=DE=CE$,
 $\therefore \angle ACD=120^\circ - 60^\circ=60^\circ$,
 $\therefore \triangle ACD$ 是等边三角形,
 $\therefore AC=AD$, $AC=AD=DE=CE$,
 $\therefore$ 四边形 $ACED$ 是菱形,
 $\because$ 将等边 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转 120° 得到 $\triangle EDC$, $AC=AD$,
 $\therefore AB=BC=CD=AD$,
 $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,
 $\therefore BD \perp AC$, $\therefore$ ①②③都正确,
 故选 D.

【点评】 本题考查了旋转的性质, 菱形的性质和判定, 等边三角形的性质和判定的应用, 能灵活运用知识点进行推理是解此题的关键.

13. (3 分) (2016•临沂) 二次函数 $y=ax^2+bx+c$, 自变量 x 与函数 y 的对应值如表:

x	...	-5	-4	-3	-2	-1	0	...
y	...	4	0	-2	-2	0	4	...

下列说法正确的是 ()

- A. 抛物线的开口向下
- B. 当 $x > -3$ 时, y 随 x 的增大而增大
- C. 二次函数的最小值是 -2
- D. 抛物线的对称轴是 $x = -\frac{5}{2}$

【考点】 二次函数的性质.

【专题】 推理填空题; 二次函数图象及其性质.

【分析】 选出 3 点的坐标, 利用待定系数法求出函数的解析式, 再根据二次函数的性质逐项分析四个选项即可得出结论.

【解答】 解: 将点 $(-4, 0)$ 、 $(-1, 0)$ 、 $(0, 4)$ 代入到二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 中,

$$\text{得: } \begin{cases} 0=16a-4b+c \\ 0=a-b+c \\ 4=c \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} a=1 \\ b=5 \\ c=4 \end{cases}$$

∴二次函数的解析式为 $y=x^2+5x+4$.

A、 $a=1>0$ ，抛物线开口向上，A 不正确；

B、 $-\frac{b}{2a}=-\frac{5}{2}$ ，当 $x \geq -\frac{5}{2}$ 时，y 随 x 的增大而增大，B 不正确；

C、 $y=x^2+5x+4=(x+\frac{5}{2})^2-\frac{9}{4}$ ，二次函数的最小值是 $-\frac{9}{4}$ ，C 不正确；

D、 $-\frac{b}{2a}=-\frac{5}{2}$ ，抛物线的对称轴是 $x=-\frac{5}{2}$ ，D 正确。

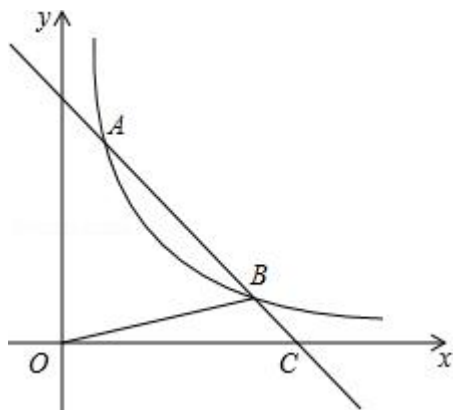
故选 D.

【点评】 本题考查了待定系数求函数解析式以及二次函数的性质，解题的关键是利用待定系数法求出函数解析式。本题属于基础题，难度不大，解决该题型题目时，结合点的坐标利用待定系数法求出函数解析式是关键。

14. (3 分) (2016•临沂) 如图，直线 $y=-x+5$ 与双曲线 $y=\frac{k}{x}$ ($x>0$) 相交于 A, B 两点，

与 x 轴相交于 C 点， $\triangle BOC$ 的面积是 $\frac{5}{2}$ 。若将直线 $y=-x+5$ 向下平移 1 个单位，则所得直

线与双曲线 $y=\frac{k}{x}$ ($x>0$) 的交点有 ()



A. 0 个 B. 1 个

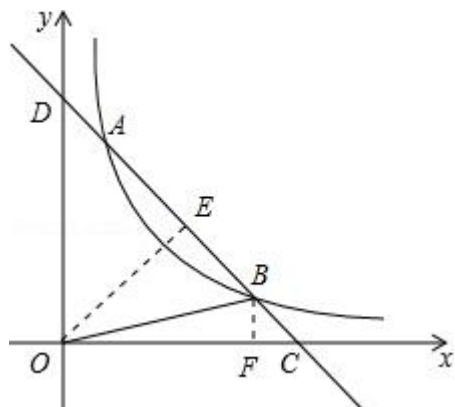
C. 2 个 D. 0 个，或 1 个，或 2 个

【考点】 反比例函数与一次函数的交点问题；反比例函数图象上点的坐标特征。

【专题】 一次函数及其应用；反比例函数及其应用。

【分析】 令直线 $y=-x+5$ 与 y 轴的交点为点 D，过点 O 作 $OE \perp$ 直线 AC 于点 E，过点 B 作 $BF \perp x$ 轴于点 F，通过令直线 $y=-x+5$ 中 x、y 分别等于 0，得出线段 OD、OC 的长度，根据正切的值即可得出 $\angle DCO=45^\circ$ ，再结合做的两个垂直，可得出 $\triangle OEC$ 与 $\triangle BFC$ 都是等腰直角三角形，根据等腰直角三角形的性质结合面积公式即可得出线段 BC 的长，从而可得出 BF、CF 的长，根据线段间的关系可得出点 B 的坐标，根据反比例函数图象上点的坐标特征即可得出反比例函数系数 k 的值，根据平移的性质找出平移后的直线的解析式将其代入反比例函数解析式中，整理后根据根的判别式的正负即可得出结论。

【解答】解：令直线 $y = -x + 5$ 与 y 轴的交点为点 D ，过点 O 作 $OE \perp$ 直线 AC 于点 E ，过点 B 作 $BF \perp x$ 轴于点 F ，如图所示。



令直线 $y = -x + 5$ 中 $x = 0$ ，则 $y = 5$ ，

即 $OD = 5$ ；

令直线 $y = -x + 5$ 中 $y = 0$ ，则 $0 = -x + 5$ ，解得： $x = 5$ ，

即 $OC = 5$ 。

在 $Rt\triangle COD$ 中， $\angle COD = 90^\circ$ ， $OD = OC = 5$ ，

$$\therefore \tan \angle DCO = \frac{OD}{OC} = 1, \quad \angle DCO = 45^\circ.$$

$\because OE \perp AC$ ， $BF \perp x$ 轴， $\angle DCO = 45^\circ$ ，

$\therefore \triangle OEC$ 与 $\triangle BFC$ 都是等腰直角三角形，

又 $\because OC = 5$ ，

$$\therefore OE = \frac{5\sqrt{2}}{2}.$$

$$\because S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} BC \cdot OE = \frac{1}{2} \times \frac{5\sqrt{2}}{2} BC = \frac{5}{2},$$

$$\therefore BC = \sqrt{2},$$

$$\therefore BF = FC = \frac{\sqrt{2}}{2} BC = 1,$$

$$\therefore OF = OC - FC = 5 - 1 = 4, \quad BF = 1,$$

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(4, 1)$ ，

$$\therefore k = 4 \times 1 = 4,$$

即双曲线解析式为 $y = \frac{4}{x}$ 。

将直线 $y = -x + 5$ 向下平移 1 个单位得到的直线的解析式为 $y = -x + 5 - 1 = -x + 4$ ，

将 $y = -x + 4$ 代入到 $y = \frac{4}{x}$ 中，得： $-x + 4 = \frac{4}{x}$ ，

整理得： $x^2 - 4x + 4 = 0$ ，

$$\therefore \Delta = (-4)^2 - 4 \times 4 = 0,$$

$\therefore$ 平移后的直线与双曲线 $y = \frac{4}{x}$ 只有一个交点。

故选 B。

【点评】 本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题、反比例函数图象上点的坐标特征、特殊角的正切值、三角形的面积公式以及等腰直角三角形的性质，解题的关键是求出点 B

的坐标. 本题属于中档题, 难度不大, 但稍显繁琐, 解决该题型题目时, 根据特殊角找出等腰直角三角形, 再根据等腰直角三角形的性质求出点的坐标是关键.

二、填空题 (共 5 小题, 每小题 3 分, 满分 15 分)

15. (3 分) (2016•临沂) 分解因式: $x^3 - 2x^2 + x = \underline{x(x-1)^2}$.

【考点】提公因式法与公式法的综合运用.

【分析】首先提取公因式 x , 进而利用完全平方公式分解因式即可.

【解答】解: $x^3 - 2x^2 + x = x(x^2 - 2x + 1) = x(x-1)^2$.

故答案为: $x(x-1)^2$.

【点评】此题主要考查了提取公因式法以及公式法分解因式, 熟练应用完全平方公式是解题关键.

16. (3 分) (2016•临沂) 化简 $\frac{a^2}{a-1} + \frac{1}{1-a} = \underline{a+1}$.

【考点】分式的加减法.

【专题】计算题.

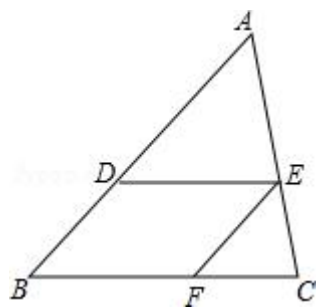
【分析】首先把两个分式的分母变为相同再计算.

【解答】解: 原式 $= \frac{a^2}{a-1} - \frac{1}{a-1} = a+1$.

故答案为: $a+1$.

【点评】此题考查的知识点是分式的加减法, 关键是先把两个分式的分母化为相同再计算.

17. (3 分) (2016•临沂) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D, E, F 分别在 AB, AC, BC 上, $DE \parallel BC$, $EF \parallel AB$. 若 $AB=8$, $BD=3$, $BF=4$, 则 FC 的长为 $\underline{\frac{12}{5}}$.



【考点】相似三角形的判定与性质.

【分析】直接利用平行线分线段成比例定理得出 $\frac{BD}{AD} = \frac{EC}{AE} = \frac{FC}{BF}$, 进而求出答案.

【解答】解: $\because DE \parallel BC$, $EF \parallel AB$,

$$\therefore \frac{BD}{AD} = \frac{EC}{AE} = \frac{FC}{BF},$$

$$\because AB=8, BD=3, BF=4,$$

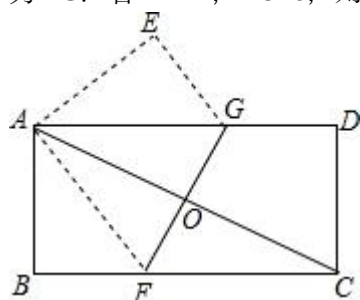
$$\therefore \frac{3}{5} = \frac{FC}{4},$$

解得: $FC = \frac{12}{5}$.

故答案为: $\frac{12}{5}$.

【点评】此题主要考查了平行线分线段成比例定理, 正确得出比例式是解题关键.

18. (3分) (2016•临沂) 如图, 将一矩形纸片 ABCD 折叠, 使两个顶点 A, C 重合, 折痕为 FG. 若 $AB=4$, $BC=8$, 则 $\triangle ABF$ 的面积为 6.



【考点】翻折变换 (折叠问题).

【分析】根据折叠的性质求出 $AF=CF$, 根据勾股定理得出关于 CF 的方程, 求出 CF , 求出 BF , 根据面积公式求出即可.

【解答】解: $\because$ 将一矩形纸片 ABCD 折叠, 使两个顶点 A, C 重合, 折痕为 FG,
 $\therefore FG$ 是 AC 的垂直平分线,

$\therefore AF=CF$,

设 $AF=CF=x$,

在 $Rt\triangle ABF$ 中, 有勾股定理得: $AB^2+BF^2=AF^2$,

$$4^2+(8-x)^2=x^2,$$

解得: $x=5$,

即 $CF=5$, $BF=8-5=3$,

$\therefore \triangle ABF$ 的面积为 $\frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$,

故答案为: 6.

【点评】本题考查了矩形的性质, 折叠的性质, 勾股定理的应用, 能得出关于 x 的方程是解此题的关键.

19. (3分) (2016•临沂) 一般地, 当 α 、 β 为任意角时, $\sin(\alpha+\beta)$ 与 $\sin(\alpha-\beta)$ 的值可以用下面的公式求得: $\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta + \cos\alpha \cdot \sin\beta$; $\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta - \cos\alpha \cdot \sin\beta$. 例

如 $\sin 90^\circ = \sin(60^\circ + 30^\circ) = \sin 60^\circ \cdot \cos 30^\circ + \cos 60^\circ \cdot \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 1$. 类似地, 可以求

得 $\sin 15^\circ$ 的值是 $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$.

【考点】特殊角的三角函数值.

【专题】新定义.

【分析】把 15° 化为 $60^\circ - 45^\circ$, 则可利用 $\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta - \cos\alpha \cdot \sin\beta$ 和特殊角的三角函数值计算出 $\sin 15^\circ$ 的值.

【解答】解： $\sin 15^\circ = \sin (60^\circ - 45^\circ) = \sin 60^\circ \cdot \cos 45^\circ - \cos 60^\circ \cdot \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$.

故答案为 $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$.

【点评】本题考查了特殊角的三角函数值：应用中要熟记特殊角的三角函数值，一是按值的变化规律去记，正弦逐渐增大，余弦逐渐减小，正切逐渐增大；二是按特殊直角三角形中各边特殊值规律去记，也考查了阅读理解能力.

三、解答题（共 7 小题，满分 63 分）

20. (7 分) (2016•临沂) 计算： $|-3| + \sqrt{3} \tan 30^\circ - \sqrt{12} - (2016 - \pi)^0$.

【考点】实数的运算；零指数幂；特殊角的三角函数值.

【专题】计算题；实数.

【分析】原式利用绝对值的代数意义，特殊角的三角函数值，二次根式性质，以及零指数幂法则计算即可得到结果.

【解答】解：原式 $= 3 + \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} - 2\sqrt{3} - 1$
 $= 3 - 2\sqrt{3}$.

【点评】此题考查了实数的运算，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

21. (7 分) (2016•临沂) 为了解某校九年级学生的身高情况，随机抽取部分学生的身高进行调查，利用所得数据绘成如图统计图表：

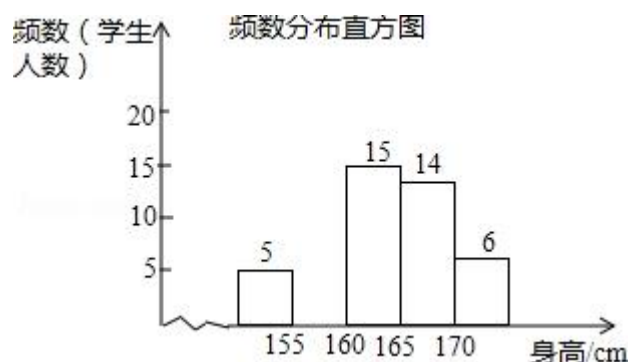
频数分布表

身高分组	频数	百分比
$x < 155$	5	10%
$155 \leq x < 160$	a	20%
$160 \leq x < 165$	15	30%
$165 \leq x < 170$	14	b
$x \geq 170$	6	12%
总计		100%

(1) 填空： $a = 10$ ， $b = 28\%$ ；

(2) 补全频数分布直方图；

(3) 该校九年级共有 600 名学生，估计身高不低于 165cm 的学生大约有多少人？



【考点】频数（率）分布直方图；用样本估计总体；频数（率）分布表.

【专题】统计与概率.

【分析】(1) 根据表格中的数据可以求得调查的学生总数, 从而可以求得 a 的值, 进而求得 b 的值;

(2) 根据 (1) 中的 a 的值可以补全频数分布直方图;

(3) 根据表格中的数据可以估算出该校九年级身高不低于 165cm 的学生大约有多少人.

【解答】解: (1) 由表格可得,

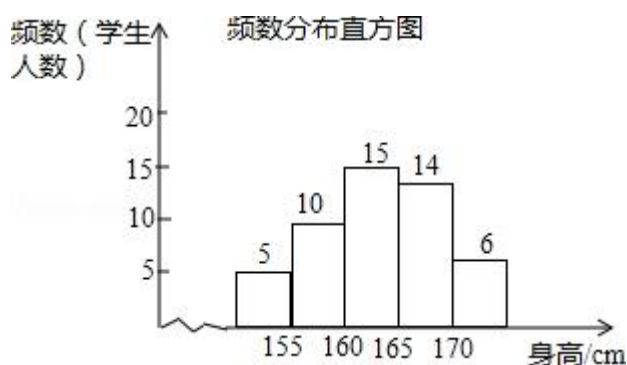
调查的总人数为: $5 \div 10\% = 50$,

$\therefore a = 50 \times 20\% = 10$,

$b = 14 \div 50 \times 100\% = 28\%$,

故答案为: 10, 28%;

(2) 补全的频数分布直方图如下图所示,

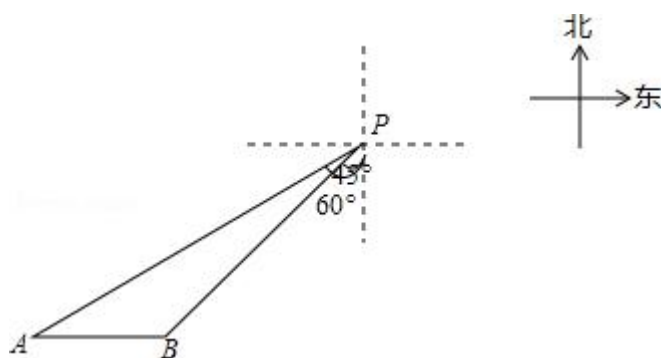


(3) $600 \times (28\% + 12\%) = 600 \times 40\% = 240$ (人)

即该校九年级共有 600 名学生, 身高不低于 165cm 的学生大约有 240 人.

【点评】本题考查频数分布直方图、用样本估计总体、频数分布表, 解题的关键是明确题意, 找出所求问题需要的条件.

22. (7 分) (2016•临沂) 一艘轮船位于灯塔 P 南偏西 60° 方向, 距离灯塔 20 海里的 A 处, 它向东航行多少海里到达灯塔 P 南偏西 45° 方向上的 B 处 (参考数据: $\sqrt{3} \approx 1.732$, 结果精确到 0.1) ?



【考点】解直角三角形的应用-方向角问题.

【专题】计算题.

【分析】利用题意得到 $AC \perp PC$, $\angle APC = 60^\circ$, $\angle BPC = 45^\circ$, $AP = 20$, 如图, 在 $Rt\triangle APC$ 中, 利用余弦的定义计算出 $PC = 10$, 利用勾股定理计算出 $AC = 10\sqrt{3}$, 再判断 $\triangle PBC$ 为等腰直角三角形得到 $BC = PC = 10$, 然后计算 $AC - BC$ 即可.

【解答】解: 如图, $AC \perp PC$, $\angle APC = 60^\circ$, $\angle BPC = 45^\circ$, $AP = 20$,

在 $\text{Rt}\triangle APC$ 中, $\therefore \cos \angle APC = \frac{PC}{AP}$,

$$\therefore PC = 20 \cdot \cos 60^\circ = 10,$$

$$\therefore AC = \sqrt{20^2 - 10^2} = 10\sqrt{3},$$

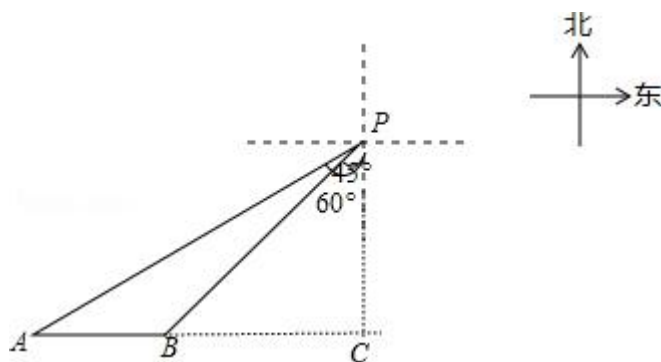
在 $\triangle PBC$ 中, $\therefore \angle BPC = 45^\circ$,

$\therefore \triangle PBC$ 为等腰直角三角形,

$$\therefore BC = PC = 10,$$

$$\therefore AB = AC - BC = 10\sqrt{3} - 10 \approx 7.3 \text{ (海里)}.$$

答: 它向东航行约 7.3 海里到达灯塔 P 南偏西 45° 方向上的 B 处.

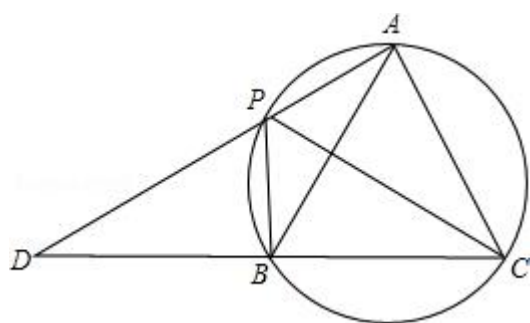


【点评】 本题考查了解直角三角形的应用 - 方向角: 在辨别方向角问题中: 一般是以第一个方向为始边向另一个方向旋转相应度数. 在解决有关方向角的问题中, 一般要根据题意理清图形中各角的关系, 有时所给的方向角并不一定在直角三角形中, 需要用到两直线平行内错角相等或一个角的余角等知识转化为所需要的角.

23. (9 分) (2016•临沂) 如图, A, P, B, C 是圆上的四个点, $\angle APC = \angle CPB = 60^\circ$, AP, CB 的延长线相交于点 D.

(1) 求证: $\triangle ABC$ 是等边三角形;

(2) 若 $\angle PAC = 90^\circ$, $AB = 2\sqrt{3}$, 求 PD 的长.



【考点】 四点共圆; 等边三角形的判定与性质; 圆周角定理.

【分析】 (1) 由圆周角定理可知 $\angle ABC = \angle BAC = 60^\circ$, 从而可证得 $\triangle ABC$ 是等边三角形;

(2) 由 $\triangle ABC$ 是等边三角形可得出“ $AC = BC = AB = 2\sqrt{3}$, $\angle ACB = 60^\circ$ ”, 在直角三角形 PAC 和 DAC 通过特殊角的正、余切值即可求出线段 AP、AD 的长度, 二者作差即可得出结论.

【解答】 (1) 证明: $\therefore \angle ABC = \angle APC$, $\angle BAC = \angle BPC$, $\angle APC = \angle CPB = 60^\circ$,

$$\therefore \angle ABC = \angle BAC = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形.

(2) 解: $\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形, $AB = 2\sqrt{3}$,

$$\therefore AC=BC=AB=2\sqrt{3}, \angle ACB=60^\circ.$$

在 $\text{Rt}\triangle PAC$ 中, $\angle PAC=90^\circ$, $\angle APC=60^\circ$, $AC=2\sqrt{3}$,

$$\therefore AP=AC \cdot \cot \angle APC=2.$$

在 $\text{Rt}\triangle DAC$ 中, $\angle DAC=90^\circ$, $AC=2\sqrt{3}$, $\angle ACD=60^\circ$,

$$\therefore AD=AC \cdot \tan \angle ACD=6.$$

$$\therefore PD=AD-AP=6-2=4.$$

【点评】 本题考查了圆周角定理、等边三角形的判定及性质以及特殊角的三角函数值, 解题的关键是: (1) 找出三角形内两角都为 60° ; (2) 通过解直角三角形求出线段 AD 和 AP 得长度. 本题属于基础题, 难度不大, 解决该题型题目时, 通过解直角三角形找出各边长度, 再根据边与边之间的关系求出结论即可.

24. (9分) (2016•临沂) 现代互联网技术的广泛应用, 催生了快递行业的高速发展. 小明计划给朋友快递一部分物品, 经了解有甲、乙两家快递公司比较合适. 甲公司表示: 快递物品不超过 1 千克的, 按每千克 22 元收费; 超过 1 千克, 超过的部分按每千克 15 元收费. 乙公司表示: 按每千克 16 元收费, 另加包装费 3 元. 设小明快递物品 x 千克.

(1) 请分别写出甲、乙两家快递公司快递该物品的费用 y (元) 与 x (千克) 之间的函数关系式;

(2) 小明选择哪家快递公司更省钱?

【考点】 一次函数的应用.

【分析】 (1) 根据“甲公司的费用=起步价+超出重量 $\times$ 续重单价”可得出 $y_{\text{甲}}$ 关于 x 的函数关系式, 根据“乙公司的费用=快件重量 $\times$ 单价+包装费用”即可得出 $y_{\text{乙}}$ 关于 x 的函数关系式;

(2) 分 $0 < x \leq 1$ 和 $x > 1$ 两种情况讨论, 分别令 $y_{\text{甲}} < y_{\text{乙}}$ 、 $y_{\text{甲}} = y_{\text{乙}}$ 和 $y_{\text{甲}} > y_{\text{乙}}$, 解关于 x 的方程或不等式即可得出结论.

【解答】 解: (1) 由题意知:

$$\text{当 } 0 < x \leq 1 \text{ 时, } y_{\text{甲}} = 22x;$$

$$\text{当 } 1 < x \text{ 时, } y_{\text{甲}} = 22 + 15(x - 1) = 15x + 7.$$

$$y_{\text{乙}} = 16x + 3.$$

(2) ①当 $0 < x \leq 1$ 时,

$$\text{令 } y_{\text{甲}} < y_{\text{乙}}, \text{ 即 } 22x < 16x + 3,$$

$$\text{解得: } 0 < x < \frac{1}{2};$$

$$\text{令 } y_{\text{甲}} = y_{\text{乙}}, \text{ 即 } 22x = 16x + 3,$$

$$\text{解得: } x = \frac{1}{2};$$

$$\text{令 } y_{\text{甲}} > y_{\text{乙}}, \text{ 即 } 22x > 16x + 3,$$

$$\text{解得: } \frac{1}{2} < x \leq 1.$$

②当 $x > 1$ 时,

$$\text{令 } y_{\text{甲}} < y_{\text{乙}}, \text{ 即 } 15x + 7 < 16x + 3,$$

$$\text{解得: } x > 4;$$

$$\text{令 } y_{\text{甲}} = y_{\text{乙}}, \text{ 即 } 15x + 7 = 16x + 3,$$

$$\text{解得: } x = 4;$$

$$\text{令 } y_{\text{甲}} > y_{\text{乙}}, \text{ 即 } 15x + 7 > 16x + 3,$$

$$\text{解得: } 0 < x < 4.$$

综上可知：当 $\frac{1}{2} < x < 4$ 时，选乙快递公司省钱；当 $x=4$ 或 $x=\frac{1}{2}$ 时，选甲、乙两家快递公司快递费一样多；当 $0 < x < \frac{1}{2}$ 或 $x > 4$ 时，选甲快递公司省钱。

【点评】本题考查了一次函数的应用、解一元一次不等式以及解一元一次方程，解题的关键是：(1) 根据数量关系得出函数关系式；(2) 根据费用的关系找出一元一次不等式或者一元一次方程。本题属于基础题，难度不大，解决该题型题目时，根据数量关系找出函数关系式是关键。

25. (11 分) (2016•临沂) 如图 1，在正方形 ABCD 中，点 E, F 分别是边 BC, AB 上的点，且 CE=BF。连接 DE，过点 E 作 $EG \perp DE$ ，使 $EG=DE$ ，连接 FG, FC。

(1) 请判断：FG 与 CE 的数量关系是 $FG=CE$ ，位置关系是 $FG \parallel CE$ ；

(2) 如图 2，若点 E, F 分别是边 CB, BA 延长线上的点，其它条件不变，(1) 中结论是否仍然成立？请作出判断并给予证明；

(3) 如图 3，若点 E, F 分别是边 BC, AB 延长线上的点，其它条件不变，(1) 中结论是否仍然成立？请直接写出你的判断。

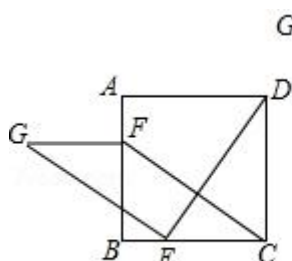


图1

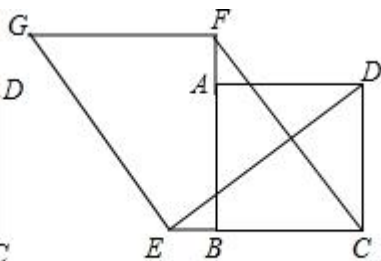


图2

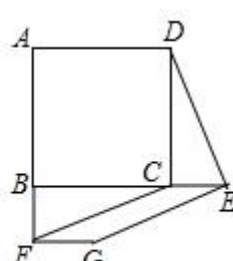


图3

【考点】四边形综合题。

【分析】(1) 只要证明四边形 CDGF 是平行四边形即可得出 $FG=CE$ ， $FG \parallel CE$ ；

(2) 构造辅助线后证明 $\triangle HGE \cong \triangle CED$ ，利用对应边相等求证四边形 GHBF 是矩形后，利用等量代换即可求出 $FG=CE$ ， $FG \parallel CE$ ；

(3) 证明 $\triangle CBF \cong \triangle DCE$ 后，即可证明四边形 CEGF 是平行四边形。

【解答】解：(1) $FG=CE$ ， $FG \parallel CE$ ；

(2) 过点 G 作 $GH \perp CB$ 的延长线于点 H，

$\because EG \perp DE$,

$\therefore \angle GEH + \angle DEC = 90^\circ$,

$\because \angle GEH + \angle HGE = 90^\circ$,

$\therefore \angle DEC = \angle HGE$,

在 $\triangle HGE$ 与 $\triangle CED$ 中，

$$\begin{cases} \angle GHE = \angle DCE \\ \angle HGE = \angle DEC, \\ EG = DE \end{cases}$$

$\therefore \triangle HGE \cong \triangle CED$ (AAS),

$\therefore GH = CE$, $HE = CD$,

$\because CE = BF$,

$\therefore GH = BF$,

$\therefore GH \parallel BF$,
 $\therefore$ 四边形 GHB F 是矩形,
 $\therefore GF = BH$, $FG \parallel CH$
 $\therefore FG \parallel CE$
 $\therefore$ 四边形 ABCD 是正方形,
 $\therefore CD = BC$,
 $\therefore HE = BC$
 $\therefore HE + EB = BC + EB$
 $\therefore BH = EC$
 $\therefore FG = EC$

(3) 成立.

$\therefore$ 四边形 ABCD 是正方形,
 $\therefore BC = CD$, $\angle FBC = \angle ECD = 90^\circ$,
 在 $\triangle CBF$ 与 $\triangle DCE$ 中,

$$\begin{cases} BF = CE \\ \angle FBC = \angle ECD, \\ BC = DC \end{cases}$$

$\therefore \triangle CBF \cong \triangle DCE$ (SAS),
 $\therefore \angle BCF = \angle CDE$, $CF = DE$,
 $\therefore EG = DE$,
 $\therefore CF = EG$,
 $\therefore DE \perp EG$
 $\therefore \angle DEC + \angle CEG = 90^\circ$
 $\therefore \angle CDE + \angle DEC = 90^\circ$
 $\therefore \angle CDE = \angle CEG$,
 $\therefore \angle BCF = \angle CEG$,
 $\therefore CF \parallel EG$,
 $\therefore$ 四边形 CEGF 平行四边形,
 $\therefore FG \parallel CE$, $FG = CE$.

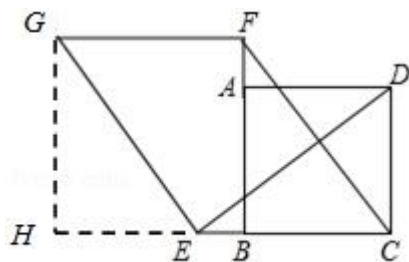
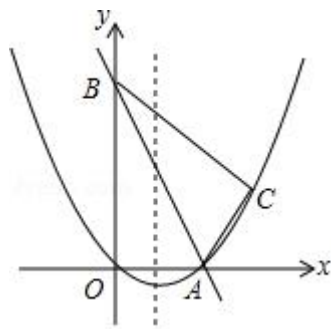


图2

【点评】 本题三角形与四边形综合问题, 涉及全等三角形的判定与性质, 平行四边形的判定与性质. 解题的关键是利用全等三角形的对应边相等进行线段的等量代换, 从而求证出平行四边形.

26. (13 分) (2016•临沂) 如图, 在平面直角坐标系中, 直线 $y = -2x + 10$ 与 x 轴, y 轴相交于 A, B 两点, 点 C 的坐标是 (8, 4), 连接 AC, BC.

- (1) 求过 O, A, C 三点的抛物线的解析式, 并判断 $\triangle ABC$ 的形状;
- (2) 动点 P 从点 O 出发, 沿 OB 以每秒 2 个单位长度的速度向点 B 运动; 同时, 动点 Q 从点 B 出发, 沿 BC 以每秒 1 个单位长度的速度向点 C 运动. 规定其中一个动点到达端点时, 另一个动点也随之停止运动. 设运动时间为 t 秒, 当 t 为何值时, $PA=QA$?
- (3) 在抛物线的对称轴上, 是否存在点 M, 使以 A, B, M 为顶点的三角形是等腰三角形? 若存在, 求出点 M 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



【考点】 二次函数综合题.

【分析】 (1) 先确定出点 A, B 坐标, 再用待定系数法求出抛物线解析式; 用勾股定理逆定理判断出 $\triangle ABC$ 是直角三角形;

(2) 根据运动表示出 $OP=2t$, $CQ=10-t$, 判断出 $Rt\triangle AOP \cong Rt\triangle ACQ$, 得到 $OP=CQ$ 即可;

(3) 分三种情况用平面坐标系内, 两点间的距离公式计算即可,

【解答】 解: (1) $\because$ 直线 $y=-2x+10$ 与 x 轴, y 轴相交于 A, B 两点,

$\therefore A(5, 0)$, $B(0, 10)$,

$\because$ 抛物线过原点,

$\therefore$ 设抛物线解析式为 $y=ax^2+bx$,

$\because$ 抛物线过点 B (0, 10), C (8, 4),

$$\therefore \begin{cases} 25a+5b=0 \\ 64a+8b=4 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} a=\frac{1}{6} \\ b=-\frac{5}{6} \end{cases},$$

$\therefore$ 抛物线解析式为 $y=\frac{1}{6}x^2-\frac{5}{6}x$,

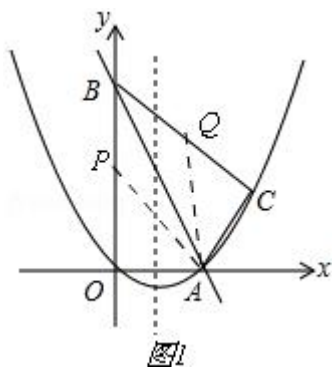
$\therefore A(5, 0)$, $B(0, 10)$, $C(8, 4)$,

$\therefore AB^2=5^2+10^2=125$, $BC^2=8^2+(8-5)^2=100$, $AC^2=4^2+(8-5)^2=25$,

$\therefore AC^2+BC^2=AB^2$,

$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形.

(2) 如图 1,



当 P, Q 运动 t 秒, 即 $OP=2t$, $CQ=10-t$ 时,
由 (1) 得, $AC=OA$, $\angle ACQ=\angle AOP=90^\circ$,
在 $Rt\triangle AOP$ 和 $Rt\triangle ACQ$ 中,

$$\begin{cases} AC=OA \\ PA=QA \end{cases},$$

$$\therefore Rt\triangle AOP \cong Rt\triangle ACQ,$$

$$\therefore OP=CQ,$$

$$\therefore 2t=10-t,$$

$$\therefore t=\frac{10}{3},$$

$$\therefore \text{当运动时间为 } \frac{10}{3} \text{ 时, } PA=QA;$$

(3) 存在,

$$\because y=\frac{1}{6}x^2-\frac{5}{6}x,$$

$$\therefore \text{抛物线的对称轴为 } x=\frac{5}{2},$$

$$\because A(5, 0), B(0, 10),$$

$$\therefore AB=5\sqrt{5}$$

$$\text{设点 } M\left(\frac{5}{2}, m\right),$$

①若 $BM=BA$ 时,

$$\therefore \left(\frac{5}{2}\right)^2 + (m-10)^2 = 125,$$

$$\therefore m_1 = \frac{20+5\sqrt{19}}{2}, m_2 = \frac{20-5\sqrt{19}}{2},$$

$$\therefore M_1\left(\frac{5}{2}, \frac{20+5\sqrt{19}}{2}\right), M_2\left(\frac{5}{2}, \frac{20-5\sqrt{19}}{2}\right),$$

②若 $AM=AB$ 时,

$$\therefore \left(\frac{5}{2}\right)^2 + m^2 = 125,$$

$$\therefore m_3 = \frac{5\sqrt{19}}{2}, m_4 = -\frac{5\sqrt{19}}{2},$$

$$\therefore M_3\left(\frac{5}{2}, \frac{5\sqrt{19}}{2}\right), M_4\left(\frac{5}{2}, -\frac{5\sqrt{19}}{2}\right),$$

③若 $MA=MB$ 时,

$$\therefore \left(\frac{5}{2}-5\right)^2+m^2=\left(\frac{5}{2}\right)^2+(10-m)^2,$$

$$\therefore m=5,$$

$\therefore M\left(\frac{5}{2}, 5\right)$, 此时点 M 恰好是线段 AB 的中点, 构不成三角形, 舍去,

$$\therefore \text{点 } M \text{ 的坐标为: } M_1\left(\frac{5}{2}, \frac{20+5\sqrt{19}}{2}\right), M_2\left(\frac{5}{2}, \frac{20-5\sqrt{19}}{2}\right), M_3\left(\frac{5}{2}, \frac{5\sqrt{19}}{2}\right), M_4\left(\frac{5}{2}, -\frac{5\sqrt{19}}{2}\right),$$

【点评】此题是二次函数综合题, 主要考查了待定系数法求函数解析式, 三角形的全等的性质和判定, 等腰三角形的性质, 解本题的关键是分情况讨论, 也是本题的难点.