

2016 年天津市中考数学试卷

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分

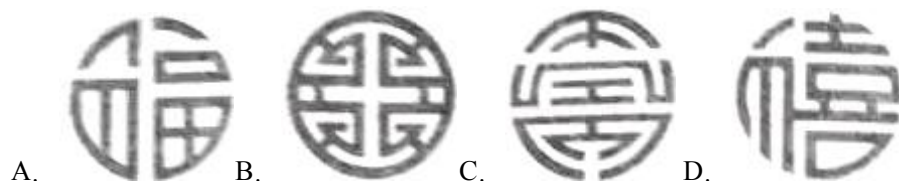
1. (3 分) 计算 $(-2) - 5$ 的结果等于 ()

- A. -7 B. -3 C. 3 D. 7

2. (3 分) $\sin 60^\circ$ 的值等于 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\sqrt{3}$

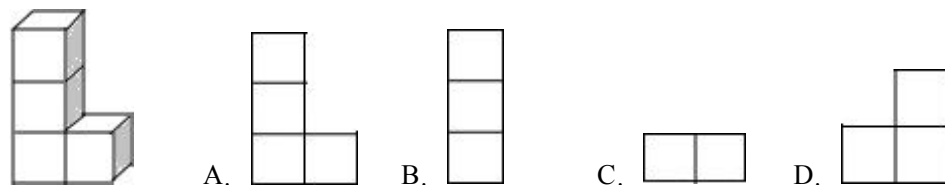
3. (3 分) 下列图形中，可以看作是中心对称图形的是 ()



4. (3 分) 2016 年 5 月 24 日《天津日报》报道，2015 年天津外环线内新栽植树木 6120000 株，将 6120000 用科学记数法表示应为 ()

- A. 0.612×10^7 B. 6.12×10^6 C. 61.2×10^5 D. 612×10^4

5. (3 分) 如图是一个由 4 个相同的正方体组成的立体图形，它的主视图是 ()



6. (3 分) 估计 $\sqrt{19}$ 的值在 ()

- A. 2 和 3 之间 B. 3 和 4 之间 C. 4 和 5 之间 D. 5 和 6 之间

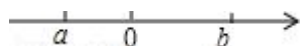
7. (3 分) 计算 $\frac{x+1}{x} - \frac{1}{x}$ 的结果为 ()

- A. 1 B. x C. $\frac{1}{x}$ D. $\frac{x+2}{x}$

8. (3 分) 方程 $x^2 + x - 12 = 0$ 的两个根为 ()

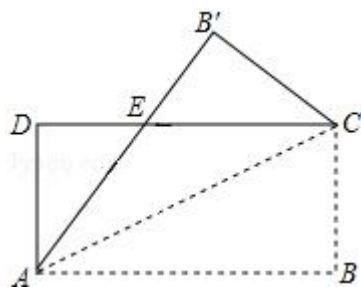
- A. $x_1 = -2, x_2 = 6$ B. $x_1 = -6, x_2 = 2$ C. $x_1 = -3, x_2 = 4$ D. $x_1 = -4, x_2 = 3$

9. (3 分) 实数 a, b 在数轴上的对应点的位置如图所示，把 $-a, -b, 0$ 按照从小到大的顺序排列，正确的是 ()



- A. $-a < 0 < -b$ B. $0 < -a < -b$ C. $-b < 0 < -a$ D. $0 < -b < -a$

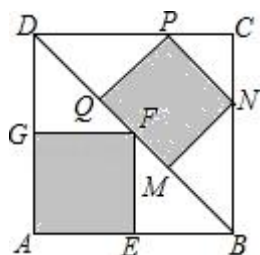
10. (3分) 如图, 把一张矩形纸片 $ABCD$ 沿对角线 AC 折叠, 点 B 的对应点为 B' , AB' 与 DC 相交于点 E , 则下列结论一定正确的是 ()



- A. $\angle DAB' = \angle CAB'$ B. $\angle ACD = \angle B'CD$ C. $AD = AE$ D. $AE = CE$
11. (3分) 若点 $A(-5, y_1)$, $B(-3, y_2)$, $C(2, y_3)$ 在反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ 的图象上, 则 y_1, y_2, y_3 的大小关系是 ()
- A. $y_1 < y_3 < y_2$ B. $y_1 < y_2 < y_3$ C. $y_3 < y_2 < y_1$ D. $y_2 < y_1 < y_3$
12. (3分) 已知二次函数 $y = (x - h)^2 + 1$ (h 为常数), 在自变量 x 的值满足 $1 \leq x \leq 3$ 的情况下, 与其对应的函数值 y 的最小值为 5, 则 h 的值为 ()
- A. 1 或 -5 B. -1 或 5 C. 1 或 -3 D. 1 或 3

二、填空题: 本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分

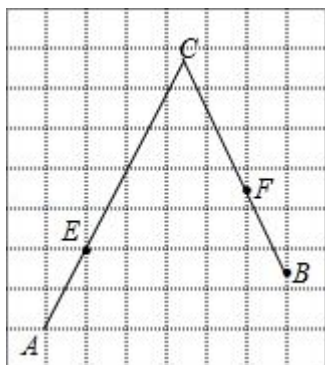
13. (3分) 计算 $(2a)^3$ 的结果等于_____.
14. (3分) 计算 $(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3})$ 的结果等于_____.
15. (3分) 不透明袋子中装有 6 个球, 其中有 1 个红球、2 个绿球和 3 个黑球, 这些球除颜色外无其他差别, 从袋子中随机取出 1 个球, 则它是绿球的概率是_____.
16. (3分) 若一次函数 $y = -2x + b$ (b 为常数) 的图象经过第二、三、四象限, 则 b 的值可以是_____ (写出一个即可).
17. (3分) 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, 点 E, N, P, G 分别在边 AB, BC, CD, DA 上, 点 M, F, Q 都在对角线 BD 上, 且四边形 $MNPQ$ 和 $AEFG$ 均为正方形, 则 $\frac{S_{\text{正方形}MNPQ}}{S_{\text{正方形}AEFG}}$ 的值等于_____.



18. (3 分) 如图, 在每个小正方形的边长为 1 的网格中, A, E 为格点, B, F 为小正方形边的中点, C 为 AE, BF 的延长线的交点.

(I) AE 的长等于_____;

(II) 若点 P 在线段 AC 上, 点 Q 在线段 BC 上, 且满足 $AP=PQ=QB$, 请在如图所示的网格中, 用无刻度的直尺, 画出线段 PQ, 并简要说明点 P, Q 的位置是如何找到的 (不要求证明) _____.



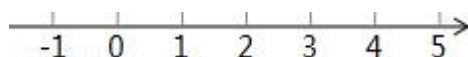
三、综合题: 本大题共 7 小题, 共 66 分

19. (8 分) 解不等式 $\begin{cases} x+2 \leq 6, & \text{①} \\ 3x-2 \geq 2x, & \text{②} \end{cases}$, 请结合题意填空, 完成本题的解答.

(I) 解不等式①, 得_____;

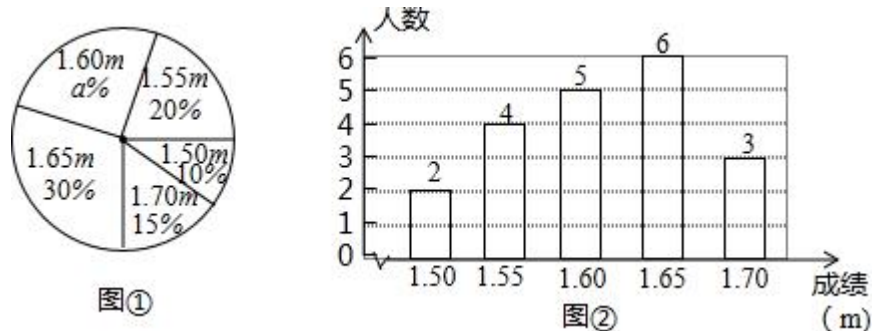
(II) 解不等式②, 得_____;

(III) 把不等式①和②的解集在数轴上表示出来;



(IV) 原不等式组的解集为_____.

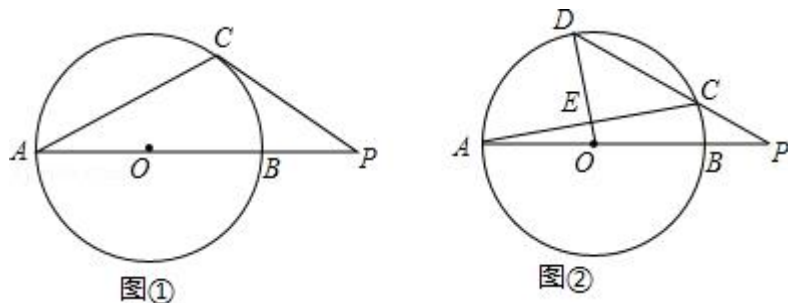
20. (8 分) 在一次中学生田径运动会上, 根据参加男子跳高初赛的运动员的成绩 (单位: m), 绘制出如下的统计图①和图②, 请根据相关信息, 解答下列问题:



- (I) 图 1 中 a 的值为_____;
- (II) 求统计的这组初赛成绩数据的平均数、众数和中位数;
- (III) 根据这组初赛成绩, 由高到低确定 9 人进入复赛, 请直接写出初赛成绩为 1.65m 的运动员能否进入复赛.

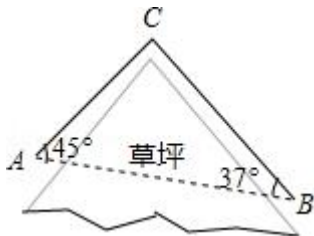
21. (10 分) 在 $\odot O$ 中, AB 为直径, C 为 $\odot O$ 上一点.

- (I) 如图 1. 过点 C 作 $\odot O$ 的切线, 与 AB 的延长线相交于点 P , 若 $\angle CAB=27^\circ$, 求 $\angle P$ 的大小;
- (II) 如图 2, D 为 $\widehat{AC}$ 上一点, 且 OD 经过 AC 的中点 E , 连接 DC 并延长, 与 AB 的延长线相交于点 P , 若 $\angle CAB=10^\circ$, 求 $\angle P$ 的大小.



22. (10 分) 小明上学途中要经过 A, B 两地, 由于 A, B 两地之间有一片草坪, 所以需要走路线 AC, CB, 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=63\text{m}$, $\angle A=45^\circ$, $\angle B=37^\circ$, 求 AC, CB 的长. (结果保留小数点后一位)

参考数据: $\sin 37^\circ \approx 0.60$, $\cos 37^\circ \approx 0.80$, $\tan 37^\circ \approx 0.75$, $\sqrt{2}$ 取 1.414.



23. (10 分) 公司有 330 台机器需要一次性运送到某地, 计划租用甲、乙两种货车共 8 辆, 已知每辆甲种货车一次最多运送机器 45 台、租车费用为 400 元, 每辆乙种货车一次最多运送机器 30 台、租车费用为 280 元

(I) 设租用甲种货车 x 辆 (x 为非负整数), 试填写表格.

表一:

租用甲种货车的数量/辆	3	7	x
租用的甲种货车最多运送机器的数量/台	135	_____	_____
租用的乙种货车最多运送机器的数量/台	150	_____	_____

表二:

租用甲种货车的数量/辆	3	7	x
租用甲种货车的费用/元	_____	2800	_____
租用乙种货车的费用/元	_____	280	_____

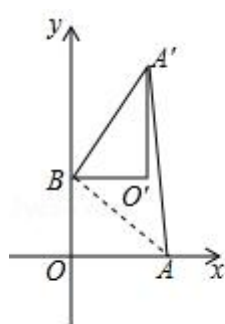
(II) 给出能完成此项运送任务的最节省费用的租车方案, 并说明理由.

24. (10 分) 在平面直角坐标系中, O 为原点, 点 $A(4, 0)$, 点 $B(0, 3)$, 把 $\triangle ABO$ 绕点 B 逆时针旋转, 得 $\triangle A'BO'$, 点 A, O 旋转后的对应点为 A', O' , 记旋转角为 α .

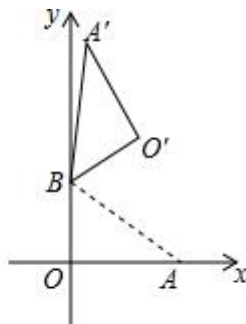
(I) 如图①, 若 $\alpha=90^\circ$, 求 AA' 的长;

(II) 如图②, 若 $\alpha=120^\circ$, 求点 O' 的坐标;

(III) 在 (II) 的条件下, 边 OA 上的一点 P 旋转后的对应点为 P' , 当 $O'P+BP'$ 取得最小值时, 求点 P' 的坐标 (直接写出结果即可)



图①



图②

25. (10 分) 已知抛物线 $C: y=x^2-2x+1$ 的顶点为 P , 与 y 轴的交点为 Q , 点 $F(1, \frac{1}{2})$.

(I) 求点 P, Q 的坐标;

(II) 将抛物线 C 向上平移得到抛物线 C' , 点 Q 平移后的对应点为 Q' , 且 $FQ'=OQ'$.

①求抛物线 C' 的解析式;

②若点 P 关于直线 $Q'F$ 的对称点为 K , 射线 FK 与抛物线 C' 相交于点 A , 求点 A 的坐标.

2016 年天津市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分

1. (3 分) (2016•天津) 计算 $(-2) - 5$ 的结果等于 ()

A. -7 B. -3 C. 3 D. 7

【考点】有理数的减法.

【分析】根据减去一个数等于加上这个数的相反数进行计算即可得解.

【解答】解： $(-2) - 5 = (-2) + (-5) = -(2+5) = -7$,

故选：A.

2. (3 分) (2016•天津) $\sin 60^\circ$ 的值等于 ()

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\sqrt{3}$

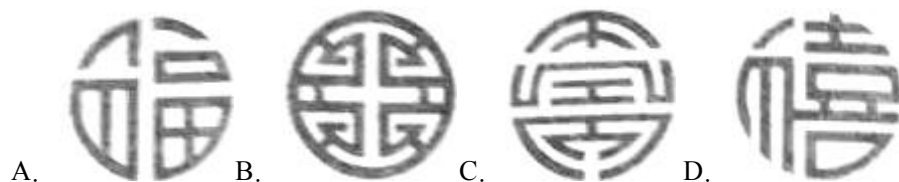
【考点】特殊角的三角函数值.

【分析】直接利用特殊角的三角函数值求出答案.

【解答】解： $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

故选：C.

3. (3 分) (2016•天津) 下列图形中，可以看作是中心对称图形的是 ()



【考点】中心对称图形.

【分析】根据中心对称图形的概念求解.

【解答】解：A、不是中心对称图形，因为找不到任何这样的一点，旋转 180° 度后它的两部分能够重合；即不满足中心对称图形的定义，故此选项错误；

B、是中心对称图形，故此选项正确；

C、不是中心对称图形，因为找不到任何这样的一点，旋转 180 度后它的两部分能够重合；即不满足中心对称图形的定义，故此选项错误；

D、不是中心对称图形，因为找不到任何这样的一点，旋转 180 度后它的两部分能够重合；即不满足中心对称图形的定义，故此选项错误。

故选：B.

4. (3 分) (2016•天津) 2016 年 5 月 24 日《天津日报》报道，2015 年天津外环线内新栽植树木 6120000 株，将 6120000 用科学记数法表示应为 ()

A. 0.612×10^7 B. 6.12×10^6 C. 61.2×10^5 D. 612×10^4

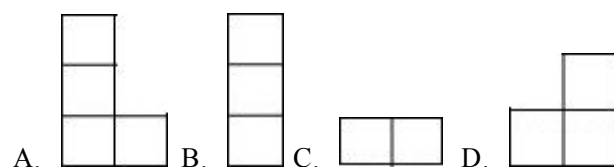
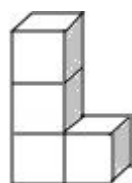
【考点】科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值大于 10 时， n 是正数；当原数的绝对值小于 1 时， n 是负数.

【解答】解：6120000 = 6.12×10^6 ,

故选：B.

5. (3 分) (2016•天津) 如图是一个由 4 个相同的正方体组成的立体图形，它的主视图是 ()



【考点】简单组合体的三视图.

【分析】找到从正面看所得到的图形即可，注意所有的看到的棱都应表现在主视图中.

【解答】解：从正面看易得第一层有 2 个正方形，第二层左边有一个正方形，第三层左边有一个正方形.

故选 A.

6. (3 分) (2016•天津) 估计 $\sqrt{19}$ 的值在 ()

A. 2 和 3 之间 B. 3 和 4 之间 C. 4 和 5 之间 D. 5 和 6 之间

【考点】估算无理数的大小.

【分析】直接利用二次根式的性质得出 $\sqrt{19}$ 的取值范围.

【解答】解: $\because \sqrt{16} < \sqrt{19} < \sqrt{25}$,

$\therefore \sqrt{19}$ 的值在 4 和 5 之间.

故选: C.

7. (3 分) (2016•天津) 计算 $\frac{x+1}{x} - \frac{1}{x}$ 的结果为 ()

A. 1 B. x C. $\frac{1}{x}$ D. $\frac{x+2}{x}$

【考点】分式的加减法.

【分析】根据同分母分式相加减, 分母不变, 分子相加减计算即可得解.

【解答】解: $\frac{x+1}{x} - \frac{1}{x}$

$$= \frac{x+1-1}{x}$$

=1.

故选 A.

8. (3 分) (2016•天津) 方程 $x^2+x-12=0$ 的两个根为 ()

A. $x_1=-2$, $x_2=6$ B. $x_1=-6$, $x_2=2$ C. $x_1=-3$, $x_2=4$ D. $x_1=-4$, $x_2=3$

【考点】解一元二次方程-因式分解法.

【分析】将 x^2+x-12 分解因式成 $(x+4)(x-3)$, 解 $x+4=0$ 或 $x-3=0$ 即可得出结论.

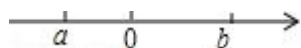
【解答】解: $x^2+x-12=(x+4)(x-3)=0$,

则 $x+4=0$, 或 $x-3=0$,

解得: $x_1=-4$, $x_2=3$.

故选 D.

9. (3 分) (2016•天津) 实数 a, b 在数轴上的对应点的位置如图所示, 把 $-a$, $-b$, 0 按照从小到大的顺序排列, 正确的是 ()



A. $-a < 0 < -b$ B. $0 < -a < -b$ C. $-b < 0 < -a$ D. $0 < -b < -a$

【考点】实数大小比较；实数与数轴.

【分析】根据数轴得出 $a < 0 < b$ ，求出 $-a > -b$ ， $-b < 0$ ， $-a > 0$ ，即可得出答案.

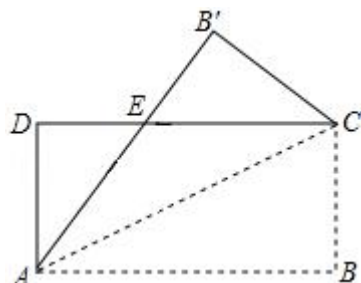
【解答】解： $\because$ 从数轴可知： $a < 0 < b$ ，

$$\therefore -a > -b, -b < 0, -a > 0,$$

$$\therefore -b < 0 < -a,$$

故选 C.

10. (3 分) (2016•天津) 如图，把一张矩形纸片 ABCD 沿对角线 AC 折叠，点 B 的对应点为 B' ， AB' 与 DC 相交于点 E，则下列结论一定正确的是 ()



A. $\angle DAB' = \angle CAB'$ B. $\angle ACD = \angle B'CD$ C. $AD = AE$ D. $AE = CE$

【考点】翻折变换（折叠问题）.

【分析】根据翻折变换的性质可得 $\angle BAC = \angle CAB'$ ，根据两直线平行，内错角相等可得 $\angle BAC = \angle ACD$ ，从而得到 $\angle ACD = \angle CAB'$ ，然后根据等角对等边可得 $AE = CE$ ，从而得解.

【解答】解： $\because$ 矩形纸片 ABCD 沿对角线 AC 折叠，点 B 的对应点为 B' ，

$$\therefore \angle BAC = \angle CAB',$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle ACD,$$

$$\therefore \angle ACD = \angle CAB',$$

$$\therefore AE = CE,$$

所以，结论正确的是 D 选项.

故选 D.

11. (3 分) (2016•天津) 若点 A $(-5, y_1)$ ，B $(-3, y_2)$ ，C $(2, y_3)$ 在反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ 的图象上，则 y_1, y_2, y_3 的大小关系是 ()

A. $y_1 < y_3 < y_2$ B. $y_1 < y_2 < y_3$ C. $y_3 < y_2 < y_1$ D. $y_2 < y_1 < y_3$

【考点】反比例函数图象上点的坐标特征.

【分析】直接利用反比例函数图象的分布, 结合增减性得出答案.

【解答】解: $\because$ 点 A $(-5, y_1)$, B $(-3, y_2)$, C $(2, y_3)$ 在反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ 的图象上,

$\therefore$ A, B 点在第三象限, C 点在第一象限, 每个图象上 y 随 x 的增大减小,

$\therefore y_3$ 一定最大, $y_1 > y_2$,

$\therefore y_2 < y_1 < y_3$.

故选: D.

12. (3 分) (2016•天津) 已知二次函数 $y = (x - h)^2 + 1$ (h 为常数), 在自变量 x 的值满足 $1 \leq x \leq 3$ 的情况下, 与其对应的函数值 y 的最小值为 5, 则 h 的值为 ()

A. 1 或 -5 B. -1 或 5 C. 1 或 -3 D. 1 或 3

【考点】二次函数的最值.

【分析】由解析式可知该函数在 $x = h$ 时取得最小值 1、 $x > h$ 时, y 随 x 的增大而增大、当 $x < h$ 时, y 随 x 的增大而减小, 根据 $1 \leq x \leq 3$ 时, 函数的最小值为 5 可分如下两种情况: ①若 $h < 1 \leq x \leq 3$, $x = 1$ 时, y 取得最小值 5; ②若 $1 \leq x \leq 3 < h$, 当 $x = 3$ 时, y 取得最小值 5, 分别列出关于 h 的方程求解即可.

【解答】解: $\because$ 当 $x > h$ 时, y 随 x 的增大而增大, 当 $x < h$ 时, y 随 x 的增大而减小,

$\therefore$ ①若 $h < 1 \leq x \leq 3$, $x = 1$ 时, y 取得最小值 5,

可得: $(1 - h)^2 + 1 = 5$,

解得: $h = -1$ 或 $h = 3$ (舍);

②若 $1 \leq x \leq 3 < h$, 当 $x = 3$ 时, y 取得最小值 5,

可得: $(3 - h)^2 + 1 = 5$,

解得: $h = 5$ 或 $h = 1$ (舍).

综上, h 的值为 -1 或 5,

故选: B.

二、填空题: 本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分

13. (3 分) (2016•天津) 计算 $(2a)^3$ 的结果等于 $8a^3$.

【考点】 幂的乘方与积的乘方.

【分析】 根据幂的乘方与积的乘方运算法则进行计算即可.

【解答】 解: $(2a)^3 = 8a^3$.

故答案为: $8a^3$.

14. (3 分) (2016•天津) 计算 $(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})$ 的结果等于 2.

【考点】 二次根式的混合运算.

【分析】 先套用平方差公式, 再根据二次根式的性质计算可得.

【解答】 解: 原式 $= (\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2$
 $= 5 - 3$
 $= 2$,

故答案为: 2.

15. (3 分) (2016•天津) 不透明袋子中装有 6 个球, 其中有 1 个红球、2 个绿球和 3 个黑球, 这些球除颜色外无其他差别, 从袋子中随机取出 1 个球, 则它是绿球的概率是 $\frac{1}{3}$.

【考点】 概率公式.

【分析】 由题意可得, 共有 6 种等可能的结果, 其中从口袋中任意摸出一个球是绿球的有 2 种情况, 利用概率公式即可求得答案.

【解答】 解: $\because$ 在一个不透明的口袋中有 6 个除颜色外其余都相同的小球, 其中 1 个红球、2 个绿球和 3 个黑球,

$\therefore$ 从口袋中任意摸出一个球是绿球的概率是 $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$,

故答案为: $\frac{1}{3}$.

16. (3 分) (2016•天津) 若一次函数 $y = -2x + b$ (b 为常数) 的图象经过第二、三、四象限, 则 b 的值可以是 -1 (写出一个即可).

【考点】 一次函数图象与系数的关系.

【分析】 根据一次函数的图象经过第二、三、四象限, 可以得出 $k < 0$, $b < 0$, 随便写出一个小于 0 的 b 值即可.

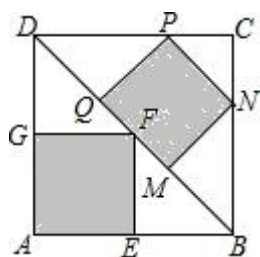
【解答】 解: $\because$ 一次函数 $y = -2x + b$ (b 为常数) 的图象经过第二、三、四象限,

$\therefore k < 0, b < 0.$

故答案为： -1.

17. (3分) (2016•天津) 如图，在正方形 ABCD 中，点 E, N, P, G 分别在边 AB, BC, CD, DA 上，点 M, F, Q 都在对角线 BD 上，且四边形 MNPQ 和 AEFG 均为正方形，则

$\frac{S_{\text{正方形MNPQ}}}{S_{\text{正方形AEFG}}}$ 的值等于 $\frac{8}{9}$.



【考点】正方形的性质.

【分析】根据辅助线的性质得到 $\angle ABD = \angle CBD = 45^\circ$ ，四边形 MNPQ 和 AEFG 均为正方形，推出 $\triangle BEF$ 与 $\triangle BMN$ 是等腰直角三角形，于是得到 $FE = BE = AE = \frac{1}{2}AB$ ， $BM = MN = QM$ ，同理 $DQ = MQ$ ，即可得到结论.

【解答】解：在正方形 ABCD 中，

$\therefore \angle ABD = \angle CBD = 45^\circ$,

$\therefore$ 四边形 MNPQ 和 AEFG 均为正方形，

$\therefore \angle BEF = \angle AEF = 90^\circ$ ， $\angle BMN = \angle QMN = 90^\circ$ ，

$\therefore \triangle BEF$ 与 $\triangle BMN$ 是等腰直角三角形，

$\therefore FE = BE = AE = \frac{1}{2}AB$ ， $BM = MN = QM$ ，

同理 $DQ = MQ$ ，

$\therefore MN = \frac{1}{3}BD = \frac{\sqrt{2}}{3}AB$ ，

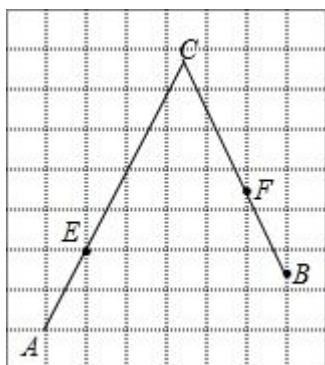
$\therefore \frac{S_{\text{正方形MNPQ}}}{S_{\text{正方形AEFG}}} = \frac{(\frac{\sqrt{2}}{3}AB)^2}{(\frac{1}{2}AB)^2} = \frac{8}{9}$ ，

故答案为： $\frac{8}{9}$.

18. (3 分) (2016•天津) 如图, 在每个小正方形的边长为 1 的网格中, A, E 为格点, B, F 为小正方形边的中点, C 为 AE, BF 的延长线的交点.

(I) AE 的长等于 $\sqrt{5}$;

(II) 若点 P 在线段 AC 上, 点 Q 在线段 BC 上, 且满足 $AP=PQ=QB$, 请在如图所示的网格中, 用无刻度的直尺, 画出线段 PQ, 并简要说明点 P, Q 的位置是如何找到的 (不要求证明) AC 与网格线相交, 得到 P, 取格点 M, 连接 AM, 并延长与 BC 交于 Q, 连接 PQ, 则线段 PQ 即为所求.



【考点】 作图—应用与设计作图; 勾股定理.

【分析】 (I) 根据勾股定理即可得到结论;

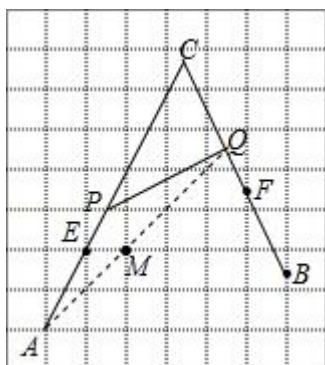
(II) 取格点 M, 连接 AM, 并延长与 BC 交于 Q, 连接 PQ, 则线段 PQ 即为所求.

【解答】 解: (I) $AE = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$;

故答案为: $\sqrt{5}$;

(II) 如图, AC 与网格线相交, 得到 P, 取格点 M, 连接 AM, 并延长与 BC 交于 Q, 连接 PQ, 则线段 PQ 即为所求.

故答案为: AC 与网格线相交, 得到 P, 取格点 M, 连接 AM, 并延长与 BC 交于 Q, 连接 PQ, 则线段 PQ 即为所求.



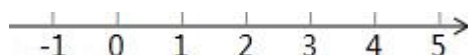
三、综合题：本大题共 7 小题，共 66 分

19. (8 分) (2016•天津) 解不等式 $\begin{cases} x+2 \leq 6, & \text{①} \\ 3x-2 \geq 2x, & \text{②} \end{cases}$ ，请结合题意填空，完成本题的解答.

(I) 解不等式①，得 $x \leq 4$ ；

(II) 解不等式②，得 $x \geq 2$ ；

(III) 把不等式①和②的解集在数轴上表示出来；



(IV) 原不等式组的解集为 $2 \leq x \leq 4$.

【考点】 解一元一次不等式组；在数轴上表示不等式的解集.

【分析】 分别求出各不等式的解集，再在数轴上表示出来即可.

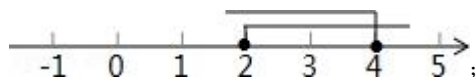
【解答】 解：(I) 解不等式①，得 $x \leq 4$.

故答案为： $x \leq 4$ ；

(II) 解不等式②，得 $x \geq 2$.

故答案为： $x \geq 2$.

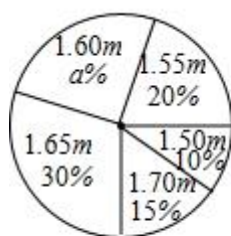
(III) 把不等式①和②的解集在数轴上表示为：



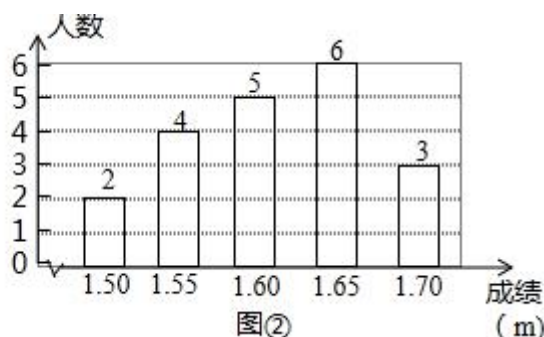
(IV) 原不等式组的解集为：.

故答案为： $2 \leq x \leq 4$.

20. (8 分) (2016•天津) 在一次中学生田径运动会上，根据参加男子跳高初赛的运动员的成绩（单位：m），绘制出如下的统计图①和图②，请根据相关信息，解答下列问题：



图①



图②

(I) 图 1 中 a 的值为 25；

(II) 求统计的这组初赛成绩数据的平均数、众数和中位数；

(III) 根据这组初赛成绩, 由高到低确定 9 人进入复赛, 请直接写出初赛成绩为 1.65m 的运动员能否进入复赛.

【考点】 众数; 扇形统计图; 条形统计图; 加权平均数; 中位数.

【分析】 (I) 用整体 1 减去其它所占的百分比, 即可求出 a 的值;

(II) 根据平均数、众数和中位数的定义分别进行解答即可;

(III) 根据中位数的意义可直接判断出能否进入复赛.

【解答】 解: (I) 根据题意得:

$$1 - 20\% - 10\% - 15\% - 30\% = 25\%;$$

则 a 的值是 25;

故答案为: 25;

(II) 观察条形统计图得:

$$\bar{x} = \frac{1.50 \times 2 + 1.55 \times 4 + 1.60 \times 5 + 1.65 \times 6 + 1.70 \times 3}{2 + 4 + 5 + 6 + 3} = 1.61;$$

∵ 在这组数据中, 1.65 出现了 6 次, 出现的次数最多,

∴ 这组数据的众数是 1.65;

将这组数据从小到大排列为, 其中处于中间的两个数都是 1.60,

则这组数据的中位数是 1.60.

(III) 能;

∵ 共有 20 个人, 中位数是第 10、11 个数的平均数,

∴ 根据中位数可以判断出能否进入前 9 名;

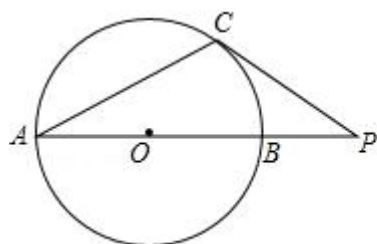
∵ $1.65\text{m} > 1.60\text{m}$,

∴ 能进入复赛.

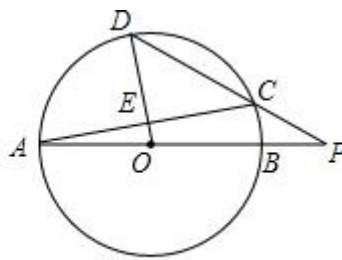
21. (10 分) (2016•天津) 在 $\odot O$ 中, AB 为直径, C 为 $\odot O$ 上一点.

(I) 如图 1. 过点 C 作 $\odot O$ 的切线, 与 AB 的延长线相交于点 P, 若 $\angle CAB = 27^\circ$, 求 $\angle P$ 的大小;

(II) 如图 2, D 为 $\widehat{AC}$ 上一点, 且 OD 经过 AC 的中点 E, 连接 DC 并延长, 与 AB 的延长线相交于点 P, 若 $\angle CAB = 10^\circ$, 求 $\angle P$ 的大小.



图①



图②

【考点】切线的性质.

【分析】(I) 连接 OC, 首先根据切线的性质得到 $\angle OCP=90^\circ$, 利用 $\angle CAB=27^\circ$ 得到 $\angle COB=2\angle CAB=54^\circ$, 然后利用直角三角形两锐角互余即可求得答案;

(II) 根据 E 为 AC 的中点得到 $OD \perp AC$, 从而求得 $\angle AOE=90^\circ - \angle EAO=80^\circ$, 然后利用圆周角定理求得 $\angle ACD=\frac{1}{2}\angle AOD=40^\circ$, 最后利用三角形的外角的性质求解即可.

【解答】解: (I) 如图, 连接 OC,

$\because \odot O$ 与 PC 相切于点 C,

$\therefore OC \perp PC$, 即 $\angle OCP=90^\circ$,

$\because \angle CAB=27^\circ$,

$\therefore \angle COB=2\angle CAB=54^\circ$,

在 $Rt\triangle AOE$ 中, $\angle P + \angle COP=90^\circ$,

$\therefore \angle P=90^\circ - \angle COP=36^\circ$;

(II) $\because E$ 为 AC 的中点,

$\therefore OD \perp AC$, 即 $\angle AEO=90^\circ$,

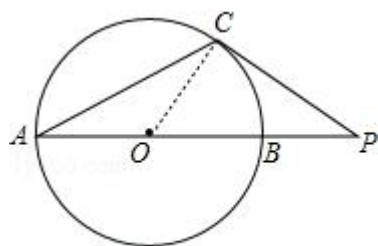
在 $Rt\triangle AOE$ 中, 由 $\angle EAO=10^\circ$,

得 $\angle AOE=90^\circ - \angle EAO=80^\circ$,

$\therefore \angle ACD=\frac{1}{2}\angle AOD=40^\circ$,

$\because \angle ACD$ 是 $\triangle ACP$ 的一个外角,

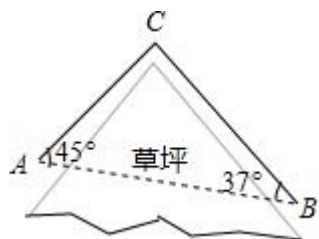
$\therefore \angle P=\angle ACD - \angle A=40^\circ - 10^\circ=30^\circ$.



图①

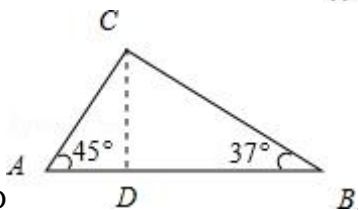
22. (10 分) (2016•天津) 小明上学途中要经过 A, B 两地, 由于 A, B 两地之间有一片草坪, 所以需要走路线 AC, CB, 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=63\text{m}$, $\angle A=45^\circ$, $\angle B=37^\circ$, 求 AC, CB 的长. (结果保留小数点后一位)

参考数据: $\sin 37^\circ \approx 0.60$, $\cos 37^\circ \approx 0.80$, $\tan 37^\circ \approx 0.75$, $\sqrt{2}$ 取 1.414.



【考点】 解直角三角形的应用.

【分析】 根据锐角三角函数, 可用 CD 表示 AD, BD, AC, BC, 根据线段的和差, 可得关于 CD 的方程, 根据解方程, 可得 CD 的长, 根据 $AC=\sqrt{2}CD$, $CB=\frac{CD}{0.60}$, 可得答案.



【解答】 解: 过点 C 作 $CD \perp AB$ 垂足为 D

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, $\tan A = \tan 45^\circ = \frac{CD}{AD} = 1$, $CD = AD$,

$\sin A = \sin 45^\circ = \frac{CD}{AC} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $AC = \sqrt{2}CD$.

在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中, $\tan B = \tan 37^\circ = \frac{CD}{BD} \approx 0.75$, $BD = \frac{CD}{0.75}$;

$\sin B = \sin 37^\circ = \frac{CD}{BC} \approx 0.60$, $CB = \frac{CD}{0.60}$.

$\therefore AD + BD = AB = 63$,

$\therefore CD + \frac{CD}{0.75} = 63$,

解得 $CD \approx 27$,

$AC = \sqrt{2}CD \approx 1.414 \times 27 = 38.178 \approx 38.2$,

$$CB = \frac{CD}{0.60} \approx \frac{27}{0.60} = 45.0,$$

答：AC 的长约为 38.2cm，CB 的长约等于 45.0m.

23. (10 分) (2016•天津) 公司有 330 台机器需要一次性运送到某地，计划租用甲、乙两种货车共 8 辆，已知每辆甲种货车一次最多运送机器 45 台、租车费用为 400 元，每辆乙种货车一次最多运送机器 30 台、租车费用为 280 元

(I) 设租用甲种货车 x 辆 (x 为非负整数)，试填写表格.

表一：

租用甲种货车的数量/辆	3	7	x
租用的甲种货车最多运送机器的数量/台	135	<u>315</u>	<u>$45x$</u>
租用的乙种货车最多运送机器的数量/台	150	<u>30</u>	<u>$-30x+240$</u>

表二：

租用甲种货车的数量/辆	3	7	x
租用甲种货车的费用/元	<u>1200</u>	2800	<u>$400x$</u>
租用乙种货车的费用/元	<u>1400</u>	280	<u>$-280x+2240$</u>

(II) 给出能完成此项运送任务的最节省费用的租车方案，并说明理由.

【考点】一次函数的应用.

【专题】应用题.

【分析】(I) 根据计划租用甲、乙两种货车共 8 辆，已知每辆甲种货车一次最多运送机器 45 台、租车费用为 400 元，每辆乙种货车一次最多运送机器 30 台、租车费用为 280 元，可以分别把表一和表二补充完整；

(II) 由 (I) 中的数据和公司有 330 台机器需要一次性运送到某地，可以解答本题.

【解答】解：(I) 由题意可得，

在表一中，当甲车 7 辆时，运送的机器数量为： $45 \times 7 = 315$ (台)，则乙车 $8 - 7 = 1$ 辆，运送的机器数量为： $30 \times 1 = 30$ (台)，

当甲车 x 辆时，运送的机器数量为： $45 \times x = 45x$ (台)，则乙车 $(8 - x)$ 辆，运送的机器数量为： $30 \times (8 - x) = -30x + 240$ (台)，

在表二中，当租用甲货车 3 辆时，租用甲种货车的费用为： $400 \times 3 = 1200$ (元)，则租用乙种货车 $8 - 3 = 5$ 辆，租用乙种货车的费用为： $280 \times 5 = 1400$ (元)，

当租用甲货车 x 辆时，租用甲种货车的费用为： $400 \times x = 400x$ (元)，则租用乙种货车 $(8 - x)$ 辆，租用乙种货车的费用为： $280 \times (8 - x) = -280x + 2240$ (元)，

故答案为：表一： 315, $45x$, 30, $-30x + 240$;

表二： 1200, $400x$, 1400, $-280x + 2240$;

(II) 能完成此项运送任务的最节省费用的租车方案是甲车 6 辆，乙车 2 辆，

理由：当租用甲种货车 x 辆时，设两种货车的总费用为 y 元，

则两种货车的总费用为： $y = 400x + (-280x + 2240) = 120x + 2240$,

又 $\because 45x + (-30x + 240) \geq 330$ ，解得 $x \geq 6$,

$\therefore 120 > 0$,

$\therefore$ 在函数 $y = 120x + 2240$ 中， y 随 x 的增大而增大，

$\therefore$ 当 $x = 6$ 时， y 取得最小值，

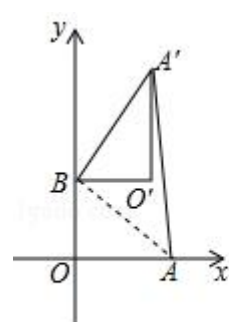
即能完成此项运送任务的最节省费用的租车方案是甲种货车 6 辆，乙种货车 2 辆。

24. (10 分) (2016•天津) 在平面直角坐标系中， O 为原点，点 $A(4, 0)$ ，点 $B(0, 3)$ ，把 $\triangle ABO$ 绕点 B 逆时针旋转，得 $\triangle A'BO'$ ，点 A, O 旋转后的对应点为 A', O' ，记旋转角为 α 。

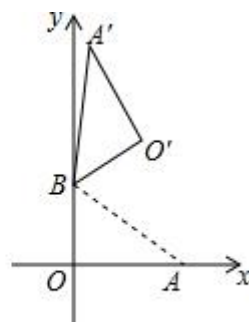
(I) 如图①，若 $\alpha = 90^\circ$ ，求 AA' 的长；

(II) 如图②，若 $\alpha = 120^\circ$ ，求点 O' 的坐标；

(III) 在 (II) 的条件下，边 OA 上的一点 P 旋转后的对应点为 P' ，当 $O'P + BP'$ 取得最小值时，求点 P' 的坐标 (直接写出结果即可)



图①



图②

【考点】几何变换综合题.

【专题】综合题.

【分析】 (1) 如图①, 先利用勾股定理计算出 $AB=5$, 再根据旋转的性质得 $BA=BA'$, $\angle ABA'=90^\circ$, 则可判定 $\triangle ABA'$ 为等腰直角三角形, 然后根据等腰直角三角形的性质求 AA' 的长;

(2) 作 $O'H \perp y$ 轴于 H , 如图②, 利用旋转的性质得 $BO=BO'=3$, $\angle OBO'=120^\circ$, 则 $\angle HBO'=60^\circ$, 再在 $Rt\triangle BHO'$ 中利用含 30° 度的直角三角形三边的关系可计算出 BH 和 $O'H$ 的长, 然后利用坐标的表示方法写出 O' 点的坐标;

(3) 由旋转的性质得 $BP=BP'$, 则 $O'P+BP'=O'P+BP$, 作 B 点关于 x 轴的对称点 C , 连结 $O'C$ 交 x 轴于 P 点, 如图②, 易得 $O'P+BP=O'C$, 利用两点之间线段最短可判断此时 $O'P+BP$ 的值最小, 接着利用待定系数法求出直线 $O'C$ 的解析式为 $y=\frac{5\sqrt{3}}{3}x-3$, 从而得到 $P(\frac{3\sqrt{3}}{5}, 0)$, 则 $O'P=OP=\frac{3\sqrt{3}}{5}$, 作 $P'D \perp O'H$ 于 D , 然后确定 $\angle DP'O'=30^\circ$ 后利用含 30° 度的直角三角形三边的关系可计算出 $P'D$ 和 DO' 的长, 从而可得到 P' 点的坐标.

【解答】 解: (1) 如图①,

$\because$ 点 $A(4, 0)$, 点 $B(0, 3)$,

$\therefore OA=4$, $OB=3$,

$\therefore AB=\sqrt{3^2+4^2}=5$,

$\because \triangle ABO$ 绕点 B 逆时针旋转 90° , 得 $\triangle A'BO'$,

$\therefore BA=BA'$, $\angle ABA'=90^\circ$,

$\therefore \triangle ABA'$ 为等腰直角三角形,

$\therefore AA'=\sqrt{2}BA=5\sqrt{2}$;

(2) 作 $O'H \perp y$ 轴于 H , 如图②,

$\because \triangle ABO$ 绕点 B 逆时针旋转 120° , 得 $\triangle A'BO'$,

$\therefore BO=BO'=3$, $\angle OBO'=120^\circ$,

$\therefore \angle HBO'=60^\circ$,

在 $Rt\triangle BHO'$ 中, $\because \angle BO'H=90^\circ - \angle HBO'=30^\circ$,

$\therefore BH=\frac{1}{2}BO'=\frac{3}{2}$, $O'H=\sqrt{3}BH=\frac{3\sqrt{3}}{2}$,

$\therefore OH=OB+BH=3+\frac{3}{2}=\frac{9}{2}$,

$\therefore O'$ 点的坐标为 $(\frac{3\sqrt{3}}{2}, \frac{9}{2})$;

(3) $\because \triangle ABO$ 绕点 B 逆时针旋转 120° , 得 $\triangle A'BO'$, 点 P 的对应点为 P' ,

$$\therefore BP=BP',$$

$$\therefore O'P+BP'=O'P+BP,$$

作 B 点关于 x 轴的对称点 C, 连结 $O'C$ 交 x 轴于 P 点, 如图②,

则 $O'P+BP=O'P+PC=O'C$, 此时 $O'P+BP$ 的值最小,

$\because$ 点 C 与点 B 关于 x 轴对称,

$$\therefore C(0, -3),$$

设直线 $O'C$ 的解析式为 $y=kx+b$,

$$\text{把 } O'(\frac{3\sqrt{3}}{2}, \frac{9}{2}), C(0, -3) \text{ 代入得 } \begin{cases} \frac{3\sqrt{3}}{2}k+b=\frac{9}{2} \\ b=-3 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k=\frac{5\sqrt{3}}{3} \\ b=-3 \end{cases},$$

$$\therefore \text{直线 } O'C \text{ 的解析式为 } y=\frac{5\sqrt{3}}{3}x-3,$$

$$\text{当 } y=0 \text{ 时, } \frac{5\sqrt{3}}{3}x-3=0, \text{ 解得 } x=\frac{3\sqrt{3}}{5}, \text{ 则 } P(\frac{3\sqrt{3}}{5}, 0),$$

$$\therefore OP=\frac{3\sqrt{3}}{5},$$

$$\therefore O'P'=OP=\frac{3\sqrt{3}}{5},$$

作 $P'D \perp O'H$ 于 D,

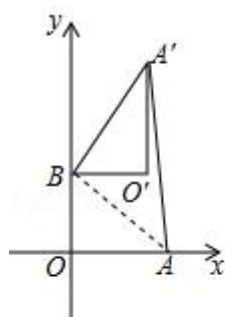
$$\because \angle BO'A' = \angle BOA = 90^\circ, \angle BO'H = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle DP'O' = 30^\circ,$$

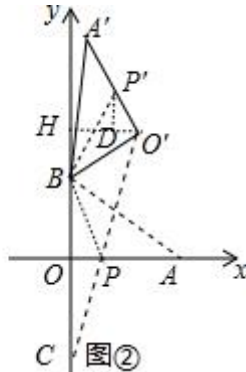
$$\therefore O'D = \frac{1}{2}O'P' = \frac{3\sqrt{3}}{10}, P'D = \sqrt{3}O'D = \frac{9}{10},$$

$$\therefore DH = O'H - O'D = \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{10} = \frac{6\sqrt{3}}{5},$$

$$\therefore P' \text{ 点的坐标为 } (\frac{6\sqrt{3}}{5}, \frac{27}{5}).$$



图①



图②

25. (10 分) (2016•天津) 已知抛物线 $C: y=x^2-2x+1$ 的顶点为 P , 与 y 轴的交点为 Q , 点 $F(1, \frac{1}{2})$.

(I) 求点 P, Q 的坐标;

(II) 将抛物线 C 向上平移得到抛物线 C' , 点 Q 平移后的对应点为 Q' , 且 $FQ'=OQ'$.

①求抛物线 C' 的解析式;

②若点 P 关于直线 $Q'F$ 的对称点为 K , 射线 FK 与抛物线 C' 相交于点 A , 求点 A 的坐标.

【考点】 二次函数综合题.

【分析】 (1) 令 $x=0$, 求出抛物线与 y 轴的交点, 抛物线解析式化为顶点式, 求出点 P 坐标;

(2) ①设出 $Q'(0, m)$, 表示出 $Q'H$, 根据 $FQ'=OQ'$, 用勾股定理建立方程求出 m , 即可.

②根据 $AF=AN$, 用勾股定理, $(x-1)^2 + (y-\frac{1}{2})^2 = (x^2-2x+\frac{5}{4}) + y^2 - y = y^2$, 求出 $AF=y$,

再求出直线 $Q'F$ 的解析式, 即可.

【解答】 解: (I) $\because y=x^2-2x+1 = (x-1)^2$

$\therefore$ 顶点 $P(1, 0)$,

$\therefore$ 当 $x=0$ 时, $y=1$,

$\therefore Q(0, 1)$,

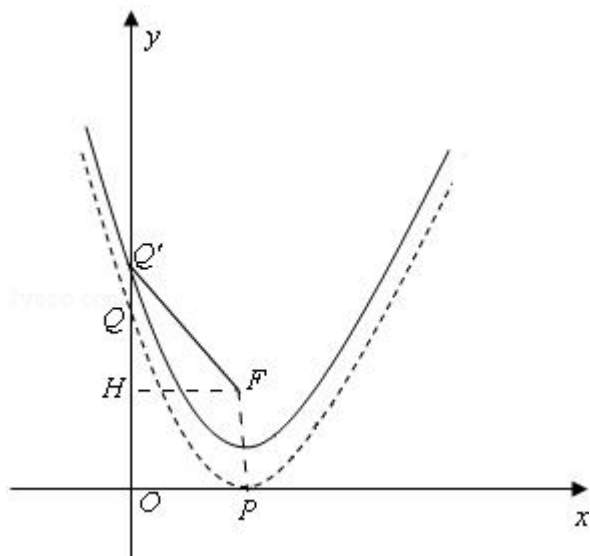
(II) ①设抛物线 C' 的解析式为 $y=x^2-2x+m$,

$\therefore Q'(0, m)$ 其中 $m>1$,

$\therefore OQ'=m$,

$\therefore F(1, \frac{1}{2})$,

过 F 作 $FH \perp OQ'$, 如图:



$$\therefore FH=1, Q'H=m-\frac{1}{2},$$

$$\text{在 Rt}\triangle FQ'H \text{ 中, } FQ'^2 = \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + 1 = m^2 - m + \frac{5}{4},$$

$$\therefore FQ' = OQ',$$

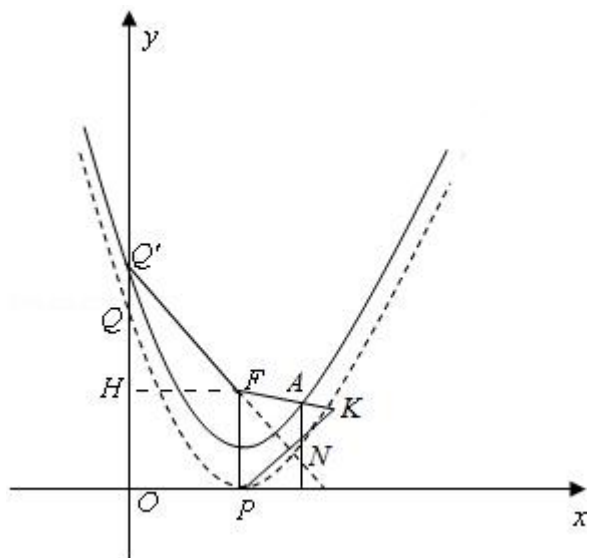
$$\therefore m^2 - m + \frac{5}{4} = m^2,$$

$$\therefore m = \frac{5}{4},$$

$$\therefore \text{抛物线 } C' \text{ 的解析式为 } y = x^2 - 2x + \frac{5}{4},$$

$$\textcircled{2} \text{ 设点 } A(x_0, y_0), \text{ 则 } y_0 = x_0^2 - 2x_0 + \frac{5}{4},$$

过点 A 作 x 轴的垂线, 与直线 Q'F 相交于点 N, 则可设 N(x_0, n),



$$\therefore AN = y_0 - n, \text{ 其中 } y_0 > n,$$

连接 FP,

$$\therefore F(1, \frac{1}{2}), P(1, 0),$$

$$\therefore FP \perp x \text{ 轴},$$

$$\therefore FP \parallel AN,$$

$$\therefore \angle ANF = \angle PFN,$$

连接 PK, 则直线 Q'F 是线段 PK 的垂直平分线,

$$\therefore FP = FK, \text{ 有 } \angle PFN = \angle AFN,$$

$$\therefore \angle ANF = \angle AFN, \text{ 则 } AF = AN,$$

$$\text{根据勾股定理, 得, } AF^2 = (x_0 - 1)^2 + (y_0 - \frac{1}{2})^2,$$

$$\therefore (x_0 - 1)^2 + (y_0 - \frac{1}{2})^2 = (x_0^2 - 2x_0 + \frac{5}{4}) + y_0^2 - y_0 = y_0^2,$$

$$\therefore AF = y_0,$$

$$\therefore y_0 = y_0 - n,$$

$$\therefore n = 0,$$

$$\therefore N(x_0, 0),$$

设直线 Q'F 的解析式为 $y = kx + b$,

$$\text{则} \begin{cases} b = \frac{5}{4} \\ k + b = \frac{1}{2} \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = -\frac{3}{4} \\ b = \frac{5}{4} \end{cases},$$

$$\therefore y = -\frac{3}{4}x + \frac{5}{4},$$

$$\text{由点 N 在直线 Q'F 上, 得, } 0 = -\frac{3}{4}x_0 + \frac{5}{4},$$

$$\therefore x_0 = \frac{5}{3},$$

$$\text{将 } x_0 = \frac{5}{3} \text{ 代入 } y_0 = x_0^2 - 2x_0 + \frac{5}{4},$$

$$\therefore y_0 = \frac{25}{36},$$

$$\therefore A(\frac{5}{3}, \frac{25}{36})$$

参与本试卷答题和审题的老师有：三界无我；sd2011；HJJ；星期八；曹先生；fangcao；caicl；
王学峰；CJX；lantin；sjzx；2300680618；zgm666；gsls；星月相随（排名不分先后）

菁优网

2016 年 11 月 20 日