

2015 年天津市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. (3 分) 计算 $(-18) \div 6$ 的结果等于 ()

- A. -3 B. 3 C. $-\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

2. (3 分) $\cos 45^\circ$ 的值等于 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\sqrt{3}$

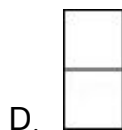
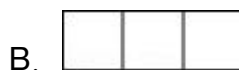
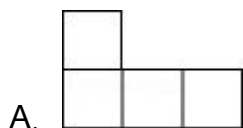
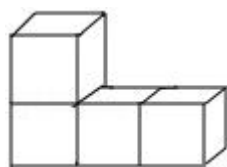
3. (3 分) 在一些美术字中，有的汉字是轴对称图形．下面 4 个汉字中，可以看作是轴对称图形的是 ()

- A. 吉 B. 祥 C. 如 D. 意

4. (3 分) 据 2015 年 5 月 4 日《天津日报》报道，“五一”三天假期，全市共接待海内外游客约 2270000 人次．将 2270000 用科学记数法表示应为 ()

- A. 0.227×10^7 B. 2.27×10^6 C. 22.7×10^5 D. 227×10^4

5. (3 分) 如图是一个由 4 个相同的正方体组成的立体图形，它的主视图是 ()



6. (3 分) 估计 $\sqrt{11}$ 的值在 ()

- A. 在 1 和 2 之间 B. 在 2 和 3 之间 C. 在 3 和 4 之间 D. 在 4 和 5 之间

7. (3分) 在平面直角坐标系中, 把点 $P(-3, 2)$ 绕原点 O 顺时针旋转 180° , 所得到的对应点 P' 的坐标为 ()

- A. $(3, 2)$ B. $(2, -3)$ C. $(-3, -2)$ D. $(3, -2)$

8. (3分) 分式方程 $\frac{2}{x-3} = \frac{3}{x}$ 的解为 ()

- A. $x=0$ B. $x=3$ C. $x=5$ D. $x=9$

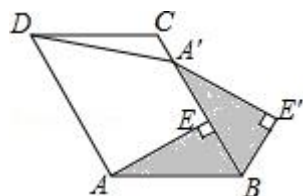
9. (3分) 已知反比例函数 $y = \frac{6}{x}$, 当 $1 < x < 3$ 时, y 的取值范围是 ()

- A. $0 < y < 1$ B. $1 < y < 2$ C. $2 < y < 6$ D. $y > 6$

10. (3分) 已知一个表面积为 12dm^2 的正方体, 则这个正方体的棱长为 ()

- A. 1dm B. $\sqrt{2}\text{dm}$ C. $\sqrt{6}\text{dm}$ D. 3dm

11. (3分) 如图, 已知 $\square ABCD$ 中, $AE \perp BC$ 于点 E , 以点 B 为中心, 取旋转角等于 $\angle ABC$, 把 $\triangle BAE$ 顺时针旋转, 得到 $\triangle BA'E'$, 连接 DA' . 若 $\angle ADC = 60^\circ$, $\angle ADA' = 50^\circ$, 则 $\angle DA'E'$ 的大小为 ()



- A. 130° B. 150° C. 160° D. 170°

12. (3分) 已知抛物线 $y = -\frac{1}{6}x^2 + \frac{3}{2}x + 6$ 与 x 轴交于点 A , 点 B , 与 y 轴交于点

C. 若 D 为 AB 的中点, 则 CD 的长为 ()

- A. $\frac{15}{4}$ B. $\frac{9}{2}$ C. $\frac{13}{2}$ D. $\frac{15}{2}$

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

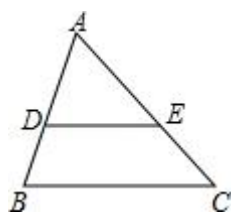
13. (3分) 计算: $x^2 \cdot x^5$ 的结果等于_____.

14. (3分) 若一次函数 $y = 2x + b$ (b 为常数) 的图象经过点 $(1, 5)$, 则 b 的值

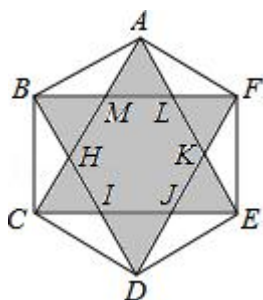
为_____.

15. (3分) 不透明袋子中装有 9 个球, 其中有 2 个红球、3 个绿球和 4 个蓝球, 这些球除颜色外无其他差别. 从袋子中随机取出 1 个球, 则它是红球的概率是_____.

16. (3分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $DE \parallel BC$, 分别交 AB , AC 于点 D 、 E . 若 $AD=3$, $DB=2$, $BC=6$, 则 DE 的长为_____.



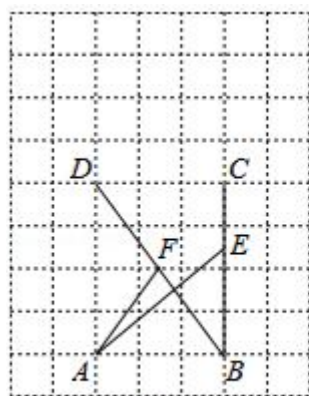
17. (3分) 如图, 在正六边形 $ABCDEF$ 中, 连接对角线 AC , CE , DF , EA , FB , 可以得到一个六角星. 记这些对角线的交点分别为 H , I , J , K , L , M , 则图中等边三角形共有_____个.



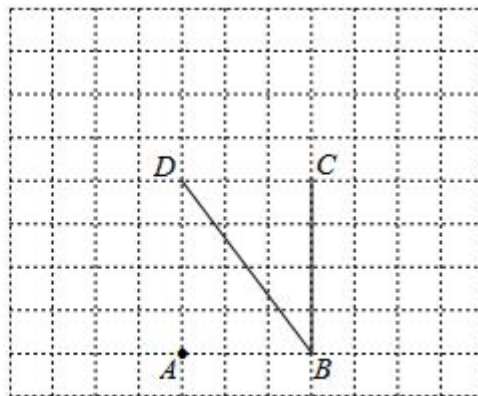
18. (3分) 在每个小正方形的边长为 1 的网格中. 点 A , B , C , D 均在格点上, 点 E 、 F 分别为线段 BC 、 DB 上的动点, 且 $BE=DF$.

(I) 如图①, 当 $BE=\frac{5}{2}$ 时, 计算 $AE+AF$ 的值等于_____

(II) 当 $AE+AF$ 取得最小值时, 请在如图②所示的网格中, 用无刻度的直尺, 画出线段 AE , AF , 并简要说明点 E 和点 F 的位置如何找到的 (不要求证明) _____.



图①



图②

三、解答题（本大题共 7 小题，共 66 分．解答应写出文字说明、演算步骤或推理过程）

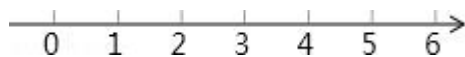
19. (8 分) 解不等式组
$$\begin{cases} x+3 \geq 6, & ① \\ 2x-1 \leq 9, & ② \end{cases}$$

请结合题意填空，完成本题的解答．

(I) 不等式①，得_____；

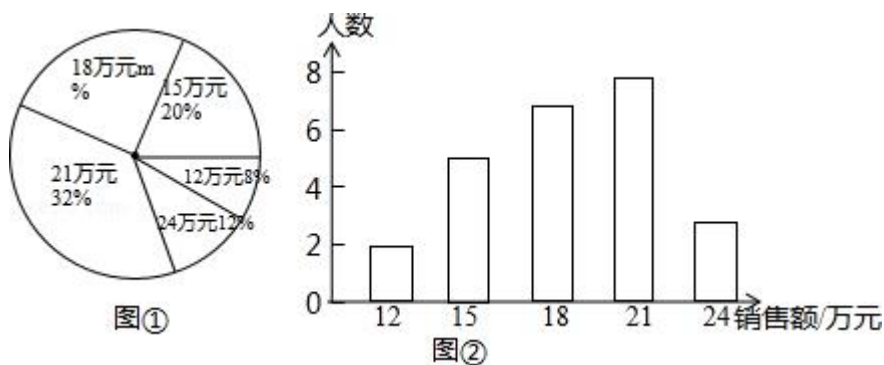
(II) 不等式②，得_____；

(III) 把不等式①和②的解集在数轴上表示出来



(IV) 原不等式组的解集为_____．

20. (8 分) 某商场服装部为了解服装的销售情况，统计了每位营业员在某月的销售额（单位：万元），并根据统计的这组数据，绘制出如下的统计图①和图②．请根据相关信息，解答下列问题．



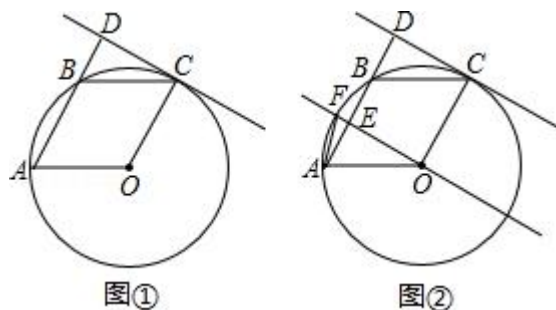
(I) 该商场服装部营业员的人数为_____，图①中 m 的值为_____

(II) 求统计的这组销售额数据的平均数、众数和中位数.

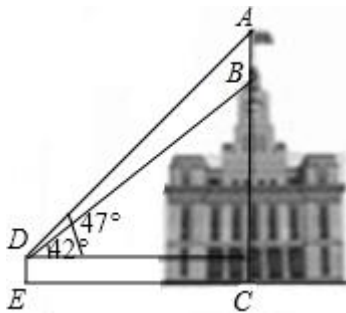
21. (10 分) 已知 A 、 B 、 C 是 $\odot O$ 上的三个点. 四边形 $OABC$ 是平行四边形, 过点 C 作 $\odot O$ 的切线, 交 AB 的延长线于点 D .

(I) 如图①, 求 $\angle ADC$ 的大小.

(II) 如图②, 经过点 O 作 CD 的平行线, 与 AB 交于点 E , 与 $\widehat{AB}$ 交于点 F , 连接 AF , 求 $\angle FAB$ 的大小.



22. (10 分) 如图, 某建筑物 BC 顶部有一旗杆 AB, 且点 A, B, C 在同一条直线上, 小红在 D 处观测旗杆顶部 A 的仰角为 47° , 观测旗杆底部 B 的仰角为 42° . 已知点 D 到地面的距离 DE 为 1.56m, EC=21m, 求旗杆 AB 的高度和建筑物 BC 的高度 (结果保留小数后一位). 参考数据: $\tan 47^\circ \approx 1.07$, $\tan 42^\circ \approx 0.90$.



23. (10 分) 1 号探测气球从海拔 5m 处出发, 以 1m/min 的速度上升. 与此同时, 2 号探测气球从海拔 15m 处出发, 以 0.5m/min 的速度上升, 两个气球都匀速上升了 50min.

设气球球上升时间为 x min ($0 \leq x \leq 50$)

(I) 根据题意, 填写下表:

上升时间/min	10	30	...	x
1 号探测气球所在位置的海拔/m	15	—	...	—
2 号探测气球所在位置的海拔/m	—	30	...	—

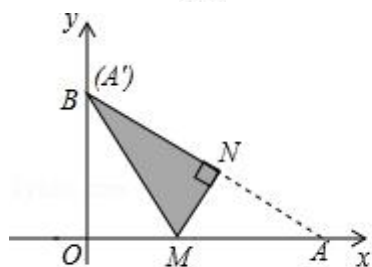
- (II) 在某时刻两个气球能否位于同一高度? 如果能, 这时气球上升了多长时间?
位于什么高度? 如果不能, 请说明理由;
- (III) 当 $30 \leq x \leq 50$ 时, 两个气球所在位置的海拔最多相差多少米?

24. (10 分) 将一个直角三角形纸片 ABO , 放置在平面直角坐标系中, 点 $A(\sqrt{3}, 0)$, 点 $B(0, 1)$, 点 $O(0, 0)$. 过边 OA 上的动点 M (点 M 不与点 O , A 重合) 作 $MN \perp AB$ 于点 N , 沿着 MN 折叠该纸片, 得顶点 A 的对应点 A' , 设 $OM=m$, 折叠后的 $\triangle A'MN$ 与四边形 $OMNB$ 重叠部分的面积为 S .

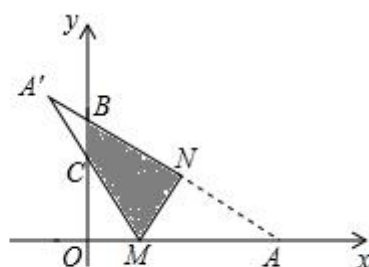
- (I) 如图①, 当点 A' 与顶点 B 重合时, 求点 M 的坐标;
- (II) 如图②, 当点 A' 落在第二象限时, $A'M$ 与 OB 相交于点 C , 试用含 m 的

式子表示 S ;

(III) 当 $S = \frac{\sqrt{3}}{24}$ 时, 求点 M 的坐标 (直接写出结果即可).



图①



图②

25. (10 分) 已知二次函数 $y = x^2 + bx + c$ (b, c 为常数).

(I) 当 $b = 2, c = -3$ 时, 求二次函数的最小值;

(II) 当 $c = 5$ 时, 若在函数值 $y = 1$ 的情况下, 只有一个自变量 x 的值与其对应, 求此时二次函数的解析式;

(III) 当 $c=b^2$ 时, 若在自变量 x 的值满足 $b \leq x \leq b+3$ 的情况下, 与其对应的函数值 y 的最小值为 21, 求此时二次函数的解析式.

2015 年天津市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. (3 分) 计算 $(-18) \div 6$ 的结果等于 ()

- A. -3 B. 3 C. $-\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

【考点】1D: 有理数的除法.

【分析】根据有理数的除法，即可解答.

【解答】解: $(-18) \div 6 = -3$.

故选: A.

【点评】本题考查了有理数的除法，解决本题的关键是熟记有理数除法的法则.

2. (3 分) $\cos 45^\circ$ 的值等于 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\sqrt{3}$

【考点】T5: 特殊角的三角函数值.

【分析】将特殊角的三角函数值代入求解.

【解答】解: $\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

故选: B.

【点评】本题考查了特殊角的三角函数值，解答本题的关键是掌握几个特殊角的三角函数值.

3. (3 分) 在一些美术字中，有的汉字是轴对称图形．下面 4 个汉字中，可以看作是轴对称图形的是 ()

- A. 吉 B. 祥 C. 如 D. 意

【考点】 P3: 轴对称图形.

【分析】 根据轴对称图形的概念求解.

【解答】 解: A、是轴对称图形, 故本选项正确;

B、不是轴对称图形, 故本选项错误;

C、不是轴对称图形, 故本选项错误;

D、不是轴对称图形, 故本选项错误.

故选: A.

【点评】 本题考查了轴对称图形的概念, 轴对称图形的关键是寻找对称轴, 图形两部分沿对称轴折叠后可重合.

4. (3 分) 据 2015 年 5 月 4 日《天津日报》报道, “五一”三天假期, 全市共接待海内外游客约 2270000 人次. 将 2270000 用科学记数法表示应为 ()

A. 0.227×10^7 B. 2.27×10^6 C. 22.7×10^5 D. 227×10^4

【考点】 11: 科学记数法—表示较大的数.

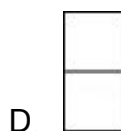
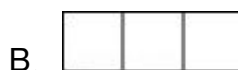
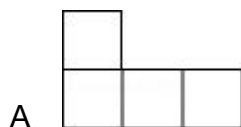
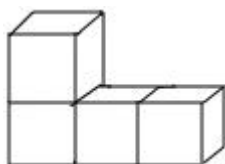
【分析】 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

【解答】 解: 将 2270000 用科学记数法表示为 2.27×10^6 .

故选: B.

【点评】 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

5. (3 分) 如图是一个由 4 个相同的正方体组成的立体图形, 它的主视图是 ()



【考点】 U2: 简单组合体的三视图.

【分析】 找到从正面看所得到的图形即可, 注意所有的看到的棱都应表现在主视图中.

【解答】 解: 从正面看易得第一层有 3 个正方形, 第二层最左边有一个正方形.

故选: A.

【点评】 本题考查了三视图的知识, 主视图是从物体的正面看得到的视图.

6. (3 分) 估计 $\sqrt{11}$ 的值在 ()

A. 在 1 和 2 之间 B. 在 2 和 3 之间 C. 在 3 和 4 之间 D. 在 4 和 5 之间

【考点】 2B: 估算无理数的大小.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 由于 $9 < 11 < 16$, 于是 $\sqrt{9} < \sqrt{11} < \sqrt{16}$, 从而有 $3 < \sqrt{11} < 4$.

【解答】 解: $\because 9 < 11 < 16$,

$$\therefore \sqrt{9} < \sqrt{11} < \sqrt{16},$$

$$\therefore 3 < \sqrt{11} < 4.$$

故选: C.

【点评】 本题考查了无理数的估算, 解题关键是确定无理数的整数部分即可解决问题.

7. (3 分) 在平面直角坐标系中, 把点 P (-3, 2) 绕原点 O 顺时针旋转 180° ,

所得到的对应点 P' 的坐标为 ()

- A. (3, 2) B. (2, -3) C. (-3, -2) D. (3, -2)

【考点】R7: 坐标与图形变化 - 旋转.

【分析】将点 P 绕原点 O 顺时针旋转 180° , 实际上是求点 P 关于原点的对称点的坐标.

【解答】解: 根据题意得, 点 P 关于原点的对称点是点 P' ,

$\therefore P$ 点坐标为 $(-3, 2)$,

$\therefore$ 点 P' 的坐标 $(3, -2)$.

故选: D.

【点评】本题考查了坐标与图形的变换 - 旋转, 熟练掌握关于原点的对称点的坐标特征是解决问题的关键.

8. (3 分) 分式方程 $\frac{2}{x-3} = \frac{3}{x}$ 的解为 ()

- A. $x=0$ B. $x=3$ C. $x=5$ D. $x=9$

【考点】B3: 解分式方程.

【专题】11: 计算题.

【分析】分式方程去分母转化为整式方程, 求出整式方程的解得到 x 的值, 经检验即可得到分式方程的解.

【解答】解: 去分母得: $2x=3x-9$,

解得: $x=9$,

经检验 $x=9$ 是分式方程的解,

故选: D.

【点评】此题考查了解分式方程, 解分式方程的基本思想是“转化思想”, 把分式方程转化为整式方程求解. 解分式方程一定要注意要验根.

9. (3分) 已知反比例函数 $y = \frac{6}{x}$, 当 $1 < x < 3$ 时, y 的取值范围是 ()

- A. $0 < y < 1$ B. $1 < y < 2$ C. $2 < y < 6$ D. $y > 6$

【考点】G4: 反比例函数的性质.

【分析】利用反比例函数的性质, 由 x 的取值范围并结合反比例函数的图象解答即可.

【解答】解: $\because k=6 > 0$,

$\therefore$ 在每个象限内 y 随 x 的增大而减小,

又 $\because$ 当 $x=1$ 时, $y=6$,

当 $x=3$ 时, $y=2$,

$\therefore$ 当 $1 < x < 3$ 时, $2 < y < 6$.

故选: C.

【点评】本题主要考查反比例函数的性质, 当 $k > 0$ 时, 在每一个象限内, y 随 x 的增大而减小; 当 $k < 0$ 时, 在每一个象限, y 随 x 的增大而增大.

10. (3分) 已知一个表面积为 12dm^2 的正方体, 则这个正方体的棱长为 ()

- A. 1dm B. $\sqrt{2}\text{dm}$ C. $\sqrt{6}\text{dm}$ D. 3dm

【考点】22: 算术平方根.

【分析】根据正方体的表面积公式: $s=6a^2$, 解答即可.

【解答】解: 因为正方体的表面积公式: $s=6a^2$,

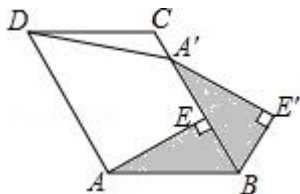
可得: $6a^2=12$,

解得: $a=\sqrt{2}$.

故选: B.

【点评】此题主要考查正方体的表面积公式的灵活运用, 关键是根据公式进行计算.

11. (3分) 如图, 已知 $\square ABCD$ 中, $AE \perp BC$ 于点E, 以点B为中心, 取旋转角等于 $\angle ABC$, 把 $\triangle BAE$ 顺时针旋转, 得到 $\triangle BA'E'$, 连接 DA' . 若 $\angle ADC=60^\circ$, $\angle ADA'=50^\circ$, 则 $\angle DA'E'$ 的大小为 ()



- A. 130° B. 150° C. 160° D. 170°

【考点】 L5: 平行四边形的性质; R2: 旋转的性质.

【分析】 根据平行四边形对角相等、邻角互补, 得 $\angle ABC=60^\circ$, $\angle DCB=120^\circ$, 再由 $\angle A'DC=10^\circ$, 可运用三角形外角求出 $\angle DA'B=130^\circ$, 再根据旋转的性质得到 $\angle BA'E'=\angle BAE=30^\circ$, 从而得到答案.

【解答】 解: $\because$ 四边形ABCD是平行四边形, $\angle ADC=60^\circ$,

$$\therefore \angle ABC=60^\circ, \angle DCB=120^\circ,$$

$$\because \angle ADA'=50^\circ,$$

$$\therefore \angle A'DC=10^\circ,$$

$$\therefore \angle DA'B=130^\circ,$$

$$\because AE \perp BC \text{ 于点 } E,$$

$$\therefore \angle BAE=30^\circ,$$

$$\because \triangle BAE \text{ 顺时针旋转, 得到 } \triangle BA'E',$$

$$\therefore \angle BA'E'=\angle BAE=30^\circ,$$

$$\therefore \angle DA'E'=\angle DA'B+\angle BA'E'=160^\circ.$$

故选: C.

【点评】 本题主要考查了平行四边形的性质, 三角形内角和定理及推论, 旋转的

性质，此题难度不大，关键是能综合运用以上知识点求出 $\angle DA'B$ 和 $\angle BA'E'$ 。

12. (3分) 已知抛物线 $y = -\frac{1}{6}x^2 + \frac{3}{2}x + 6$ 与 x 轴交于点 A ，点 B ，与 y 轴交于点

C 。若 D 为 AB 的中点，则 CD 的长为 ()

- A. $\frac{15}{4}$ B. $\frac{9}{2}$ C. $\frac{13}{2}$ D. $\frac{15}{2}$

【考点】HA：抛物线与 x 轴的交点。

【专题】16：压轴题。

【分析】令 $y=0$ ，则 $-\frac{1}{6}x^2 + \frac{3}{2}x + 6 = 0$ ，由此得到 A 、 B 两点坐标，由 D 为 AB 的中点，知 OD 的长， $x=0$ 时， $y=6$ ，所以 $OC=6$ ，根据勾股定理求出 CD 即可。

【解答】解：令 $y=0$ ，则 $-\frac{1}{6}x^2 + \frac{3}{2}x + 6 = 0$ ，

解得： $x_1=12$ ， $x_2=-3$

$\therefore A$ 、 B 两点坐标分别为 $(12, 0)$ $(-3, 0)$

$\therefore D$ 为 AB 的中点，

$\therefore D(4.5, 0)$ ，

$\therefore OD=4.5$ ，

当 $x=0$ 时， $y=6$ ，

$\therefore OC=6$ ，

$\therefore CD = \sqrt{4.5^2 + 6^2} = \frac{15}{2}$ 。

故选：D。

【点评】本题主要考查了二次函数与一元二次方程的关系和抛物线的对称性，求出 AB 中点 D 的坐标是解决问题的关键。

二、填空题 (本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分)

13. (3分) 计算： $x^2 \cdot x^5$ 的结果等于 x^7 。

【考点】46: 同底数幂的乘法.

【分析】根据同底数幂的乘法, 可得答案.

【解答】解: $x^2 \cdot x^5 = x^{2+5} = x^7$,

故答案为: x^7 .

【点评】本题考查了同底数幂的乘法, 同底数幂的乘法底数不变指数相加.

14. (3 分) 若一次函数 $y=2x+b$ (b 为常数) 的图象经过点 $(1, 5)$, 则 b 的值为 3.

【考点】F8: 一次函数图象上点的坐标特征.

【分析】把点 $(1, 5)$ 代入函数解析式, 利用方程来求 b 的值.

【解答】解: 把点 $(1, 5)$ 代入 $y=2x+b$, 得

$$5=2 \times 1+b,$$

解得 $b=3$.

故答案是: 3.

【点评】本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征, 经过函数的某点一定在函数的图象上.

15. (3 分) 不透明袋子中装有 9 个球, 其中有 2 个红球、3 个绿球和 4 个蓝球, 这些球除颜色外无其他差别. 从袋子中随机取出 1 个球, 则它是红球的概率是 $\frac{2}{9}$.

【考点】X4: 概率公式.

【分析】根据概率的求法, 找准两点: ①全部情况的总数; ②符合条件的情况数目; 二者的比值就是其发生的概率.

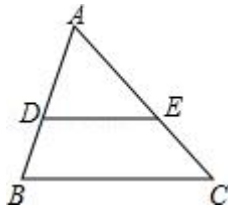
【解答】解: $\because$ 共 $4+3+2=9$ 个球, 有 2 个红球,

$\therefore$ 从袋子中随机摸出一个球, 它是红球的概率为 $\frac{2}{9}$,

故答案为: $\frac{2}{9}$.

【点评】 本题考查概率的求法: 如果一个事件有 n 种可能, 而且这些事件的可能性相同, 其中事件 A 出现 m 种结果, 那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

16. (3 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $DE \parallel BC$, 分别交 AB , AC 于点 D 、 E . 若 $AD=3$, $DB=2$, $BC=6$, 则 DE 的长为 3.6.



【考点】 S9: 相似三角形的判定与性质.

【分析】 根据平行线得出 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$, 根据相似得出比例式, 代入求出即可.

【解答】 解: $\because AD=3$, $DB=2$,

$$\therefore AB=AD+DB=5,$$

$$\because DE \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC},$$

$$\because AD=3, AB=5, BC=6,$$

$$\therefore \frac{3}{5} = \frac{DE}{6},$$

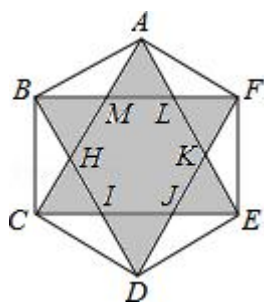
$$\therefore DE=3.6.$$

故答案为: 3.6.

【点评】 本题考查了相似三角形的性质和判定, 关键是求出相似后得出比例式, 题目比较典型, 难度适中.

17. (3 分) 如图, 在正六边形 $ABCDEF$ 中, 连接对角线 AC , CE , DF , EA , FB , 可以得到一个六角星. 记这些对角线的交点分别为 H , I , J , K , L , M ,

则图中等边三角形共有 8 个.



【考点】 KL: 等边三角形的判定; MM: 正多边形和圆.

【分析】 在正六边形 $ABCDEF$ 的六个顶点是圆的六等分点, 即可求得图中每个角的度数, 即可判断等边三角形的个数.

【解答】 解: 等边三角形有 $\triangle AML$ 、 $\triangle BHM$ 、 $\triangle CHI$ 、 $\triangle DIJ$ 、 $\triangle EKJ$ 、 $\triangle FLK$ 、 $\triangle ACE$ 、 $\triangle BDF$ 共有 8 个.

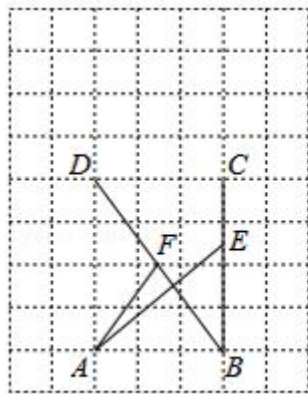
故答案是: 8.

【点评】 本题考查了正六边形的性质, 正确理解正六边形 $ABCDEF$ 的六个顶点是圆的六等分点是关键.

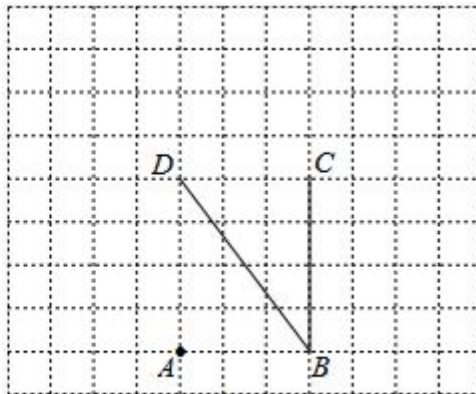
18. (3 分) 在每个小正方形的边长为 1 的网格中. 点 A , B , C , D 均在格点上, 点 E 、 F 分别为线段 BC 、 DB 上的动点, 且 $BE=DF$.

(I) 如图①, 当 $BE=\frac{5}{2}$ 时, 计算 $AE+AF$ 的值等于 $\frac{5+\sqrt{61}}{2}$

(II) 当 $AE+AF$ 取得最小值时, 请在如图②所示的网格中, 用无刻度的直尺, 画出线段 AE , AF , 并简要说明点 E 和点 F 的位置如何找到的 (不要求证明).
取格点 H , K , 连接 BH , CK , 相交于点 P , 连接 AP , 与 BC 相交, 得点 E .
取格点 M , N 连接 DM , CN , 相交于点 G , 连接 AG , 与 BD 相交, 得点 F .
线段 AE , AF 即为所求.



图①



图②

【考点】KQ：勾股定理；PA：轴对称 – 最短路线问题.

【专题】13：作图题；16：压轴题.

【分析】(1) 根据勾股定理得出 $DB=5$ ，进而得出 $AF=2.5$ ，由勾股定理得出

$$AE = \sqrt{3^2 + 2.5^2} = \frac{\sqrt{61}}{2}, \text{ 再解答即可;}$$

(2) 首先确定 E 点，要使 $AE+AF$ 最小，根据三角形两边之和大于第三边可知，

需要将 AF 移到 AE 的延长线上，因此可以构造全等三角形，首先选择格点 H

使 $\angle HBC = \angle ADB$ ，其次需要构造长度 BP 使 $BP = AD = 4$ ，根据勾股定理可知

$$BH = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5, \text{ 结合相似三角形选出格点 K, 根据 } \frac{HK}{BC} = \frac{HP}{BP} = \frac{1}{4}, \text{ 得}$$

$$BP = \frac{4}{5}BH = \frac{4}{5} \times 5 = 4 = DA, \text{ 易证 } \triangle ADF \cong \triangle PBE, \text{ 因此可得到 } PE = AF, \text{ 线段}$$

AP 即为所求的 $AE+AF$ 的最小值；同理可确定 F 点，因为 $AB \perp BC$ ，因此首

先确定格点 M 使 $DM \perp DB$ ，其次确定格点 G 使 $DG = AB = 3$ ，此时需要先确定

$$\text{格点 N, 同样根据相似三角形性质得到 } \frac{NM}{DC} = \frac{MG}{DG} = \frac{2}{3}, \text{ 得 } DG = \frac{3}{5}DM = \frac{3}{5} \times 5 = 3,$$

易证 $\triangle DFG \cong \triangle BEA$ ，因此可得到 $AE = GF$ ，故线段 AG 即为所求的 $AE+AF$

的最小值.

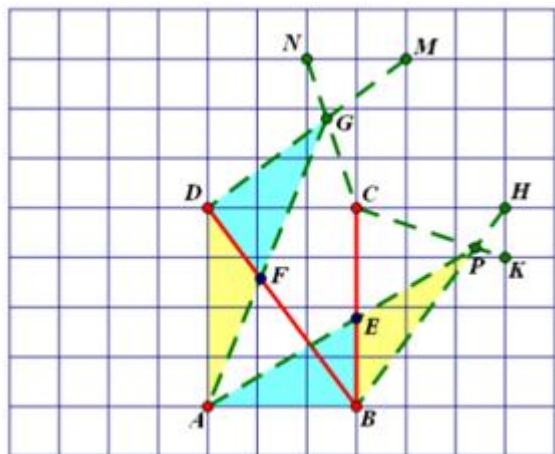
【解答】解：(1) 根据勾股定理可得： $DB = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$,

$$\text{因为 } BE = DF = \frac{5}{2},$$

$$\text{所以可得 } AF = \frac{1}{2}BD = 2.5,$$

根据勾股定理可得: $AE = \sqrt{3^2 + 2.5^2} = \frac{\sqrt{61}}{2}$, 所以 $AE + AF = 2.5 + \frac{\sqrt{61}}{2} = \frac{5 + \sqrt{61}}{2}$,
故答案为: $\frac{5 + \sqrt{61}}{2}$;

(2) 如图,



首先确定 E 点, 要使 $AE + AF$ 最小, 根据三角形两边之和大于第三边可知, 需要

将 AF 移到 AE 的延长线上, 因此可以构造全等三角形, 首先选择格点 H 使 $\angle$

$HBC = \angle ADB$, 其次需要构造长度 BP 使 $BP = AD = 4$, 根据勾股定理可知

$BH = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$, 结合相似三角形选出格点 K, 根据 $\frac{HK}{BC} = \frac{HP}{BP} = \frac{1}{4}$, 得

$BP = \frac{4}{5}BH = \frac{4}{5} \times 5 = 4 = DA$, 易证 $\triangle ADF \cong \triangle PBE$, 因此可得到 $PE = AF$, 线段

AP 即为所求的 $AE + AF$ 的最小值; 同理可确定 F 点, 因为 $AB \perp BC$, 因此首

先确定格点 M 使 $DM \perp DB$, 其次确定格点 G 使 $DG = AB = 3$, 此时需要先确定

格点 N, 同样根据相似三角形性质得到 $\frac{NM}{DC} = \frac{MG}{DG} = \frac{2}{3}$, 得 $DG = \frac{3}{5}DM = \frac{3}{5} \times 5 = 3$,

易证 $\triangle DFG \cong \triangle BEA$, 因此可得到 $AE = GF$, 故线段 AG 即为所求的 $AE + AF$ 的最小值.

故答案为: 取格点 H, K, 连接 BH, CK, 相交于点 P, 连接 AP, 与 BC 相交,

得点 E, 取格点 M, N 连接 DM, CN, 相交于点 G, 连接 AG, 与 BD 相交,

得点 F, 线段 AE, AF 即为所求.

【点评】 此题考查最短路径问题, 关键是根据轴对称的性质进行分析解答.

三、解答题（本大题共 7 小题，共 66 分．解答应写出文字说明、演算步骤或推理过程）

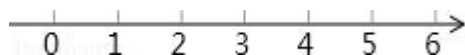
19. (8 分) 解不等式组
$$\begin{cases} x+3 \geq 6, & \text{①} \\ 2x-1 \leq 9, & \text{②} \end{cases}$$

请结合题意填空，完成本题的解答．

(I) 不等式①，得 $x \geq 3$ ；

(II) 不等式②，得 $x \leq 5$ ；

(III) 把不等式①和②的解集在数轴上表示出来



(IV) 原不等式组的解集为 $3 \leq x \leq 5$ ．

【考点】 C4：在数轴上表示不等式的解集；CB：解一元一次不等式组．

【分析】 分别求出各不等式的解集，再求出其公共解集，并在数轴上表示出来即可．

【解答】 解：(I) 不等式①，得 $x \geq 3$ ；

(II) 不等式②，得 $x \leq 5$ ；

(III) 把不等式①和②的解集在数轴上表示出来



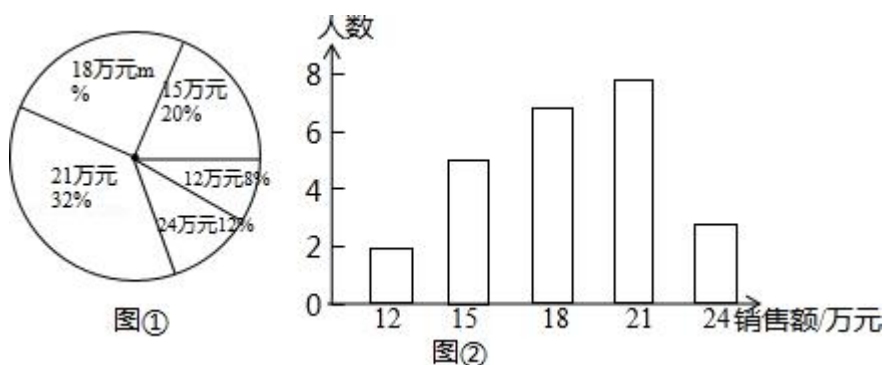
(IV) 原不等式组的解集为 $3 \leq x \leq 5$ ．

故答案分别为： $x \geq 3$ ， $x \leq 5$ ， $3 \leq x \leq 5$ ．

【点评】 本题考查的是解一元一次不等式组，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键．

20. (8 分) 某商场服装部为了解服装的销售情况，统计了每位营业员在某月的销售额（单位：万元），并根据统计的这组数据，绘制出如下的统计图①和图

②. 请根据相关信息, 解答下列问题.



(I) 该商场服装部营业员的人数为 25, 图①中 m 的值为 28

(II) 求统计的这组销售额数据的平均数、众数和中位数.

【考点】 VB: 扇形统计图; VC: 条形统计图; W2: 加权平均数; W4: 中位数;
W5: 众数.

【分析】 (1) 根据条形统计图即可得出样本容量根据扇形统计图得出 m 的值即可;

(2) 利用平均数、中位数、众数的定义分别求出即可;

【解答】 解: (1) 根据条形图 $2+5+7+8+3=25$ (人),

$$m=100-20-32-12-8=28;$$

故答案为: 25, 28.

(2) 观察条形统计图,

$$\therefore \bar{x} = \frac{12 \times 2 + 15 \times 5 + 18 \times 7 + 21 \times 8 + 24 \times 3}{25} = 18.6,$$

$\therefore$ 这组数据的平均数是 18.6,

$\therefore$ 在这组数据中, 21 出现了 8 次, 出现的次数最多,

$\therefore$ 这组数据的众数是 21,

$\therefore$ 将这组数据按照由小到大的顺序排列, 其中处于中间位置的数是 18,

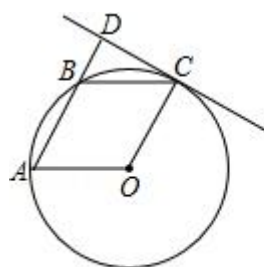
$\therefore$ 这组数据的中位数是 18.

【点评】此题主要考查了平均数、众数、中位数的统计意义以及利用样本估计总体等知识. 找中位数要把数据按从小到大的顺序排列, 位于最中间的一个数或两个数的平均数为中位数; 众数是一组数据中出现次数最多的数据, 注意众数可以不止一个; 平均数是指在一组数据中所有数据之和再除以数据的个数.

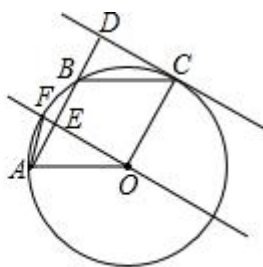
21. (10 分) 已知 A 、 B 、 C 是 $\odot O$ 上的三个点. 四边形 $OABC$ 是平行四边形, 过点 C 作 $\odot O$ 的切线, 交 AB 的延长线于点 D .

(I) 如图①, 求 $\angle ADC$ 的大小.

(II) 如图②, 经过点 O 作 CD 的平行线, 与 AB 交于点 E , 与 $\widehat{AB}$ 交于点 F , 连接 AF , 求 $\angle FAB$ 的大小.



图①



图②

【考点】 L5: 平行四边形的性质; MC: 切线的性质.

【分析】 (I) 由 CD 是 $\odot O$ 的切线, C 为切点, 得到 $OC \perp CD$, 即 $\angle OCD = 90^\circ$

由于四边形 $OABC$ 是平行四边形, 得到 $AB \parallel OC$, 即 $AD \parallel OC$, 根据平行四边形的性质即可得到结果.

(II) 如图, 连接 OB , 则 $OB = OA = OC$, 由四边形 $OABC$ 是平行四边形, 得到 $OC = AB$, $\triangle AOB$ 是等边三角形, 证得 $\angle AOB = 60^\circ$, 由 $OF \parallel CD$, 又 $\angle ADC = 90^\circ$, 得 $\angle AEO = \angle ADC = 90^\circ$, 根据垂径定理即可得到结果.

【解答】 解: (I) $\because CD$ 是 $\odot O$ 的切线, C 为切点,

$\therefore OC \perp CD$, 即 $\angle OCD = 90^\circ$

$\because$ 四边形 $OABC$ 是平行四边形,

$\therefore AB \parallel OC$, 即 $AD \parallel OC$,

有 $\angle ADC + \angle OCD = 180^\circ$,

$\therefore \angle ADC = 180^\circ - \angle OCD = 90^\circ$;

(II) 如图②, 连接 OB , 则 $OB = OA = OC$,

$\therefore$ 四边形 $OABC$ 是平行四边形,

$\therefore OC = AB$,

$\therefore OA = OB = AB$,

即 $\triangle AOB$ 是等边三角形,

$\therefore \angle AOB = 60^\circ$,

由 $OF \parallel CD$, 又 $\angle ADC = 90^\circ$,

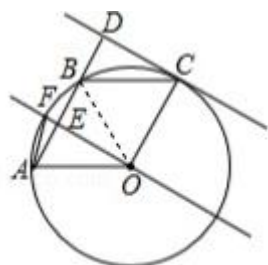
得 $\angle AEO = \angle ADC = 90^\circ$,

$\therefore OF \perp AB$,

$\therefore \widehat{BF} = \widehat{AF}$,

$\therefore \angle FOB = \angle FOA = \frac{1}{2} \angle AOB = 30^\circ$,

$\therefore \angle FAB = \frac{1}{2} \angle FOB = 15^\circ$.

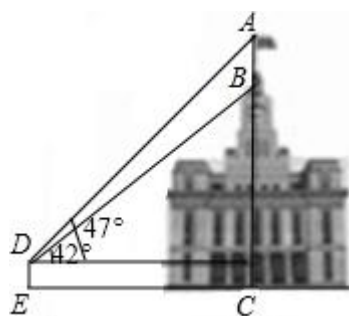


图②

【点评】 本题考查了切线的性质, 平行四边形的性质, 垂径定理, 等边三角形的判定, 熟练掌握定理是解题的关键.

22. (10 分) 如图, 某建筑物 BC 顶部有一旗杆 AB , 且点 A , B , C 在同一条直

线上，小红在 D 处观测旗杆顶部 A 的仰角为 47° ，观测旗杆底部 B 的仰角为 42° 已知点 D 到地面的距离 DE 为 1.56m，EC=21m，求旗杆 AB 的高度和建筑物 BC 的高度（结果保留小数后一位）. 参考数据： $\tan 47^\circ \approx 1.07$ ， $\tan 42^\circ \approx 0.90$.



【考点】TA：解直角三角形的应用－仰角俯角问题.

【分析】根据题意分别在两个直角三角形中求得 AF 和 BF 的长后求差即可得到旗杆的高度，进而求得 BC 的高度.

【解答】解：根据题意得 $DE=1.56$ ， $EC=21$ ， $\angle ACE=90^\circ$ ， $\angle DEC=90^\circ$.

过点 D 作 $DF \perp AC$ 于点 F.

则 $\angle DFC=90^\circ$ $\angle ADF=47^\circ$ ， $\angle BDF=42^\circ$.

$\therefore$ 四边形 DECF 是矩形.

$\therefore DF=EC=21$ ， $FC=DE=1.56$,

在直角 $\triangle DFA$ 中， $\tan \angle ADF = \frac{AF}{DF}$,

$\therefore AF=DF \cdot \tan 47^\circ \approx 21 \times 1.07=22.47$ (m).

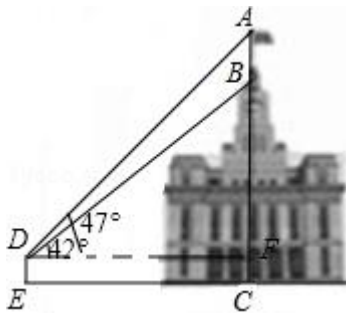
在直角 $\triangle DFB$ 中， $\tan \angle BDF = \frac{BF}{DF}$,

$\therefore BF=DF \cdot \tan 42^\circ \approx 21 \times 0.90=18.90$ (m),

则 $AB=AF-BF=22.47-18.90=3.57 \approx 3.6$ (m).

$BC=BF+FC=18.90+1.56=20.46 \approx 20.5$ (m).

答：旗杆 AB 的高度约是 3.6m，建筑物 BC 的高度约是 20.5 米。



【点评】此题考查的知识点是解直角三角形的应用，解题的关键是把实际问题转化为解直角三角形问题，先得到等腰直角三角形，再根据三角函数求解。

23. (10 分) 1 号探测气球从海拔 5m 处出发，以 1m/min 的速度上升. 与此同时，2 号探测气球从海拔 15m 处出发，以 0.5m/min 的速度上升，两个气球都匀速上升了 50min.

设气球球上升时间为 x min ($0 \leq x \leq 50$)

(I) 根据题意，填写下表：

上升时间/min	10	30	...	x
1 号探测气球所在位置的海拔 /m	15	<u>35</u>	...	<u>$x+5$</u>
2 号探测气球所在位置的海拔 /m	<u>20</u>	30	...	<u>$0.5x+15$</u>

(II) 在某时刻两个气球能否位于同一高度？如果能，这时气球上升了多长时间？位于什么高度？如果不能，请说明理由；

(III) 当 $30 \leq x \leq 50$ 时，两个气球所在位置的海拔最多相差多少米？

【考点】FH：一次函数的应用.

【分析】(I) 根据“1 号探测气球从海拔 5m 处出发，以 1m/min 的速度上升. 与此同时，2 号探测气球从海拔 15m 处出发，以 0.5m/min 的速度上升”，得出

1 号探测气球、2 号探测气球的函数关系式；

(II) 两个气球能位于同一高度，根据题意列出方程，即可解答；

(III) 由题意，可知 1 号气球所在的位置的海拔始终高于 2 号气球，设两个气球

在同一时刻所在位置的海拔相差 y m，则 $y = (x+5) - (0.5x+15) = 0.5x - 10$ ，

根据 x 的取值范围，利用一次函数的性质，即可解答.

【解答】解：(I) 根据题意得：1 号探测气球所在位置的海拔： $m_1=x+5$ ，2 号探测气球所在位置的海拔： $m_2=0.5x+15$ ；

当 $x=30$ 时， $m_1=30+5=35$ ；当 $x=10$ 时， $m_2=5+15=20$ ，

故答案为：35， $x+5$ ，20， $0.5x+15$.

(II) 两个气球能位于同一高度，

根据题意得： $x+5=0.5x+15$ ，

解得： $x=20$ ，有 $x+5=25$ ，

答：此时，气球上升了 20 分钟，都位于海拔 25 米的高度.

(III) 当 $30 \leq x \leq 50$ 时，

由题意，可知 1 号气球所在的位置的海拔始终高于 2 号气球，

设两个气球在同一时刻所在位置的海拔相差 y m，

则 $y = (x+5) - (0.5x+15) = 0.5x - 10$ ，

$\because 0.5 > 0$ ，

$\therefore y$ 随 x 的增大而增大，

$\therefore$ 当 $x=50$ 时， y 取得最大值 15，

答：两个气球所在位置海拔最多相差 15m.

【点评】 本题考查了一次函数的应用，解决本题的关键是根据题意，列出函数解

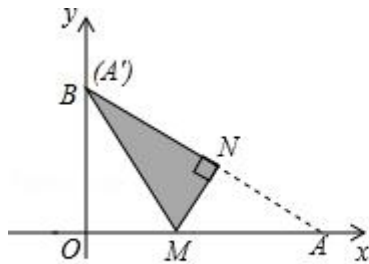
析式.

24. (10 分) 将一个直角三角形纸片 ABO , 放置在平面直角坐标系中, 点 $A(\sqrt{3}, 0)$, 点 $B(0, 1)$, 点 $O(0, 0)$. 过边 OA 上的动点 M (点 M 不与点 O , A 重合) 作 $MN \perp AB$ 于点 N , 沿着 MN 折叠该纸片, 得顶点 A 的对应点 A' , 设 $OM=m$, 折叠后的 $\triangle A'MN$ 与四边形 $OMNB$ 重叠部分的面积为 S .

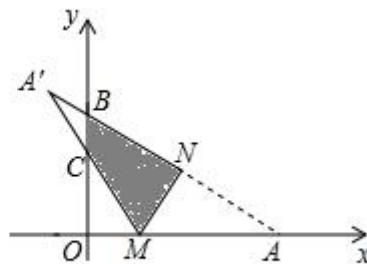
(I) 如图①, 当点 A' 与顶点 B 重合时, 求点 M 的坐标;

(II) 如图②, 当点 A' 落在第二象限时, $A'M$ 与 OB 相交于点 C , 试用含 m 的式子表示 S ;

(III) 当 $S = \frac{\sqrt{3}}{24}$ 时, 求点 M 的坐标 (直接写出结果即可).



图①



图②

【考点】F1: 一次函数综合题.

【专题】16: 压轴题.

【分析】(I) 根据折叠的性质得出 $BM=AM$, 再由勾股定理进行解答即可;

(II) 根据勾股定理和三角形的面积得出 $\triangle AMN$, $\triangle COM$ 和 $\triangle ABO$ 的面积, 进而表示出 S 的代数式即可;

(III) 把 $S = \frac{\sqrt{3}}{24}$ 代入解答即可.

【解答】解: (I) 在 $Rt\triangle ABO$ 中, 点 $A(\sqrt{3}, 0)$, 点 $B(0, 1)$, 点 $O(0, 0)$,
 $\therefore OA = \sqrt{3}$, $OB = 1$,

由 $OM=m$, 可得: $AM = OA - OM = \sqrt{3} - m$,

根据题意，由折叠可知 $\triangle BMN \cong \triangle AMN$,

$$\therefore BM=AM=\sqrt{3}-m,$$

在 $\text{Rt}\triangle MOB$ 中，由勾股定理， $BM^2=OB^2+OM^2$,

$$\text{可得: } (\sqrt{3}-m)^2=1+m^2, \text{ 解得 } m=\frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore \text{点 } M \text{ 的坐标为 } \left(\frac{\sqrt{3}}{3}, 0\right);$$

$$(II) \text{ 在 } \text{Rt}\triangle ABO \text{ 中, } \tan \angle OAB = \frac{OB}{OA} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore \angle OAB=30^\circ,$$

由 $MN \perp AB$ ，可得： $\angle MNA=90^\circ$ ，

$$\therefore \text{在 } \text{Rt}\triangle AMN \text{ 中, } MN=AM \cdot \sin \angle OAB = \frac{1}{2}(\sqrt{3}-m),$$

$$AN=AM \cdot \cos \angle OAB = \frac{\sqrt{3}}{2}(\sqrt{3}-m),$$

$$\therefore S_{\triangle AMN} = \frac{1}{2}MN \cdot AN = \frac{\sqrt{3}}{8}(\sqrt{3}-m)^2,$$

由折叠可知 $\triangle A'MN \cong \triangle AMN$ ，则 $\angle A' = \angle OAB = 30^\circ$ ，

$$\therefore \angle A'MO = \angle A' + \angle OAB = 60^\circ,$$

$$\therefore \text{在 } \text{Rt}\triangle COM \text{ 中, 可得 } CO=OM \cdot \tan \angle A'MO = \sqrt{3}m,$$

$$\therefore S_{\triangle COM} = \frac{1}{2}OM \cdot CO = \frac{\sqrt{3}}{2}m^2,$$

$$\therefore S_{\triangle ABO} = \frac{1}{2}OA \cdot OB = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore S = S_{\triangle ABO} - S_{\triangle AMN} - S_{\triangle COM} = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{8}(\sqrt{3}-m)^2 - \frac{\sqrt{3}}{2}m^2,$$

$$\text{即 } S = -\frac{5\sqrt{3}}{8}m^2 + \frac{3}{4}m + \frac{\sqrt{3}}{8} \quad (0 < m < \frac{\sqrt{3}}{3});$$

(III) ①当点 A' 落在第二象限时，把 S 的值代入 (2) 中的函数关系式中，解方程求得 m ，根据 m 的取值范围判断取舍，两个根都舍去了；

②当点 A' 落在第一象限时，则 $S = S_{\text{Rt}\triangle AMN}$ ，根据 (2) 中 $\text{Rt}\triangle AMN$ 的面积列

方程求解，根据此时 m 的取值范围，把 $S = \frac{\sqrt{3}}{24}$ 代入，可得点 M 的坐标为 $(\frac{2\sqrt{3}}{3},$

0).

【点评】此题考查了一次函数的综合问题，关键是利用勾股定理、三角形的面积，三角函数的运用进行分析.

25. (10 分) 已知二次函数 $y=x^2+bx+c$ (b, c 为常数).

(I) 当 $b=2, c=-3$ 时，求二次函数的最小值；

(II) 当 $c=5$ 时，若在函数值 $y=1$ 的情况下，只有一个自变量 x 的值与其对应，求此时二次函数的解析式；

(III) 当 $c=b^2$ 时，若在自变量 x 的值满足 $b \leq x \leq b+3$ 的情况下，与其对应的函数值 y 的最小值为 21，求此时二次函数的解析式.

【考点】 H3: 二次函数的性质； H7: 二次函数的最值.

【专题】 16: 压轴题.

【分析】 (I) 把 $b=2, c=-3$ 代入函数解析式，求二次函数的最小值；

(II) 根据当 $c=5$ 时，若在函数值 $y=1$ 的情况下，只有一个自变量 x 的值与其对应，得到 $x^2+bx+5=1$ 有两个相等是实数根，求此时二次函数的解析式；

(III) 当 $c=b^2$ 时，写出解析式，分三种情况进行讨论即可.

【解答】 解: (I) 当 $b=2, c=-3$ 时，二次函数的解析式为 $y=x^2+2x-3=(x+1)^2-4$,

$\therefore$ 当 $x=-1$ 时，二次函数取得最小值 -4 ;

(II) 当 $c=5$ 时，二次函数的解析式为 $y=x^2+bx+5$,

由题意得， $x^2+bx+5=1$ 有两个相等是实数根，

$\therefore \Delta=b^2-16=0$,

解得， $b_1=4, b_2=-4$,

$\therefore$ 二次函数的解析式 $y=x^2+4x+5, y=x^2-4x+5$;

(III) 当 $c=b^2$ 时, 二次函数解析式为 $y=x^2+bx+b^2$,

图象开口向上, 对称轴为直线 $x=-\frac{b}{2}$,

①当 $-\frac{b}{2} < b$, 即 $b > 0$ 时,

在自变量 x 的值满足 $b \leq x \leq b+3$ 的情况下, y 随 x 的增大而增大,

$\therefore$ 当 $x=b$ 时, $y=b^2+b \cdot b+b^2=3b^2$ 为最小值,

$\therefore 3b^2=21$, 解得, $b_1=-\sqrt{7}$ (舍去), $b_2=\sqrt{7}$;

②当 $b \leq -\frac{b}{2} \leq b+3$ 时, 即 $-2 \leq b \leq 0$,

$\therefore x=-\frac{b}{2}$, $y=\frac{3}{4}b^2$ 为最小值,

$\therefore \frac{3}{4}b^2=21$, 解得, $b_1=-2\sqrt{7}$ (舍去), $b_2=2\sqrt{7}$ (舍去);

③当 $-\frac{b}{2} > b+3$, 即 $b < -2$,

在自变量 x 的值满足 $b \leq x \leq b+3$ 的情况下, y 随 x 的增大而减小,

故当 $x=b+3$ 时, $y=(b+3)^2+b(b+3)+b^2=3b^2+9b+9$ 为最小值,

$\therefore 3b^2+9b+9=21$. 解得, $b_1=1$ (舍去), $b_2=-4$;

$\therefore b=\sqrt{7}$ 时, 解析式为: $y=x^2+\sqrt{7}x+7$

$b=-4$ 时, 解析式为: $y=x^2-4x+16$.

综上所述, 此时二次函数的解析式为 $y=x^2+\sqrt{7}x+7$ 或 $y=x^2-4x+16$.

【点评】 本题考查了二次函数的最值: 当 $a > 0$ 时, 抛物线在对称轴左侧, y 随 x 的增大而减少; 在对称轴右侧, y 随 x 的增大而增大, 因为图象有最低点, 所以函数有最小值, 当 $x=-\frac{b}{2a}$ 时, $y=\frac{4ac-b^2}{4a}$; 当 $a < 0$ 时, 抛物线在对称轴左侧, y 随 x 的增大而增大; 在对称轴右侧, y 随 x 的增大而减少, 因为图象有最高点, 所以函数有最大值, 当 $x=-\frac{b}{2a}$ 时, $y=\frac{4ac-b^2}{4a}$; 确定一个二次函数的最值, 首先看自变量的取值范围, 当自变量取全体实数时, 其最值为抛

物线顶点坐标的纵坐标；当自变量取某个范围时，要分别求出顶点和函数端点处的函数值，比较这些函数值，从而获得最值.