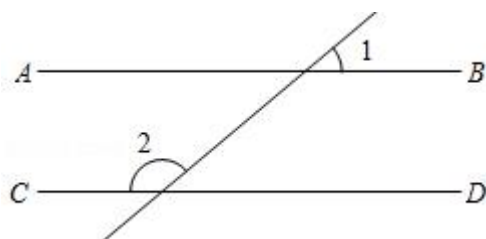


2019 年云南省昆明中考数学试卷

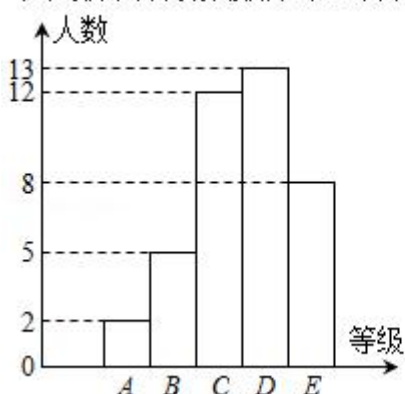
一、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

1. (3 分) 若零上 8°C 记作 $+8^{\circ}\text{C}$ ，则零下 6°C 记作_____ $^{\circ}\text{C}$.
2. (3 分) 分解因式： $x^2 - 2x + 1 =$ _____ .
3. (3 分) 如图，若 $AB \parallel CD$ ， $\angle 1 = 40$ 度，则 $\angle 2 =$ _____ 度 .

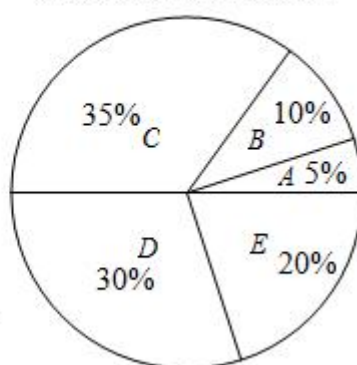


4. (3 分) 若点 $(3, 5)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象上，则 $k =$ _____ .
5. (3 分) 某中学九年级甲、乙两个班参加了一次数学考试，考试人数每班都为 40 人，每个班的考试成绩分为 A、B、C、D、E 五个等级，绘制的统计图如图：

甲班数学成绩频数分布直方图



乙班数学成绩扇形统计图

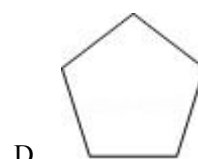
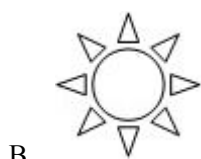


根据以上统计图提供的信息，则 D 等级这一组人数较多的班是_____ .

6. (3 分) 在平行四边形 $ABCD$ 中， $\angle A = 30^{\circ}$ ， $AD = 4\sqrt{3}$ ， $BD = 4$ ，则平行四边形 $ABCD$ 的面积等于_____ .

二、选择题（本大题共 8 小题，每小题 4 分，共 32 分）

7. (4 分) 下列图形既是轴对称图形，又是中心对称图形的是 ()



8. (4 分) 2019 年“五一”期间，某景点接待海内外游客共 688000 人次，688000 这个数用科学记数法表示为 ()

- A. 68.8×10^4 B. 0.688×10^6 C. 6.88×10^5 D. 6.88×10^6

9. (4分) 一个十二边形的内角和等于 ()

- A. 2160° B. 2080° C. 1980° D. 1800°

10. (4分) 要使 $\frac{\sqrt{x+1}}{2}$ 有意义, 则 x 的取值范围为 ()

- A. $x \leq 0$ B. $x \geq -1$ C. $x \geq 0$ D. $x \leq -1$

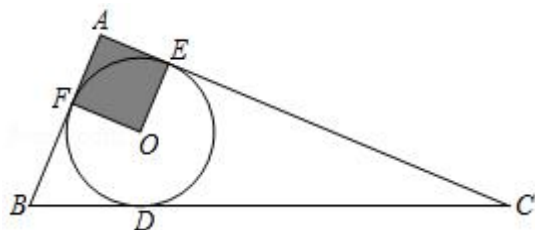
11. (4分) 一个圆锥的侧面展开图是半径为 8 的半圆, 则该圆锥的全面积是 ()

- A. 48π B. 45π C. 36π D. 32π

12. (4分) 按一定规律排列的单项式: $x^3, -x^5, x^7, -x^9, x^{11}, \dots$, 第 n 个单项式是 ()

- A. $(-1)^{n-1}x^{2n-1}$ B. $(-1)^nx^{2n-1}$
C. $(-1)^{n-1}x^{2n+1}$ D. $(-1)^nx^{2n+1}$

13. (4分) 如图, $\triangle ABC$ 的内切圆 $\odot O$ 与 BC 、 CA 、 AB 分别相切于点 D 、 E 、 F , 且 $AB = 5$, $BC = 13$, $CA = 12$, 则阴影部分 (即四边形 $AEOF$) 的面积是 ()



- A. 4 B. 6.25 C. 7.5 D. 9

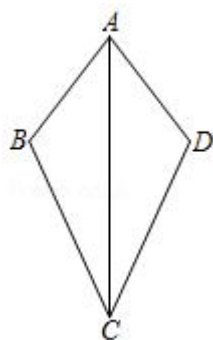
14. (4分) 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 2(x-1) > 2, \\ a-x < 0 \end{cases}$ 的解集是 $x > a$, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $a < 2$ B. $a \leq 2$ C. $a > 2$ D. $a \geq 2$

三、解答题 (本大共 9 小题, 共 70 分)

15. (6分) 计算: $3^2 + (x-5)^0 - \sqrt{4} + (-1)^{-1}$.

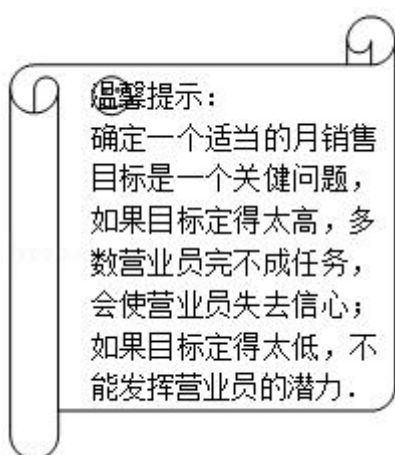
16. (6分) 如图, $AB = AD$, $CB = CD$. 求证: $\angle B = \angle D$.



17. (8分) 某公司销售部有营业员 15 人, 该公司为了调动营业员的积极性, 决定实行目标管理, 根据目标完成的情况对营业员进行适当的奖励, 为了确定一个适当的月销售目标, 公司有关部门统计了这 15 人某月的销售量, 如下表所示:

月销售量/件数	1770	480	220	180	120	90
人数	1	1	3	3	3	4

- (1) 直接写出这 15 名营业员该月销售量数据的平均数、中位数、众数;
 (2) 如果想让一半左右的营业员都能达到月销售目标, 你认为 (1) 中的平均数、中位数、众数中, 哪个最适合作为月销售目标? 请说明理由.

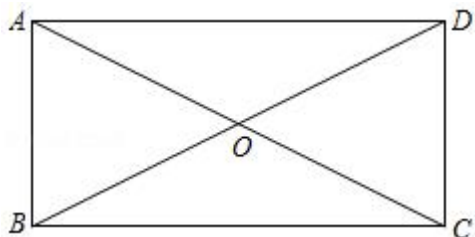


18. (6分) 为进一步营造扫黑除恶专项斗争的浓厚宣传氛围, 推进平安校园建设, 甲、乙两所学校各租用一辆大巴车组织部分师生, 分别从距目的地 240 千米和 270 千米的两地同时出发, 前往“研学教育”基地开展扫黑除恶教育活动. 已知乙校师生所乘大巴车的平均速度是甲校师生所乘大巴车的平均速度的 1.5 倍, 甲校师生比乙校师生晚 1 小时到达目的地, 分别求甲、乙两所学校师生所乘大巴车的平均速度.
19. (7分) 甲、乙两名同学玩一个游戏: 在一个不透明的口袋中装有标号分别为 1, 2, 3, 4 的四个小球 (除标号外无其它差异). 从口袋中随机摸出一个小球, 记下标号后放回口袋中, 充分摇匀后, 再从口袋中随机摸出一个小球, 记下该小球的标号, 两次记下的标号分别用 x 、 y 表示. 若 $x+y$ 为奇数, 则甲获胜; 若 $x+y$ 为偶数, 则乙获胜.
- (1) 用列表法或树状图法 (树状图也称树形图) 中的一种方法, 求 (x, y) 所有可能出现的结果总数;
- (2) 你认为这个游戏对双方公平吗? 请说明理由.
20. (8分) 如图, 四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O , $AO = OC$, $BO = OD$, 且

$$\angle AOB = 2\angle OAD.$$

(1) 求证：四边形 $ABCD$ 是矩形；

(2) 若 $\angle AOB : \angle ODC = 4 : 3$ ，求 $\angle ADO$ 的度数.



21. (8分) 已知 k 是常数，抛物线 $y = x^2 + (k^2 + k - 6)x + 3k$ 的对称轴是 y 轴，并且与 x 轴有两个交点.

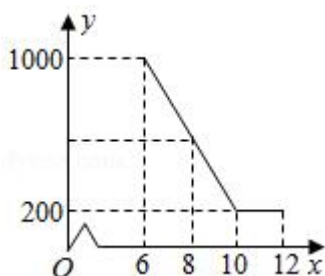
(1) 求 k 的值；

(2) 若点 P 在抛物线 $y = x^2 + (k^2 + k - 6)x + 3k$ 上，且 P 到 y 轴的距离是 2，求点 P 的坐标.

22. (9分) 某驻村扶贫小组实施产业扶贫，帮助贫困农户进行西瓜种植和销售. 已知西瓜的成本为 6 元/千克，规定销售单价不低于成本，又不高于成本的两倍. 经过市场调查发现，某天西瓜的销售量 y (千克) 与销售单价 x (元/千克) 的函数关系如图所示：

(1) 求 y 与 x 的函数解析式 (也称关系式)；

(2) 求这一天销售西瓜获得的利润 W 的最大值.



23. (12分) 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， M 、 D 两点 AB 的延长线上， E 是 $\odot C$ 上的点，且 $DE^2 = DB \cdot DA$ ，延长 AE 至 F ，使得 $AE = EF$ ，设 $BF = 10$ ， $\cos \angle BED = \frac{4}{5}$.

(1) 求证： $\triangle DEB \sim \triangle DAE$ ；

(2) 求 DA ， DE 的长；

(3) 若点 F 在 B 、 E 、 M 三点确定的圆上，求 MD 的长.

2019 年云南省昆明中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

- 1.（3 分）若零上 8°C 记作 $+8^{\circ}\text{C}$ ，则零下 6°C 记作 -6 $^{\circ}\text{C}$ ．

【分析】在一对具有相反意义的量中，先规定其中一个为正，则另一个就用负表示．

【解答】解：根据正数和负数表示相反的意义，可知

如果零上 8°C 记作 $+8^{\circ}\text{C}$ ，那么零下 6°C 记作 -6°C ．

故答案为： -6 ．

【点评】本题考查了正数和负数的知识，解题关键是理解“正”和“负”的相对性，确定一对具有相反意义的量．

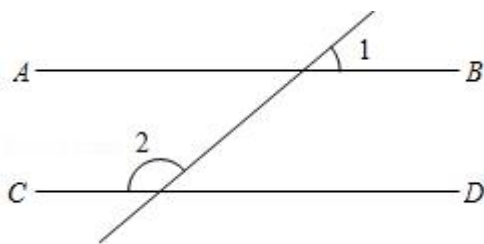
- 2.（3 分）分解因式： $x^2 - 2x + 1 = \underline{(x - 1)^2}$ ．

【分析】直接利用完全平方公式分解因式即可．

【解答】解： $x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$ ．

【点评】本题考查了公式法分解因式，运用完全平方公式进行因式分解，熟记公式是解题的关键．

- 3.（3 分）如图，若 $AB \parallel CD$ ， $\angle 1 = 40^{\circ}$ ，则 $\angle 2 = \underline{140}$ 度．



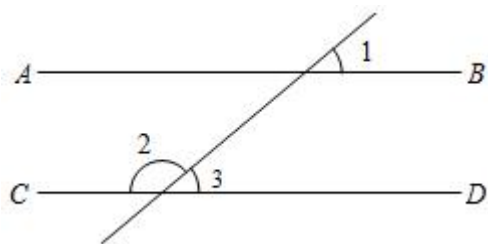
【分析】根据两直线平行，同位角相等求出 $\angle 3$ ，再根据邻补角的定义列式计算即可得解．

【解答】解： $\because AB \parallel CD$ ， $\angle 1 = 40^{\circ}$ ，

$$\therefore \angle 3 = \angle 1 = 40^{\circ}，$$

$$\therefore \angle 2 = 180^{\circ} - \angle 3 = 180^{\circ} - 40^{\circ} = 140^{\circ}．$$

故答案为： 140 ．



【点评】 本题考查了平行线的性质，邻补角的定义，熟记性质是解题的关键．

4. (3分) 若点 $(3, 5)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象上，则 $k =$ 15 .

【分析】 点在函数的图象上，其纵横坐标一定满足函数的关系式，反之也成立，因此只要将点 $(3, 5)$ 代入反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 即可．

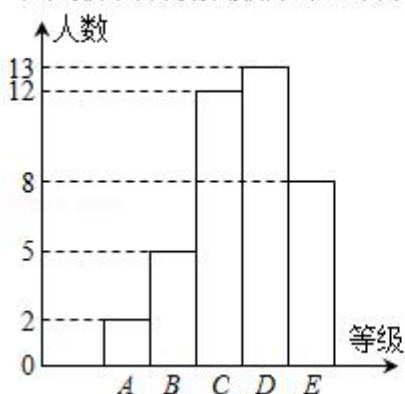
【解答】 解：把点 $(3, 5)$ 的纵横坐标代入反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 得： $k = 3 \times 5 = 15$

故答案为：15

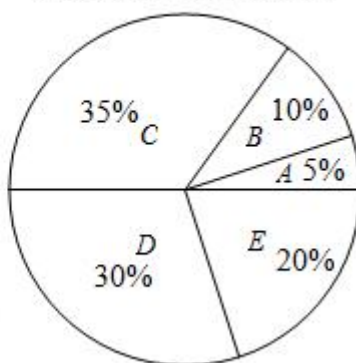
【点评】 考查反比例函数图象上点的坐标特征，用待定系数法可直接求出 k 的值；比较简单．

5. (3分) 某中学九年级甲、乙两个班参加了一次数学考试，考试人数每班都为40人，每个班的考试成绩分为A、B、C、D、E五个等级，绘制的统计图如图：

甲班数学成绩频数分布直方图



乙班数学成绩扇形统计图



根据以上统计图提供的信息，则D等级这一组人数较多的班是甲班 .

【分析】 由频数分布直方图得出甲班D等级的人数为13人，求出乙班D等级的人数为 $40 \times 30\% = 12$ 人，即可得出答案．

【解答】 解：由题意得：甲班D等级的有13人，
乙班D等级的人数为 $40 \times 30\% = 12$ (人)，
 $13 > 12$,

所以D等级这一组人数较多的班是甲班；

故答案为：甲班．

【点评】此题考查了频数（率）分布直方图，扇形统计图，弄清题意，求出乙班 D 等级的人数是解本题的关键．

6. (3分) 在平行四边形 $ABCD$ 中， $\angle A = 30^\circ$ ， $AD = 4\sqrt{3}$ ， $BD = 4$ ，则平行四边形 $ABCD$ 的面积等于 $16\sqrt{3}$ 或 $8\sqrt{3}$ ．

【分析】过 D 作 $DE \perp AB$ 于 E ，解直角三角形得到 $AB = 8$ ，根据平行四边形的面积公式即可得到结论．

【解答】解：过 D 作 $DE \perp AB$ 于 E ，

在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中， $\because \angle A = 30^\circ$ ， $AD = 4\sqrt{3}$ ，

$$\therefore DE = \frac{1}{2}AD = 2\sqrt{3}, AE = \frac{\sqrt{3}}{2}AD = 6,$$

在 $\text{Rt}\triangle BDE$ 中， $\because BD = 4$ ，

$$\therefore BE = \sqrt{BD^2 - DE^2} = \sqrt{4^2 - (2\sqrt{3})^2} = 2,$$

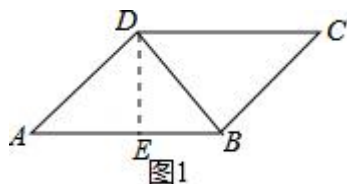
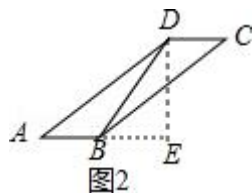
如图 1， $\therefore AB = 8$ ，

$$\therefore \text{平行四边形 } ABCD \text{ 的面积} = AB \cdot DE = 8 \times 2\sqrt{3} = 16\sqrt{3},$$

如图 2， $AB = 4$ ，

$$\therefore \text{平行四边形 } ABCD \text{ 的面积} = AB \cdot DE = 4 \times 2\sqrt{3} = 8\sqrt{3},$$

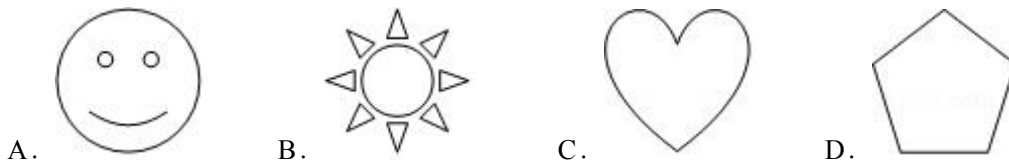
故答案为： $16\sqrt{3}$ 或 $8\sqrt{3}$ ．



【点评】本题考查了平行四边形的以及平行四边形的面积公式的运用和 30° 度角的直角三角形的性质：在直角三角形中， 30° 角所对的直角边等于斜边的一半．

二、选择题（本大题共 8 小题，每小题 4 分，共 32 分）

7. (4分) 下列图形既是轴对称图形，又是中心对称图形的是（ ）



【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解．

【解答】解：A、 $\because$ 此图形旋转 180° 后不能与原图形重合， $\therefore$ 此图形不是中心对称图形，是轴对称图形，故此选项错误；

B、 $\because$ 此图形旋转 180° 后能与原图形重合， $\therefore$ 此图形是中心对称图形，也是轴对称图形，故此选项正确；

C、此图形旋转 180° 后能与原图形不重合，此图形不是中心对称图形，是轴对称图形，故此选项错误；

D、 $\because$ 此图形旋转 180° 后不能与原图形重合， $\therefore$ 此图形不是中心对称图形，是轴对称图形，故此选项错误．

故选：B．

【点评】此题主要考查了中心对称图形与轴对称的定义，根据定义得出图形形状是解决问题的关键．

8. (4 分) 2019 年“五一”期间，某景点接待海内外游客共 688000 人次，688000 这个数用科学记数法表示为 ()

- A. 68.8×10^4 B. 0.688×10^6 C. 6.88×10^5 D. 6.88×10^6

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数．

【解答】解：将 688000 用科学记数法表示为 6.88×10^5 ．

故选：C．

【点评】此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

9. (4 分) 一个十二边形的内角和等于 ()

- A. 2160° B. 2080° C. 1980° D. 1800°

【分析】 n 边形的内角和是 $(n - 2) \cdot 180^\circ$ ，把多边形的边数代入公式，就得到多边形的内角和．

【解答】解：十二边形的内角和等于： $(12 - 2) \cdot 180^\circ = 1800^\circ$ ；

故选：D.

【点评】 本题主要考查多边形内角与外角的知识点，解决本题的关键是正确运用多边形的内角和公式，是需要熟记的内容，此题难度不大.

10. (4分) 要使 $\frac{\sqrt{x+1}}{2}$ 有意义，则 x 的取值范围为 ()

- A. $x \leq 0$ B. $x \geq -1$ C. $x \geq 0$ D. $x \leq -1$

【分析】 要根式有意义，只要令 $x+1 \geq 0$ 即可

【解答】 解：要使根式有意义

则令 $x+1 \geq 0$ ，得 $x \geq -1$

故选：B.

【点评】 考查了二次根式的意义和性质. 概念：式子 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 叫二次根式. 性质：二次根式中的被开方数必须是非负数，否则二次根式无意义. 同时考查了非负数的性质，几个非负数的和为 0，这几个非负数都为 0.

11. (4分) 一个圆锥的侧面展开图是半径为 8 的半圆，则该圆锥的全面积是 ()

- A. 48π B. 45π C. 36π D. 32π

【分析】 首先利用圆的面积公式即可求得侧面积，利用弧长公式求得圆锥的底面半径，得到底面面积，据此即可求得圆锥的全面积.

【解答】 解：侧面积是： $\frac{1}{2}\pi r^2 = \frac{1}{2} \times \pi \times 8^2 = 32\pi$,

底面圆半径为： $\frac{2\pi \times 8}{2} \div 2\pi = 4$,

底面积 = $\pi \times 4^2 = 16\pi$,

故圆锥的全面积是： $32\pi + 16\pi = 48\pi$.

故选：A.

【点评】 本题考查了圆锥的计算，正确理解圆锥的侧面展开图与原来的扇形之间的关系是解决本题的关键，理解圆锥的母线长是扇形的半径，圆锥的底面圆周长是扇形的弧长.

12. (4分) 按一定规律排列的单项式： $x^3, -x^5, x^7, -x^9, x^{11}, \dots$ ，第 n 个单项式是 ()

- A. $(-1)^{n-1}x^{2n-1}$ B. $(-1)^nx^{2n-1}$
C. $(-1)^{n-1}x^{2n+1}$ D. $(-1)^nx^{2n+1}$

【分析】 观察指数规律与符号规律，进行解答便可.

【解答】 解： $\because x^3 = (-1)^{1-1}x^{2 \times 1+1}$,

$$-x^5 = (-1)^{2-1}x^{2 \times 2+1},$$

$$x^7 = (-1)^{3-1}x^{2 \times 3+1},$$

$$-x^9 = (-1)^{4-1}x^{2 \times 4+1},$$

$$x^{11} = (-1)^{5-1}x^{2 \times 5+1},$$

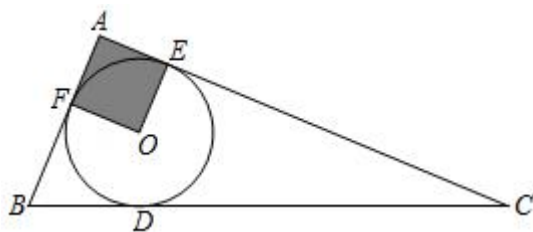
.....

由上可知，第 n 个单项式是： $(-1)^{n-1}x^{2n+1}$ ，

故选：A.

【点评】 此题主要考查了数字的变化类，关键是分别找出符号与指数的变化规律.

13. (4分) 如图， $\triangle ABC$ 的内切圆 $\odot O$ 与 BC 、 CA 、 AB 分别相切于点 D 、 E 、 F ，且 $AB = 5$ ， $BC = 13$ ， $CA = 12$ ，则阴影部分（即四边形 $AEOF$ ）的面积是（ ）



- A. 4 B. 6.25 C. 7.5 D. 9

【分析】 利用勾股定理的逆定理得到 $\triangle ABC$ 为直角三角形， $\angle A = 90^\circ$ ，再利用切线的性质得到 $OF \perp AB$ ， $OE \perp AC$ ，所以四边形 $OFAE$ 为正方形，设 $OE = AE = AF = x$ ，利用切线长定理得到 $BD = BF = 5 - r$ ， $CD = CE = 12 - r$ ，所以 $5 - r + 12 - r = 13$ ，然后求出 r 后可计算出阴影部分（即四边形 $AEOF$ ）的面积.

【解答】 解： $\because AB = 5$ ， $BC = 13$ ， $CA = 12$ ，

$$\therefore AB^2 + CA^2 = BC^2,$$

$\therefore \triangle ABC$ 为直角三角形， $\angle A = 90^\circ$ ，

$\because AB$ 、 AC 与 $\odot O$ 分别相切于点 E 、 F

$\therefore OF \perp AB$ ， $OE \perp AC$ ，

$\therefore$ 四边形 $OFAE$ 为正方形，

设 $OE = r$ ，

则 $AE = AF = x$ ，

$\because \triangle ABC$ 的内切圆 $\odot O$ 与 BC 、 CA 、 AB 分别相切于点 D 、 E 、 F ，

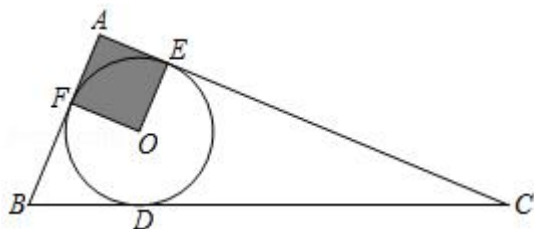
$\therefore BD = BF = 5 - r$ ， $CD = CE = 12 - r$ ，

$$\therefore 5 - r + 12 - r = 13,$$

$$\therefore r = \frac{5+12-13}{2} = 2,$$

$\therefore$ 阴影部分（即四边形 $AEOF$ ）的面积是 $2 \times 2 = 4$.

故选：A.



【点评】 本题考查了三角形的内切圆和内心：三角形的内心到三角形三边的距离相等；三角形的内心与三角形顶点的连线平分这个内角．也考查了勾股定理的逆定理和切线的性质．

14. (4 分) 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 2(x-1) > 2, \\ a-x < 0 \end{cases}$ 的解集是 $x > a$, 则 a 的取值范围是 ()

A. $a < 2$

B. $a \leq 2$

C. $a > 2$

D. $a \geq 2$

【分析】 根据不等式组的解集的概念即可求出 a 的范围．

【解答】 解：解关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 2(x-1) > 2, \\ a-x < 0 \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x > 2 \\ x > a \end{cases}$

$$\therefore a \geq 2$$

故选：D.

【点评】 本题考查不等式的解集，解题的关键是正确理解不等式的解集，本题属于基础题型．

三、解答题（本大共 9 小题，共 70 分）

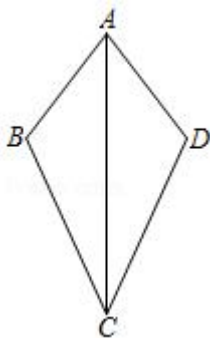
15. (6 分) 计算： $3^2 + (x-5)^0 - \sqrt{4} + (-1)^{-1}$.

【分析】 先根据平方性质，0 指数幂法则，算术平方根的性质，负指数幂的运算，再进行有 数的加减运算便可．

【解答】 解：原式 $= 9 + 1 - 2 - 1 = 10 - 3 = 7$.

【点评】 此题主要考查了实数运算，主要考查了 0 指数幂法则，负整数幂法则，乘方的意义，有理数的加减运算，正确化简各数是解题关键．计算负整数指数幂时，一定要根据负整数指数幂的意义计算，避免出现 $(-3)^{-2} = (-3) \times (-2)$ 的错误．

16. (6 分) 如图， $AB = AD$, $CB = CD$. 求证： $\angle B = \angle D$.



【分析】由 SSS 证明 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ ，得出对应角相等即可．

【解答】证明：在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADC$ 中，
$$\begin{cases} AB=AD \\ CB=CD \\ AC=AC \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADC$ (SSS),

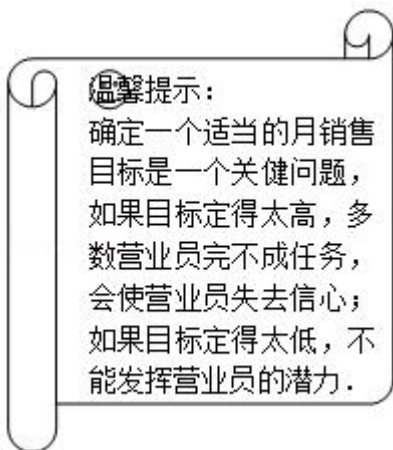
$\therefore \angle B = \angle D$.

【点评】本题考查了全等三角形的判定与性质；熟练掌握全等三角形的判定方法，证明三角形全等是解题的关键．

17. (8 分) 某公司销售部有营业员 15 人，该公司为了调动营业员的积极性，决定实行目标管理，根据目标完成的情况对营业员进行适当的奖励，为了确定一个适当的月销售目标，公司有关部门统计了这 15 人某月的销售量，如下表所示：

月销售量/件数	1770	480	220	180	120	90
人数	1	1	3	3	3	4

- (1) 直接写出这 15 名营业员该月销售量数据的平均数、中位数、众数；
 (2) 如果想让一半左右的营业员都能达到月销售目标，你认为 (1) 中的平均数、中位数、众数中，哪个最适合作为月销售目标？请说明理由．



【分析】(1) 根据平均数、众数和中位数的意义进行解答即可；

(2) 根据平均数、中位数和众数得出的数据进行分析即可得出答案.

【解答】解：(1) 这 15 名营业员该月销售量数据的平均数 = $\frac{1770+480+220 \times 3+180 \times 3+120 \times 3+90 \times 4}{15} = 278$ (件),

中位数为 180 件,

$\because 90$ 出现了 4 次, 出现的次数最多,

$\therefore$ 众数是 90 件;

(2) 如果想让一半左右的营业员都能达到销售目标, 平均数、中位数、众数中, 中位数最适合作为月销售目标; 理由如下:

因为中位数为 180 件, 即月销售量大于 180 与小于 180 的人数一样多,

所以中位数最适合作为月销售目标, 有一半左右的营业员能达到销售目标.

【点评】本题考查的是平均数、众数和中位数的定义及运用. 要学会根据统计量的意义分析解决问题.

18. (6 分) 为进一步营造扫黑除恶专项斗争的浓厚宣传氛围, 推进平安校园建设, 甲、乙两所学校各租用一辆大巴车组织部分师生, 分别从距目的地 240 千米和 270 千米的两地同时出发, 前往“研学教育”基地开展扫黑除恶教育活动. 已知乙校师生所乘大巴车的平均速度是甲校师生所乘大巴车的平均速度的 1.5 倍, 甲校师生比乙校师生晚 1 小时到达目的地, 分别求甲、乙两所学校师生所乘大巴车的平均速度.

【分析】设甲学校师生所乘大巴车的平均速度为 x 千米/小时, 则乙学校师生所乘大巴车的平均速度为 $1.5x$ 千米/小时, 由时间关系“甲校师生比乙校师生晚 1 小时到达目的地”列出方程, 解方程即可.

【解答】解: 设甲学校师生所乘大巴车的平均速度为 x 千米/小时, 则乙学校师生所乘大巴车的平均速度为 $1.5x$ 千米/小时,

由题意得: $\frac{240}{x} - \frac{270}{1.5x} = 1$,

解得: $x = 60$,

经检验, $x = 60$ 是所列方程的解,

则 $1.5x = 90$,

答: 甲、乙两所学校师生所乘大巴车的平均速度分别为 60 千米/小时、90 千米/小时.

【点评】本题主要考查分式方程的应用, 解题的关键是理解题意, 找到题目中蕴含的相

等关系，并依据相等关系列出方程。

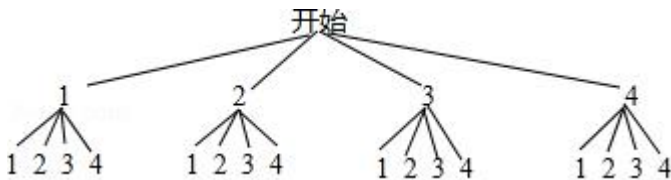
19. (7分) 甲、乙两名同学玩一个游戏：在一个不透明的口袋中装有标号分别为 1, 2, 3, 4 的四个小球（除标号外无其它差异）。从口袋中随机摸出一个小球，记下标号后放回口袋中，充分摇匀后，再从口袋中随机摸出一个小球，记下该小球的标号，两次记下的标号分别用 x 、 y 表示。若 $x+y$ 为奇数，则甲获胜；若 $x+y$ 为偶数，则乙获胜。

(1) 用列表法或树状图法（树状图也称树形图）中的一种方法，求 (x, y) 所有可能出现的结果总数；

(2) 你认为这个游戏对双方公平吗？请说明理由。

【分析】 画树状图展示所有 16 种等可能的结果数，然后根据概率公式求解。

【解答】 解：画树状图如图所示，



(1) 共有 16 种等可能的结果数；

(2) $x+y$ 为奇数的结果数为 8, $x+y$ 为偶数的结果数为 8,

$$\therefore \text{甲获胜的概率} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}, \text{乙获胜的概率} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2},$$

$\therefore$ 甲获胜的概率 = 乙获胜的概率,

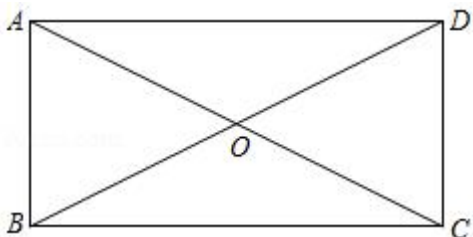
$\therefore$ 这个游戏对双方公平。

【点评】 本题考查了列表法与树状图法：利用列表法或树状图法展示所有等可能的结果 n ，再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m ，然后利用概率公式计算事件 A 或事件 B 的概率。

20. (8分) 如图，四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC 、 BD 相交于点 O ， $AO = OC$ ， $BO = OD$ ，且 $\angle AOB = 2\angle OAD$ 。

(1) 求证：四边形 $ABCD$ 是矩形；

(2) 若 $\angle AOB : \angle ODC = 4 : 3$ ，求 $\angle ADO$ 的度数。



【分析】(1) 根据平行四边形的判定定理得到四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 根据三角形的外角的性质得到 $\angle AOB = \angle DAO + \angle ADO = 2\angle OAD$, 求得 $\angle DAO = \angle ADO$, 推出 $AC = BD$, 于是得到四边形 $ABCD$ 是矩形;

(2) 根据矩形的性质得到 $AB \parallel CD$, 根据平行线的性质得到 $\angle ABO = \angle CDO$, 根据三角形的内角得到 $\angle ABO = 54^\circ$, 于是得到结论.

【解答】(1) 证明: $\because AO = OC, BO = OD$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\because \angle AOB = \angle DAO + \angle ADO = 2\angle OAD$,

$\therefore \angle DAO = \angle ADO$,

$\therefore AO = DO$,

$\therefore AC = BD$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是矩形;

(2) 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore AB \parallel CD$,

$\therefore \angle ABO = \angle CDO$,

$\because \angle AOB : \angle ODC = 4 : 3$,

$\therefore \angle AOB : \angle ABO = 4 : 3$,

$\therefore \angle BAO : \angle AOB : \angle ABO = 3 : 4 : 3$,

$\therefore \angle ABO = 54^\circ$,

$\because \angle BAD = 90^\circ$,

$\therefore \angle ADO = 90^\circ - 54^\circ = 36^\circ$.

【点评】 本题考查了矩形的判定和性质, 三角形的内角和, 正确的理解题意是解题的关键.

21. (8分) 已知 k 是常数, 抛物线 $y = x^2 + (k^2 + k - 6)x + 3k$ 的对称轴是 y 轴, 并且与 x 轴有两个交点.

(1) 求 k 的值;

(2) 若点 P 在物线 $y = x^2 + (k^2 + k - 6)x + 3k$ 上, 且 P 到 y 轴的距离是 2, 求点 P 的坐标.

【分析】(1) 根据抛物线的对称轴为 y 轴, 则 $b = 0$, 可求出 k 的值, 再根据抛物线与 x 轴有两个交点, 进而确定 k 的值和抛物线的关系式;

(2) 由于对称轴为 y 轴, 点 P 到 y 轴的距离为 2, 可以转化为点 P 的横坐标为 2 或 -2,

求相应的 y 的值，确定点 P 的坐标.

【解答】解：(1) $\because$ 抛物线 $y = x^2 + (k^2 + k - 6)x + 3k$ 的对称轴是 y 轴，

$$\therefore k^2 + k - 6 = 0, \text{ 解得 } k_1 = -3, k_2 = 2;$$

又 $\because$ 抛物线 $y = x^2 + (k^2 + k - 6)x + 3k$ 与 x 轴有两个交点.

$$\therefore 3k < 0$$

$$\therefore k = -3. \text{ 此时抛物线的关系式为 } y = x^2 - 9,$$

因此 k 的值为 -3 .

(2) $\because$ 点 P 在物线 $y = x^2 - 9$ 上，且 P 到 y 轴的距离是 2 ，

$\therefore$ 点 P 的横坐标为 2 或 -2 ，

$$\text{当 } x = 2 \text{ 时, } y = -5$$

$$\text{当 } x = -2 \text{ 时, } y = -5.$$

$$\therefore P(2, -5) \text{ 或 } P(-2, -5)$$

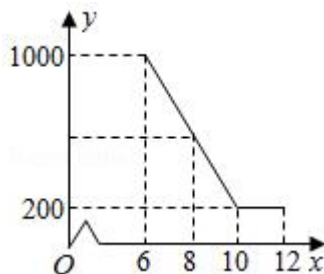
因此点 P 的坐标为: $P(2, -5)$ 或 $P(-2, -5)$.

【点评】主要考查二次函数的图象和性质，以及二次函数图象上点的坐标特征，善于将线段的长转化为坐标，或将坐标转化为线段的长.

22. (9分) 某驻村扶贫小组实施产业扶贫，帮助贫困农户进行西瓜种植和销售. 已知西瓜的成本为 6 元/千克，规定销售单价不低于成本，又不高于成本的两倍. 经过市场调查发现，某天西瓜的销售量 y (千克) 与销售单价 x (元/千克) 的函数关系如图所示：

(1) 求 y 与 x 的函数解析式 (也称关系式)；

(2) 求这一天销售西瓜获得的利润 W 的最大值.



【分析】(1)，根据函数图象得到直线上的两点，再结合待定系数法即可求得 y 与 x 的函数解析式；

(2)，根据总利润 = 每千克利润 $\times$ 销售量，列出函数关系式，配方后根据 x 的取值范围可得 W 的最大值.

【解答】解：

(1) 当 $6 \leq x \leq 10$ 时，设 y 与 x 的关系式为 $y = kx + b$ ($k \neq 0$)

根据题意得 $\begin{cases} 1000 = 6k + b \\ 200 = 10k + b \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} k = -200 \\ b = 2200 \end{cases}$

$$\therefore y = -200x + 1200$$

当 $10 < x \leq 12$ 时， $y = 200$

故 y 与 x 的函数解析式为： $y = \begin{cases} -200x + 2200, & (6 \leq x \leq 10) \\ 200, & (10 < x \leq 12) \end{cases}$

(2) 由已知得： $W = (x - 6)y$

当 $6 \leq x \leq 10$ 时，

$$W = (x - 6)(-200x + 1200) = -200\left(x - \frac{17}{2}\right)^2 + 1250$$

$\because -200 < 0$ ，抛物线的开口向下

$\therefore x = \frac{17}{2}$ 时，取最大值，

$$\therefore W = 1250$$

当 $10 < x \leq 12$ 时， $W = (x - 6) \cdot 200 = 200x - 1200$

$\therefore y$ 随 x 的增大而增大

$\therefore x = 12$ 时取得最大值， $W = 200 \times 12 - 1200 = 1200$

综上所述，当销售价格为 8.5 元时，取得最大利润，最大利润为 1250 元。

【点评】本题主要考查的是待定系数法求函数解析式及二次函数的应用，根据相等关系列出函数解析式，并由二次函数的性质确定其最值是解题的关键；

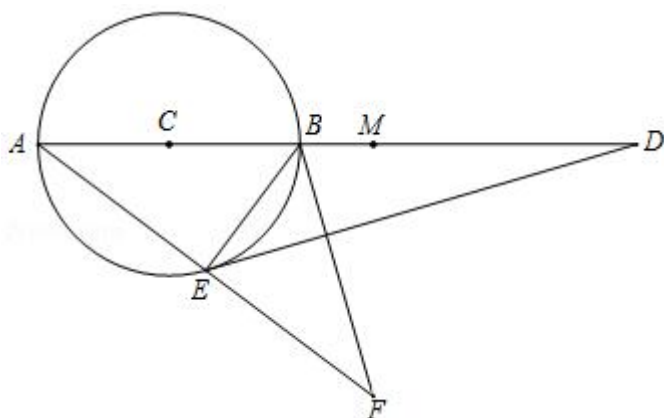
23. (12 分) 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， M 、 D 两点 AB 的延长线上， E 是 $\odot C$ 上的点，且 DE^2

$= DB \cdot DA$ ，延长 AE 至 F ，使得 $AE = EF$ ，设 $BF = 10$ ， $\cos \angle BED = \frac{4}{5}$ 。

(1) 求证： $\triangle DEB \sim \triangle DAE$ ；

(2) 求 DA ， DE 的长；

(3) 若点 F 在 B 、 E 、 M 三点确定的圆上，求 MD 的长。



【分析】(1) $\angle D = \angle D$, $DE^2 = DB \cdot DA$, 即可求解;

(2) 由 $\frac{ED}{DA} = \frac{EB}{AE} = \frac{DB}{ED}$, 即: $\frac{ED}{10+BD} = \frac{6}{8} = \frac{BD}{DE}$, 即可求解;

(3) 在 $\triangle BED$ 中, 过点 B 作 $HB \perp ED$ 于点 H , $36 - (\frac{120}{7} - x)^2 = (\frac{90}{7})^2 - x^2$, 解得:

$$x = \frac{432}{35}, \text{ 则 } \cos \beta = \frac{x}{\frac{90}{7}} = \frac{24}{25}, \text{ 即可求解.}$$

【解答】解: (1) $\because \angle D = \angle D$, $DE^2 = DB \cdot DA$,

$\therefore \triangle DEB \sim \triangle DAE$;

(2) $\because \triangle DEB \sim \triangle DAE$,

$\therefore \angle DEB = \angle DAE = \alpha$, $\because AB$ 是直径, $\therefore \angle AEB = 90^\circ$, 又 $AE = EF$,

$\therefore AB = BF = 10$, $\therefore \angle BFE = \angle BAE = \alpha$, 则 $BF \perp ED$ 交于点 H ,

$\because \cos \angle BED = \frac{4}{5}$, 则 $BE = 6$, $AB = 8$

$\therefore \frac{ED}{DA} = \frac{EB}{AE} = \frac{DB}{ED}$, 即: $\frac{ED}{10+BD} = \frac{6}{8} = \frac{BD}{DE}$,

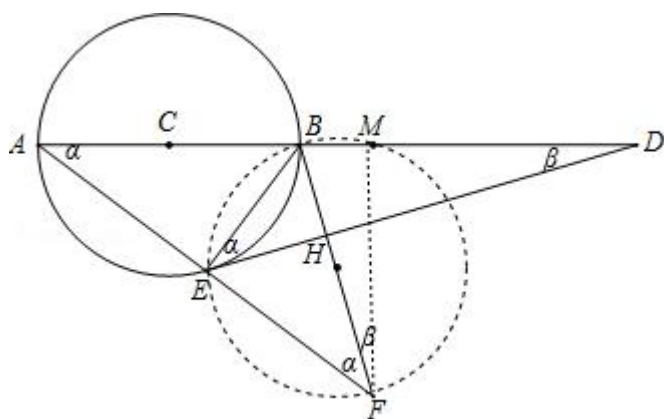
解得: $BD = \frac{90}{7}$, $DE = \frac{120}{7}$,

则 $AD = AB + BD = \frac{160}{7}$,

$ED = \frac{120}{7}$;

(3) 点 F 在 B 、 E 、 M 三点确定的圆上, 则 BF 是该圆的直径, 连接 MF ,

$\because BF \perp ED$, $\angle BMF = 90^\circ$, $\therefore \angle MFB = \angle D = \beta$,



在 $\triangle BED$ 中, 过点 B 作 $HB \perp ED$ 于点 H ,

设 $HD = x$, 则 $EH = \frac{120}{7} - x$,

$$\text{则 } 36 - \left(\frac{120}{7} - x\right)^2 = \left(\frac{90}{7}\right)^2 - x^2,$$

$$\text{解得: } x = \frac{432}{35},$$

$$\text{则 } \cos\beta = \frac{x}{\frac{90}{7}} = \frac{24}{25}, \text{ 则 } \sin\beta = \frac{7}{25},$$

$$MB = BF\sin\beta = 10 \times \frac{7}{25} = \frac{14}{5},$$

$$DM = BD - MB = \frac{352}{35}.$$

【点评】此题属于圆的综合题, 涉及了直角三角形的性质、相似三角形的判定与性质、三角函数值的知识, 综合性较强, 解答本题需要我们熟练各部分的内容, 对学生的综合能力要求较高, 一定要注意将所学知识贯穿起来.