

深圳市 2011 年初中毕业生学业考试

数学试卷

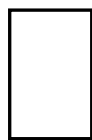
第一部分 选择题

(本部分共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分。每小题给出的 4 个选项中，其中只有一个是正确的)

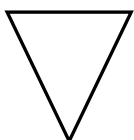
1. $-\frac{1}{2}$ 的相反数等于 ()

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. -2 D. 2

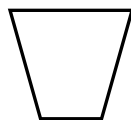
2. 如图 1 所示的物体是一个几何体，其主视图是 ()



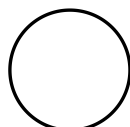
A.



B.



C.



D.

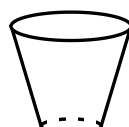


图 1

3. 今年参加我市初中毕业生学业考试的总人数约为 56000 人，这个数据用科学记数法表示为 ()

- A. 5.6×10^3 B. 5.6×10^4 C. 5.6×10^5 D. 0.56×10^5

4. 下列运算正确的是 ()

- A. $x^2 + x^3 = x^5$ B. $(x+y)^2 = x^2 + y^2$ C. $x^2 \cdot x^3 = x^6$ D. $(x^2)^3 = x^6$

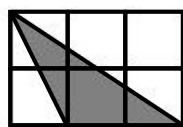
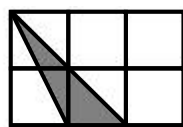
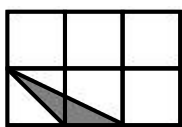
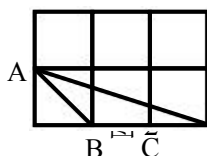
5. 某校开展为“希望小学”捐书活动，以下是八名学生捐书的册数：2, 3, 2, 2, 6, 7, 6, 5，则这组数据的中位数为 ()

- A. 4 B. 4.5 C. 3 D. 2

6. 一件服装标价 200 元，若以 6 折销售，仍可获利 20%，则这件服装的进价是 ()

- A. 100 元 B. 105 元 C. 108 元 D. 118 元

7. 如图 2，小正方形的边长均为 1，则下列图形中的三角形（阴影部分）与 $\triangle ABC$ 相似的是 ()



8. 如图 3 是两个可以自由转动的转盘，转盘各被等分成三个扇形，并分别标上 1, 2, 3 和 6, 7, 8 这 6 个数字。如果同时转动两个转盘各一次（指针落在等分线上重转），当转盘停止后，则指针指向的数字和为偶数的概率是 ()

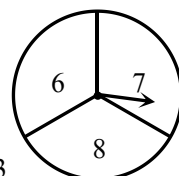
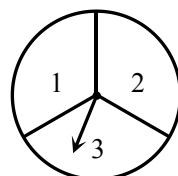


图 3

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{2}{9}$ C. $\frac{4}{9}$ D. $\frac{1}{3}$

9. 已知 a, b, c 均为实数, 若 $a > b, c \neq 0$ 。下列结论不一定正确的是 ()

- A. $a + c > b + c$ B. $c - a > c - b$ C. $\frac{a}{c^2} > \frac{b}{c^2}$ D. $a^2 > ab > b^2$

10. 对抛物线 $y = -x^2 + 2x - 3$ 而言, 下列结论正确的是 ()

- A. 与 x 轴有两个交点 B. 开口向上
C. 与 y 轴的交点坐标是 $(0, 3)$ D. 顶点坐标为 $(1, -2)$

11. 下列命题是真命题的个数有 ()

①垂直于半径的直线是圆的切线; ②平分弦的直径垂直于弦;

③若 $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$ 是方程 $x - ay = 3$ 的一个解, 则 $a = -1$;

④若反比例函数 $y = -\frac{3}{x}$ 的图像上有两点 $(\frac{1}{2}, y_1), (1, y_2)$, 则 $y_1 < y_2$ 。

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

12. 如图 4, $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 均为等边三角形, O 为 BC, EF 的中点, 则 $AD:BE$ 的值为 ()

- A. $\sqrt{3}:1$ B. $\sqrt{2}:1$ C. $5:3$ D. 不确定

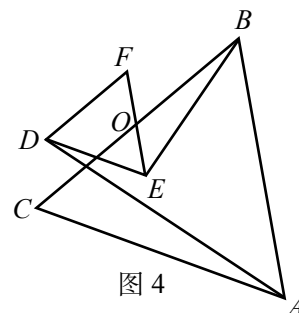


图 4

第二部分 非选择题

填空题 (本题共 4 小题, 每小题 3 分, 共 12 分.)

13. 分解因式: $a^3 - a =$ _____。

14. 如图 5, 在 $\odot O$ 中, 圆心角 $\angle AOB = 120^\circ$, 弦 $AB = 2\sqrt{3}$ cm,

则 $OA =$ _____ cm。

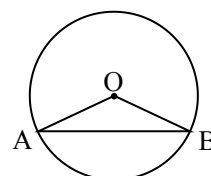


图 5

15. 如图 6, 这是由边长为 1 的等边三角形摆出的一系列图形, 按这种方式摆下去, 则第 n 个图形的

周长是 = _____。

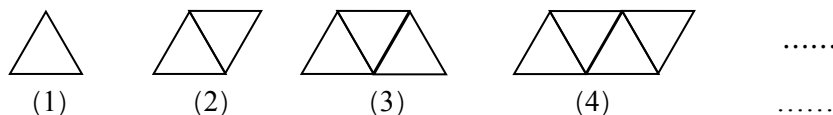


图 6

16. 如图 7, $\triangle ABC$ 的内心在 y 轴上, 点 C 的坐标为 $(2, 0)$, 点 B 的坐标为 $(0, 2)$, 直线 AC 的解析式为: $y = \frac{1}{2}x - 1$, 则 $\tan A$ 的值是_____。

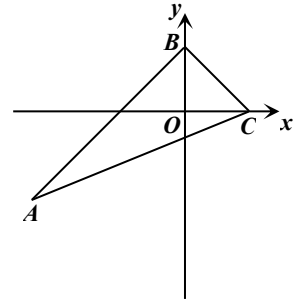


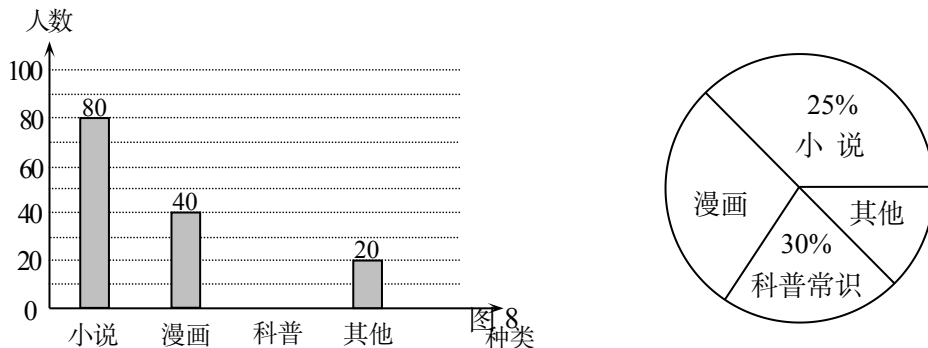
图 7

解答题 (本题共 7 小题, 其中第 17 小题 5 分, 第 18 小题 6 分, 第 19 小题 7 分, 第 20 小题 8 分, 第 21 小题 8 分, 第 22 小题 9 分, 第 23 小题 9 分, 共 52 分)

17. (本题 5 分) 计算: $2^{-1} + \sqrt{3}\cos 30^\circ + |-5| - (\pi - 2011)^0$ 。

18. (本题 6 分) 解分式方程: $\frac{2x}{x+1} + \frac{3}{x-1} = 2$ 。

19. (本题 7 分) 某校为了了解本校八年级学生课外阅读的喜欢, 随机抽取了该校八年级部分学生进行问卷调查 (每人只选一种书籍)。图 8 是整理数据后绘制的两幅不完整的统计图, 请你根据图中提供的信息, 解答下列问题:



- (1) 这次活动一共调查了_____名学生;
 (2) 在扇形统计图中, “其他”所在扇形圆心角等于_____度;
 (3) 补全条形统计图;

(4) 若该年级有 600 人, 请你估计该年级喜欢“科普常识”的学生人数约是_____人。

20. 如图 9, 已知在 $\odot O$ 中, 点 C 为劣弧 AB 上的中点, 连接 AC 并延长至 D , 使 $CD = CA$, 连接 DB

并延长交 $\odot O$ 于点 E , 连接 AE 。

(1) 求证: AE 是 $\odot O$ 的直径;

(2) 如图 10, 连接 EC , $\odot O$ 半径为 5, AC 的长为 4, 求阴影部分的面积之和。(结果保留 π 与根号)

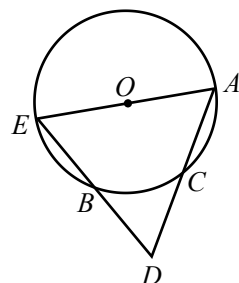


图 9

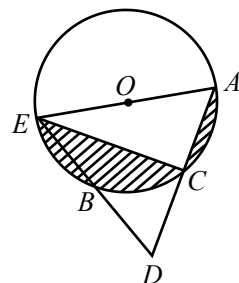


图 10

21. (本题 8 分) 如图 11, 一张矩形纸片 $ABCD$, 其中 $AD = 8\text{cm}$, $AB = 6\text{cm}$, 先沿对角线 BD 对折, 点 C 落在点 C' 的位置, BC' 交 AD 于点 G 。

(1) 求证: $AG = C'G$;

(2) 如图 12, 再折叠一次, 使点 D 与点 A 重合, 得折痕 EN , EN 交 AD 于点 M , 求 EM 的长。

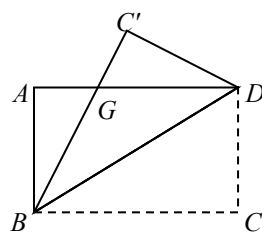


图 11

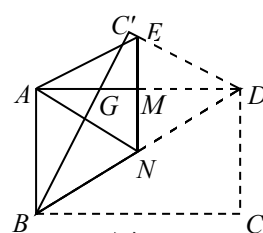


图 12

22. (本题 9 分) 深圳某科技公司在甲地、乙地分别生产了 17 台、15 台同一种型号的检测设备, 全部运往大运赛场 A、B 馆, 其中运往 A 馆 18 台、运往 B 馆 14 台; 运往 A、B 两馆的运费如表 1:

表 1

目的地 \ 出发地	甲地	乙地
A 馆	800 元/台	700 元/台
B 馆	500 元/台	600 元/台

表 2

目的地 \ 出发地	甲地	乙地
A 馆	x (台)	_____ (台)
B 馆	_____ (台)	_____ (台)

(1) 设甲地运往 A 馆的设备有 x 台, 请填写表 2, 并求出总费用 y (元) 与 x (台)

的函数关系式；

(2) 要使总费用不高于 20200 元，请你帮忙该公司设计调配方案，并写出有哪几种方案；

(3) 当 x 为多少时，总运费最小，最小值是多少？

23. (本题 9 分) 如图 13，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的顶点为 $C(1, 4)$ ，交 x 轴于 A 、 B 两点，交 y 轴于点 D ，其中点 B 的坐标为 $(3, 0)$ 。

(1) 求抛物线的解析式；

(2) 如图 14，过点 A 的直线与抛物线交于点 E ，交 y 轴于点 F ，其中点 E 的横坐标为 2，若直线 PQ 为抛物线的对称轴，点 G 为直线 PQ 上的一动点，则 x 轴上是否存在一点 H ，使 D 、 G 、 H 、 F 四点所围成的四边形周长最小。若存在，求出这个最小值及点 G 、 H 的坐标；若不存在，请说明理由。

(3) 如图 15，在抛物线上是否存在一点 T ，过点 T 作 x 轴的垂线，垂足为点 M ，过点 M 作 $MN \parallel BD$ ，交线段 AD 于点 N ，连接 MD ，使 $\triangle DNM \sim \triangle BMD$ 。若存在，求出点 T 的坐标；若不存在，请说明理由。

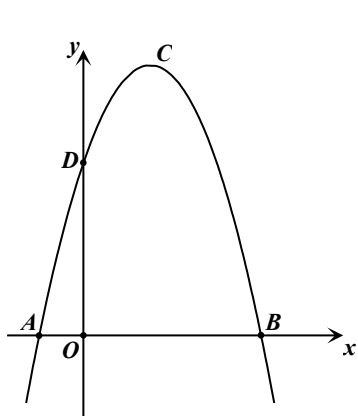


图 13

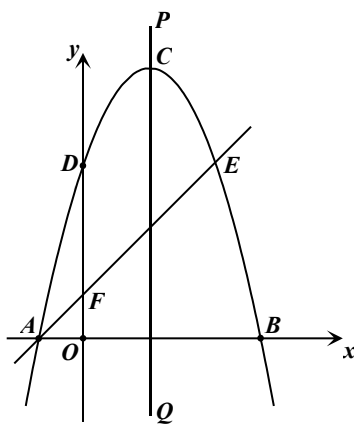


图 14

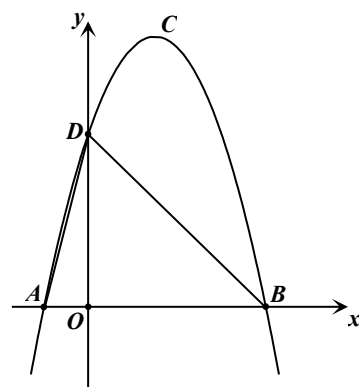


图 15

深圳市 2011 年初中毕业生学业考试 数学试卷·参考答案

第一部分：选择题

题 号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答 案	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>B</i>	<i>D</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>D</i>	<i>C</i>	<i>A</i>

第二部分：填空题：

13、 $a(a+1)(a-1)$ 14、4 15、 $2+n$ 16、 $\frac{1}{3}$

解答题：

17、原式 $= \frac{1}{2} + \frac{3}{2} + 5 - 1 = 6$

18、解：方程两边同时乘以： $(x+1)(x-1)$ ，得：

$$2x(x-1) + 3(x+1) = 2(x+1)(x-1)$$

整理化简，得

$$x = -5$$

经检验， $x = -5$ 是原方程的根

原方程的解为：

$$x = -5$$

(备注：本题必须验根，没有验根的扣 2 分)

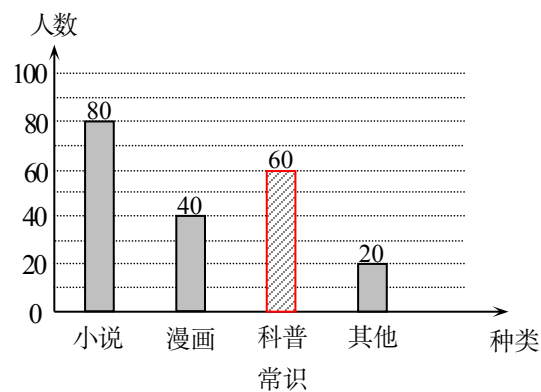


图 1

19、(1) 200; (2) 36; (3) 如图 1; (4) 180

20、(1) 证明: 如图 2, 连接 AB、BC,

$\therefore$ 点 C 是劣弧 AB 上的中点

$$\therefore \widehat{CA} = \widehat{CB}$$

$$\therefore CA = CB$$

又 $\therefore CD = CA$

$$\therefore CB = CD = CA$$

$$\therefore \text{在 } \triangle ABD \text{ 中, } CB = \frac{1}{2} AD$$

$$\therefore \angle ABD = 90^\circ$$

$$\therefore \angle ABE = 90^\circ$$

$\therefore$ AE 是 $\odot O$ 的直径

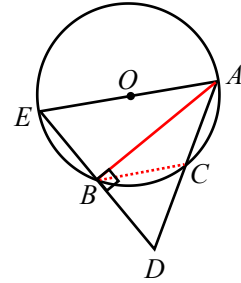


图 2

(2) 解: 如图 3, 由 (1) 可知, AE 是 $\odot O$ 的直径

$$\therefore \angle ACE = 90^\circ$$

$\therefore \odot O$ 的半径为 5, $AC = 4$

$\therefore AE = 10$, $\odot O$ 的面积为 25π

在 $\text{Rt}\triangle ACE$ 中, $\angle ACE = 90^\circ$, 由勾股定理, 得:

$$CE = \sqrt{AE^2 - AC^2} = \sqrt{10^2 - 4^2} = 2\sqrt{21}$$

$$\therefore S_{\triangle ACE} = \frac{1}{2} \times |AC| \times |CE| = \frac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{21} = 4\sqrt{21}$$

$$\therefore S_{\text{阴影}} = \frac{1}{2} S_{\odot O} - S_{\triangle ACE} = \frac{1}{2} \times 25\pi - 4\sqrt{21} = \frac{25\pi}{2} - 4\sqrt{21}$$

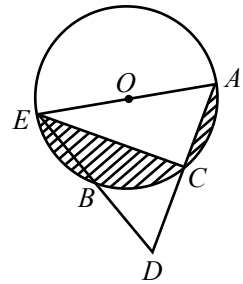


图 3

21、(1) 证明: 如图 4, 由对折和图形的对称性可知,

$$CD = C'D, \angle C = \angle C' = 90^\circ$$

在矩形 ABCD 中, $AB = CD$, $\angle A = \angle C = 90^\circ$

$$\therefore AB = C'D, \angle A = \angle C'$$

在 $\triangle ABG$ 和 $\triangle C'DG$ 中,

$$\therefore AB = C'D, \angle A = \angle C', \angle AGB = \angle C'GD$$

$$\therefore \triangle ABG \cong \triangle C'DG \text{ (AAS)}$$

$$\therefore AG = C'G$$

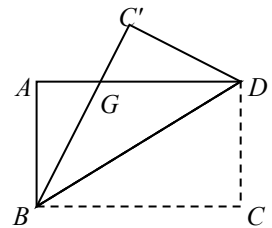


图 4

(2) 解: 如图 5, 设 $EM = x$, $AG = y$, 则有:

$$C'G = y, DG = 8 - y, DM = \frac{1}{2} AD = 4 \text{ cm},$$

在 $\text{Rt}\triangle C'DG$ 中, $\angle DC'G = 90^\circ$, $C'D = CD = 6$,

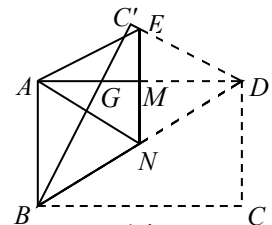


图 5

∴ C'G² + C'D² = DG²

即： y² + 6² = (8 - y)²

解得：

y = $\frac{7}{4}$

∴ C'G = $\frac{7}{4}$ cm, DG = $\frac{25}{4}$ cm

又 ∵ △DME ∽ △DC'G

∴ $\frac{DM}{DC'} = \frac{ME}{C'G}$, 即： $\frac{4}{6} = \frac{x}{(\frac{7}{4})}$

解得：

x = $\frac{7}{6}$, 即： EM = $\frac{7}{6}$ (cm)

∴ 所求的 EM 长为 $\frac{7}{6}$ cm。

22、解： (1) 表 2 如右图所示，依题意，得：

y = 800x + 700(18 - x) + 500(17 - x) + 600(x - 3)

即： y = 200x + 19300 (3 ≤ x ≤ 17)

(2) ∵ 要使总运费不高于 20200 元

∴ 200x + 19300 < 20200

解得： x < $\frac{9}{2}$

∴ 3 ≤ x ≤ 17，且设备台数 x 只能取正整数

∴ x 只能取 3 或 4。

∴ 该公司的调配方案共有 2 种，具体如下表：

表 3

	甲 地	乙 地
A 馆	3 台	15 台
B 馆	14 台	0 台

表 4

	甲 地	乙 地
A 馆	4 台	14 台
B 馆	13 台	1 台

(3) 由 (1) 和 (2) 可知，总运费 y 为：

y = 200x + 19300 (x = 3 或 x = 4)

由一次函数的性质，可知：

当 x = 3 时，总运费最小，最小值为： y_{min} = 200 × 3 + 19300 = 19900 (元)。

答：当 x 为 3 时，总运费最小，最小值是 19900 元。

表 2

出发地 目的地	甲 地	乙 地
A 馆	x (台)	18 - x (台)

23、解：(1) 设所求抛物线的解析式为： $y = a(x-1)^2 + 4$ ，

依题意，将点 B (3, 0) 代入，得：

$$a(3-1)^2 + 4 = 0$$

$$\text{解得： } a = -1$$

$$\therefore \text{所求抛物线的解析式为： } y = -(x-1)^2 + 4$$

(2) 如图 6，在 y 轴的负半轴上取一点 I，使得点 F 与点 I 关于 x 轴对称，
在 x 轴上取一点 H，连接 HF、HI、HG、GD、GE，则 $HF = HI$

①

设过 A、E 两点的一次函数解析式为： $y = kx + b$ ($k \neq 0$)，

$\therefore$ 点 E 在抛物线上且点 E 的横坐标为 2，将 $x = 2$ 代入抛物线 $y = -(x-1)^2 + 4$ ，得

$$y = -(2-1)^2 + 4 = 3$$

$$\therefore \text{点 E 坐标为 } (2, 3)$$

又 $\therefore$ 抛物线 $y = -(x-1)^2 + 4$ 图像分别与 x 轴、 y 轴交于点 A、B、D

$$\therefore \text{当 } y = 0 \text{ 时， } -(x-1)^2 + 4 = 0, \therefore x = -1 \text{ 或 } x = 3$$

$$\text{当 } x = 0 \text{ 时， } y = -1 + 4 = 3,$$

$$\therefore \text{点 A } (-1, 0), \text{ 点 B } (3, 0), \text{ 点 D } (0, 3)$$

又 $\therefore$ 抛物线的对称轴为：直线 $x = 1$ ，

$$\therefore \text{点 D 与点 E 关于 PQ 对称， } GD = GE \text{.....} \textcircled{2}$$

分别将点 A (-1, 0)、点 E (2, 3) 代入 $y = kx + b$ ，得：

$$\begin{cases} -k + b = 0 \\ 2k + b = 3 \end{cases} \quad \text{解得：} \begin{cases} k = 1 \\ b = 1 \end{cases}$$

过 A、E 两点的一次函数解析式为： $y = x + 1$

$$\therefore \text{当 } x = 0 \text{ 时， } y = 1$$

$$\therefore \text{点 F 坐标为 } (0, 1)$$

$$\therefore |DF| = 2 \text{.....} \textcircled{3}$$

又 $\therefore$ 点 F 与点 I 关于 x 轴对称，

$$\therefore \text{点 I 坐标为 } (0, -1)$$

$$\therefore |EI| = \sqrt{DE^2 + DI^2} = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5} \text{.....} \textcircled{4}$$

又 $\therefore$ 要使四边形 DFHG 的周长最小，由于 DF 是一个定值，

$\therefore$ 只要使 $DG + GH + HI$ 最小即可

由图形的对称性和①、②、③，可知，

$$DG + GH + HF = EG + GH + HI$$

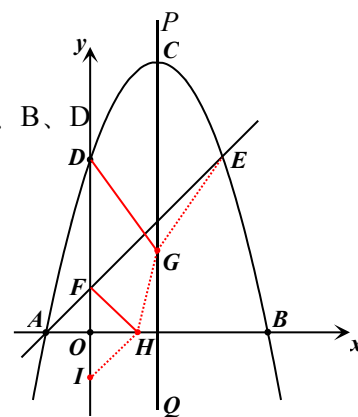


图 6

只有当 EI 为一条直线时, $EG + GH + HI$ 最小

设过 E (2, 3)、I (0, -1) 两点的函数解析式为: $y = k_1x + b_1$ ($k_1 \neq 0$),

分别将点 E (2, 3)、点 I (0, -1) 代入 $y = k_1x + b_1$, 得:

$$\begin{cases} 2k_1 + b_1 = 3 \\ b_1 = -1 \end{cases} \quad \text{解得: } \begin{cases} k_1 = 2 \\ b_1 = -1 \end{cases}$$

过 A、E 两点的一次函数解析式为: $y = 2x - 1$

$\therefore$ 当 $x = 1$ 时, $y = 1$; 当 $y = 0$ 时, $x = \frac{1}{2}$;

$\therefore$ 点 G 坐标为 (1, 1), 点 H 坐标为 $(\frac{1}{2}, 0)$

$\therefore$ 四边形 DFHG 的周长最小为: $DF + DG + GH + HF = DF + EI$

由③和④, 可知:

$$DF + EI = 2 + 2\sqrt{5}$$

$\therefore$ 四边形 DFHG 的周长最小为 $2 + 2\sqrt{5}$ 。

(3) 如图 7, 由题意可知, $\angle NMD = \angle MDB$,

要使, $\triangle DNM \sim \triangle BMD$, 只要使 $\frac{NM}{MD} = \frac{MD}{BD}$ 即可,

即: $MD^2 = NM \times BD$⑤

设点 M 的坐标为 (a, 0), 由 $MN \parallel BD$, 可得

$\triangle AMN \sim \triangle ABD$,

$$\therefore \frac{NM}{BD} = \frac{AM}{AB}$$

再由 (1)、(2) 可知, $AM = 1 + a$, $BD = 3\sqrt{2}$, $AB = 4$

$$\therefore MN = \frac{AM \times BD}{AB} = \frac{(1+a) \times 3\sqrt{2}}{4} = \frac{3\sqrt{2}}{4}(1+a)$$

$$\therefore MD^2 = OD^2 + OM^2 = a^2 + 9,$$

$$\therefore \text{⑤式可写成: } a^2 + 9 = \frac{3\sqrt{2}}{4}(1+a) \times 3\sqrt{2}$$

解得:

$$a = \frac{3}{2} \text{ 或 } a = 3 \text{ (不合题意, 舍去)}$$

$\therefore$ 点 M 的坐标为 $(\frac{3}{2}, 0)$

又 $\therefore$ 点 T 在抛物线 $y = -(x-1)^2 + 4$ 图像上,

$$\therefore \text{当 } x = \frac{3}{2} \text{ 时, } y = \frac{15}{4}$$

$\therefore$ 点 T 的坐标为 $(\frac{3}{2}, \frac{15}{4})$

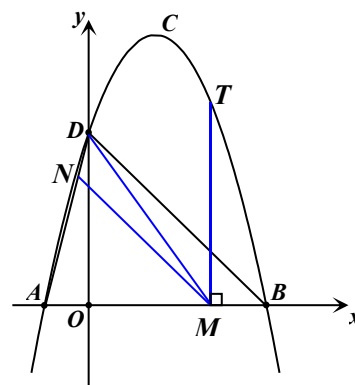


图 7

