

2013 年湖南省益阳市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 4 分，共 32 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1.（4 分）据益阳市统计局在网上发布的数据，2012 年益阳市地区生产总值（GDP）突破千亿元大关，达到了 1020 亿元，将 102 000 000 000 用科学记数法表示正确的是（ ）

- A. 1.02×10^{11} B. 10.2×10^{10} C. 1.02×10^{10} D. 1.2×10^{11}

2.（4 分）下列运算正确的是（ ）

- A. $2a^3 \div a = 6$ B. $(ab^2)^2 = ab^4$ C. $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ D. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$

3.（4 分）分式方程 $\frac{5}{x-2} = \frac{3}{x}$ 的解是（ ）

- A. $x = 3$ B. $x = -3$ C. $x = \frac{3}{4}$ D. $x = -\frac{3}{4}$

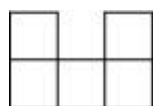
4.（4 分）实施新课改以来，某班学生经常采用“小组合作学习”的方式进行学习，学习委员小兵每周对各小组合作学习的情况进行了综合评分．下表是其中一周的统计数据：

组 别	1	2	3	4	5	6	7
分 值	90	95	90	88	90	92	85

这组数据的中位数和众数分别是（ ）

- A. 88, 90 B. 90, 90 C. 88, 95 D. 90, 95

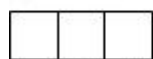
5.（4 分）一个物体由多个完全相同的小正方体组成，它的三视图如图所示，那么组成这个物体的小正方体的个数为（ ）



主视图



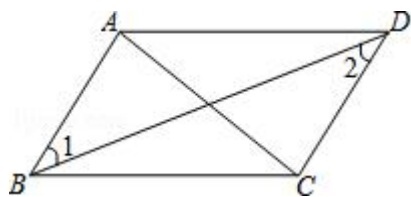
左视图



俯视图

- A. 2 个 B. 3 个 C. 5 个 D. 10 个

6.（4 分）如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，下列结论中错误的是（ ）

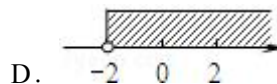
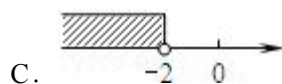
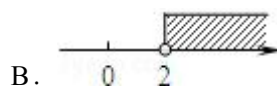


- A. $\angle 1 = \angle 2$ B. $\angle BAD = \angle BCD$ C. $AB = CD$ D. $AC \perp BD$

7. (4分) 抛物线 $y = 2(x+3)^2 + 1$ 的顶点坐标是 ()

- A. (3, 1) B. (3, -1) C. (-3, 1) D. (-3, -1)

8. (4分) 已知一次函数 $y = x - 2$, 当函数值 $y > 0$ 时, 自变量 x 的取值范围在数轴上表示正确的是 ()



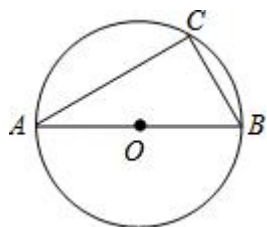
二、填空题 (本大题共 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡中对应题号后的横线上)

9. (4分) 因式分解: $xy^2 - 4x =$ _____.

10. (4分) 计算: $\frac{x}{x-1} - \frac{1}{x-1} =$ _____.

11. (4分) 有三张大小、形状及背面完全相同的卡片, 卡片正面分别画有正三角形、正方形、圆, 从这三张卡片中任意抽取一张, 卡片正面的图形既是轴对称图形又是中心对称图形的概率是_____.

12. (4分) 如图, 若 AB 是 $\odot O$ 的直径, $AB = 10cm$, $\angle CAB = 30^\circ$, 则 $BC =$ _____ cm .



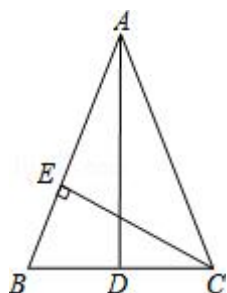
13. (4分) 下表中的数字是按一定规律填写的, 表中 a 的值应是_____.

1	2	3	5	8	13	a	...
2	3	5	8	13	21	34	...

三、解答题 (本大题共 2 小题, 每小题 6 分, 共 12 分)

14. (6分) 已知: $a = \sqrt{3}$, $b = |-2|$, $c = \frac{1}{2}$. 求代数式: $a^2 + b - 4c$ 的值.

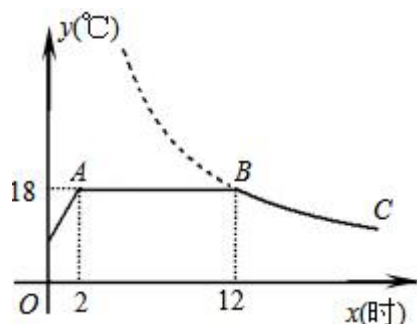
15. (6分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $BD=CD$, $CE \perp AB$ 于 E . 求证: $\triangle ABD \sim \triangle CBE$.



四、解答题 (本大题共 3 小题, 每小题 8 分, 共 24 分)

16. (8分) 我市某蔬菜生产基地在气温较低时, 用装有恒温系统的大棚栽培一种在自然光照且温度为 18°C 的条件下生长最快的新品种. 如图是某天恒温系统从开启到关闭及关闭后, 大棚内温度 y ($^{\circ}\text{C}$) 随时间 x (小时) 变化的函数图象, 其中 BC 段是双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 的一部分. 请根据图中信息解答下列问题:

- (1) 恒温系统在这天保持大棚内温度 18°C 的时间有多少小时?
- (2) 求 k 的值;
- (3) 当 $x = 16$ 时, 大棚内的温度约为多少度?



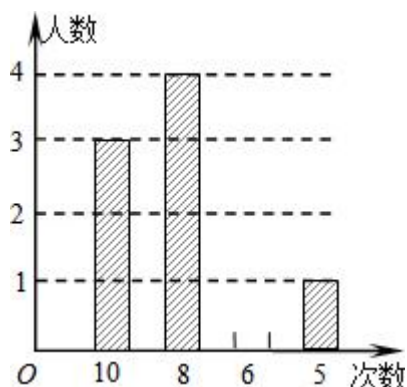
17. (8分) 某校八年级数学课外兴趣小组的同学积极参加义工活动, 小庆对全体小组成员参加活动次数的情况进行统计分析, 绘制了如下不完整的统计表和统计图 (图).

次数	10	8	6	5
人数	3	a	2	1

(1) 表中 $a =$ _____;

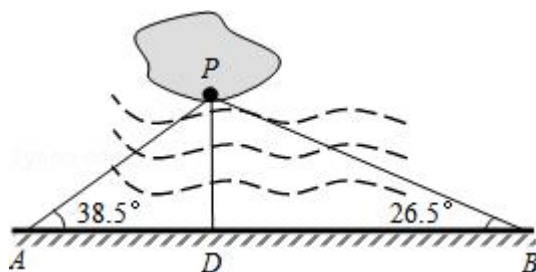
(2) 请将条形统计图补充完整;

(3) 从小组成员中任选一人向学校汇报义工活动情况, 参加了 10 次活动的成员被选中的概率有多少?



18. (8 分) 如图, 益阳市梓山湖中有一孤立小岛, 湖边有一条笔直的观光小道 AB , 现决定从小岛架一座与观光小道垂直的小桥 PD , 小张在小道上测得如下数据: $AB = 80.0$ 米, $\angle PAB = 38.5^\circ$, $\angle PBA = 26.5^\circ$. 请帮助小张求出小桥 PD 的长并确定小桥在小道上的位置. (以 A, B 为参照点, 结果精确到 0.1 米)

(参考数据: $\sin 38.5^\circ = 0.62$, $\cos 38.5^\circ = 0.78$, $\tan 38.5^\circ = 0.80$, $\sin 26.5^\circ = 0.45$, $\cos 26.5^\circ = 0.89$, $\tan 26.5^\circ = 0.50$)



五、解答题（本大题共 2 小题，共 22 分）

19.（10 分）“二广”高速在益阳境内的建设正在紧张地进行，现有大量的沙石需要运输．“益安”车队有载重量为 8 吨、10 吨的卡车共 12 辆，全部车辆运输一次能运输 110 吨沙石．

（1）求“益安”车队载重量为 8 吨、10 吨的卡车各有多少辆？

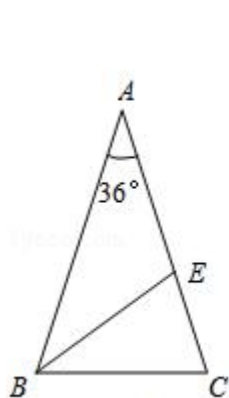
（2）随着工程的进展，“益安”车队需要一次运输沙石 165 吨以上，为了完成任务，准备新增购这两种卡车共 6 辆，车队有多少种购买方案，请你一一写出．

20. (12分) 如图1, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 36^\circ$, $AB = AC$, $\angle ABC$ 的平分线 BE 交 AC 于 E .

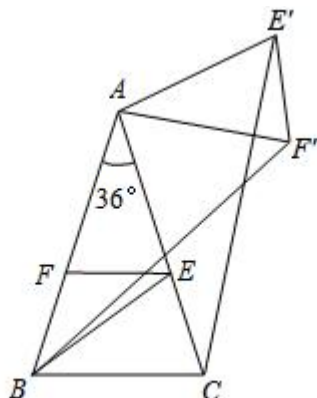
(1) 求证: $AE = BC$;

(2) 如图(2), 过点 E 作 $EF \parallel BC$ 交 AB 于 F , 将 $\triangle AEF$ 绕点 A 逆时针旋转角 α ($0^\circ < \alpha < 144^\circ$) 得到 $\triangle AE'F'$, 连结 CE' , BF' , 求证: $CE' = BF'$;

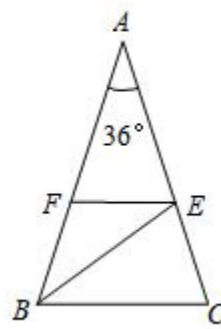
(3) 在(2)的旋转过程中是否存在 $CE' \parallel AB$? 若存在, 求出相应的旋转角 α ; 若不存在, 请说明理由.



图(1)



图(2)



(备用图)

六、解答题 (本题满分 10 分)

21. (10分) 阅读材料: 如图1, 在平面直角坐标系中, A 、 B 两点的坐标分别为 $A(x_1, y_1)$,

$B(x_2, y_2)$, AB 中点 P 的坐标为 (x_p, y_p) . 由 $x_p - x_1 = x_2 - x_p$, 得 $x_p = \frac{x_1 + x_2}{2}$, 同理

$y_p = \frac{y_1 + y_2}{2}$, 所以 AB 的中点坐标为 $(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2})$. 由勾股定理得 $AB^2 =$

$$\sqrt{|x_2 - x_1|^2 + |y_2 - y_1|^2}, \text{ 所以 } A、B \text{ 两点间的距离公式为}$$

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$

注：上述公式对 $A、B$ 在平面直角坐标系中其它位置也成立。

解答下列问题：

如图 2，直线 $l: y = 2x + 2$ 与抛物线 $y = 2x^2$ 交于 $A、B$ 两点， P 为 AB 的中点，过 P 作 x 轴的垂线交抛物线于点 C 。

- (1) 求 $A、B$ 两点的坐标及 C 点的坐标；
- (2) 连结 $AB、AC$ ，求证 $\triangle ABC$ 为直角三角形；
- (3) 将直线 l 平移到 C 点时得到直线 l' ，求两直线 l 与 l' 的距离。

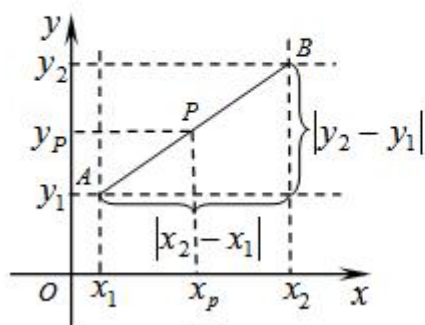


图 1

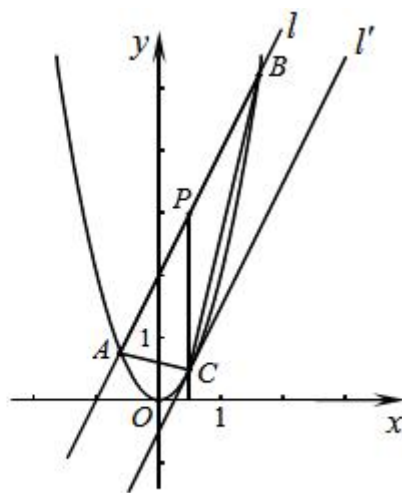


图 2

2013 年湖南省益阳市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 4 分，共 32 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1.（4 分）据益阳市统计局在网上发布的数据，2012 年益阳市地区生产总值（GDP）突破千亿元大关，达到了 1020 亿元，将 102 000 000 000 用科学记数法表示正确的是（ ）

- A. 1.02×10^{11} B. 10.2×10^{10} C. 1.02×10^{10} D. 1.2×10^{11}

【考点】1I：科学记数法—表示较大的数．

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数．

【解答】解：将 102 000 000 000 用科学记数法表示为： 1.02×10^{11} ．

故选：A．

【点评】此题考查了科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

2.（4 分）下列运算正确的是（ ）

- A. $2a^3 \div a = 6$ B. $(ab^2)^2 = ab^4$
C. $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ D. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$

【考点】47：幂的乘方与积的乘方；4C：完全平方公式；4F：平方差公式；4H：整式的除法．

【分析】根据单项式的除法法则，以及幂的乘方，平方差公式以及完全平方公式即可作出判断．

【解答】解：A、 $2a^3 \div a = 2a^2$ ，故选项错误；

B、 $(ab^2)^2 = a^2b^4$ ，故选项错误；

C、正确；

D、 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ，故选项错误．

故选：C．

【点评】本题考查了平方差公式和完全平方公式的运用，理解公式结构是关键，需要熟

练掌握并灵活运用.

3. (4分) 分式方程 $\frac{5}{x-2} = \frac{3}{x}$ 的解是 ()

A. $x = 3$ B. $x = -3$ C. $x = \frac{3}{4}$ D. $x = -\frac{3}{4}$

【考点】B3: 解分式方程.

【专题】11: 计算题.

【分析】分式方程去分母转化为整式方程, 求出整式方程的解得到 x 的值, 经检验即可得到分式方程的解.

【解答】解: 去分母得: $5x = 3x - 6$,

解得: $x = -3$,

经检验 $x = -3$ 是分式方程的解.

故选: B.

【点评】此题考查了解分式方程, 解分式方程的基本思想是“转化思想”, 把分式方程转化为整式方程求解. 解分式方程一定要注意要验根.

4. (4分) 实施新课改以来, 某班学生经常采用“小组合作学习”的方式进行学习, 学习委员小兵每周对各小组合作学习的情况进行了综合评分. 下表是其中一周的统计数据:

组 别	1	2	3	4	5	6	7
分 值	90	95	90	88	90	92	85

这组数据的中位数和众数分别是 ()

A. 88, 90 B. 90, 90 C. 88, 95 D. 90, 95

【考点】W4: 中位数; W5: 众数.

【分析】根据众数和中位数的定义, 结合表格和选项选出正确答案即可.

【解答】解: 把这组数据按从小到大的顺序排列为: 85, 88, 90, 90, 90, 92, 95,

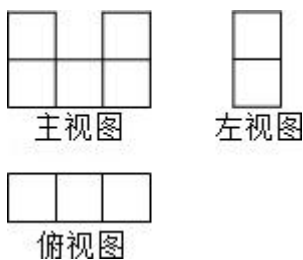
故中位数为: 90,

众数为: 90.

故选: B.

【点评】本题考查了众数和中位数的知识, 属于基础题, 解答本题的关键是熟练掌握众数和中位数的定义.

5. (4分) 一个物体由多个完全相同的小正方体组成, 它的三视图如图所示, 那么组成这个物体的小正方体的个数为 ()



- A. 2 个 B. 3 个 C. 5 个 D. 10 个

【考点】 U3: 由三视图判断几何体.

【分析】 从主视图与左视图可以得出此图形只有一排, 从俯视图可以验证这一点, 从而确定个数.

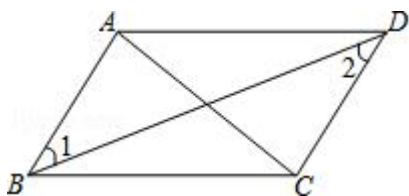
【解答】 解: 从主视图与左视图可以得出此图形只有一排, 只能得出一共有 5 个小正方体,

从俯视图可以验证这一点, 从而确定小正方体总个数为 5 个.

故选: C.

【点评】 此题主要考查了由三视图判定几何体的形状, 此问题是中考中热点问题, 同学们应熟练掌握.

6. (4 分) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 下列结论中错误的是 ()



- A. $\angle 1 = \angle 2$ B. $\angle BAD = \angle BCD$ C. $AB = CD$ D. $AC \perp BD$

【考点】 L5: 平行四边形的性质.

【分析】 根据平行四边形的性质, 平行四边形对边平行以及对边相等和对角相等分别判断得出即可.

【解答】 解: $\because$ 在平行四边形 $ABCD$ 中,

$$\therefore AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2, \text{ (故 A 选项正确, 不合题意);}$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore \angle BAD = \angle BCD, \text{ (故 B 选项正确, 不合题意);}$$

$$AB = CD, \text{ (故 C 选项正确, 不合题意);}$$

无法得出 $AC \perp BD$, (故 D 选项错误, 符合题意).

故选：D.

【点评】此题主要考查了平行四边形的性质，熟练掌握相关的性质是解题关键.

7. (4分) 抛物线 $y = 2(x+3)^2 + 1$ 的顶点坐标是 ()

- A. (3, 1) B. (3, -1) C. (-3, 1) D. (-3, -1)

【考点】H3: 二次函数的性质.

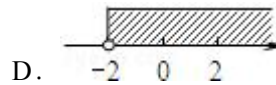
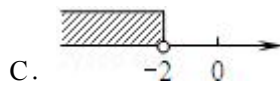
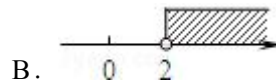
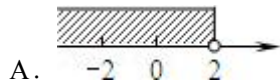
【分析】已知抛物线的顶点式，可直接写出顶点坐标.

【解答】解：由 $y = 2(x+3)^2 + 1$ ，根据顶点式的坐标特点可知，顶点坐标为 (-3, 1)，

故选：C.

【点评】考查二次函数的性质及将解析式化为顶点式 $y = a(x-h)^2 + k$ ，顶点坐标是 (h, k)，对称轴是 $x = h$.

8. (4分) 已知一次函数 $y = x - 2$ ，当函数值 $y > 0$ 时，自变量 x 的取值范围在数轴上表示正确的是 ()



【考点】C4: 在数轴上表示不等式的解集；F5: 一次函数的性质.

【专题】16: 压轴题.

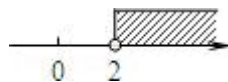
【分析】由已知条件知 $x - 2 > 0$ ，通过解不等式可以求得 $x > 2$. 然后把不等式的解集表示在数轴上即可.

【解答】解：∵ 一次函数 $y = x - 2$,

∴ 函数值 $y > 0$ 时， $x - 2 > 0$,

解得， $x > 2$,

表示在数轴上为：



故选：B.

【点评】本题考查了在数轴上表示不等式的解集. 把每个不等式的解集在数轴上表示出来 ($>$, $\geq$ 向右画； $<$, $\leq$ 向左画)，数轴上的点把数轴分成若干段，如果数轴的某一段上面表示解集的线的条数与不等式的个数一样，那么这段就是不等式组的解集. 有几个

就要几个. 在表示解集时“ $\geq$ ”, “ $\leq$ ”要用实心圆点表示; “ $<$ ”, “ $>$ ”要用空心圆点表示.

二、填空题(本大题共5小题, 每小题4分, 共20分. 把答案填在答题卡中对应题号后的横线上)

9. (4分) 因式分解: $xy^2 - 4x = \underline{x(y+2)(y-2)}$.

【考点】55: 提公因式法与公式法的综合运用.

【分析】先提取公因式 x , 再对余下的多项式利用平方差公式继续分解.

【解答】解: $xy^2 - 4x$,
 $= x(y^2 - 4)$,
 $= x(y+2)(y-2)$.

【点评】本题主要考查提公因式法分解因式和利用平方差公式分解因式, 熟记公式是解题的关键, 难点在于要进行二次因式分解.

10. (4分) 计算: $\frac{x}{x-1} - \frac{1}{x-1} = \underline{1}$.

【考点】6B: 分式的加减法.

【专题】11: 计算题.

【分析】由于两分式的分母相同, 分子不同, 故根据同分母的分式相加减的法则进行计算即可.

【解答】解: 原式 $= \frac{x-1}{x-1}$
 $= 1$.

故答案为: 1.

【点评】本题考查的是分式的加减法, 即同分母的分式想加减, 分母不变, 把分子相加减.

11. (4分) 有三张大小、形状及背面完全相同的卡片, 卡片正面分别画有正三角形、正方形、圆, 从这三张卡片中任意抽取一张, 卡片正面的图形既是轴对称图形又是中心对称图形的概率是 $\underline{\frac{2}{3}}$.

【考点】P3: 轴对称图形; R5: 中心对称图形; X4: 概率公式.

【分析】由正三角形、正方形、圆中既是中心对称图形又是轴对称图形的是正方形、圆, 利用概率公式即可求得答案.

【解答】解: $\because$ 正三角形、正方形、圆中既是中心对称图形又是轴对称图形的是正方形、

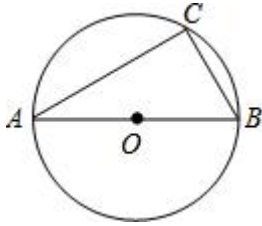
圆,

∴既是中心对称图形又是轴对称图形的概率是: $\frac{2}{3}$.

故答案为: $\frac{2}{3}$.

【点评】此题考查了概率公式的应用. 注意概率 = 所求情况数与总情况数之比.

12. (4分) 如图, 若 AB 是 $\odot O$ 的直径, $AB = 10cm$, $\angle CAB = 30^\circ$, 则 $BC = \underline{5} cm$.



【考点】KO: 含 30° 度角的直角三角形; M5: 圆周角定理.

【专题】16: 压轴题.

【分析】根据圆周角定理可得出 $\triangle ABC$ 是直角三角形, 再由含 30° 角的直角三角形的性质即可得出 BC 的长度.

【解答】解: $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\text{又} \because AB = 10cm, \angle CAB = 30^\circ,$$

$$\therefore BC = \frac{1}{2}AB = 5cm.$$

故答案为: 5.

【点评】本题考查了圆周角定理及含 30° 角的直角三角形的性质, 解答本题的关键是根据圆周角定理判断出 $\angle ACB = 90^\circ$.

13. (4分) 下表中的数字是按一定规律填写的, 表中 a 的值应是 21.

1	2	3	5	8	13	a	...
2	3	5	8	13	21	34	...

【考点】37: 规律型: 数字的变化类.

【专题】16: 压轴题.

【分析】根据第一行第3个数是前两个数值之和, 进而得出答案.

【解答】解: 根据题意可得出: $a = 13 + 8 = 21$.

故答案为: 21.

【点评】此题主要考查了数字变化规律，根据已知得出数字的变与不变是解题关键．

三、解答题（本大题共 2 小题，每小题 6 分，共 12 分）

14.（6 分）已知： $a = \sqrt{3}$ ， $b = |-2|$ ， $c = \frac{1}{2}$ ．求代数式： $a^2 + b - 4c$ 的值．

【考点】33：代数式求值．

【专题】11：计算题；16：压轴题．

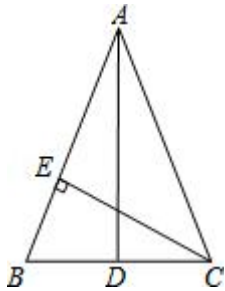
【分析】将 a ， b 及 c 的值代入计算即可求出值．

【解答】解：当 $a = \sqrt{3}$ ， $b = |-2| = 2$ ， $c = \frac{1}{2}$ 时，

$$a^2 + b - 4c = 3 + 2 - 2 = 3.$$

【点评】此题考查了代数式求值，涉及的知识有：二次根式的化简，绝对值，以及有理数的混合运算，熟练掌握运算法则是解本题的关键．

15.（6 分）如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $BD = CD$ ， $CE \perp AB$ 于 E ．求证： $\triangle ABD \sim \triangle CBE$ ．



【考点】S8：相似三角形的判定．

【专题】14：证明题；16：压轴题．

【分析】根据等腰三角形三线合一的性质可得 $AD \perp BC$ ，然后求出 $\angle ADB = \angle CEB = 90^\circ$ ，再根据两组角对应相等的两个三角形相似证明．

【解答】证明：在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $BD = CD$ ，

$$\therefore AD \perp BC,$$

$$\because CE \perp AB,$$

$$\therefore \angle ADB = \angle CEB = 90^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle B = \angle B,$$

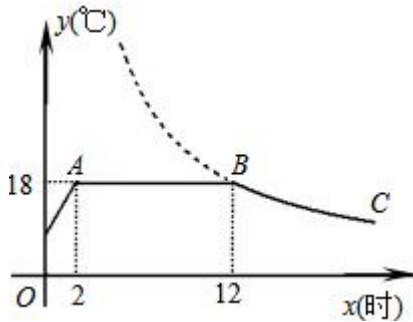
$$\therefore \triangle ABD \sim \triangle CBE.$$

【点评】本题考查了相似三角形的判定，等腰三角形三线合一的性质，比较简单，确定出两组对应相等的角是解题的关键．

四、解答题（本大题共 3 小题，每小题 8 分，共 24 分）

16. (8分) 我市某蔬菜生产基地在气温较低时, 用装有恒温系统的大棚栽培一种在自然光照且温度为 18°C 的条件下生长最快的新品种. 如图是某天恒温系统从开启到关闭及关闭后, 大棚内温度 y ($^{\circ}\text{C}$) 随时间 x (小时) 变化的函数图象, 其中 BC 段是双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 的一部分. 请根据图中信息解答下列问题:

- (1) 恒温系统在这天保持大棚内温度 18°C 的时间有多少小时?
- (2) 求 k 的值;
- (3) 当 $x = 16$ 时, 大棚内的温度约为多少度?



【考点】 FH: 一次函数的应用; GA: 反比例函数的应用.

【分析】 (1) 根据图象直接得出大棚温度 18°C 的时间为 $12 - 2 = 10$ (小时);

(2) 利用待定系数法求反比例函数解析式即可;

(3) 将 $x = 16$ 代入函数解析式求出 y 的值即可.

【解答】 解: (1) 恒温系统在这天保持大棚温度 18°C 的时间为 $12 - 2 = 10$ 小时.

(2) $\because$ 点 $B(12, 18)$ 在双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 上,

$$\therefore 18 = \frac{k}{12},$$

$\therefore$ 解得: $k = 216$.

(3) 当 $x = 16$ 时, $y = \frac{216}{16} = 13.5$,

所以当 $x = 16$ 时, 大棚内的温度约为 13.5°C .

【点评】 此题主要考查了反比例函数的应用, 求出反比例函数解析式是解题关键.

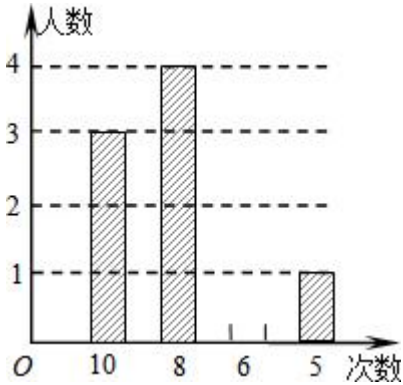
17. (8分) 某校八年级数学课外兴趣小组的同学积极参加义工活动, 小庆对全体小组成员参加活动次数的情况进行统计分析, 绘制了如下不完整的统计表和统计图(图).

次数	10	8	6	5
人数	3	a	2	1

(1) 表中 $a = 4$;

(2) 请将条形统计图补充完整;

(3) 从小组成员中任选一人向学校汇报义工活动情况, 参加了 10 次活动的成员被选中的概率有多少?



【考点】VA: 统计表; VC: 条形统计图; X4: 概率公式.

【专题】16: 压轴题.

【分析】(1) 根据条形统计图可知 $a = 4$;

(2) 根据表格数据可知 6 次的人数是 2, 然后补全统计图即可;

(3) 根据概率公式解得即可.

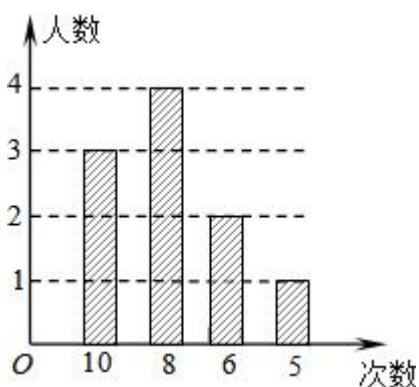
【解答】解: (1) 由条形统计图可知次数为 8 的有 4 人,
所以, $a = 4$;

(2) 由表可知, 6 次的有 2 人,
补全统计图如图;

(3) $\because$ 小组成员共 10 人, 参加了 10 次活动的成员有 3 人,

$$\therefore P = \frac{3}{10},$$

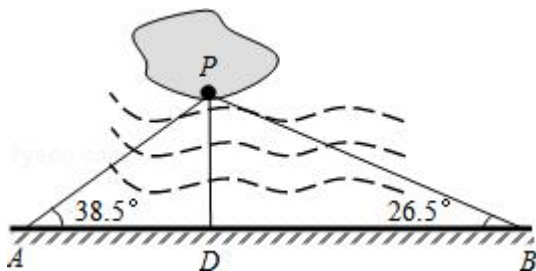
答: 从小组成员中任选一人向学校汇报义工活动情况, 参加了 10 次活动的成员被选中的
概率是 $\frac{3}{10}$.



【点评】 本题考查的是条形统计图的综合运用．读懂统计图，从统计图中得到必要的信息是解决问题的关键．条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据．

18. (8 分) 如图，益阳市梓山湖中有一孤立小岛，湖边有一条笔直的观光小道 AB ，现决定从小岛架一座与观光小道垂直的小桥 PD ，小张在小道上测得如下数据： $AB = 80.0$ 米， $\angle PAB = 38.5^\circ$ ， $\angle PBA = 26.5^\circ$ ．请帮助小张求出小桥 PD 的长并确定小桥在小道上的位置．(以 A ， B 为参照点，结果精确到 0.1 米)

(参考数据： $\sin 38.5^\circ = 0.62$ ， $\cos 38.5^\circ = 0.78$ ， $\tan 38.5^\circ = 0.80$ ， $\sin 26.5^\circ = 0.45$ ， $\cos 26.5^\circ = 0.89$ ， $\tan 26.5^\circ = 0.50$)



【考点】 T8：解直角三角形的应用．

【专题】 12：应用题；16：压轴题．

【分析】 设 $PD = x$ 米，在 $\text{Rt}\triangle PAD$ 中表示出 AD ，在 $\text{Rt}\triangle PDB$ 中表示出 BD ，再由 $AB = 80.0$ 米，可得出方程，解出即可得出 PD 的长度，继而也可确定小桥在小道上的位置．

【解答】 解：设 $PD = x$ 米，

$$\because PD \perp AB,$$

$$\therefore \angle ADP = \angle BDP = 90^\circ,$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle PAD \text{ 中, } \tan \angle PAD = \frac{x}{AD},$$

$$\therefore AD = \frac{x}{\tan 38.5^\circ} \approx \frac{x}{0.80} = \frac{5}{4}x,$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle PBD \text{ 中, } \tan \angle PBD = \frac{x}{DB},$$

$$\therefore DB = \frac{x}{\tan 26.5^\circ} \approx \frac{x}{0.50} = 2x,$$

又 $\because AB = 80.0$ 米,

$$\therefore \frac{5}{4}x + 2x = 80.0,$$

解得: $x \approx 24.6$, 即 $PD \approx 24.6$ (米),

$\therefore DB = 49.2$ (米).

答: 小桥 PD 的长度约为 24.6 米, 位于 AB 之间距 B 点约 49.2 米.

【点评】 本题考查了解直角三角形的应用, 解答本题的关键是构造直角三角形, 利用三角函数表示出相关线段的长度, 难度一般.

五、解答题 (本大题共 2 小题, 共 22 分)

19. (10 分) “二广”高速在益阳境内的建设正在紧张地进行, 现有大量的沙石需要运输. “益安”车队有载重量为 8 吨、10 吨的卡车共 12 辆, 全部车辆运输一次能运输 110 吨沙石.

(1) 求“益安”车队载重量为 8 吨、10 吨的卡车各有多少辆?

(2) 随着工程的进展, “益安”车队需要一次运输沙石 165 吨以上, 为了完成任务, 准备新增购这两种卡车共 6 辆, 车队有多少种购买方案, 请你一一写出.

【考点】 9A: 二元一次方程组的应用; C9: 一元一次不等式的应用.

【分析】 (1) 根据“‘益安’车队有载重量为 8 吨、10 吨的卡车共 12 辆, 全部车辆运输一次能运输 110 吨沙石”分别得出等式组成方程组, 求出即可;

(2) 利用“‘益安’车队需要一次运输沙石 165 吨以上”得出不等式求出购买方案即可.

【解答】 解: (1) 设“益安”车队载重量为 8 吨、10 吨的卡车分别有 x 辆、 y 辆,

$$\text{根据题意得: } \begin{cases} x+y=12 \\ 8x+10y=110 \end{cases},$$

$$\text{解之得: } \begin{cases} x=5 \\ y=7 \end{cases}.$$

答: “益安”车队载重量为 8 吨的卡车有 5 辆, 10 吨的卡车有 7 辆;

(2) 设载重量为 8 吨的卡车增加了 z 辆,

依题意得: $8(5+z) + 10(7+6-z) > 165$,

$$\text{解之得: } z < \frac{5}{2},$$

$\because z \geq 0$ 且为整数,

$\therefore z = 0, 1, 2$;

$$\therefore 6 - z = 6, 5, 4.$$

$\therefore$ 车队共有 3 种购车方案：

①载重量为 8 吨的卡车购买 1 辆，10 吨的卡车购买 5 辆；

②载重量为 8 吨的卡车购买 2 辆，10 吨的卡车购买 4 辆；

③载重量为 8 吨的卡车不购买，10 吨的卡车购买 6 辆。

【点评】 此题主要考查了二元一次方程组的应用以及不等式的应用，根据已知得出正确的不等式关系是解题关键。

20. (12 分) 如图 1，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 36^\circ$ ， $AB = AC$ ， $\angle ABC$ 的平分线 BE 交 AC 于 E 。

(1) 求证： $AE = BC$ ；

(2) 如图 (2)，过点 E 作 $EF \parallel BC$ 交 AB 于 F ，将 $\triangle AEF$ 绕点 A 逆时针旋转角 α ($0^\circ < \alpha < 144^\circ$) 得到 $\triangle AE'F'$ ，连结 CE' ， BF' ，求证： $CE' = BF'$ ；

(3) 在 (2) 的旋转过程中是否存在 $CE' \parallel AB$ ？若存在，求出相应的旋转角 α ；若不存在，请说明理由。

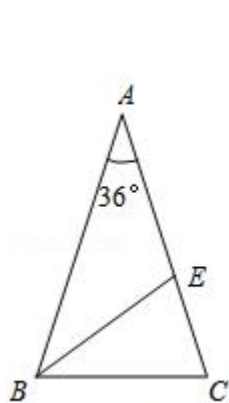


图 (1)

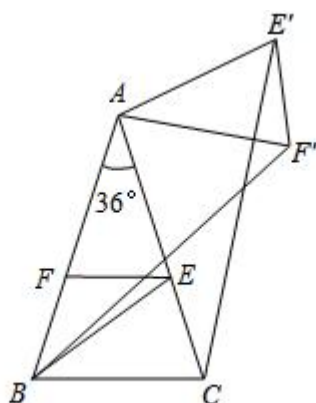
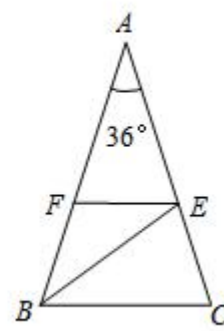


图 (2)



(备用图)

【考点】 KH：等腰三角形的性质；LK：等腰梯形的判定；R2：旋转的性质。

【专题】 16：压轴题。

【分析】 (1) 根据等腰三角形的性质以及角平分线的性质得出对应角之间的关系进而得出答案；

(2) 由旋转的性质可知： $\angle E'AC = \angle F'AB$ ， $AE' = AF'$ ，根据全等三角形证明方法得出即可；

(3) 分别根据①当点 E 的像 E' 与点 M 重合时，则四边形 $ABCM$ 为等腰梯形，②当点 E 的像 E' 与点 N 重合时，求出 α 即可。

【解答】 (1) 证明： $\because AB = AC$ ， $\angle A = 36^\circ$ ，

$$\therefore \angle ABC = \angle C = 72^\circ,$$

又 $\because BE$ 平分 $\angle ABC$,

$$\therefore \angle ABE = \angle CBE = 36^\circ,$$

$$\therefore \angle BEC = 180^\circ - \angle C - \angle CBE = 72^\circ,$$

$$\therefore \angle ABE = \angle A, \angle BEC = \angle C,$$

$$\therefore AE = BE, BE = BC,$$

$$\therefore AE = BC.$$

(2) 证明: $\because AC = AB$ 且 $EF \parallel BC$,

$$\therefore AE = AF;$$

由旋转的性质可知: $\angle E'AC = \angle F'AB$, $AE' = AF'$,

$\therefore$ 在 $\triangle CAE'$ 和 $\triangle BAF'$ 中

$$\begin{cases} AC=AB \\ \angle E'AC=\angle F'AB, \\ AE'=AF' \end{cases}$$

$$\therefore \triangle CAE' \cong \triangle BAF',$$

$$\therefore CE' = BF'.$$

(3) 存在 $CE' \parallel AB$,

理由: 由 (1) 可知 $AE = BC$, 所以, 在 $\triangle AEF$ 绕点 A 逆时针旋转过程中, E 点经过的路径 (圆弧) 与过点 C 且与 AB 平行的直线 l 交于 M 、 N 两点,

如图: ①当点 E 的像 E' 与点 M 重合时, 则四边形 $ABCM$ 为等腰梯形,

$$\therefore \angle BAM = \angle ABC = 72^\circ, \text{ 又 } \angle BAC = 36^\circ,$$

$$\therefore \alpha = \angle CAM = 36^\circ.$$

②当点 E 的像 E' 与点 N 重合时,

$$\text{由 } AB \parallel l \text{ 得, } \angle AMN = \angle BAM = 72^\circ,$$

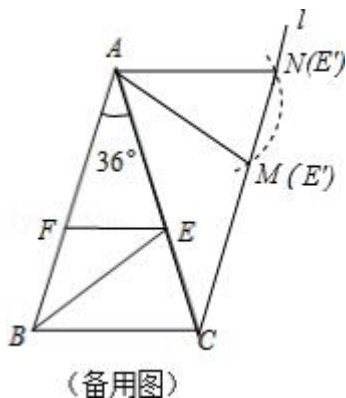
$$\therefore AM = AN,$$

$$\therefore \angle ANM = \angle AMN = 72^\circ,$$

$$\therefore \angle MAN = 180^\circ - 2 \times 72^\circ = 36^\circ,$$

$$\therefore \alpha = \angle CAN = \angle CAM + \angle MAN = 72^\circ.$$

所以, 当旋转角为 36° 或 72° 时, $CE' \parallel AB$.



【点评】此题主要考查了旋转的性质以及等腰三角形的性质和等腰梯形的性质等知识，根据数形结合熟练掌握相关定理是解题关键．

六、解答题（本题满分 10 分）

21.（10 分）阅读材料：如图 1，在平面直角坐标系中， A 、 B 两点的坐标分别为 $A(x_1, y_1)$ ，

$B(x_2, y_2)$ ， AB 中点 P 的坐标为 (x_p, y_p) ．由 $x_p - x_1 = x_2 - x_p$ ，得 $x_p = \frac{x_1 + x_2}{2}$ ，同理

$y_p = \frac{y_1 + y_2}{2}$ ，所以 AB 的中点坐标为 $(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2})$ ．由勾股定理得 $AB^2 =$

$$\left| x_2 - x_1 \right|^2 + \left| y_2 - y_1 \right|^2, \text{ 所以 } A、B \text{ 两点间的距离公式为 } AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$

注：上述公式对 A 、 B 在平面直角坐标系中其它位置也成立．

解答下列问题：

如图 2，直线 $l: y = 2x + 2$ 与抛物线 $y = 2x^2$ 交于 A 、 B 两点， P 为 AB 的中点，过 P 作 x 轴的垂线交抛物线于点 C ．

- （1）求 A 、 B 两点的坐标及 C 点的坐标；
- （2）连结 AB 、 AC ，求证 $\triangle ABC$ 为直角三角形；
- （3）将直线 l 平移到 C 点时得到直线 l' ，求两直线 l 与 l' 的距离．

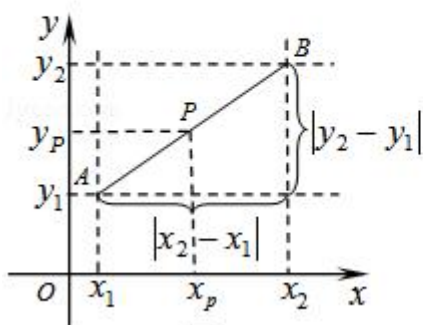


图 1

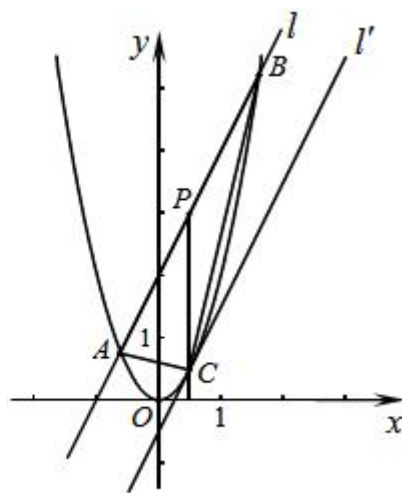


图 2

【考点】HF：二次函数综合题．

【专题】16：压轴题．

【分析】（1）根据 $y = 2x + 2$ 与抛物线 $y = 2x^2$ 交于 A 、 B 两点，直接联立求出交点坐标，进而得出 C 点坐标即可；

（2）利用两点间距离公式得出 AB 的长，进而得出 $PC = PA = PB$ ，求出 $\angle PAC + \angle PCB = 90^\circ$ ，即 $\angle ACB = 90^\circ$ 即可得出答案；

（3）点 C 作 $CG \perp AB$ 于 G ，过点 A 作 $AH \perp PC$ 于 H ，利用 A 、 C 点坐标得出 H 点坐标，进而得出 $CG = AH$ ，求出即可．

【解答】（1）解：由 $\begin{cases} y = 2x + 2 \\ y = 2x^2 \end{cases}$ ，

$$\text{解得：} \begin{cases} x_1 = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \\ y_1 = 3-\sqrt{5} \end{cases}, \begin{cases} x_2 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \\ y_2 = 3+\sqrt{5} \end{cases}.$$

则 A 、 B 两点的坐标分别为： $A(\frac{1-\sqrt{5}}{2}, 3-\sqrt{5})$ ， $B(\frac{1+\sqrt{5}}{2}, 3+\sqrt{5})$ ，

$\because P$ 是 A 、 B 的中点，由中点坐标公式得 P 点坐标为 $(\frac{\frac{1-\sqrt{5}}{2} + \frac{1+\sqrt{5}}{2}}{2}, \frac{3-\sqrt{5} + 3+\sqrt{5}}{2})$ ，

即 $(\frac{1}{2}, 3)$ ，

又 $\because PC \perp x$ 轴交抛物线于 C 点，将 $x = \frac{1}{2}$ 代入 $y = 2x^2$ 中得 $y = \frac{1}{2}$ ，

$\therefore C$ 点坐标为 $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ ．

(2) 证明：由两点间距离公式得：

$$AB = \sqrt{\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} - \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2 + [(3-\sqrt{5}) - (3+\sqrt{5})]^2} = 5, \quad PC = \left|3 - \frac{1}{2}\right| = \frac{5}{2},$$

$$\therefore PC = PA = PB,$$

$$\therefore \angle PAC = \angle PCA, \quad \angle PBC = \angle PCB,$$

$$\therefore \angle PAC + \angle PCB = 90^\circ, \quad \text{即} \angle ACB = 90^\circ,$$

$\therefore \triangle ABC$ 为直角三角形.

(3) 解：过点 C 作 $CG \perp AB$ 于 G ，过点 A 作 $AH \perp PC$ 于 H ，

则 H 点的坐标为 $(\frac{1}{2}, 3 - \sqrt{5})$,

$$\therefore S_{\triangle PAC} = \frac{1}{2}AP \cdot CG = \frac{1}{2}PC \cdot AH,$$

$$\therefore CG = AH = \left| \frac{1-\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2} \right| = \frac{\sqrt{5}}{2}.$$

又 $\because$ 直线 l 与 l' 之间的距离等于点 C 到 l 的距离 CG ，

$\therefore$ 直线 l 与 l' 之间的距离为 $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

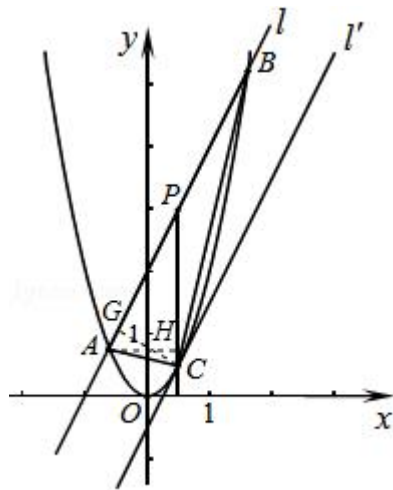


图 2

【点评】 此题主要考查了二次函数的综合应用以及两点之间距离公式和两函数交点坐标求法等知识，根据数形结合得出 H 点坐标是解题关键.