

2012 年湖南省益阳市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 4 分，共 32 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1.（4 分） -2 的绝对值等于（ ）

A. 2

B. -2

C. $\frac{1}{2}$

D. ± 2

2.（4 分）下列计算正确的是（ ）

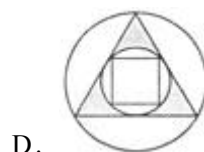
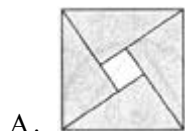
A. $2a+3b=5ab$

B. $(x+2)^2=x^2+4$

C. $(ab^3)^2=ab^6$

D. $(-1)^0=1$

3.（4 分）下列图形中，是中心对称图形，但不是轴对称图形的是（ ）



4.（4 分）已知一组数据：12，5，9，5，14，下列说法不正确的是（ ）

A. 极差是 5

B. 中位数是 9

C. 众数是 5

D. 平均数是 9

5.（4 分）下列命题是假命题的是（ ）

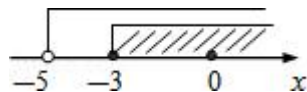
A. 中心投影下，物高与影长成正比

B. 平移不改变图形的形状和大小

C. 三角形的中位线平行于第三边

D. 圆的切线垂直于过切点的半径

6.（4 分）如图，数轴上表示的是下列哪个不等式组的解集（ ）



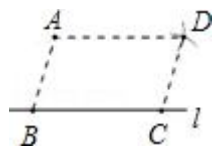
A. $\begin{cases} x \geq -5 \\ x > -3 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x > -5 \\ x \geq -3 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x < 5 \\ x < -3 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x < 5 \\ x > -3 \end{cases}$

7.（4 分）如图，点 A 是直线 l 外一点，在 l 上取两点 B 、 C ，分别以 A 、 C 为圆心， BC 、 AB 长为半径画弧，两弧交于点 D ，分别连接 AB 、 AD 、 CD ，则四边形 $ABCD$ 一定是（ ）



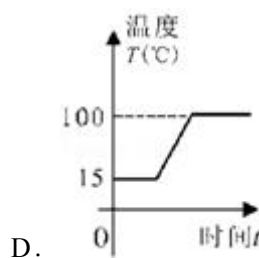
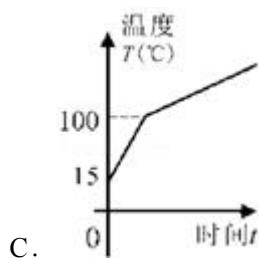
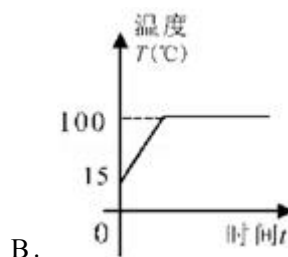
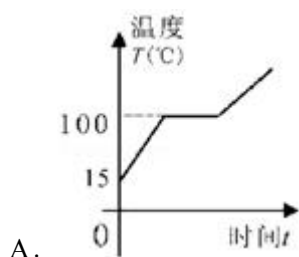
A. 平行四边形

B. 矩形

C. 菱形

D. 梯形

8.（4 分）在一个标准大气压下，能反映水在均匀加热过程中，水的温度（ T ）随加热时间（ t ）变化的函数图象大致是（ ）

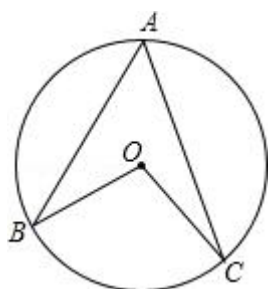


二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分．把答案填在答题卡中对应题号后的横线上）

9.（4 分）今年益阳市初中毕业生约为 33000 人，将这个数据用科学记数法可记为_____．

10.（4 分）写出一个在实数范围内能用平方差公式分解因式的多项式：_____．

11.（4 分）如图，点 A 、 B 、 C 在圆 O 上， $\angle A = 60^\circ$ ，则 $\angle BOC =$ _____度．



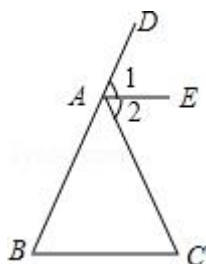
12.（4 分）有长度分别为 2cm ， 3cm ， 4cm ， 7cm 的四条线段，任取其中三条能组成三角形的概率是_____．

13.（4 分）反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象与一次函数 $y = 2x + 1$ 的图象的一个交点是 $(1, k)$ ，则反比例函数的解析式是_____．

三、解答题（本大题共 2 小题，每小题 6 分，共 12 分）

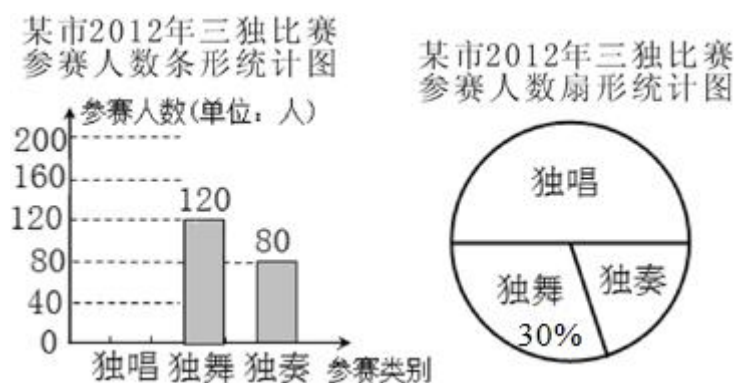
14.（6 分）计算代数式 $\frac{ac}{a-b} - \frac{bc}{a-b}$ 的值，其中 $a = 1$ ， $b = 2$ ， $c = 3$ ．

15. (6分) 如图, 已知 $AE \parallel BC$, AE 平分 $\angle DAC$. 求证: $AB = AC$.



四、解答题 (本大题共 3 小题, 每小题 8 分, 共 24 分)

16. (8分) 某市每年都要举办中小学三独比赛 (包括独唱、独舞、独奏三个类别), 如图是该市 2012 年参加三独比赛的不完整的参赛人数统计图.



- (1) 该市参加三独比赛的总人数是_____人, 图中独唱所在扇形的圆心角的度数是度, 并把条形统计图补充完整;
- (2) 从这次参赛选手中随机抽取 20 人调查, 其中有 9 人获奖, 请你估算今年全市约有多少人获奖?

17. (8分) 超速行驶是引发交通事故的主要原因之一. 上周末, 小明和三位同学尝试用自己所学的知识检测车速. 如图, 观测点设在 A 处, 离益阳大道的距离 (AC) 为 30 米. 这时, 一辆小轿车由西向东匀速行驶, 测得此车从 B 处行驶到 C 处所用的时间为 8 秒, $\angle BAC = 75^\circ$.

(1) 求 B 、 C 两点的距离;

(2) 请判断此车是否超过了益阳大道 60 千米/小时的限制速度?

(计算时距离精确到 1 米, 参考数据: $\sin 75^\circ \approx 0.9659$, $\cos 75^\circ \approx 0.2588$, $\tan 75^\circ \approx 3.732$, $\sqrt{3} \approx 1.732$, 60 千米/小时 ≈ 16.7 米/秒)



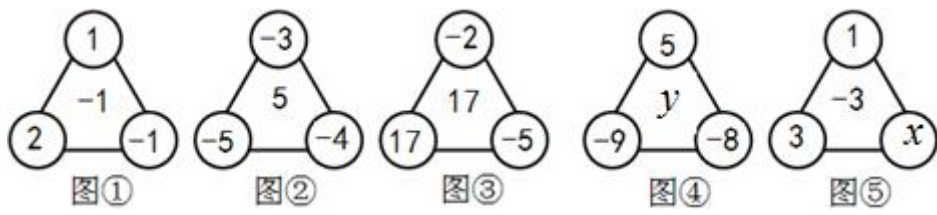
18. (8分) 为响应市政府“创建国家森林城市”的号召, 某小区计划购进 A 、 B 两种树苗共 17 棵, 已知 A 种树苗每棵 80 元, B 种树苗每棵 60 元.

(1) 若购进 A 、 B 两种树苗刚好用去 1220 元, 问购进 A 、 B 两种树苗各多少棵?

(2) 若购买 B 种树苗的数量少于 A 种树苗的数量, 请你给出一种费用最省的方案, 并求出该方案所需费用.

五、解答题（本大题共 2 小题，每小题 10 分，共 20 分）

19.（10 分）观察图形，解答问题：



（1）按下表已填写的形式填写表中的空格：

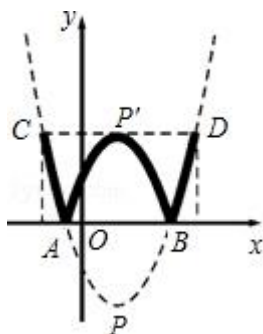
	图①	图②	图③
三个角上三个数的积	$1 \times (-1) \times 2 = -2$	$(-3) \times (-4) \times (-5) = -60$	
三个角上三个数的和	$1 + (-1) + 2 = 2$	$(-3) + (-4) + (-5) = -12$	
积与和的商	$-2 \div 2 = -1$		

（2）请用你发现的规律求出图④中的数 y 和图⑤中的数 x .

20. (10分) 已知：如图，抛物线 $y = a(x-1)^2 + c$ 与 x 轴交于点 $A(1-\sqrt{3}, 0)$ 和点 B ，将抛物线沿 x 轴向上翻折，顶点 P 落在点 $P'(1, 3)$ 处。

(1) 求原抛物线的解析式；

(2) 学校举行班徽设计比赛，九年级 5 班的小明在解答此题时顿生灵感：过点 P' 作 x 轴的平行线交抛物线于 C 、 D 两点，将翻折后得到的新图象在直线 CD 以上的部分去掉，设计成一个“W”型的班徽，“5”的拼音开头字母为 W ，“W”图案似大鹏展翅，寓意深远；而且小明通过计算惊奇的发现这个“W”图案的高与宽 (CD) 的比非常接近黄金分割比 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ (约等于 0.618)。请你计算这个“W”图案的高与宽的比到底是多少？(参考数据： $\sqrt{5} \approx 2.236$, $\sqrt{6} \approx 2.449$, 结果可保留根号)



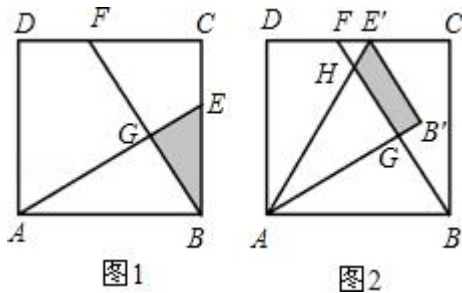
六、解答题（本题满分 12 分）

21.（12 分）已知：如图 1，在面积为 3 的正方形 $ABCD$ 中， E 、 F 分别是 BC 和 CD 边上的两点， $AE \perp BF$ 于点 G ，且 $BE = 1$ 。

（1）求证： $\triangle ABE \cong \triangle BCF$ ；

（2）求出 $\triangle ABE$ 和 $\triangle BCF$ 重叠部分（即 $\triangle BEG$ ）的面积；

（3）现将 $\triangle ABE$ 绕点 A 逆时针方向旋转到 $\triangle AB'E'$ （如图 2），使点 E 落在 CD 边上的点 E' 处，问 $\triangle ABE$ 在旋转前后与 $\triangle BCF$ 重叠部分的面积是否发生了变化？请说明理由。



2012 年湖南省益阳市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 4 分，共 32 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1.（4 分） -2 的绝对值等于（ ）

- A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. ± 2

【考点】15：绝对值．

【专题】11：计算题．

【分析】根据绝对值的性质，当 a 是正有理数时， a 的绝对值是它本身 a ；即可解答．

【解答】解：根据绝对值的性质，

$$|-2| = 2.$$

故选：A．

【点评】本题考查了绝对值的性质，①当 a 是正有理数时， a 的绝对值是它本身 a ；②当 a 是负有理数时， a 的绝对值是它的相反数 $-a$ ；③当 a 是零时， a 的绝对值是零．

2.（4 分）下列计算正确的是（ ）

- A. $2a+3b=5ab$ B. $(x+2)^2=x^2+4$
C. $(ab^3)^2=ab^6$ D. $(-1)^0=1$

【考点】35：合并同类项；47：幂的乘方与积的乘方；4C：完全平方公式；6E：零指数幂．

【分析】A、不是同类项，不能合并；

B、按完全平方公式展开错误，掉了两数积的两倍；

C、按积的乘方运算展开错误；

D、任何不为 0 的数的 0 次幂都等于 1．

【解答】解：A、不是同类项，不能合并．故错误；

B、 $(x+2)^2=x^2+4x+4$ ．故错误；

C、 $(ab^3)^2=a^2b^6$ ．故错误；

D、 $(-1)^0=1$ ．故正确．

故选：D．

【点评】此题考查了整式的有关运算公式和性质，属基础题．

3. (4分) 下列图形中，是中心对称图形，但不是轴对称图形的是 ()



【考点】P3：轴对称图形；R5：中心对称图形．

【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解．

【解答】解：A、不是轴对称图形，是中心对称图形．故此选项正确；

B、是轴对称图形，也是中心对称图形．故此选项错误；

C、是轴对称图形，不是中心对称图形．故此选项错误；

D、是轴对称图形，不是中心对称图形．故此选项错误．

故选：A．

【点评】此题主要考查了中心对称图形与轴对称图形的概念：

轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分沿对称轴折叠后可重合；

中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后与原图重合．

4. (4分) 已知一组数据：12，5，9，5，14，下列说法不正确的是 ()

A. 极差是 5 B. 中位数是 9 C. 众数是 5 D. 平均数是 9

【考点】W1：算术平均数；W4：中位数；W5：众数；W6：极差．

【分析】分别计算该组数据的平均数、中位数、众数及极差后即可得到正确的答案．

【解答】解：极差为： $14 - 5 = 9$ ，故 A 错误；

中位数为 9，故 B 正确；

5 出现了 2 次，最多，众数是 5，故 C 正确；

平均数为 $(12 + 5 + 9 + 5 + 14) \div 5 = 9$ ，故 D 正确．

由于题干选择的是不正确的，

故选：A．

【点评】本题考查了数据的平均数、中位数、众数及极差，属于基础题，比较简单．

5. (4分) 下列命题是假命题的是 ()

A. 中心投影下，物高与影长成正比

B. 平移不改变图形的形状和大小

C. 三角形的中位线平行于第三边

D. 圆的切线垂直于过切点的半径

【考点】KX：三角形中位线定理；MC：切线的性质；O1：命题与定理；Q2：平移的性质；U6：中心投影．

【分析】分别利用中心投影的性质以及切线的性质、平移的性质、三角形中位线定理等进行判断即可得出答案．

【解答】解：A. 中心投影下，物高与影长取决于物体距光源的距离，故此选项错误，符合题意；

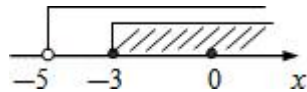
B. 平移不改变图形的形状和大小，根据平移的性质，故此选项正确，不符合题意；

C. 三角形的中位线平行于第三边，根据三角形中位线的性质，故此选项正确，不符合题意；

D. 圆的切线垂直于过切点的半径，利用切线的判定定理，故此选项正确，不符合题意．
故选：A．

【点评】此题主要考查了中心投影的性质以及切线的性质、平移的性质、三角形中位线定理等知识，熟练掌握并区分这些性质是解题关键．

6. (4分) 如图，数轴上表示的是下列哪个不等式组的解集 ()



A. $\begin{cases} x \geq -5 \\ x > -3 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x > -5 \\ x \geq -3 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x < 5 \\ x < -3 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x < 5 \\ x > -3 \end{cases}$

【考点】C4：在数轴上表示不等式的解集．

【专题】2B：探究型．

【分析】根据数轴上不等式解集表示方法得出此不等式组的解集，再对各选项进行逐一判断即可．

【解答】解：由数轴上不等式解集的表示方法得出此不等式组的解集为： $x \geq -3$ ，

A、不等式组 $\begin{cases} x \geq -5 \\ x > -3 \end{cases}$ 的解集为 $x > -3$ ，故 A 错误；

B、不等式组 $\begin{cases} x > -5 \\ x \geq -3 \end{cases}$ 的解集为 $x \geq -3$ ，故 B 正确；

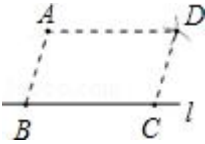
C、不等式组 $\begin{cases} x < 5 \\ x < -3 \end{cases}$ 的解集为 $x < -3$ ，故 C 错误；

D、不等式组 $\begin{cases} x < 5 \\ x > -3 \end{cases}$ 的解集为 $-3 < x < 5$ ，故 D 错误．

故选：B.

【点评】 本题考查的是在数轴上表示一元一次不等式组的解集，根据题意得出数轴上不等式组的解集是解答此题的关键.

7. (4分) 如图，点A是直线*l*外一点，在*l*上取两点B、C，分别以A、C为圆心，BC、AB长为半径画弧，两弧交于点D，分别连接AB、AD、CD，则四边形ABCD一定是()



- A. 平行四边形 B. 矩形 C. 菱形 D. 梯形

【考点】 L6：平行四边形的判定；N3：作图—复杂作图.

【专题】 16：压轴题.

【分析】 利用平行四边形的判定方法可以判定四边形ABCD是平行四边形.

【解答】 解： $\because$ 分别以A、C为圆心，BC、AB长为半径画弧，两弧交于点D，

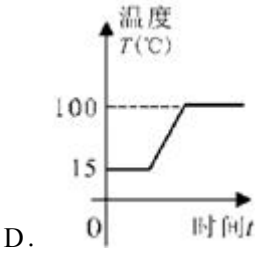
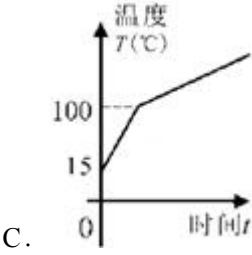
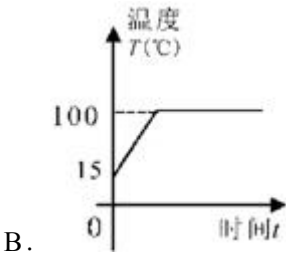
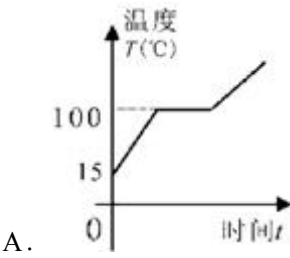
$$\therefore AD = BC \quad AB = CD$$

$\therefore$ 四边形ABCD是平行四边形（两组对边分别相等的四边形是平行四边形）.

故选：A.

【点评】 本题考查了平行四边形的判定，解题的关键是熟记平行四边形的判定方法.

8. (4分) 在一个标准大气压下，能反映水在均匀加热过程中，水的温度(*T*)随加热时间(*t*)变化的函数图象大致是()



【考点】 E6：函数的图象.

【专题】 16：压轴题.

【分析】根据在一个标准大气压下水加热到 100°C 后水温不会继续增加，而是保持 100°C 不变，据此可以得到函数的图象．

【解答】解：当水均匀加热时，吸热升温，当温度达到 100°C 时，水开始沸腾，此时温度又会保持不变．

故选：B．

【点评】此题主要考查了函数的图象．解决本题时要有一定的物理知识，同时要知道水在沸腾过程中吸热，但温度保持不变．

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分．把答案填在答题卡中对应题号后的横线上）

9.（4 分）今年益阳市初中毕业生约为 33000 人，将这个数据用科学记数法可记为 3.3×10^4 ．

【考点】11：科学记数法—表示较大的数．

【分析】科学记数法的形式为 $a \times 10^n$ ，其中 $1 \leq a < 10$ ， n 为整数．

【解答】解： $33000 = 3.3 \times 10^4$ ．

故答案是 3.3×10^4 ．

【点评】此题考查用科学记数法表示较大的数，其规律为 $1 \leq a < 10$ ， n 是比数的整数位数小 1 的正整数．

10.（4 分）写出一个在实数范围内能用平方差公式分解因式的多项式： $x^2 - 3$ ．

【考点】58：实数范围内分解因式．

【专题】26：开放型．

【分析】显然答案不唯一．只需符合平方差公式的应用特征即可．

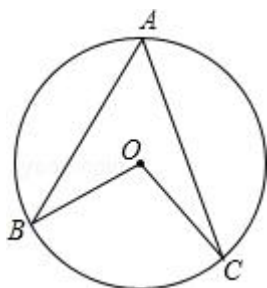
【解答】解：答案不唯一，如

$$\begin{aligned} & x^2 - 3 \\ &= x^2 - (\sqrt{3})^2 \\ &= (x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3}). \end{aligned}$$

故可填 $x^2 - 3$ ．

【点评】此题考查在实数范围内分解因式，属开放型试题，比较简单．

11.（4 分）如图，点 A、B、C 在圆 O 上， $\angle A = 60^{\circ}$ ，则 $\angle BOC =$ 120 度．



【考点】M5：圆周角定理.

【分析】欲求 $\angle BOC$ ，已知了同弧所对的圆周角 $\angle A$ 的度数，可根据圆周角定理求出 $\angle BOC$ 的度数.

【解答】解： $\because \angle BAC$ 和 $\angle BOC$ 是同弧所对的圆周角和圆心角，

$$\therefore \angle BOC = 2\angle BAC = 2 \times 60^\circ = 120^\circ.$$

故答案为 120.

【点评】此题主要考查的是圆周角定理：同弧所对的圆周角是圆心角的一半. 比较简单，属于基础题.

12. (4 分) 有长度分别为 2cm , 3cm , 4cm , 7cm 的四条线段，任取其中三条能组成三角形的概率是 $\frac{1}{4}$.

【考点】K6：三角形三边关系；X4：概率公式.

【专题】16：压轴题.

【分析】根据三角形的三边关系求出共有几种情况，根据概率的求法，找准两点：①全部情况的总数；②符合条件的情況数目；二者的比值就是其发生的概率.

【解答】解： $\because$ 长度为 2cm 、 3cm 、 4cm 、 7cm 的四条线段，从中任取三条线段共有 2.3.4, 2.3.7, 3.4.7, 2.4.7 四种情况，

而能组成三角形的有 2、3、4；共有 1 种情况，

所以能组成三角形的概率是 $\frac{1}{4}$.

故答案为： $\frac{1}{4}$.

【点评】本题考查的是概率的求法. 如果一个事件有 n 种可能，而且这些事件的可能性相同，其中事件 A 出现 m 种结果，那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

13. (4 分) 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象与一次函数 $y = 2x + 1$ 的图象的一个交点是 $(1, k)$ ，则反比例函数的解析式是 $y = \frac{3}{x}$.

【考点】G8：反比例函数与一次函数的交点问题.

【专题】11：计算题；16：压轴题.

【分析】将 $(1, k)$ 代入一次函数 $y = 2x + 1$ ，求出 k 的值即可得到反比例函数解析式.

【解答】解：将 $(1, k)$ 代入一次函数 $y = 2x + 1$ 得， $k = 2 + 1 = 3$ ；

则反比例函数解析式为 $y = \frac{3}{x}$.

故答案为 $y = \frac{3}{x}$.

【点评】本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题，要知道，函数图象的交点坐标符合函数的解析式.

三、解答题（本大题共2小题，每小题6分，共12分）

14.（6分）计算代数式 $\frac{ac}{a-b} - \frac{bc}{a-b}$ 的值，其中 $a = 1$ ， $b = 2$ ， $c = 3$.

【考点】6D：分式的化简求值.

【专题】16：压轴题.

【分析】先根据分式的加减法把原式进行化简，再把 $a = 1$ ， $b = 2$ ， $c = 3$ 代入进行计算即可.

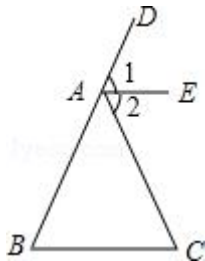
【解答】解：原式 $= \frac{ac-bc}{a-b}$
 $= \frac{(a-b)c}{a-b}$
 $= c.$

当 $a = 1$ 、 $b = 2$ 、 $c = 3$ 时，原式 $= 3$.

【点评】本题考查的是分式的化简求值，在解答此类题目时要注意通分、约分的应用.

15.（6分）如图，已知 $AE \parallel BC$ ， AE 平分 $\angle DAC$.

求证： $AB = AC$.



【考点】JA：平行线的性质；KI：等腰三角形的判定；KJ：等腰三角形的判定与性质.

【专题】14：证明题；16：压轴题.

【分析】根据角平分线的定义可得 $\angle 1 = \angle 2$ ，再根据两直线平行，同位角相等可得 $\angle 1 = \angle B$ ，两直线平行，内错角相等可得 $\angle 2 = \angle C$ ，从而得到 $\angle B = \angle C$ ，然后根据等角对等边即可得证．

【解答】证明： $\because AE$ 平分 $\angle DAC$ ，

$$\therefore \angle 1 = \angle 2,$$

$$\because AE \parallel BC,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle B, \angle 2 = \angle C,$$

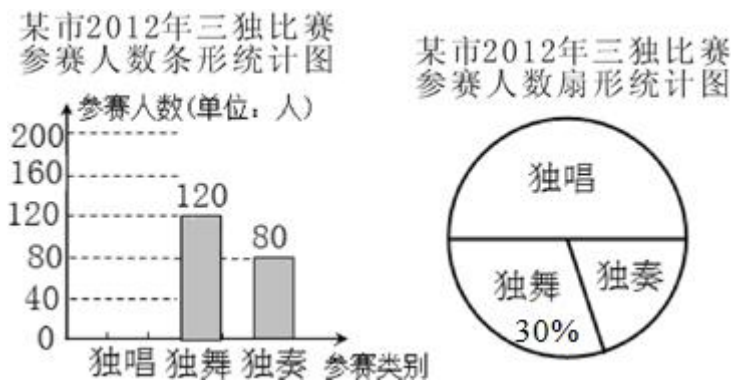
$$\therefore \angle B = \angle C,$$

$$\therefore AB = AC.$$

【点评】本题考查了等腰三角形的判定，平行线的性质，是基础题，熟记性质是解题的关键．

四、解答题（本大题共 3 小题，每小题 8 分，共 24 分）

16.（8 分）某市每年都要举办中小学三独比赛（包括独唱、独舞、独奏三个类别），如图是该市 2012 年参加三独比赛的不完整的参赛人数统计图．



（1）该市参加三独比赛的总人数是 400 人，图中独唱所在扇形的圆心角的度数是 180 度，并把条形统计图补充完整；

（2）从这次参赛选手中随机抽取 20 人调查，其中有 9 人获奖，请你估算今年全市约有多少人获奖？

【考点】V5：用样本估计总体；VB：扇形统计图；VC：条形统计图．

【专题】27：图表型．

【分析】（1）利用参加独舞的人数除以参加独舞人数的百分比，进行计算即可求出参赛总人数；求出参加独唱的人数正好是参赛总人数的一半，所以独唱所在扇形的圆心角度数是 180° ；

（2）用参赛总人数乘以获奖率，进行计算即可得解．

【解答】解：（1） $120 \div 30\% = 400$ 人，

$$400 - 120 - 80 = 200 \text{ 人，}$$

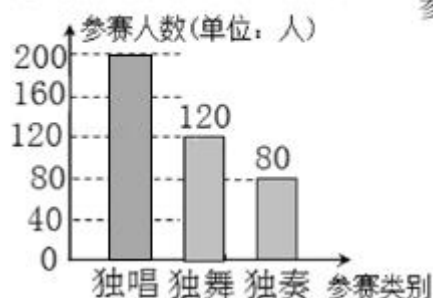
$$\frac{200}{400} \times 360^\circ = 180^\circ ;$$

补全条形统计图如图；

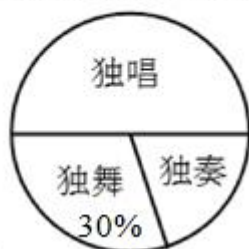
故答案为：400，180.

（2）估计今年全市获奖人数约有 $400 \times \frac{9}{20} = 180$ （人）.

某市2012年三独比赛
参赛人数条形统计图



某市2012年三独比赛
参赛人数扇形统计图



【点评】 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键．条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小．

- 17.（8分）超速行驶是引发交通事故的主要原因之一．上周末，小明和三位同学尝试用自己所学的知识检测车速．如图，观测点设在 A 处，离益阳大道的距离（ AC ）为 30 米．这时，一辆小轿车由西向东匀速行驶，测得此车从 B 处行驶到 C 处所用的时间为 8 秒， $\angle BAC = 75^\circ$ ．

（1）求 B 、 C 两点的距离；

（2）请判断此车是否超过了益阳大道 60 千米/小时的限制速度？

（计算时距离精确到 1 米，参考数据： $\sin 75^\circ \approx 0.9659$ ， $\cos 75^\circ \approx 0.2588$ ， $\tan 75^\circ \approx 3.732$ ，

$$\sqrt{3} \approx 1.732, 60 \text{ 千米/小时} \approx 16.7 \text{ 米/秒}）$$



【考点】 T8：解直角三角形的应用．

【专题】 11：计算题；16：压轴题．

【分析】 (1) 由于 A 到 BC 的距离为 30 米, 可见 $\angle C = 90^\circ$, 根据 75° 角的三角函数值求出 BC 的距离;

(2) 根据速度 = 路程 $\div$ 时间即可得到汽车的速度, 与 60 千米/小时进行比较即可.

【解答】 解: (1) 法一: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle BAC = 75^\circ$, $AC = 30$,
 $\therefore BC = AC \cdot \tan \angle BAC = 30 \times \tan 75^\circ \approx 30 \times 3.732 \approx 112$ (米). $\cdots$ (5 分)

法二: 在 BC 上取一点 D , 连接 AD , 使 $\angle DAB = \angle B$, 则 $AD = BD$,

$\because \angle BAC = 75^\circ$, $\therefore \angle DAB = \angle B = 15^\circ$, $\angle CDA = 30^\circ$,

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, $\angle ACD = 90^\circ$, $AC = 30$, $\angle CDA = 30^\circ$,

$\therefore AD = 60$, $CD = 30\sqrt{3}$, $BC = 60 + 30\sqrt{3} \approx 112$ (米) $\cdots$ (5 分)

(2) $\because$ 此车速度 = $112 \div 8 = 14$ (米/秒) < 16.7 (米/秒) = 60 (千米/小时)

$\therefore$ 此车没有超过限制速度. $\cdots$ (8 分)

【点评】 本题考查了解直角三角形的应用, 理解正切函数的意义是解题的关键.

18. (8 分) 为响应市政府“创建国家森林城市”的号召, 某小区计划购进 A 、 B 两种树苗共 17 棵, 已知 A 种树苗每棵 80 元, B 种树苗每棵 60 元.

(1) 若购进 A 、 B 两种树苗刚好用去 1220 元, 问购进 A 、 B 两种树苗各多少棵?

(2) 若购买 B 种树苗的数量少于 A 种树苗的数量, 请你给出一种费用最省的方案, 并求出该方案所需费用.

【考点】 8A: 一元一次方程的应用; C9: 一元一次不等式的应用.

【专题】 128: 优选方案问题.

【分析】 (1) 假设购进 A 种树苗 x 棵, 则购进 B 种树苗 $(17 - x)$ 棵, 利用购进 A 、 B 两种树苗刚好用去 1220 元, 结合单价, 得出等式方程求出即可;

(2) 结合 (1) 的解和购买 B 种树苗的数量少于 A 种树苗的数量, 可找出方案.

【解答】 解: (1) 设购进 A 种树苗 x 棵, 则购进 B 种树苗 $(17 - x)$ 棵, 根据题意得:

$$80x + 60(17 - x) = 1220,$$

解得: $x = 10$,

$$\therefore 17 - x = 7,$$

答: 购进 A 种树苗 10 棵, B 种树苗 7 棵;

(2) 设购进 A 种树苗 x 棵, 则购进 B 种树苗 $(17 - x)$ 棵,

根据题意得：

$$17 - x < x,$$

$$\text{解得：} x > 8\frac{1}{2},$$

购进 A 、 B 两种树苗所需费用为 $80x + 60(17 - x) = 20x + 1020$,

因为 A 种树苗贵，则费用最省需 x 取最小整数 9，

此时 $17 - x = 8$,

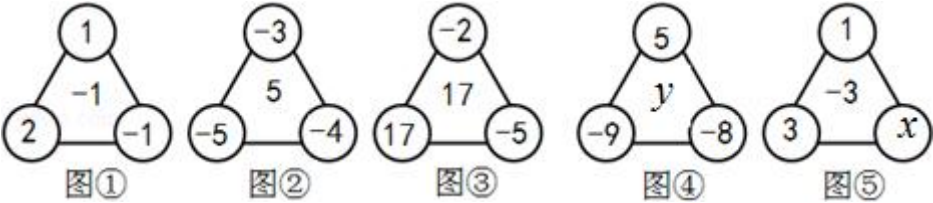
这时所需费用为 $20 \times 9 + 1020 = 1200$ (元).

答：费用最省方案为：购进 A 种树苗 9 棵， B 种树苗 8 棵. 这时所需费用为 1200 元.

【点评】 此题主要考查了一元一次不等式组的应用以及一元一次方程应用，根据一次函数的增减性得出费用最省方案是解决问题的关键.

五、解答题（本大题共 2 小题，每小题 10 分，共 20 分）

19. (10 分) 观察图形，解答问题：



(1) 按下表已填写的形式填写表中的空格：

	图①	图②	图③
三个角上三个数的积	$1 \times (-1) \times 2 = -2$	$(-3) \times (-4) \times (-5) = -60$	
三个角上三个数的和	$1 + (-1) + 2 = 2$	$(-3) + (-4) + (-5) = -12$	
积与和的商	$-2 \div 2 = -1$		

(2) 请用你发现的规律求出图④中的数 y 和图⑤中的数 x .

【考点】 37：规律型：数字的变化类.

【专题】 16：压轴题.

【分析】 (1) 根据图形和表中已填写的形式，即可求出表中的空格；

(2) 根据图①②③可知，中间的数是三个角上的数字的乘积与和的商，列出方程，即可求出 x 、 y 的值.

【解答】 解：(1) 图②： $(-60) \div (-12) = 5$,

图③: $(-2) \times (-5) \times 17 = 170,$

$(-2) + (-5) + 17 = 10,$

$170 \div 10 = 17.$

	图①	图②	图③
三个角上三个数 的积	$1 \times (-1) \times 2 = -2$	$(-3) \times (-4) \times (-5) = -60$	$(-2) \times (-5) \times 17 = 170$
三个角上三个数 的和	$1 + (-1) + 2 = 2$	$(-3) + (-4) + (-5) = -12$	$(-2) + (-5) + 17 = 10$
积与和的商	$-2 \div 2 = -1,$	$(-60) \div (-12) = 5,$	$170 \div 10 = 17$

(2) 图④: $5 \times (-8) \times (-9) = 360,$

$5 + (-8) + (-9) = -12,$

$y = 360 \div (-12) = -30,$

图⑤: $\frac{1 \times x \times 3}{1+x+3} = -3,$

解得 $x = -2;$

经检验 $x = -2$ 是原方程的根,

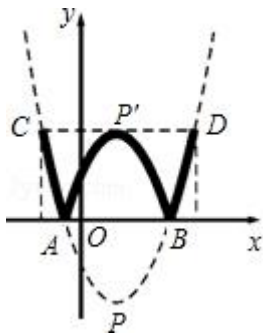
$\therefore$ 图⑤中的数为 $-2.$

【点评】 此题考查了数字的变化类, 通过观察, 分析、归纳并发现其中的规律, 并应用发现的规律解决问题是应该具备的基本能力.

20. (10分) 已知: 如图, 抛物线 $y = a(x-1)^2 + c$ 与 x 轴交于点 $A(1-\sqrt{3}, 0)$ 和点 B , 将抛物线沿 x 轴向上翻折, 顶点 P 落在点 $P'(1, 3)$ 处.

(1) 求原抛物线的解析式;

(2) 学校举行班徽设计比赛, 九年级 5 班的小明在解答此题时顿生灵感: 过点 P' 作 x 轴的平行线交抛物线于 C 、 D 两点, 将翻折后得到的新图象在直线 CD 以上的部分去掉, 设计成一个“W”型的班徽, “5”的拼音开头字母为 W , “W”图案似大鹏展翅, 寓意深远; 而且小明通过计算惊奇的发现这个“W”图案的高与宽(CD)的比非常接近黄金分割比 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ (约等于 0.618). 请你计算这个“W”图案的高与宽的比到底是多少? (参考数据: $\sqrt{5} \approx 2.236, \sqrt{6} \approx 2.449$, 结果可保留根号)



【考点】HE：二次函数的应用．

【专题】16：压轴题．

【分析】（1）利用 P 与 P' （1，3）关于 x 轴对称，得出 P 点坐标，利用待定系数法求出二次函数的解析式即可；

（2）根据已知得出 C ， D 两点坐标，进而得出“W”图案的高与宽（ CD ）的比．

【解答】解：（1） $\because P$ 与 P' （1，3）关于 x 轴对称，

$\therefore P$ 点坐标为（1，-3）； $\cdots$ （2分）

$\because$ 抛物线 $y = a(x-1)^2 + c$ 过点 $A(1-\sqrt{3}, 0)$ ，顶点是 $P(1, -3)$ ，

$$\therefore \begin{cases} a(1-\sqrt{3}-1)^2 + c = 0 \\ a(1-1)^2 + c = -3 \end{cases}; \cdots (3 \text{ 分})$$

$$\text{解得} \begin{cases} a=1 \\ c=-3 \end{cases}; \cdots (4 \text{ 分})$$

则抛物线的解析式为 $y = (x-1)^2 - 3$ ， $\cdots$ （5分）

即 $y = x^2 - 2x - 2$ ．

（2） $\because CD$ 平行 x 轴， P' （1，3）在 CD 上，

$\therefore C$ 、 D 两点纵坐标为 3； $\cdots$ （6分）

由 $(x-1)^2 - 3 = 3$ ，

解得： $x_1 = 1 - \sqrt{6}$ ， $x_2 = 1 + \sqrt{6}$ ， $\cdots$ （7分）

$\therefore C$ 、 D 两点的坐标分别为 $(1 - \sqrt{6}, 3)$ ， $(1 + \sqrt{6}, 3)$

$\therefore CD = 2\sqrt{6}$ ； $\cdots$ （8分）

$\therefore$ “W” 图案的高与宽（ CD ）的比 $= \frac{3}{2\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{4}$ （或约等于 0.6124） $\cdots$ （10分）．

【点评】此题主要考查了待定系数法求二次函数的解析式以及二次函数的应用，根据已知得出 C ， D 两点坐标是解题关键．

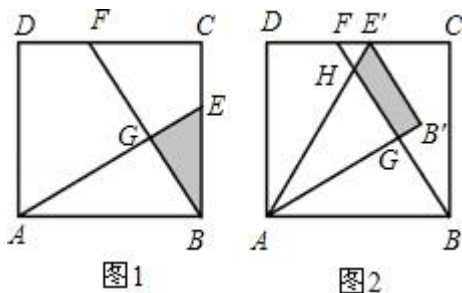
六、解答题（本题满分 12 分）

21.（12 分）已知：如图 1，在面积为 3 的正方形 $ABCD$ 中， E 、 F 分别是 BC 和 CD 边上的两点， $AE \perp BF$ 于点 G ，且 $BE = 1$ 。

（1）求证： $\triangle ABE \cong \triangle BCF$ ；

（2）求出 $\triangle ABE$ 和 $\triangle BCF$ 重叠部分（即 $\triangle BEG$ ）的面积；

（3）现将 $\triangle ABE$ 绕点 A 逆时针方向旋转到 $\triangle AB'E'$ （如图 2），使点 E 落在 CD 边上的点 E' 处，问 $\triangle ABE$ 在旋转前后与 $\triangle BCF$ 重叠部分的面积是否发生了变化？请说明理由。



【考点】KD：全等三角形的判定与性质；LE：正方形的性质；S9：相似三角形的判定与性质；T7：解直角三角形。

【专题】152：几何综合题；16：压轴题。

【分析】（1）由四边形 $ABCD$ 是正方形，可得 $\angle ABE = \angle BCF = 90^\circ$ ， $AB = BC$ ，又由 $AE \perp BF$ ，由同角的余角相等，即可证得 $\angle BAE = \angle CBF$ ，然后利用 ASA ，即可判定： $\triangle ABE \cong \triangle BCF$ ；

（2）由正方形 $ABCD$ 的面积等于 3，即可求得此正方形的边长，由在 $\triangle BGE$ 与 $\triangle ABE$ 中， $\angle GBE = \angle BAE$ ， $\angle EGB = \angle EBA = 90^\circ$ ，可证得 $\triangle BGE \sim \triangle ABE$ ，由相似三角形的面积比等于相似比的平方，即可求得答案；

（3）首先由正切函数，求得 $\angle BAE = 30^\circ$ ，易证得 $\text{Rt}\triangle ABE \cong \text{Rt}\triangle AB'E' \cong \text{Rt}\triangle ADE'$ ，可得 AB' 与 AE 在同一直线上，即 BF 与 AB' 的交点是 G ，然后设 BF 与 AE' 的交点为 H ，可证得 $\triangle BAG \cong \triangle HAG$ ，继而证得结论。

【解答】（1）证明： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$$\therefore \angle ABE = \angle BCF = 90^\circ, AB = BC,$$

$$\therefore \angle ABF + \angle CBF = 90^\circ,$$

$$\because AE \perp BF,$$

$$\therefore \angle ABF + \angle BAE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle CBF,$$

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle BCF$ 中,

$$\begin{cases} \angle ABE = \angle BCF \\ AB = BC \\ \angle BAE = \angle CBF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle BCF.$$

(2) 解: $\because$ 正方形面积为 3,

$$\therefore AB = \sqrt{3},$$

在 $\triangle BGE$ 与 $\triangle ABE$ 中,

$$\because \angle GBE = \angle BAE, \angle EGB = \angle EBA = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle BGE \sim \triangle ABE,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle BGE}}{S_{\triangle ABE}} = \left(\frac{BE}{AE}\right)^2,$$

$$\text{又} \because BE = 1,$$

$$\therefore AE^2 = AB^2 + BE^2 = 3 + 1 = 4,$$

$$\therefore S_{\triangle BGE} = \frac{BE^2}{AE^2} \times S_{\triangle ABE} = \frac{1}{4} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{8}.$$

(3) 解: 没有变化.

$$\text{理由: } \because AB = \sqrt{3}, BE = 1,$$

$$\therefore \tan \angle BAE = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}, \angle BAE = 30^\circ,$$

$$\because AB' = AB = AD, \angle AB'E' = \angle ADE' = 90^\circ, AE' \text{ 公共},$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle ABE \cong \text{Rt}\triangle AB'E' \cong \text{Rt}\triangle ADE',$$

$$\therefore \angle DAE' = \angle B'AE' = \angle BAE = 30^\circ,$$

$$\therefore AB' \text{ 与 } AE \text{ 在同一直线上, 即 } BF \text{ 与 } AB' \text{ 的交点是 } G,$$

设 BF 与 AE' 的交点为 H ,

$$\text{则 } \angle BAG = \angle HAG = 30^\circ, \text{ 而 } \angle AGB = \angle AGH = 90^\circ, AG \text{ 公共},$$

$$\therefore \triangle BAG \cong \triangle HAG (ASA),$$

$$\therefore S_{\text{四边形 } GHE'B'} = S_{\triangle AB'E'} - S_{\triangle AGH} = S_{\triangle ABE} - S_{\triangle ABG} = S_{\triangle BGE}.$$

$\therefore \triangle ABE$ 在旋转前后与 $\triangle BCF$ 重叠部分的面积没有变化.

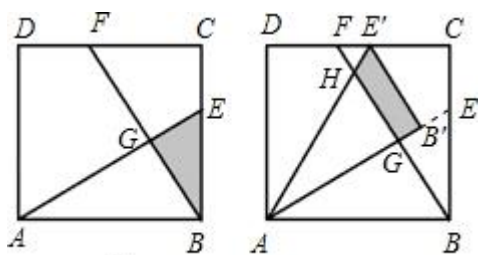


图1

图2

【点评】 此题考查了相似三角形的判定与性质、正方形的性质、全等三角形的判定与性质以及三角函数等知识. 此题综合性较强, 难度较大, 注意掌握旋转前后图形的对应关系, 注意数形结合思想的应用.