

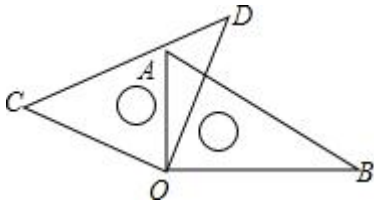
2015 年山东省菏泽市中考数学试卷

一、选择题（共 8 小题，每小题 3 分，满分 24 分）

1. (3 分) (2015•菏泽) 现在网购越来越多地成为人们的一种消费方式，在 2014 年的“双 11”网上促销活动中天猫和淘宝的支付交易额突破 57000 000 000 元，将数字 57000 000 000 用科学记数法表示为 ()

- A. 5.7×10^9 B. 5.7×10^{10} C. 0.57×10^{11} D. 57×10^9

2. (3 分) (2015•菏泽) 将一副直角三角尺如图放置，若 $\angle AOD = 20^\circ$ ，则 $\angle BOC$ 的大小为 ()



- A. 140° B. 160° C. 170° D. 150°

3. (3 分) (2015•菏泽) 把代数式 $ax^2 - 4ax + 4a$ 分解因式，下列结果中正确的是 ()

- A. $a(x-2)^2$ B. $a(x+2)^2$ C. $a(x-4)^2$ D. $a(x+2)(x-2)$

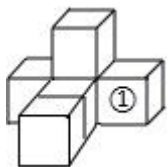
4. (3 分) (2015•菏泽) 下表记录了甲、乙、丙、丁四名跳远运动员选拔赛成绩的平均数 $\bar{x}$ 与方差 s^2 :

	甲	乙	丙	丁
平均数 $\bar{x}$ (cm)	561	560	561	560
方差 s^2 (cm ²)	3.5	3.5	15.5	16.5

根据表中数据，要从中选择一名成绩好又发挥稳定的运动员参加比赛，应该选择 ()

- A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

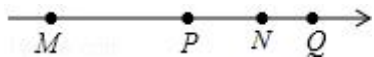
5. (3 分) (2015•菏泽) 如图是由 6 个同样大小的正方体摆成的几何体。将正方体①移走后，所得几何体 ()



- A. 主视图改变，左视图改变 B. 俯视图不变，左视图不变

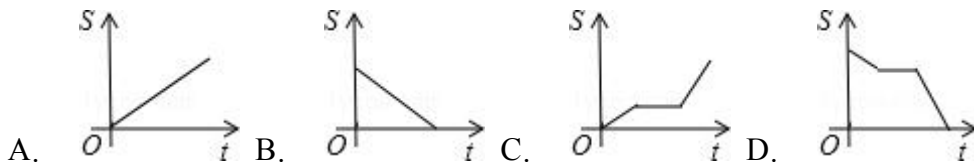
C. 俯视图改变, 左视图改变 D. 主视图改变, 左视图不变

6. (3分) (2015•菏泽) 如图, 四个有理数在数轴上的对应点 M, P, N, Q, 若点 M, N 表示的有理数互为相反数, 则图中表示绝对值最小的数的点是 ()

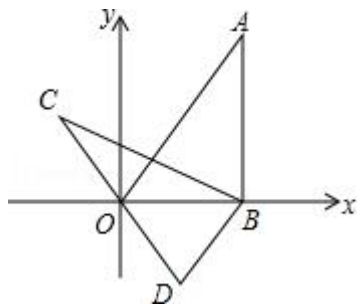


A. 点 M B. 点 N C. 点 P D. 点 Q

7. (3分) (2015•菏泽) 小明骑自行车上学, 开始以正常速度匀速行驶, 但行至中途自行车出了故障, 只好停下来修车, 车修好后, 因怕耽误上课, 加快了骑车速度, 下面是小明离家后他到学校剩下的路程 s 关于时间 t 的函数图象, 那么符合小明行驶情况的图象大致是 ()



8. (3分) (2015•菏泽) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $y=\sqrt{3}x$ 经过点 A, 作 $AB \perp x$ 轴于点 B, 将 $\triangle ABO$ 绕点 B 逆时针旋转 60° 得到 $\triangle CBD$. 若点 B 的坐标为 $(2, 0)$, 则点 C 的坐标为 ()



A. $(-1, \sqrt{3})$ B. $(-2, \sqrt{3})$ C. $(-\sqrt{3}, 1)$ D. $(-\sqrt{3}, 2)$

二、填空题 (共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

9. (3分) (2015•菏泽) 直线 $y=-3x+5$ 不经过的象限为_____.

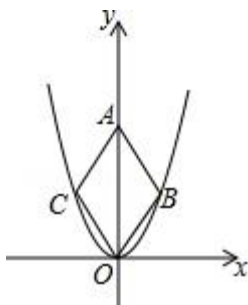
10. (3分) (2015•菏泽) 已知一组数据 6, 2, 4, 2, 3, 5, 2, 4, 这组数据的中位数为_____.

11. (3分) (2015•菏泽) 已知 A (-1, m) 与 B (2, m-3) 是反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 图象上的两个点. 则 m 的值_____.

12. (3分) (2015•菏泽) 若 $x^2 + x + m = (x-3)(x+n)$ 对 x 恒成立, 则 n=_____.

13. (3分) (2015•菏泽) 不等式组 $\begin{cases} 2(x-2) \leq 3(x-1) \\ \frac{x}{3} < \frac{x+1}{4} \end{cases}$ 的解集是_____.

14. (3分) (2015•菏泽) 二次函数 $y = \sqrt{3}x^2$ 的图象如图, 点 O 为坐标原点, 点 A 在 y 轴的正半轴上, 点 B、C 在二次函数 $y = \sqrt{3}x^2$ 的图象上, 四边形 OBAC 为菱形, 且 $\angle OBA = 120^\circ$, 则菱形 OBAC 的面积为_____.



三、解答题 (共 7 小题, 满分 78 分)

15. (12分) (2015•菏泽) (1) 计算: $(-1)^{2015} + \sin 30^\circ - (\pi - 3.14)^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$;

(2) 解分式方程: $\frac{2}{x^2 - 4} + \frac{x}{x - 2} = 1$.

16. (12分) (2015•菏泽) (1) 如图, M、N 为山两侧的两个村庄, 为了两村交通方便, 根据国家的惠民政策, 政府决定打一直线涵洞. 工程人员为了计算工程量, 必须计算 M、N 两点之间的直线距离, 选择测量点 A、B、C, 点 B、C 分别在 AM、AN 上, 现测得

AM=1 千米、AN=1.8 千米，AB=54 米、BC=45 米、AC=30 米，求 M、N 两点之间的直线距离.

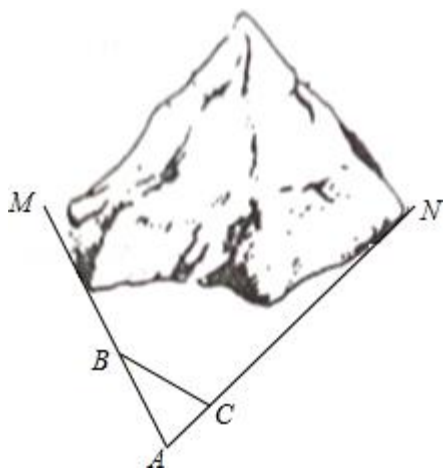
(2) 列方程（组）或不等式（组）解应用题:

2015 年的 5 月 20 日是第 15 个中国学生营养日, 我市某校社会实践小组在这天开展活动, 调查快餐营养情况. 他们从食品安全监督部门获取了一份快餐的信息 (如表).

信息

- 1、快餐成分: 蛋白质、脂肪、碳水化合物和其他
- 2、快餐总质量为 400 克
- 3、碳水化合物质量是蛋白质质量的 4 倍

若这份快餐中所含的蛋白质与碳水化合物的质量之和不高于这份快餐总质量的 70%, 求这份快餐最多含有多少克的蛋白质?

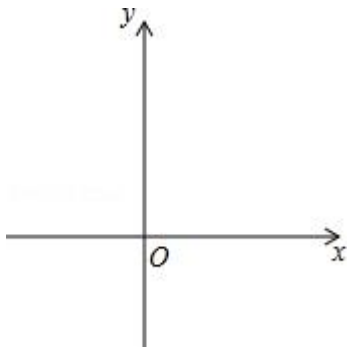


17. (14 分) (2015·菏泽) (1) 已知 m 是方程 $x^2 - x - 1 = 0$ 的一个根, 求 $m(m+1)^2 - m^2(m+3) + 4$ 的值;

(2) 一次函数 $y = 2x + 2$ 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象都经过点 A (1, m), $y = 2x + 2$ 的图象与 x 轴交于点 B.

①求点 B 的坐标及反比例函数的表达式;

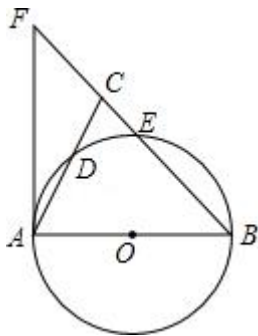
②点 C (0, -2), 若四边形 ABCD 是平行四边形, 请在直角坐标系内画出 $\square ABCD$, 直接写出点 D 的坐标, 并判断 D 点是否在此反比例函数的图象上, 并说明理由.



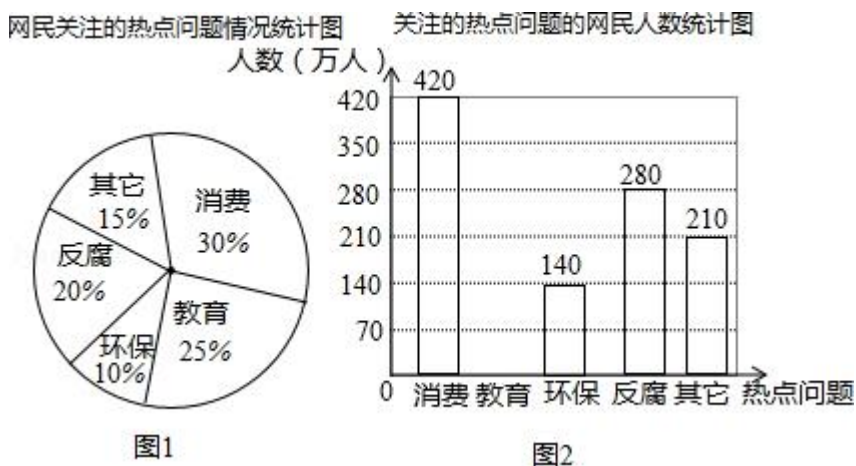
18. (10 分) (2015•菏泽) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $BA=BC$, 以 AB 为直径的 $\odot O$ 分别交 AC 、 BC 于点 D 、 E , BC 的延长线于 $\odot O$ 的切线 AF 交于点 F .

(1) 求证: $\angle ABC=2\angle CAF$;

(2) 若 $AC=2\sqrt{10}$, $CE:EB=1:4$, 求 CE 的长.



19. (10 分) (2015•菏泽) 根据某网站调查, 2014 年网民们最关注的热点话题分别有: 消费、教育、环保、反腐及其他共五类. 根据调查的部分相关数据, 绘制的统计图表如下:



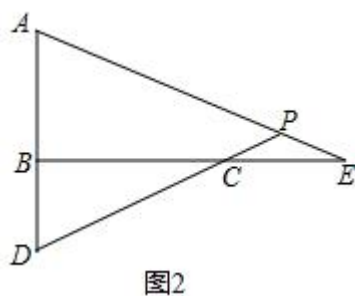
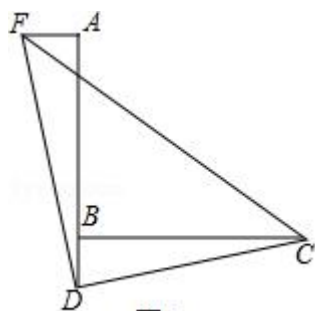
根据所给信息解答下列问题:

- (1) 请补全条形统计图并在图中标明相应数据;
- (2) 若菏泽市约有 880 万人口, 请你估计最关注环保问题的人数约为多少万人?
- (3) 在这次调查中, 某单位共有甲、乙、丙、丁四人最关注教育问题, 现准备从这四人中随机抽取两人进行座谈, 试用列表或树形图的方法求抽取的两人恰好是甲和乙的概率.

20. (10 分) (2015•菏泽) 如图, 已知 $\angle ABC=90^\circ$, D 是直线 AB 上的点, $AD=BC$.

(1) 如图 1, 过点 A 作 $AF \perp AB$, 并截取 $AF=BD$, 连接 DC 、 DF 、 CF , 判断 $\triangle CDF$ 的形状并证明;

(2) 如图 2, E 是直线 BC 上一点, 且 $CE=BD$, 直线 AE 、 CD 相交于点 P , $\angle APD$ 的度数是一个固定的值吗? 若是, 请求出它的度数; 若不是, 请说明理由.

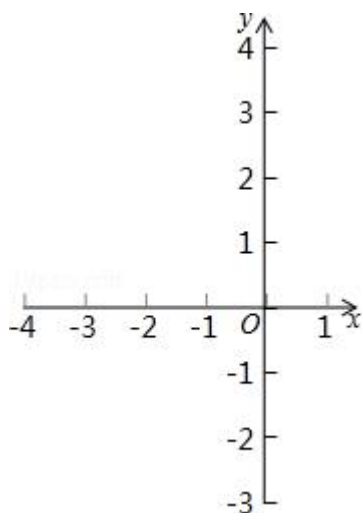


21. (10 分) (2015•菏泽) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+2x+\frac{k-1}{2}=0$ 有两个不相等的实数根, k 为正整数.

(1) 求 k 的值;

(2) 当次方程有一根为零时, 直线 $y=x+2$ 与关于 x 的二次函数 $y=x^2+2x+\frac{k-1}{2}$ 的图象交于 A 、 B 两点, 若 M 是线段 AB 上的一个动点, 过点 M 作 $MN \perp x$ 轴, 交二次函数的图象于点 N , 求线段 MN 的最大值及此时点 M 的坐标;

(3) 将 (2) 中的二次函数图象 x 轴下方的部分沿 x 轴翻折到 x 轴上方, 图象的其余部分保持不变, 翻折后的图象与原图象 x 轴上方的部分组成一个“W”形状的新图象, 若直线 $y=\frac{1}{2}x+b$ 与该新图象恰好有三个公共点, 求 b 的值.



2015 年山东省菏泽市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 8 小题，每小题 3 分，满分 24 分）

1. (3 分) (2015•菏泽) 现在网购越来越多地成为人们的一种消费方式，在 2014 年的“双 11”网上促销活动中天猫和淘宝的支付交易额突破 57000 000 000 元，将数字 57000 000 000 用科学记数法表示为 ()

A. 5.7×10^9 B. 5.7×10^{10} C. 0.57×10^{11} D. 57×10^9

考点： 科学记数法—表示较大的数.

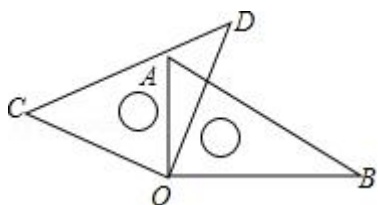
分析： 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

解答： 解：将 57000000000 用科学记数法表示为： 5.7×10^{10} .

故选：B.

点评： 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

2. (3 分) (2015•菏泽) 将一副直角三角尺如图放置，若 $\angle AOD = 20^\circ$ ，则 $\angle BOC$ 的大小为 ()



A. 140° B. 160° C. 170° D. 150°

考点： 直角三角形的性质.

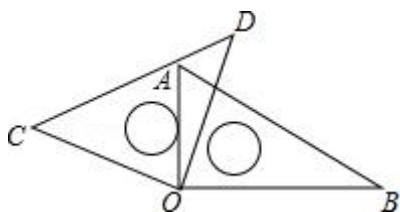
分析： 利用直角三角形的性质以及互余的关系，进而得出 $\angle COA$ 的度数，即可得出答案.

解答： 解： $\because$ 将一副直角三角尺如图放置， $\angle AOD=20^\circ$,

$$\therefore \angle COA = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle BOC = 90^\circ + 70^\circ = 160^\circ.$$

故选：B.



点评： 此题主要考查了直角三角形的性质，得出 $\angle COA$ 的度数是解题关键.

3. (3分) (2015•菏泽) 把代数式 $ax^2 - 4ax + 4a$ 分解因式，下列结果中正确的是 ()

A. $a(x-2)^2$ B. $a(x+2)^2$ C. $a(x-4)^2$ D. $a(x+2)(x-2)$

考点： 提公因式法与公式法的综合运用.

专题： 因式分解.

分析： 先提取公因式 a ，再利用完全平方公式分解即可.

解答： 解： $ax^2 - 4ax + 4a$,

$$= a(x^2 - 4x + 4),$$

$$= a(x-2)^2.$$

故选：A.

点评： 本题先提取公因式，再利用完全平方公式分解，分解因式时一定要分解彻底.

4. (3分) (2015•菏泽) 下表记录了甲、乙、丙、丁四名跳远运动员选拔赛成绩的平均数 $\bar{x}$ 与方差 s^2 :

	甲	乙	丙	丁
平均数 $\bar{x}$ (cm)	561	560	561	560

方差 s^2 (cm^2)	3.5	3.5	15.5	16.5
----------------------------	-----	-----	------	------

根据表中数据，要从中选择一名成绩好又发挥稳定的运动员参加比赛，应该选择（ ）

A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

考点： 方差；算术平均数.

分析： 根据方差和平均数的意义找出平均数大且方差小的运动员即可.

解答： 解： $\because$ 甲的方差是 3.5，乙的方差是 3.5，丙的方差是 15.5，丁的方差是 16.5，

$$\therefore S_{\text{甲}}^2 = S_{\text{乙}}^2 < S_{\text{丙}}^2 < S_{\text{丁}}^2,$$

$\therefore$ 发挥稳定的运动员应从甲和乙中选拔，

$\because$ 甲的平均数是 561，乙的平均数是 560，

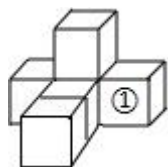
$\therefore$ 成绩好的应是甲，

$\therefore$ 从中选择一名成绩好又发挥稳定的运动员参加比赛，应该选择甲；

故选 A.

点评： 本题考查了方差和平均数. 方差是用来衡量一组数据波动大小的量，方差越大，表明这组数据偏离平均数越大，即波动越大，数据越不稳定；反之，方差越小，表明这组数据分布比较集中，各数据偏离平均数越小，即波动越小，数据越稳定.

5. (3 分) (2015•菏泽) 如图是由 6 个同样大小的正方体摆成的几何体. 将正方体①移走后，所得几何体（ ）



- A. 主视图改变，左视图改变 B. 俯视图不变，左视图不变
C. 俯视图改变，左视图改变 D. 主视图改变，左视图不变

考点： 简单组合体的三视图.

分析： 分别得到将正方体①移走前后的三视图，依此即可作出判断.

解答： 解：将正方体①移走前的主视图正方形的个数为 1，2，1；正方体①移走后的主视图正方形的个数为 1，2；发生改变.

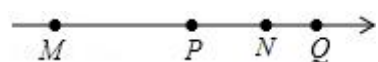
将正方体①移走前的左视图正方形的个数为 2，1，1；正方体①移走后的左视图正方形的个数为 2，1，1；没有发生改变.

将正方体①移走前的俯视图正方形的个数为 1，3，1；正方体①移走后的俯视图正方形的个数，1，3；发生改变.

故选 D.

点评： 考查三视图中的知识，得到从几何体的正面，左面，上面看的平面图形中正方形的列数及每列正方形的个数是解决本题的关键.

6. (3 分) (2015•菏泽) 如图，四个有理数在数轴上的对应点 M, P, N, Q, 若点 M, N 表示的有理数互为相反数，则图中表示绝对值最小的数的点是 ()



A. 点 M B. 点 N C. 点 P D. 点 Q

考点： 有理数大小比较.

分析： 先根据相反数确定原点的位置，再根据点的位置确定绝对值最小的数即可.

解答： 解：∵点 M, N 表示的有理数互为相反数，

∴原点的位置大约在 O 点，

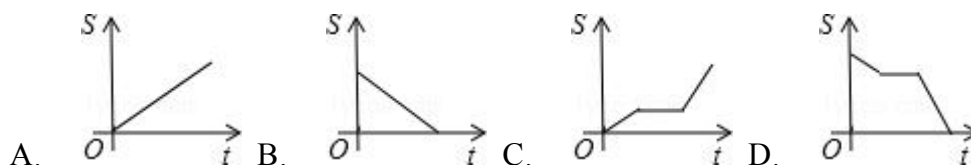
∴绝对值最小的数的点是 P 点，

故选 C.

点评： 本题考查了数轴，相反数，绝对值，有理数的大小比较的应用，解此题的关键是找出原点的位置，注意数形结合思想的运用.

7. (3 分) (2015•菏泽) 小明骑自行车上学，开始以正常速度匀速行驶，但行至中途自行车出了故障，只好停下来修车，车修好后，因怕耽误上课，加快了骑车速度，下面是

小明离家后他到学校剩下的路程 s 关于时间 t 的函数图象，那么符合小明行驶情况的图象大致是（ ）



考点： 函数的图象.

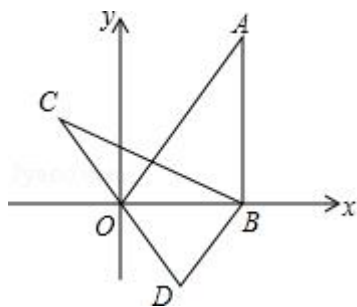
分析： 由于开始以正常速度匀速行驶，接着停下修车，后来加快速度匀驶，所以开始行驶路 S 是均匀减小的，接着不变，后来速度加快，所以 S 变化也加快变小，由此即可作出选择.

解答： 解：因为开始以正常速度匀速行驶——停下修车——加快速度匀驶，可得 S 先缓慢减小，再不变，在加速减小.

故选：D.

点评： 此题主要考查了学生从图象中读取信息的能力. 解决此类识图题，同学们要注意分析其中的“关键点”，还要善于分析各图象的变化趋势.

8. (3 分) (2015•菏泽) 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y=\sqrt{3}x$ 经过点 A ，作 $AB \perp x$ 轴于点 B ，将 $\triangle ABO$ 绕点 B 逆时针旋转 60° 得到 $\triangle CBD$. 若点 B 的坐标为 $(2, 0)$ ，则点 C 的坐标为（ ）



- A. $(-1, \sqrt{3})$ B. $(-2, \sqrt{3})$ C. $(-\sqrt{3}, 1)$ D. $(-\sqrt{3}, 2)$

考点： 坐标与图形变化-旋转；一次函数图象上点的坐标特征.

专题： 计算题.

分析： 作 $CH \perp x$ 轴于 H ，如图，先根据一次函数图象上点的坐标特征确定 $A(2, 2\sqrt{3})$ ，再利用旋转的性质得 $BC=BA=2\sqrt{3}$ ， $\angle ABC=60^\circ$ ，则 $\angle CBH=30^\circ$ ，然后在 $Rt\triangle CBH$ 中，利用含 30° 度的直角三角形三边的关系可计算出 $CH=\frac{1}{2}BC=\sqrt{3}$ ， $BH=\sqrt{3}CH=3$ ，所以 $OH=BH-OB=3-2=1$ ，于是可写出 C 点坐标.

解答： 解：作 $CH \perp x$ 轴于 H ，如图，

$\because$ 点 B 的坐标为 $(2, 0)$ ， $AB \perp x$ 轴于点 B ，

$\therefore A$ 点横坐标为 2 ，

当 $x=2$ 时， $y=\sqrt{3}x=2\sqrt{3}$ ，

$\therefore A(2, 2\sqrt{3})$ ，

$\because \triangle ABO$ 绕点 B 逆时针旋转 60° 得到 $\triangle CBD$ ，

$\therefore BC=BA=2\sqrt{3}$ ， $\angle ABC=60^\circ$ ，

$\therefore \angle CBH=30^\circ$ ，

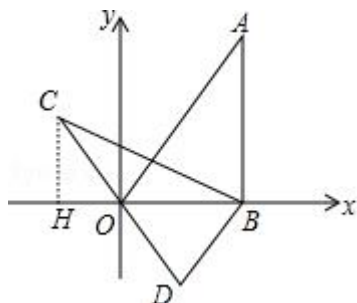
在 $Rt\triangle CBH$ 中， $CH=\frac{1}{2}BC=\sqrt{3}$ ，

$BH=\sqrt{3}CH=3$ ，

$OH=BH-OB=3-2=1$ ，

$\therefore C(-1, \sqrt{3})$.

故选 A.



点评： 本题考查了坐标与图形变化—旋转：图形或点旋转之后要结合旋转的角度和图形的特殊性质来求出旋转后的点的坐标. 常见的是旋转特殊角度如： 30° ， 45° ， 60° ， 90° ， 180° . 也考查了一次函数图象上点的坐标特征和含 30° 度的直角三角形三边的关系.

二、填空题（共 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分）

9. (3 分) (2015•菏泽) 直线 $y = -3x + 5$ 不经过的象限为 第三象限.

考点： 一次函数图象与系数的关系.

分析： $k < 0$ ，一次函数经过二、四象限， $b > 0$ ，一次函数经过第一象限，即可得到直线不经过的象限.

解答： 解：直线 $y = -3x + 5$ 经过第一、二、四象限，

$\therefore$ 不经过第三象限，

故答案为：第三象限

点评： 本题考查了一次函数图象与系数的关系及一次函数图象的几何变换，难度不大. 用到的知识点：

一次函数图象与系数的关系：

① $k > 0$ ， $b > 0 \Leftrightarrow y = kx + b$ 的图象在一、二、三象限；

② $k > 0$ ， $b < 0 \Leftrightarrow y = kx + b$ 的图象在一、三、四象限；

③ $k < 0$ ， $b > 0 \Leftrightarrow y = kx + b$ 的图象在一、二、四象限；

④ $k < 0$ ， $b < 0 \Leftrightarrow y = kx + b$ 的图象在二、三、四象限.

10. (3 分) (2015•菏泽) 已知一组数据 6, 2, 4, 2, 3, 5, 2, 4, 这组数据的中位数为 3.5.

考点： 中位数.

分析： 把这组数据按照从小到大的顺序排列，找出中位数.

解答： 解：排序得：2, 2, 2, 3, 4, 4, 5, 6, 中位数是 $\frac{1}{2} \times (3+4) = 3.5$.

故答案为：3.5.

点评： 本题考查了中位数的知识：将一组数据按照从小到大（或从大到小）的顺序排列，如果数据的个数是奇数，则处于中间位置的数就是这组数据的中位数；如果这组数据的个数是偶数，则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数.

11. (3 分) (2015•菏泽) 已知 A (- 1, m) 与 B (2, m - 3) 是反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 图象上的两个点. 则 m 的值 2.

考点： 反比例函数图象上点的坐标特征.

分析： 根据反比例函数中 $k=xy$ 的特点进行解答即可.

解答： 解： $\because$ A (- 1, m) 与 B (2, m - 3) 是反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 图象上的两个点,

$\therefore (-1) \times m = 2 \times (m - 3)$, 解得 $m = 2$.

故答案为: 2.

点评： 本题考查的是反比例函数图象上点的坐标特点, 熟知反比例函数中 $k=xy$ 为定值是解答此题的关键.

12. (3 分) (2015•菏泽) 若 $x^2 + x + m = (x - 3)(x + n)$ 对 x 恒成立, 则 $n =$ 4.

考点： 因式分解-十字相乘法等.

分析： 利用多项式乘法去括号, 得出关于 n 的关系式进而求出 n 的值.

解答： 解: $\because x^2 + x + m = (x - 3)(x + n)$,

$\therefore x^2 + x + m = x^2 + (n - 3)x - 3n$,

故 $n - 3 = 1$,

解得: $n = 4$.

故答案为: 4.

点评： 此题主要考查了多项式乘以多项式, 正确去括号得出是解题关键.

13. (3 分) (2015•菏泽) 不等式组 $\begin{cases} 2(x-2) \leq 3(x-1) \\ \frac{x}{3} < \frac{x+1}{4} \end{cases}$ 的解集是 $-1 \leq x < 3$.

考点： 解一元一次不等式组.

分析： 分别解每一个不等式，再求解集的公共部分.

解答： 解： $\begin{cases} 2(x-2) \leq 3(x-1) \text{ ①} \\ \frac{x}{3} < \frac{x+1}{4} \text{ ②} \end{cases}$,

解不等式①得： $x \geq -1$,

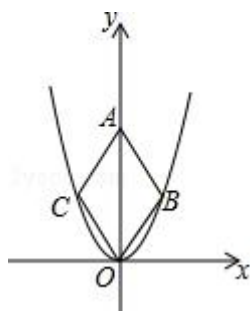
解不等式②得： $x < 3$,

所以不等式组的解集是： $-1 \leq x < 3$,

故答案为： $-1 \leq x < 3$.

点评： 本题考查的是一元一次不等式组的解，解此类题目常常要结合数轴来判断. 还可以观察不等式的解，若 $x >$ 较小的数、 $<$ 较大的数，那么解集为 x 介于两数之间.

14. (3 分) (2015•菏泽) 二次函数 $y = \sqrt{3}x^2$ 的图象如图，点 O 为坐标原点，点 A 在 y 轴的正半轴上，点 B、C 在二次函数 $y = \sqrt{3}x^2$ 的图象上，四边形 OBAC 为菱形，且 $\angle OBA = 120^\circ$ ，则菱形 OBAC 的面积为 $2\sqrt{3}$.



考点： 菱形的性质；二次函数图象上点的坐标特征.

专题： 计算题.

分析： 连结 BC 交 OA 于 D，如图，根据菱形的性质得 $BC \perp OA$ ， $\angle OBD = 60^\circ$ ，利用含 30 度的直角三角形三边的关系得 $OD = \sqrt{3}BD$ ，设 $BD = t$ ，则 $OD = \sqrt{3}t$ ，B $(t, \sqrt{3}t)$ ，利

用二次函数图象上点的坐标特征得 $\sqrt{3}t^2 = \sqrt{3}t$, 解得 $t_1=0$ (舍去), $t_2=1$, 则 $BD=1$, $OD=\sqrt{3}$, 然后根据菱形性质得 $BC=2BD=2$, $OA=2OD=2\sqrt{3}$, 再利用菱形面积公式计算即可.

解答: 解: 连结 BC 交 OA 于 D , 如图,

$\because$ 四边形 $OBAC$ 为菱形,

$\therefore BC \perp OA$,

$\because \angle OBA = 120^\circ$,

$\therefore \angle OBD = 60^\circ$,

$\therefore OD = \sqrt{3}BD$,

设 $BD=t$, 则 $OD=\sqrt{3}t$,

$\therefore B(t, \sqrt{3}t)$,

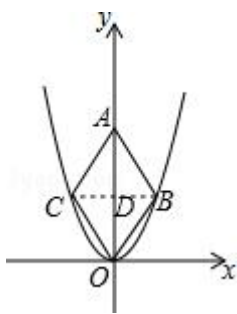
把 $B(t, \sqrt{3}t)$ 代入 $y=\sqrt{3}x^2$ 得 $\sqrt{3}t^2=\sqrt{3}t$, 解得 $t_1=0$ (舍去), $t_2=1$,

$\therefore BD=1$, $OD=\sqrt{3}$,

$\therefore BC=2BD=2$, $OA=2OD=2\sqrt{3}$,

$\therefore$ 菱形 $OBAC$ 的面积 $= \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$.

故答案为 $2\sqrt{3}$.



点评: 本题考查了菱形的性质: 菱形具有平行四边形的一切性质; 菱形的四条边都相等; 菱形的两条对角线互相垂直, 并且每一条对角线平分一组对角; 菱形面积 $= \frac{1}{2}ab$ (a 、 b 是两条对角线的长度). 也考查了二次函数图象上点的坐标特征.

三、解答题 (共 7 小题, 满分 78 分)

15. (12 分) (2015·菏泽) (1) 计算: $(-1)^{2015} + \sin 30^\circ - (\pi - 3.14)^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$;

(2) 解分式方程: $\frac{2}{x^2-4} + \frac{x}{x-2} = 1$.

考点: 实数的运算; 零指数幂; 负整数指数幂; 特殊角的三角函数值.

分析: (1) 利用负整数整数幂的性质以及特殊角的三角函数值以及零指数幂的性质分别化简求出即可;

(2) 利用解分式方程的解法去分母求出即可.

解答: 解: (1) $(-1)^{2015} + \sin 30^\circ - (\pi - 3.14)^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$
 $= -1 + \frac{1}{2} - 1 + 2$
 $= \frac{1}{2};$

(2) $\frac{2}{x^2-4} + \frac{x}{x-2} = 1$

去分母得:

$$2 + x(x+2) = x^2 - 4,$$

解得: $x = -3$,

检验: 当 $x = -3$ 时, $(x+2)(x-2) \neq 0$,

故 $x = -3$ 是原方程的根.

点评: 此题主要考查了实数运算以及分式方程的解法等知识, 正确掌握相关性质是解题关键.

16. (12 分) (2015•菏泽) (1) 如图, M、N 为山两侧的两个村庄, 为了两村交通方便, 根据国家的惠民政策, 政府决定打一直线涵洞. 工程人员为了计算工程量, 必须计算 M、N 两点之间的直线距离, 选择测量点 A、B、C, 点 B、C 分别在 AM、AN 上, 现测得 AM=1 千米、AN=1.8 千米, AB=54 米、BC=45 米、AC=30 米, 求 M、N 两点之间的直线距离.

(2) 列方程 (组) 或不等式 (组) 解应用题:

2015 年的 5 月 20 日是第 15 个中国学生营养日, 我市某校社会实践小组在这天开展活动, 调查快餐营养情况. 他们从食品安全监督部门获取了一份快餐的信息 (如表).

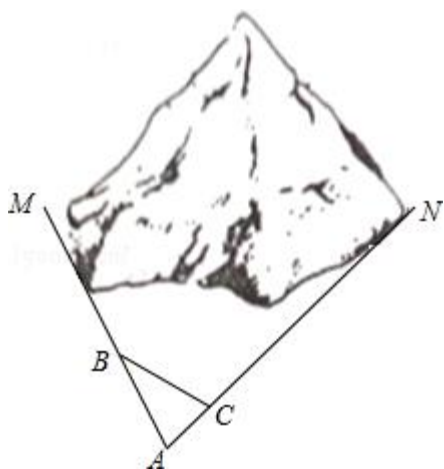
信息

1、快餐成分: 蛋白质、脂肪、碳水化合物和其他

2、快餐总质量为 400 克

3、碳水化合物质量是蛋白质质量的 4 倍

若这份快餐中所含的蛋白质与碳水化合物的质量之和不高于这份快餐总质量的 70%, 求这份快餐最多含有多少克的蛋白质?



考点: 相似三角形的应用; 一元一次不等式的应用.

分析: (1) 先根据相似三角形的判定得出 $\triangle ABC$ 相似与 $\triangle AMN$, 再利用相似三角形的性质解答即可;

(2) 设这份快餐含有 x 克的蛋白质, 根据所含的蛋白质与碳水化合物的质量之和不高于这份快餐总质量的 70%, 列出不等式, 求解即可.

解答: 解: (1) 在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle AMN$ 中,

$$\angle A = \angle A, \quad \frac{AC}{AB} = \frac{30}{54} = \frac{5}{9}, \quad \frac{AM}{AN} = \frac{1}{1.8} = \frac{5}{9},$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle AMN,$$

$$\therefore \frac{AC}{BC} = \frac{AM}{MN}, \quad \text{即} \quad \frac{30}{45} = \frac{1}{MN},$$

解得: $MN = 1.5$ 千米,

答: M、N 两点之间的直线距离是 1.5 千米;

(2) 设这份快餐含有 x 克的蛋白质,

根据题意可得： $x+4x\leq 400\times 70\%$,

解不等式，得 $x\leq 56$.

答：这份快餐最多含有 56 克的蛋白质.

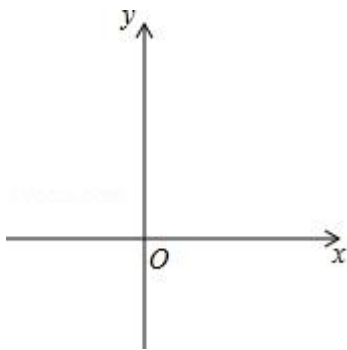
点评： 此题考查相似三角形和一元一次不等式的应用，关键是根据相似三角形的判定和性质解答问题，读懂题意，找出题目中的数量关系，列出不等式，本题的数量关系是所含的蛋白质与碳水化合物的质量之和不高于这份快餐总质量的 70%.

17. (14 分) (2015•菏泽) (1) 已知 m 是方程 $x^2 - x - 1 = 0$ 的一个根，求 $m(m+1)^2 - m^2(m+3) + 4$ 的值；

(2) 一次函数 $y=2x+2$ 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k\neq 0$) 的图象都经过点 $A(1, m)$, $y=2x+2$ 的图象与 x 轴交于点 B .

①求点 B 的坐标及反比例函数的表达式；

②点 $C(0, -2)$ ，若四边形 $ABCD$ 是平行四边形，请在直角坐标系内画出 $\square ABCD$ ，直接写出点 D 的坐标，并判断 D 点是否在此反比例函数的图象上，并说明理由.



考点： 反比例函数与一次函数的交点问题；一元二次方程的解.

分析： (1) 由 m 是方程 $x^2 - x - 1 = 0$ 的一个根，将 $x=m$ 代入方程得到关于 m 的等式，变形后即可求出所求式子的值；

(2) ①在 $y=2x+2$ 中令 $y=0$ ，求得 B 的坐标，然后求得 A 的坐标，利用待定系数法求得反比例函数的解析式；

②根据平行线的性质即可直接求得 D 的坐标，然后代入反比例函数的解析式判断即可.

解答： 解： (1) $\because m$ 是方程 $x^2 - x - 1 = 0$ 的一个根，

$$\therefore m^2 - m = 1,$$

$$\therefore m(m+1)^2 - m^2(m+3) + 4 = -m^2 + m + 1 = -(m^2 - m - 4) = 3;$$

(2) ①在 $y = 2x + 2$ 中令 $y = 0$ ，则 $x = -1$ ，

$\therefore B$ 的坐标是 $(-1, 0)$ ，

$\because A$ 在直线 $y = 2x + 2$ 上，

$\therefore A$ 的坐标是 $(1, 4)$ 。

$\because A(1, 4)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 图象上

$$\therefore k = 4.$$

$\therefore$ 反比例函数的解析式为： $y = \frac{4}{x}$ ；

② $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore D$ 的坐标是 $(2, 2)$ ，

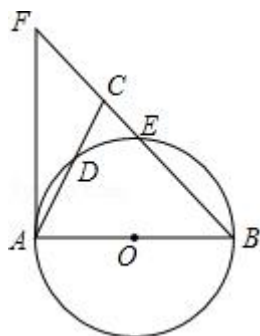
$\therefore D(2, 2)$ 在反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ 的图象上。

点评： 本题考查了一元二次方程的根即方程的解的定义，待定系数法求反比例函数解析式，用待定系数法确定函数的解析式，是常用的一种解题方法。同学们要熟练掌握这种方法。

18. (10 分) (2015•菏泽) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $BA = BC$ ，以 AB 为直径的 $\odot O$ 分别交 AC 、 BC 于点 D 、 E ， BC 的延长线于 $\odot O$ 的切线 AF 交于点 F 。

(1) 求证： $\angle ABC = 2\angle CAF$ ；

(2) 若 $AC = 2\sqrt{10}$ ， $CE : EB = 1 : 4$ ，求 CE 的长。



考点：切线的性质；相似三角形的判定与性质.

分析： (1) 首先连接 BD，由 AB 为直径，可得 $\angle ADB = 90^\circ$ ，又由 AF 是 $\odot O$ 的切线，易证得 $\angle CAF = \angle ABD$ ，然后由 $BA = BC$ ，证得： $\angle ABC = 2\angle CAF$ ；

(2) 首先连接 AE，设 $CE = x$ ，由勾股定理可得方程： $(2\sqrt{10})^2 = x^2 + (3x)^2$ 求得答案.

解答： (1) 证明：如图，连接 BD.

$\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle ADB = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle DAB + \angle ABD = 90^\circ$.

$\because AF$ 是 $\odot O$ 的切线，

$\therefore \angle FAB = 90^\circ$ ，

即 $\angle DAB + \angle CAF = 90^\circ$.

$\therefore \angle CAF = \angle ABD$.

$\because BA = BC$ ， $\angle ADB = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle ABC = 2\angle ABD$.

$\therefore \angle ABC = 2\angle CAF$.

(2) 解：如图，连接 AE，

$\therefore \angle AEB = 90^\circ$ ，

设 $CE = x$ ，

$$\therefore CE: EB=1: 4,$$

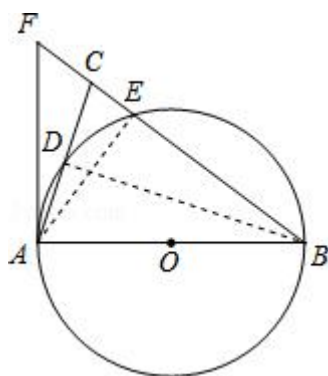
$$\therefore EB=4x, BA=BC=5x, AE=3x,$$

在 $Rt\triangle ACE$ 中, $AC^2=CE^2+AE^2$,

$$\text{即 } (2\sqrt{10})^2=x^2+(3x)^2,$$

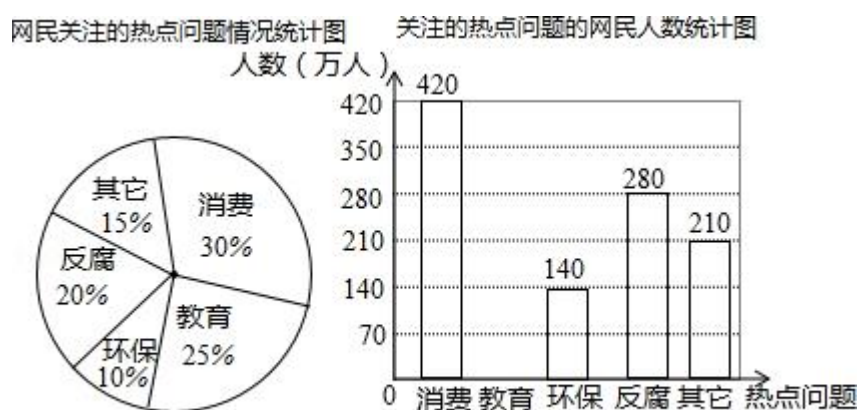
$$\therefore x=2.$$

$$\therefore CE=2.$$



点评: 本题主要考查了切线的性质、三角函数以及勾股定理, 注意掌握辅助线的作法, 注意掌握数形结合思想与方程思想的应用是解答此题大关键.

19. (10 分) (2015•菏泽) 根据某网站调查, 2014 年网民们最关注的热点话题分别有: 消费、教育、环保、反腐及其他共五类. 根据调查的部分相关数据, 绘制的统计图表如



下:

图1

图2

根据所给信息解答下列问题:

(1) 请补全条形统计图并在图中标明相应数据;

(2) 若菏泽市约有 880 万人口, 请你估计最关注环保问题的人数约为多少万人?

(3) 在这次调查中，某单位共有甲、乙、丙、丁四人最关注教育问题，现准备从这四个人中随机抽取两人进行座谈，试用列表或树形图的方法求抽取的两人恰好是甲和乙的概率.

考点： 列表法与树状图法；扇形统计图；条形统计图.

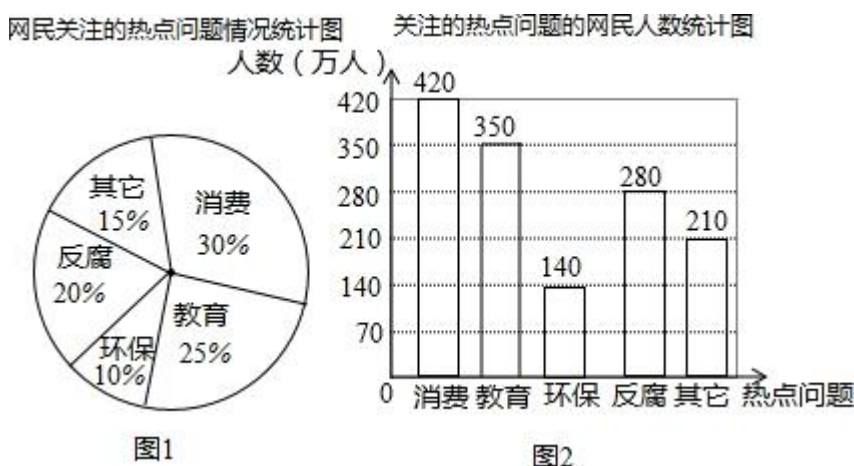
分析： (1) 根据关注消费的人数是 420 人，所占的比例是 30%，即可求得总人数，然后利用总人数乘以关注教育的比例求得关注教育的人数；

(2) 利用总人数乘以对应的百分比即可；

(3) 利用列举法即可求解即可.

解答： 解：(1) 调查的总人数是： $420 \div 30\% = 1400$ (人)，

关注教育的人数是： $1400 \times 25\% = 350$ (人).



(2) $880 \times 10\% = 88$ 万人；

(3) 画树形图得：



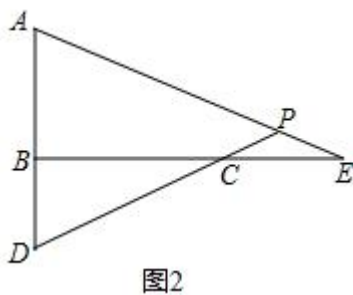
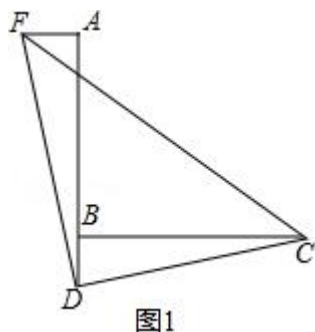
则 $P(\text{抽取的两人恰好是甲和乙}) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

点评： 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小.

20. (10 分) (2015•菏泽) 如图, 已知 $\angle ABC=90^\circ$, D 是直线 AB 上的点, $AD=BC$.

(1) 如图 1, 过点 A 作 $AF \perp AB$, 并截取 $AF=BD$, 连接 DC、DF、CF, 判断 $\triangle CDF$ 的形状并证明;

(2) 如图 2, E 是直线 BC 上一点, 且 $CE=BD$, 直线 AE、CD 相交于点 P, $\angle APD$ 的度数是一个固定的值吗? 若是, 请求出它的度数; 若不是, 请说明理由.



考点: 全等三角形的判定与性质.

分析: (1) 利用 SAS 证明 $\triangle AFD$ 和 $\triangle BDC$ 全等, 再利用全等三角形的性质得出 $FD=DC$, 即可判断三角形的形状;

(2) 作 $AF \perp AB$ 于 A, 使 $AF=BD$, 连结 DF, CF, 利用 SAS 证明 $\triangle AFD$ 和 $\triangle BDC$ 全等, 再利用全等三角形的性质得出 $FD=DC$, $\angle FDC=90^\circ$, 即可得出 $\angle FCD=\angle APD=45^\circ$.

解答: 解: (1) $\triangle CDF$ 是等腰直角三角形, 理由如下:

$$\because AF \perp AD, \angle ABC=90^\circ,$$

$$\therefore \angle FAD=\angle DBC,$$

在 $\triangle FAD$ 与 $\triangle DBC$ 中,

$$\begin{cases} AD=BC \\ \angle FAD=\angle DBC, \\ AF=BD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle FAD \cong \triangle DBC \text{ (SAS)},$$

$$\therefore FD=DC,$$

$\therefore \triangle CDF$ 是等腰三角形,

$$\because \triangle FAD \cong \triangle DBC,$$

$$\therefore \angle FDA = \angle DCB,$$

$$\because \angle BDC + \angle DCB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BDC + \angle FDA = 90^\circ,$$

$\therefore \triangle CDF$ 是等腰直角三角形;

(2) 作 $AF \perp AB$ 于 A , 使 $AF = BD$, 连结 DF , CF , 如图,

$$\because AF \perp AD, \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle FAD = \angle DBC,$$

在 $\triangle FAD$ 与 $\triangle DBC$ 中,

$$\begin{cases} AD = BC \\ \angle FAD = \angle DBC, \\ AF = BD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle FAD \cong \triangle DBC \text{ (SAS)},$$

$$\therefore FD = DC,$$

$\therefore \triangle CDF$ 是等腰三角形,

$$\because \triangle FAD \cong \triangle DBC,$$

$$\therefore \angle FDA = \angle DCB,$$

$$\because \angle BDC + \angle DCB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BDC + \angle FDA = 90^\circ,$$

$\therefore \triangle CDF$ 是等腰直角三角形,

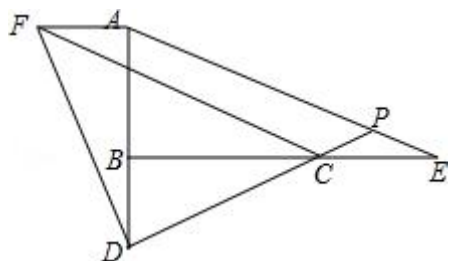
$$\therefore \angle FCD = 45^\circ,$$

$$\because AF \parallel CE, \text{ 且 } AF = CE,$$

$\therefore$ 四边形 $AFCE$ 是平行四边形,

$$\therefore AE \parallel CF,$$

$\therefore \angle ADP = \angle FCD = 45^\circ$.



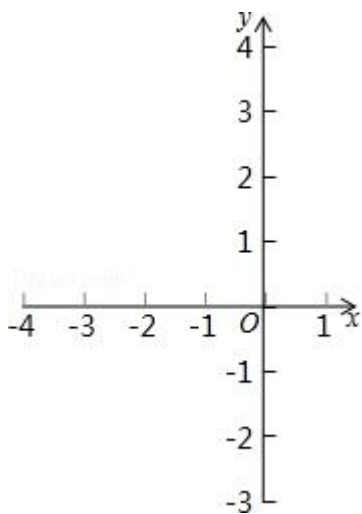
点评： 此题考查了全等三角形的判定与性质的运用，平行四边形的判定及性质的运用，等腰直角三角形的判定及性质的运用．解答时证明三角形全等是关键．

21. (10 分) (2015•菏泽) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2x + \frac{k-1}{2} = 0$ 有两个不相等的实数根， k 为正整数．

(1) 求 k 的值；

(2) 当方程有一根为零时，直线 $y = x + 2$ 与关于 x 的二次函数 $y = x^2 + 2x + \frac{k-1}{2}$ 的图象交于 A、B 两点，若 M 是线段 AB 上的一个动点，过点 M 作 $MN \perp x$ 轴，交二次函数的图象于点 N，求线段 MN 的最大值及此时点 M 的坐标；

(3) 将 (2) 中的二次函数图象 x 轴下方的部分沿 x 轴翻折到 x 轴上方，图象的其余部分保持不变，翻折后的图象与原图象 x 轴上方的部分组成一个“W”形状的新图象，若直线 $y = \frac{1}{2}x + b$ 与该新图象恰好有三个公共点，求 b 的值．



考点： 二次函数综合题.

分析： (1) 先根据一元二次方程根的情况利用判别式与 0 的关系可以求出 k 的值；

(2) 利用 m 先表示出 M 与 N 的坐标，再根据两点间的距离公式表示出 MN 的长度，根据二次函数的极值即可求出 MN 的最大长度和 M 的坐标；

(3) 根据图象的特点，分两种情况讨论，分别求出 b 的值即可.

解答： 解：(1) $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $x^2+2x+\frac{k-1}{2}=0$ 有两个不相等的实数根.

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = 4 - 4 \times \frac{k-1}{2} > 0.$$

$$\therefore k - 1 < 2.$$

$$\therefore k < 3.$$

$\therefore k$ 为正整数,

$\therefore k$ 为 1, 2.

(2) 把 $x=0$ 代入方程 $x^2+2x+\frac{k-1}{2}=0$ 得 $k=1$,

此时二次函数为 $y=x^2+2x$,

此时直线 $y=x+2$ 与二次函数 $y=x^2+2x$ 的交点为 A (-2, 0), B (1, 3)

由题意可设 M (m, m+2), 其中 $-2 < m < 1$,

则 N (m, m^2+2m),

$$MN = m+2 - (m^2+2m) = -m^2 - m + 2 = -\left(m + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}.$$

$\therefore$ 当 $m = -\frac{1}{2}$ 时, MN 的长度最大值为 $\frac{9}{4}$.

此时点 M 的坐标为 $\left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$.

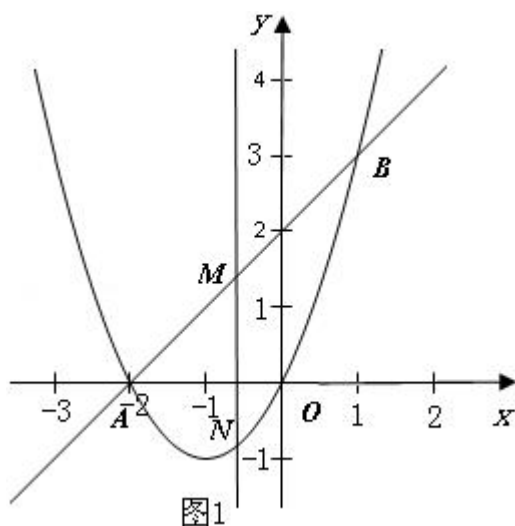


图1

(3) 当 $y = \frac{1}{2}x + b$ 过点 A 时, 直线与新图象有 3 个公共点 (如图 2 所示),

把 A (-2, 0) 代入 $y = \frac{1}{2}x + b$ 得 $b = 1$,

当 $y = \frac{1}{2}x + b$ 与新图象的封闭部分有一个公共点时, 直线与新图象有 3 个公共点.

由于新图象的封闭部分与原图象的封闭部分关于 x 轴对称, 所以其解析式为 $y = -x^2 - 2x$

$$\therefore \begin{cases} y = \frac{1}{2}x + b \\ y = -x^2 - 2x \end{cases} \text{ 有一组解, 此时 } -x^2 - \frac{5}{2}x - b = 0 \text{ 有两个相等的实数根,}$$

则 $\left(\frac{5}{2}\right)^2 - 4b = 0$ 所以 $b = \frac{25}{16}$,

综上所述 $b = 1$ 或 $b = \frac{25}{16}$.

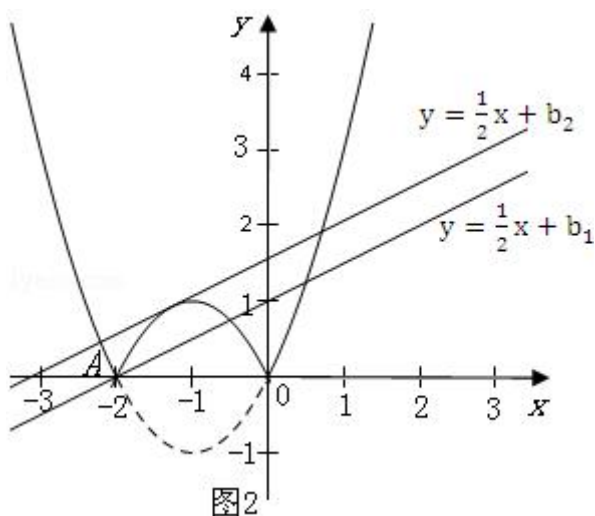


图2

点评： 本题是二次函数综合题型，主要考查了根的判别式的应用，还考查了两函数图象的交点问题，难点在于（3）求出直线与抛物线有 3 个交点的情况，根据题意分类讨论，并且作出图形更利于解决问题.