

黑龙江省齐齐哈尔市 2019 年中考数学试卷

一、选择题（每小题只有一个正确答案，每小题 3 分，满分 30 分）

1. (3 分) 3 的相反数是 ()

- A. -3 B. $\sqrt{3}$ C. 3 D. ± 3

2. (3 分) 下面四个图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



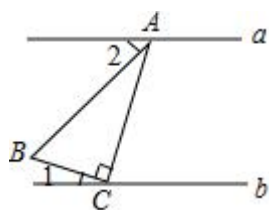
3. (3 分) 下列计算不正确的是 ()

- A. $\pm\sqrt{9} = \pm 3$ B. $2ab+3ba = 5ab$
C. $(\sqrt{2}-1)^0 = 1$ D. $(3ab^2)^2 = 6a^2b^4$

4. (3 分) 小明和小强同学分别统计了自己最近 10 次“一分钟跳绳”的成绩，下列统计量中能用来比较两人成绩稳定程度的是 ()

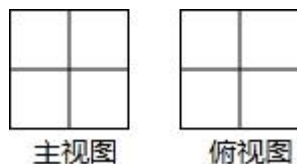
- A. 平均数 B. 中位数 C. 方差 D. 众数

5. (3 分) 如图，直线 $a \parallel b$ ，将一块含 30° 角 ($\angle BAC = 30^\circ$) 的直角三角尺按图中方式放置，其中 A 和 C 两点分别落在直线 a 和 b 上. 若 $\angle 1 = 20^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为 ()



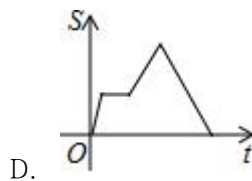
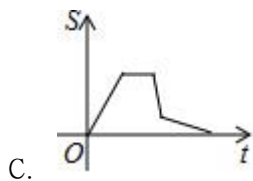
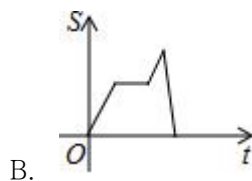
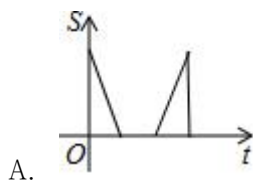
- A. 20° B. 30° C. 40° D. 50°

6. (3 分) 如图是由几个相同大小的小正方体搭建而成的几何体的主视图和俯视图视图，则搭建这个几何体所需要的小正方体的个数至少为 ()



- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

7. (3 分) “六一”儿童节前夕，某部队战士到福利院慰问儿童. 战士们从营地出发，匀速步行前往文具店选购礼物，停留一段时间后，继续按原速步行到达福利院（营地、文具店、福利院三地依次在同一直线上）. 到达后因接到紧急任务，立即按原路匀速跑步返回营地（赠送礼物的时间忽略不计），下列图象能大致反映战士们离营地的距离 S 与时间 t 之间函数关系的是 ()



8. (3分) 学校计划购买 A 和 B 两种品牌的足球, 已知一个 A 品牌足球 60 元, 一个 B 品牌足球 75 元. 学校准备将 1500 元钱全部用于购买这两种足球 (两种足球都买), 该学校的购买方案共有 ()

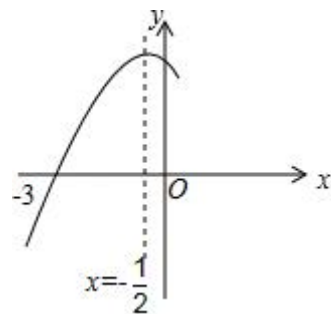
- A. 3 种 B. 4 种 C. 5 种 D. 6 种

9. (3分) 在一个不透明的口袋中, 装有一些除颜色外完全相同的红、白、黑三种颜色的小球. 已知袋中有红球 5 个, 白球 23 个, 且从袋中随机摸出一个红球的概率是 $\frac{1}{10}$, 则袋中黑球的个数为 ()

- A. 27 B. 23 C. 22 D. 18

10. (3分) 如图, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于点 $(-3, 0)$, 其对称轴为直线 $x = -\frac{1}{2}$, 结合图象分析下列结论:

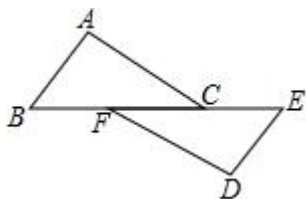
- ① $abc > 0$;
 ② $3a + c > 0$;
 ③ 当 $x < 0$ 时, y 随 x 的增大而增大;
 ④ 一元二次方程 $cx^2 + bx + a = 0$ 的两根分别为 $x_1 = -\frac{1}{3}$, $x_2 = \frac{1}{2}$;
 ⑤ $\frac{b^2 - 4ac}{4a} < 0$;
 ⑥ 若 m, n ($m < n$) 为方程 $a(x+3)(x-2) + 3 = 0$ 的两个根, 则 $m < -3$ 且 $n > 2$,
 其中正确的结论有 ()



- A. 3 个 B. 4 个 C. 5 个 D. 6 个

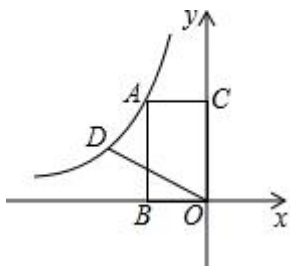
二、填空题 (共 7 小题, 每小题 3 分, 满分 21 分)

11. (3分) 预计到2025年我国高铁运营里程将达到38000公里. 将数据38000用科学记数法表示为_____.
12. (3分) 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中, $\angle B = \angle E$, $BF = CE$, 点 B 、 F 、 C 、 E 在同一条直线上, 若使 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 则还需添加的一个条件是_____ (只填一个即可).

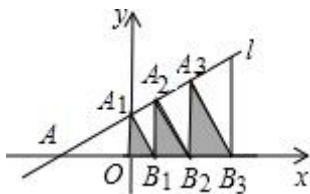


13. (3分) 将圆心角为 216° , 半径为 5cm 的扇形围成一个圆锥的侧面, 那么围成的这个圆锥的高为_____ cm .
14. (3分) 关于 x 的分式方程 $\frac{2x-a}{x-1} - \frac{1}{1-x} = 3$ 的解为非负数, 则 a 的取值范围为_____.

15. (3分) 如图, 矩形 $ABOC$ 的顶点 B 、 C 分别在 x 轴、 y 轴上, 顶点 A 在第二象限, 点 B 的坐标为 $(-2, 0)$. 将线段 OC 绕点 O 逆时针旋转 60° 至线段 OD , 若反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象经过 A 、 D 两点, 则 k 值为_____.



16. (3分) 等腰 $\triangle ABC$ 中, $BD \perp AC$, 垂足为点 D , 且 $BD = \frac{1}{2}AC$, 则等腰 $\triangle ABC$ 底角的度数为_____.
17. (3分) 如图, 直线 $l: y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 1$ 分别交 x 轴、 y 轴于点 A 和点 A_1 , 过点 A_1 作 $A_1B_1 \perp l$, 交 x 轴于点 B_1 , 过点 B_1 作 $B_1A_2 \perp x$ 轴, 交直线 l 于点 A_2 ; 过点 A_2 作 $A_2B_2 \perp l$, 交 x 轴于点 B_2 , 过点 B_2 作 $B_2A_3 \perp x$ 轴, 交直线 l 于点 A_3 , 依此规律..., 若图中阴影 $\triangle A_1OB_1$ 的面积为 S_1 , 阴影 $\triangle A_2B_1B_2$ 的面积为 S_2 , 阴影 $\triangle A_3B_2B_3$ 的面积为 S_3 , ..., 则 $S_n =$ _____.

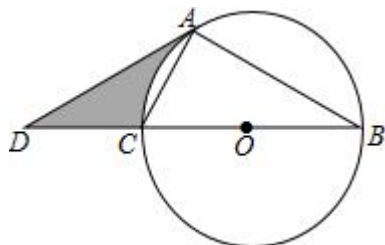


三、解答题 (共7小题, 满分69分)

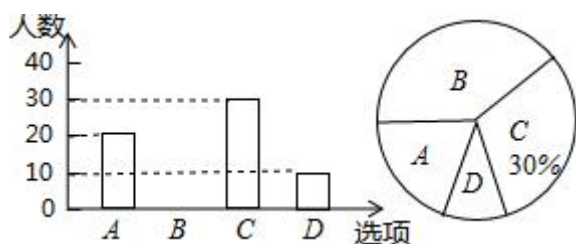
18. (10分) (1) 计算: $(\frac{1}{3})^{-1} + \sqrt{12} - 6\tan 60^\circ + |2 - 4\sqrt{3}|$
- (2) 因式分解: $a^2 + 1 - 2a + 4(a - 1)$
19. (5分) 解方程: $x^2 + 6x = -7$

20. (8分) 如图, 以 $\triangle ABC$ 的边 BC 为直径作 $\odot O$, 点 A 在 $\odot O$ 上, 点 D 在线段 BC 的延长线上, $AD=AB$, $\angle D=30^\circ$.

- (1) 求证: 直线 AD 是 $\odot O$ 的切线;
- (2) 若直径 $BC=4$, 求图中阴影部分的面积.



21. (10分) 齐齐哈尔市教育局想知道某校学生对扎龙自然保护区的了解程度, 在该校随机抽取了部分学生进行问卷, 问卷有以下四个选项: A. 十分了解; B. 了解较多; C. 了解较少; D. 不了解 (要求: 每名被调查的学生必选且只能选择一项). 现将调查的结果绘制成两幅不完整的统计图. 请根据两幅统计图中的信息回答下列问题:



- (1) 本次被抽取的学生共有_____名;
 - (2) 请补全条形图;
 - (3) 扇形图中的选项“C. 了解较少”部分所占扇形的圆心角的大小为_____°;
 - (4) 若该校共有 2000 名学生, 请你根据上述调查结果估计该校对于扎龙自然保护区“十分了解”和“了解较多”的学生共有多少名?
22. (10分) 甲、乙两地间的直线公路长为 400 千米. 一辆轿车和一辆货车分别沿该公路从甲、乙两地以各自的速度匀速相向而行, 货车比轿车早出发 1 小时, 途中轿车出现了故障, 停下维修, 货车仍继续行驶. 1 小时后轿车故障被排除, 此时接到通知, 轿车立刻掉头按原路原速返回甲地 (接到通知及掉头时间不计). 最后两车同时到达甲地, 已知两车距各自出发地的距离 y (千米) 与轿车所用的时间 x (小时) 的关系如图所示, 请结合图象解答下列问题:
- (1) 货车的速度是_____千米/小时; 轿车的速度是_____千米/小时; t 值为_____.
 - (2) 求轿车距其出发地的距离 y (千米) 与所用时间 x (小时) 之间的函数关系式并写出自变量 x 的取值范围;
 - (3) 请直接写出货车出发多长时间两车相距 90 千米.

(3) 图③中阴影部分的周长为_____.

(4) 图③中, 若 $\angle A'GN = 80^\circ$, 则 $\angle A'HD =$ _____ $^\circ$.

(5) 图③中的相似三角形 (包括全等三角形) 共有_____对;

(6) 如图④点 A' 落在边 ND 上, 若 $\frac{A'N}{A'D} = \frac{m}{n}$, 则 $\frac{AG}{AH} =$ _____ (用含 m, n 的代数式表示).

24. (14 分) 综合与探究

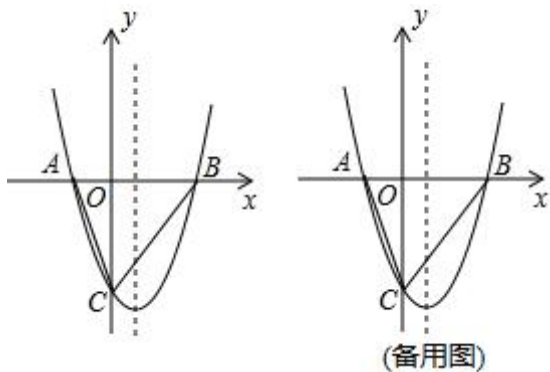
如图, 抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于 A, B 两点, 与 y 轴交于 C 点, $OA = 2, OC = 6$, 连接 AC 和 BC .

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 点 D 在抛物线的对称轴上, 当 $\triangle ACD$ 的周长最小时, 点 D 的坐标为_____.

(3) 点 E 是第四象限内抛物线上的动点, 连接 CE 和 BE . 求 $\triangle BCE$ 面积的最大值及此时点 E 的坐标;

(4) 若点 M 是 y 轴上的动点, 在坐标平面内是否存在点 N , 使以点 A, C, M, N 为顶点的四边形是菱形? 若存在, 请直接写出点 N 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



2019 年黑龙江省齐齐哈尔市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（每小题只有一个正确答案，每小题 3 分，满分 30 分）

1. 【分析】根据只有符号不同的两个数互为相反数，可得答案.

【解答】解：3 的相反数是 -3 ,

故选：A.

2. 【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解.

【解答】解：A、不是轴对称图形，是中心对称图形，故此选项错误；

B、不是轴对称图形，不是中心对称图形，故此选项错误；

C、是轴对称图形，不是中心对称图形，故此选项错误；

D、是轴对称图形，也是中心对称图形，故此选项正确.

故选：D.

3. 【分析】直接利用同底数幂的乘除运算法则以及完全平方公式、合并同类项法则分别化简得出答案.

【解答】解：A、 $\pm\sqrt{9} = \pm 3$ ，正确，故此选项错误；

B、 $2ab+3ba=5ab$ ，正确，故此选项错误；

C、 $(\sqrt{2}-1)^0=1$ ，正确，故此选项错误；

D、 $(3ab^2)^2=9a^2b^4$ ，错误，故此选项正确；

故选：D.

4. 【分析】根据方差的意义：体现数据的稳定性，集中程度，波动性大小；方差越小，数据越稳定. 要比较两位同学在五次数学测验中谁的成绩比较稳定，应选用的统计量是方差.

【解答】解：能用来比较两人成绩稳定程度的是方差，

故选：C.

5. 【分析】直接利用平行线的性质结合三角形内角和定理得出答案.

【解答】解： $\because$ 直线 $a \parallel b$,

$$\therefore \angle 1 + \angle BCA + \angle 2 + \angle BAC = 180^\circ,$$

$$\because \angle BAC = 30^\circ, \angle BCA = 90^\circ, \angle 1 = 20^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 40^\circ.$$

故选：C.

6. 【分析】主视图、俯视图是分别从物体正面、上面看，所得到的图形.

【解答】解：综合主视图和俯视图，底层最少有 4 个小立方体，第二层最少有 2 个小立方体，因此搭成这个几何体的小正方体的个数最少是 6 个.

故选: B .

7. 【分析】根据题意, 可以写出各段过程中, S 与 t 的关系, 从而可以解答本题.

【解答】解: 由题意可得,

战士们从营地出发到文具店这段过程中, S 随 t 的增加而增大, 故选项 A 错误,

战士们在文具店选购文具的过程中, S 随着 t 的增加不变,

战士们从文具店去福利院的过程中, S 随着 t 的增加而增大, 故选项 C 错误,

战士们从福利院跑回营地的过程中, S 随着 t 的增大而减小, 且在单位时间内距离的变化比战士们从营地出发到文具店这段过程中快, 故选项 B 正确, 选项 D 错误,

故选: B .

8. 【分析】设购买 A 品牌足球 x 个, 购买 B 品牌足球 y 个, 根据总价 = 单价 $\times$ 数量, 即可得出关于 x, y 的二元一次方程, 结合 x, y 均为正整数即可求出结论.

【解答】解: 设购买 A 品牌足球 x 个, 购买 B 品牌足球 y 个,

依题意, 得: $60x + 75y = 1500$,

$$\therefore y = 20 - \frac{4}{5}x.$$

$\therefore x, y$ 均为正整数,

$$\therefore \begin{cases} x_1=5 \\ y_1=16 \end{cases}, \begin{cases} x_2=10 \\ y_2=12 \end{cases}, \begin{cases} x_3=15 \\ y_3=8 \end{cases}, \begin{cases} x_4=20 \\ y_4=4 \end{cases},$$

$\therefore$ 该学校共有 4 种购买方案.

故选: B .

9. 【分析】袋中黑球的个数为 x , 利用概率公式得到 $\frac{5}{5+23+x} = \frac{1}{10}$, 然后利用比例性质求出 x 即可.

【解答】解: 设袋中黑球的个数为 x ,

根据题意得 $\frac{5}{5+23+x} = \frac{1}{10}$, 解得 $x = 22$,

即袋中黑球的个数为 22 个.

故选: C .

10. 【分析】利用二次函数图象与系数的关系, 结合图象依次对各结论进行判断.

【解答】解: $\because$ 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于点 $(-3, 0)$, 其对称轴为直线 $x = -\frac{1}{2}$

$\therefore$ 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于点 $(-3, 0)$ 和 $(2, 0)$, 且 $a = b$

由图象知: $a < 0$, $c > 0$, $b < 0$

$\therefore abc > 0$

故结论①正确;

$\therefore$ 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于点 $(-3, 0)$

$$\therefore 9a - 3b + c = 0$$

$$\therefore a = b$$

$$\therefore c = -6a$$

$$\therefore 3a + c = -3a > 0$$

故结论②正确;

$\therefore$ 当 $x < -\frac{1}{2}$ 时, y 随 x 的增大而增大; 当 $-\frac{1}{2} < x < 0$ 时, y 随 x 的增大而减小

$\therefore$ 结论③错误;

$$\therefore cx^2 + bx + a = 0, \quad c > 0$$

$$\therefore \frac{c}{a}x^2 + \frac{b}{a}x + 1 = 0$$

$\therefore$ 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于点 $(-3, 0)$ 和 $(2, 0)$

$\therefore ax^2 + bx + c = 0$ 的两根是 -3 和 2

$$\therefore \frac{b}{a} = 1, \quad \frac{c}{a} = -6$$

$$\therefore \frac{c}{a}x^2 + \frac{b}{a}x + 1 = 0 \text{ 即为: } -6x^2 + x + 1 = 0, \text{ 解得 } x_1 = -\frac{1}{3}, \quad x_2 = \frac{1}{2};$$

故结论④正确;

$$\therefore \text{当 } x = -\frac{1}{2} \text{ 时, } y = \frac{4ac - b^2}{4a} > 0$$

$$\therefore \frac{b^2 - 4ac}{4a} < 0$$

故结论⑤正确;

$\therefore$ 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于点 $(-3, 0)$ 和 $(2, 0)$,

$$\therefore y = ax^2 + bx + c = a(x+3)(x-2)$$

$\therefore m, n$ ($m < n$) 为方程 $a(x+3)(x-2) + 3 = 0$ 的两个根

$\therefore m, n$ ($m < n$) 为方程 $a(x+3)(x-2) = -3$ 的两个根

$\therefore m, n$ ($m < n$) 为函数 $y = a(x+3)(x-2)$ 与直线 $y = -3$ 的两个交点的横坐标

结合图象得: $m < -3$ 且 $n > 2$

故结论⑥成立;

故选: C.

二、填空题 (共 7 小题, 每小题 3 分, 满分 21 分)

11. 【分析】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$,

n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

【解答】 解: 38000 用科学记数法表示应为 3.8×10^4 ,

故答案为: 3.8×10^4 .

12. **【分析】** 添加 $AB=DE$, 由 $BF=CE$ 推出 $BC=EF$, 由 SAS 可证 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.

【解答】 解: 添加 $AB=DE$;

$$\therefore BF=CE,$$

$$\therefore BC=EF,$$

$$\text{在 } \triangle ABC \text{ 和 } \triangle DEF \text{ 中, } \begin{cases} AB=DE \\ \angle B=\angle E \\ BC=EF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF (SAS);$$

故答案为: $AB=DE$.

13. **【分析】** 圆锥的底面圆的半径为 r , 利用圆锥的侧面展开图为一扇形, 这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长, 扇形的半径等于圆锥的母线长和弧长公式得到 $2\pi r = \frac{216\pi \times 5}{180}$, 解得 $r=3$, 然后根据勾股定理计算出圆锥的高.

【解答】 解: 设圆锥的底面圆的半径为 r ,

$$\text{根据题意得 } 2\pi r = \frac{216\pi \times 5}{180}, \text{ 解得 } r=3,$$

$$\text{所以圆锥的高} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4 \text{ (cm)}.$$

故答案为 4.

14. **【分析】** 根据解分式方程的方法和方程 $\frac{2x-a}{x-1} - \frac{1}{1-x} = 3$ 的解为非负数, 可以求得 a 的取值范围.

$$\text{【解答】 解: } \frac{2x-a}{x-1} - \frac{1}{1-x} = 3,$$

方程两边同乘以 $x-1$, 得

$$2x-a+1=3(x-1),$$

去括号, 得

$$2x-a+1=3x-3,$$

移项及合并同类项, 得

$$x=4-a,$$

$$\therefore \text{关于 } x \text{ 的分式方程 } \frac{2x-a}{x-1} - \frac{1}{1-x} = 3 \text{ 的解为非负数, } x-1 \neq 0,$$

$$\therefore \begin{cases} 4-a \geq 0 \\ (4-a)-1 \neq 0 \end{cases}$$

解得, $a \leq 4$ 且 $a \neq 3$,

故答案为: $a \leq 4$ 且 $a \neq 3$.

15. 【分析】过点 D 作 $DE \perp x$ 轴于点 E , 由点 B 的坐标为 $(-2, 0)$ 知 $OC = AB = -\frac{k}{2}$, 由旋转性质知 $OD = OC = -\frac{k}{2}$, $\angle DOC = 60^\circ$, 据此求得 $OE = OD \cos 30^\circ = -\frac{1}{4}k$, $DE = OD \sin 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{4}k$, 即 $D(-\frac{\sqrt{3}}{4}k, -\frac{1}{4}k)$, 代入解析式解之可得.

【解答】解: 过点 D 作 $DE \perp x$ 轴于点 E ,

$\because$ 点 B 的坐标为 $(-2, 0)$,

$$\therefore AB = -\frac{k}{2},$$

$$\therefore OC = -\frac{k}{2},$$

由旋转性质知 $OD = OC = -\frac{k}{2}$, $\angle COD = 60^\circ$,

$$\therefore \angle DOE = 30^\circ,$$

$$\therefore DE = \frac{1}{2}OD = -\frac{1}{4}k, \quad OE = OD \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \times (-\frac{k}{2}) = -\frac{\sqrt{3}}{4}k,$$

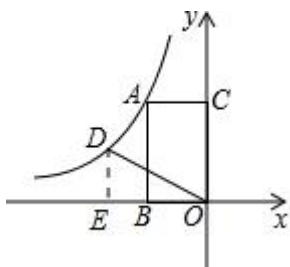
$$\text{即 } D(-\frac{\sqrt{3}}{4}k, -\frac{1}{4}k),$$

$\therefore$ 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象经过 D 点,

$$\therefore k = (-\frac{\sqrt{3}}{4}k)(-\frac{1}{4}k) = \frac{\sqrt{3}}{16}k^2,$$

$$\text{解得: } k = 0 \text{ (舍) 或 } k = -\frac{16\sqrt{3}}{3},$$

$$\text{故答案为: } -\frac{16\sqrt{3}}{3}.$$



16. 【分析】分点 A 是顶点、点 A 是底角顶点、 AD 在 $\triangle ABC$ 外部和 AD 在 $\triangle ABC$ 内部三种情况, 根据等腰三角形的性质、直角三角形的性质计算.

【解答】解: ①如图 1, 点 A 是顶点时,

$$\therefore AB = AC, \quad AD \perp BC,$$

$$\therefore BD = CD,$$

$$\therefore AD = \frac{1}{2}BC,$$

$$\therefore AD = BD = CD,$$

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $\angle B = \angle BAD = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 90^\circ) = 45^\circ$;

②如图 2, 点 A 是底角顶点, 且 AD 在 $\triangle ABC$ 外部时,

$$\therefore AD = \frac{1}{2}BC, \quad AC = BC,$$

$$\therefore AD = \frac{1}{2}AC,$$

$$\therefore \angle ACD = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle ABC = \frac{1}{2} \times 30^\circ = 15^\circ;$$

③如图 3, 点 A 是底角顶点, 且 AD 在 $\triangle ABC$ 内部时,

$$\therefore AD = \frac{1}{2}BC, \quad AC = BC,$$

$$\therefore AD = \frac{1}{2}AC,$$

$$\therefore \angle C = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle ABC = \frac{1}{2} (180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ;$$

故答案为: 15° 或 45° 或 75° .

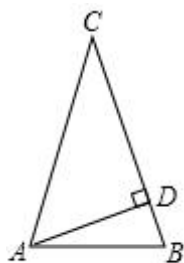


图3

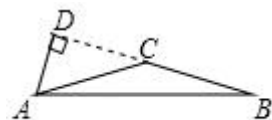


图2

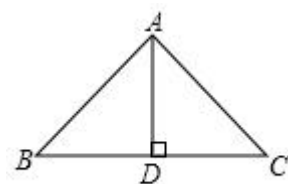


图1

17. 【分析】由直线 $l: y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 1$ 可求出与 x 轴交点 A 的坐标, 与 y 轴交点 A_1 的坐标, 进而得到 OA , OA_1

的长, 也可求出 $\text{Rt}\triangle OAA_1$ 的各个内角的度数, 是一个特殊的直角三角形, 以下所作的三角形都是含有

30° 角的直角三角形，然后这个求出 S_1 、 S_2 、 S_3 、 S_4 、……根据规律得出 S_n .

【解答】 解：直线 $l: y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 1$ ，当 $x=0$ 时， $y=1$ ；当 $y=0$ 时， $x = -\sqrt{3}$

$$\therefore A(-\sqrt{3}, 0) \quad A_1(0, 1)$$

$$\therefore \angle OAA_1 = 30^\circ$$

又 $\because A_1B_1 \perp l$,

$$\therefore \angle OA_1B_1 = 30^\circ,$$

在 $\text{Rt}\triangle OA_1B_1$ 中， $OB_1 = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot OA_1 = \frac{\sqrt{3}}{3}$,

$$\therefore S_1 = \frac{1}{2} OA_1 \cdot OB_1 = \frac{\sqrt{3}}{6};$$

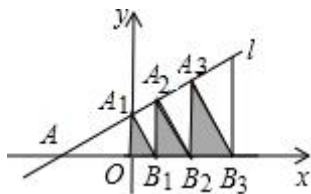
同理可求出： $A_2B_1 = \frac{4}{3}$ ， $B_1B_2 = \frac{4}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3}$,

$$\therefore S_2 = \frac{1}{2} A_2B_1 \cdot B_1B_2 = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \left(\frac{4}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{6} \times \left(\frac{4}{3}\right)^2;$$

依次可求出： $S_3 = \frac{\sqrt{3}}{6} \times \left(\frac{4}{3}\right)^4$ ； $S_4 = \frac{\sqrt{3}}{6} \times \left(\frac{4}{3}\right)^6$ ； $S_5 = \frac{\sqrt{3}}{6} \times \left(\frac{4}{3}\right)^8 \dots\dots$

$$\text{因此：} S_n = \frac{\sqrt{3}}{6} \times \left(\frac{4}{3}\right)^{2n-2}$$

$$\text{故答案为：} \frac{\sqrt{3}}{6} \times \left(\frac{4}{3}\right)^{2n-2}.$$



三、解答题（共7小题，满分69分）

18. **【分析】** (1) 根据实数运算的法则计算即可；

(2) 根据因式分解—分组分解法分解因式即可.

【解答】 解：(1) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} + \sqrt{12} - 6\tan 60^\circ + |2 - 4\sqrt{3}| = 3 + 2\sqrt{3} - 6 \times \sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 2 = 1$;

$$(2) a^2 + 1 - 2a + 4(a-1) = (a-1)^2 + 4(a-1) = (a-1)(a-1+4) = (a-1)(a+3).$$

19. **【分析】** 方程两边都加上9，配成完全平方式，再两边开方即可得.

【解答】 解： $\because x^2 + 6x = -7$,

$$\therefore x^2 + 6x + 9 = -7 + 9, \text{ 即 } (x+3)^2 = 2,$$

$$\text{则 } x+3 = \pm\sqrt{2},$$

$$\therefore x = -3 \pm \sqrt{2},$$

$$\text{即 } x_1 = -3 + \sqrt{2}, \quad x_2 = -3 - \sqrt{2}.$$

20. 【分析】(1) 连接 OA ，则得出 $\angle COA = 2\angle B = 2\angle D = 60^\circ$ ，可求得 $\angle OAD = 90^\circ$ ，可得出结论；

(2) 可利用 $\triangle OAD$ 的面积 - 扇形 AOC 的面积求得阴影部分的面积.

【解答】(1) 证明：连接 OA ，则 $\angle COA = 2\angle B$ ，

$$\therefore AD = AB,$$

$$\therefore \angle B = \angle D = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle COA = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle OAD = 180^\circ - 60^\circ - 30^\circ = 90^\circ,$$

$$\therefore OA \perp AD,$$

即 CD 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 解： $\because BC = 4$ ，

$$\therefore OA = OC = 2,$$

在 $\text{Rt}\triangle OAD$ 中， $OA = 2$ ， $\angle D = 30^\circ$ ，

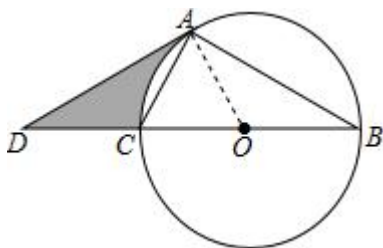
$$\therefore OD = 2OA = 4, \quad AD = 2\sqrt{3},$$

$$\text{所以 } S_{\triangle OAD} = \frac{1}{2}OA \cdot AD = \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3},$$

因为 $\angle COA = 60^\circ$ ，

$$\text{所以 } S_{\text{扇形 } COA} = \frac{60\pi \cdot 2^2}{360} = \frac{2}{3}\pi,$$

$$\text{所以 } S_{\text{阴影}} = S_{\triangle OAD} - S_{\text{扇形 } COA} = 2\sqrt{3} - \frac{2\pi}{3}.$$



21. 【分析】(1) 本次被抽取的学生共 $30 \div 30\% = 100$ (名)；

(2) $100 - 20 - 30 - 10 = 40$ (名)，据此补全；

(3) 扇形图中的选项“C. 了解较少”部分所占扇形的圆心角 $360^\circ \times 30\% = 108^\circ$ ；

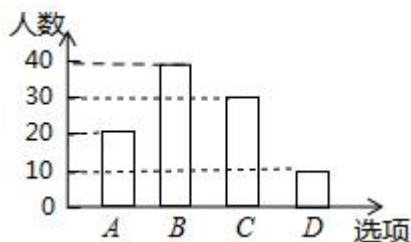
(4) 该校对于扎龙自然保护区“十分了解”和“了解较多”的学生： $2000 \times \frac{20+40}{100} = 1200$ (名).

【解答】解：(1) 本次被抽取的学生共 $30 \div 30\% = 100$ (名)，

故答案为 100；

(2) $100 - 20 - 30 - 10 = 40$ (名)，

补全条形图如下:



(3) 扇形图中的选项“C. 了解较少”部分所占扇形的圆心角

$$360^{\circ} \times 30\% = 108^{\circ},$$

故答案为 108;

(4) 该校对于扎龙自然保护区“十分了解”和“了解较多”的学生:

$$2000 \times \frac{20+40}{100} = 1200 \text{ (名)},$$

答: 该校对于扎龙自然保护区“十分了解”和“了解较多”的学生共 1200 名.

22. 【分析】(1) 观察图象即可解决问题;

(2) 分别求出得 A、B、C 的坐标, 运用待定系数法解得即可;

(3) 根据题意列方程解答即可.

【解答】解: (1) 车的速度是 50 千米/小时; 轿车的速度是: $400 \div (7 - 2) = 80$ 千米/小时; $t = 240 \div 80 = 3$.

故答案为: 50; 80; 3;

(2) 由题意可知: A (3, 240), B (4, 240), C (7, 0),

设直线 OA 的解析式为 $y = k_1x$ ($k_1 \neq 0$),

$$\therefore y = 80x \quad (0 \leq x \leq 3),$$

当 $3 \leq x \leq 4$ 时, $y = 240$,

设直线 BC 的解析式为 $y = k_2x + b$ ($k \neq 0$),

把 B (4, 240), C (7, 0) 代入得:

$$\begin{cases} 4k_2 + b = 240 \\ 7k_2 + b = 0 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k_2 = -80 \\ b = 560 \end{cases},$$

$$\therefore y = -80x + 560,$$

$$\therefore y = \begin{cases} 80x & (0 \leq x \leq 3) \\ 240 & (3 \leq x \leq 4) \\ -80x + 560 & (4 \leq x \leq 7) \end{cases};$$

(3) 设货车出发 x 小时后两车相距 90 千米, 根据题意得:

$$50x+80(x-1) = 400-90 \text{ 或 } 50x+80(x-2) = 400+90,$$

解得 $x=3$ 或 5 .

答: 货车出发 3 小时或 5 小时后两车相距 90 千米.

23. 【分析】(1) 由折叠的性质得, 四边形 $CDEF$ 是矩形, 得出 $EF=CD$, $\angle DEF=90^\circ$, $DE=AE=\frac{1}{2}AD$,

由折叠的性质得出 $DN=CD=2DE$, $MN=CM$, 得出 $\angle EDN=60^\circ$, 得出 $\angle CDM=\angle NDM=15^\circ$, $EN=\frac{\sqrt{3}}{2}DN=2\sqrt{3}$, 因此 $\angle CMD=75^\circ$, $NF=EF-EN=4-2\sqrt{3}$;

(2) 证明 $\triangle AEN \cong \triangle DEN$ 得出 $AN=DN$, 即可得出 $\triangle AND$ 是等边三角形;

(3) 由折叠的性质得出 $A'G=AG$, $A'H=AH$, 得出图③中阴影部分的周长 = $\triangle ADN$ 的周长 = 12;

(4) 由折叠的性质得出 $\angle AGH=\angle A'GH$, $\angle AHG=\angle A'HG$, 求出 $\angle AGH=50^\circ$, 得出 $\angle AHG=\angle A'HG=70^\circ$, 即可得出结果;

(5) 证明 $\triangle NGM \sim \triangle A'NM \sim \triangle DNH$, 即可得出结论;

(6) 设 $\frac{A'N}{A'D} = \frac{m}{n} = a$, 则 $A'N=am$, $A'D=an$, 证明 $\triangle A'GH \sim \triangle HA'D$, 得出 $\frac{A'G}{A'H} = \frac{A'N}{DH} = \frac{GN}{A'D}$,

设 $A'G=AG=x$, $A'H=AH=y$, 则 $GN=4-x$, $DH=4-y$, 得出 $\frac{x}{y} = \frac{am}{4-y} = \frac{4-x}{an}$, 解得: $x = \frac{am+4}{4+an}y$,

得出 $\frac{AG}{AH} = \frac{am+4}{4+an} = \frac{am+am+an}{am+an+an} = \frac{2m+n}{m+2n}$.

【解答】解: (1) 由折叠的性质得, 四边形 $CDEF$ 是矩形,

$$\therefore EF=CD, \angle DEF=90^\circ, DE=AE=\frac{1}{2}AD,$$

$\therefore$ 将正方形纸片 $ABCD$ 沿直线 DM 折叠, 使点 C 落在 EF 上的点 N 处,

$$\therefore DN=CD=2DE, MN=CM,$$

$$\therefore \angle EDN=60^\circ,$$

$$\therefore \angle CDM=\angle NDM=15^\circ, EN=\frac{\sqrt{3}}{2}DN=2\sqrt{3},$$

$$\therefore \angle CMD=75^\circ, NF=EF-EN=4-2\sqrt{3};$$

故答案为: 75° , $4-2\sqrt{3}$;

(2) $\triangle AND$ 是等边三角形, 理由如下:

$$\text{在 } \triangle AEN \text{ 与 } \triangle DEN \text{ 中, } \begin{cases} AE=DE \\ \angle AEN=\angle DEN=90^\circ \\ EN=EN \end{cases},$$

$$\therefore \triangle AEN \cong \triangle DEN (SAS),$$

$$\therefore AN=DN,$$

$$\therefore \angle EDN = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle AND$ 是等边三角形;

(3) $\therefore$ 将图②中的 $\triangle AND$ 沿直线 GH 折叠, 使点 A 落在点 A' 处,

$$\therefore A'G = AG, A'H = AH,$$

$$\therefore \text{图③中阴影部分的周长} = \triangle ADN \text{的周长} = 3 \times 4 = 12;$$

故答案为: 12;

(4) $\therefore$ 将图②中的 $\triangle AND$ 沿直线 GH 折叠, 使点 A 落在点 A' 处,

$$\therefore \angle AGH = \angle A'GH, \angle AHG = \angle A'HG,$$

$$\therefore \angle A'GN = 80^\circ,$$

$$\therefore \angle AGH = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle AHG = \angle A'HG = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle A'HD = 180^\circ - 70^\circ - 70^\circ = 40^\circ;$$

故答案为: 40;

(5) 如图③,

$$\therefore \angle A = \angle N = \angle D = \angle A' = 60^\circ,$$

$$\angle NMG = \angle A'MN, \angle A'NM = \angle DNH,$$

$$\therefore \triangle NGM \sim \triangle A'NM \sim \triangle DNH,$$

$$\therefore \triangle AGH \cong \triangle A'GH$$

$\therefore$ 图③中的相似三角形 (包括全等三角形) 共有 4 对,

故答案为: 4;

$$(6) \text{ 设 } \frac{A'N}{A'D} = \frac{m}{n} = a, \text{ 则 } A'N = am, A'D = an,$$

$$\therefore \angle N = \angle D = \angle A = \angle A' = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle NA'G + \angle A'GN = \angle NA'G + \angle DA'H = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle A'GN = \angle DA'H,$$

$$\therefore \triangle A'GH \sim \triangle HA'D,$$

$$\therefore \frac{A'G}{A'H} = \frac{A'N}{DH} = \frac{GN}{A'D},$$

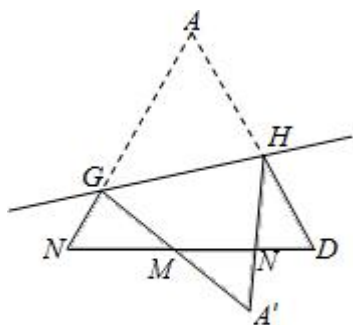
设 $A'G = AG = x$, $A'H = AH = y$, 则 $GN = 4 - x$, $DH = 4 - y$,

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{am}{4-y} = \frac{4-x}{an},$$

$$\text{解得: } x = \frac{am+4}{4+an}y,$$

$$\therefore \frac{AG}{AH} = \frac{am+4}{4+an} = \frac{am+am+an}{am+an+an} = \frac{2m+n}{m+2n};$$

故答案为: $\frac{2m+n}{m+2n}$.



图③

24. 【分析】(1) 由 $OA=2$, $OC=6$ 得到 $A(-2, 0)$, $C(0, -6)$, 用待定系数法即求得抛物线解析式.

(2) 由点 D 在抛物线对称轴上运动且 A 、 B 关于对称轴对称可得, $AD=BD$, 所以当点 C 、 D 、 B 在同一直线上时, $\triangle ACD$ 周长最小. 求直线 BC 解析式, 把对称轴的横坐标代入即求得点 D 纵坐标.

(3) 过点 E 作 $EG \perp x$ 轴于点 G , 交直线 BC 与点 F , 设点 E 横坐标为 t , 则能用 t 表示 EF 的长. $\triangle BCE$ 面积拆分为 $\triangle BEF$ 与 $\triangle CEF$ 的和, 以 EF 为公共底计算可得 $S_{\triangle BCE} = \frac{1}{2}EF \cdot OB$, 把含 t 的式子代入计算即得到 $S_{\triangle BCE}$ 关于 t 的二次函数, 配方即求得最大值和 t 的值, 进而求得点 E 坐标.

(4) 以 AC 为菱形的边和菱形的对角线进行分类画图, 根据菱形邻边相等、对边平行的性质确定点 N 在坐标.

【解答】解: (1) $\because OA=2$, $OC=6$

$\therefore A(-2, 0)$, $C(0, -6)$

$\because$ 抛物线 $y=x^2+bx+c$ 过点 A 、 C

$$\therefore \begin{cases} 4-2b+c=0 \\ 0+0+c=-6 \end{cases} \quad \text{解得: } \begin{cases} b=-1 \\ c=-6 \end{cases}$$

$\therefore$ 抛物线解析式为 $y=x^2-x-6$

(2) $\because$ 当 $y=0$ 时, $x^2-x-6=0$, 解得: $x_1=-2$, $x_2=3$

$\therefore B(3, 0)$, 抛物线对称轴为直线 $x=\frac{-2+3}{2}=\frac{1}{2}$

$\because$ 点 D 在直线 $x=\frac{1}{2}$ 上, 点 A 、 B 关于直线 $x=\frac{1}{2}$ 对称

$\therefore x_D=\frac{1}{2}$, $AD=BD$

$\therefore$ 当点 B 、 D 、 C 在同一直线上时, $C_{\triangle ACD}=AC+AD+CD=AC+BD+CD=AC+BC$ 最小

设直线 BC 解析式为 $y=kx-6$

$$\therefore 3k-6=0, \text{ 解得: } k=2$$

$$\therefore \text{直线 } BC: y=2x-6$$

$$\therefore y_D = 2 \times \frac{1}{2} - 6 = -5$$

$$\therefore D \left(\frac{1}{2}, -5 \right)$$

$$\text{故答案为: } \left(\frac{1}{2}, -5 \right)$$

(3) 过点 E 作 $EG \perp x$ 轴于点 G , 交直线 BC 与点 F

设 $E(t, t^2-t-6)$ ($0 < t < 3$), 则 $F(t, 2t-6)$

$$\therefore EF = 2t-6 - (t^2-t-6) = -t^2+3t$$

$$\therefore S_{\triangle BCE} = S_{\triangle BEF} + S_{\triangle CEF} = \frac{1}{2}EF \cdot BG + \frac{1}{2}EF \cdot OG = \frac{1}{2}EF(BG+OG) = \frac{1}{2}EF \cdot OB = \frac{1}{2} \times 3(-t^2+3t) = -\frac{3}{2}(t-\frac{3}{2})^2 + \frac{27}{8}$$

$\therefore$ 当 $t = \frac{3}{2}$ 时, $\triangle BCE$ 面积最大

$$\therefore y_E = \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \frac{3}{2} - 6 = -\frac{21}{4}$$

$\therefore$ 点 E 坐标为 $\left(\frac{3}{2}, -\frac{21}{4}\right)$ 时, $\triangle BCE$ 面积最大, 最大值为 $\frac{27}{8}$.

(4) 存在点 N , 使以点 A 、 C 、 M 、 N 为顶点的四边形是菱形.

$$\therefore A(-2, 0), C(0, -6)$$

$$\therefore AC = \sqrt{2^2 + 6^2} = 2\sqrt{10}$$

①若 AC 为菱形的边长, 如图 3,

则 $MN \parallel AC$ 且, $MN = AC = 2\sqrt{10}$

$$\therefore N_1(-2, 2\sqrt{10}), N_2(-2, -2\sqrt{10}), N_3(2, 0)$$

②若 AC 为菱形的对角线, 如图 4, 则 $AN_4 \parallel CM_4$, $AN_4 = CN_4$

设 $N_4(-2, n)$

$$\therefore -n = \sqrt{2^2 + (n+6)^2}$$

$$\text{解得: } n = -\frac{10}{3}$$

$$\therefore N_4\left(-2, -\frac{10}{3}\right)$$

综上所述, 点 N 坐标为 $(-2, 2\sqrt{10})$, $(-2, -2\sqrt{10})$, $(2, 0)$, $(-2, -\frac{10}{3})$.

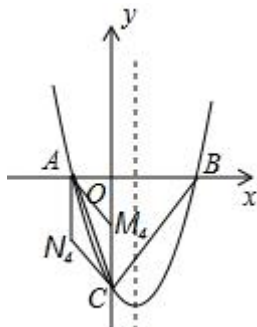


图4

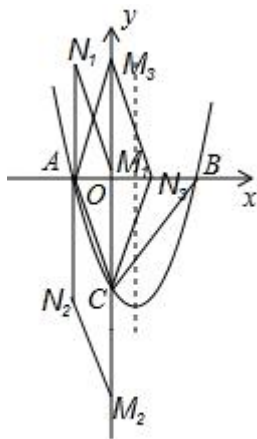


图3

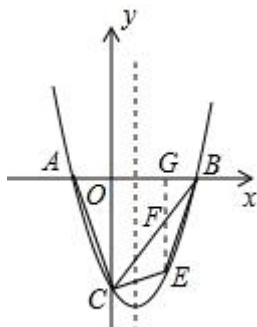


图2

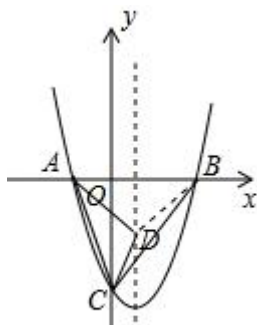


图1

会员升级服务第一拨 · 清北季



神马，有清华北大学霸方法论课；还有清华学霸向所有的父母亲述自己求学之路；

衡水名校试卷悄悄的上线了；

扫qq领取官网不首发课程，很多人我没告诉他啊！

会员qq专享等你来撩.....