

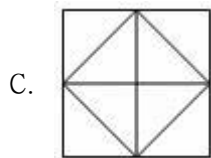
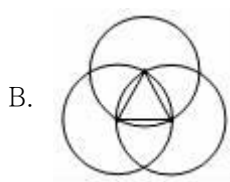
## 2019 年黑龙江省绥化市中考数学真题试题及答案

一、单项选择题（本题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分）请在答题卡上用 2B 铅笔将你的选项所对应的大写字母涂黑

1. 我们的祖国地域辽阔，其中领水面积约为  $370000km^2$ ．把 370000 这个数用科学记数法表示为（ ）

- A.  $37 \times 10^4$       B.  $3.7 \times 10^5$       C.  $0.37 \times 10^6$       D.  $3.7 \times 10^6$

2. 下列图形中，属于中心对称图形的是（ ）



3. 下列计算正确的是（ ）

- A.  $\sqrt{9} = \pm 3$       B.  $(-1)^0 = 0$       C.  $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$       D.  $\sqrt[3]{8} = 2$

4. 若一个几何体的主视图、俯视图、左视图都是半径相等的圆，则这个几何体是（ ）

- A. 球体      B. 圆锥      C. 圆柱      D. 正方体

5. 下列因式分解正确的是（ ）

- A.  $x^2 - x = x(x+1)$       B.  $a^2 - 3a - 4 = (a+4)(a-1)$   
C.  $a^2 + 2ab - b^2 = (a-b)^2$       D.  $x^2 - y^2 = (x+y)(x-y)$

6. 不透明袋子中有 2 个红球和 4 个蓝球，这些球除颜色外无其他差别，从袋子中随机取出 1 个球是红球的概率是（ ）

- A.  $\frac{1}{3}$       B.  $\frac{1}{4}$       C.  $\frac{1}{5}$       D.  $\frac{1}{6}$

7. 下列命题是假命题的是（ ）

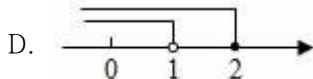
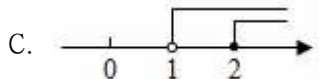
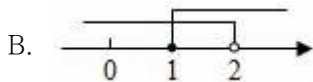
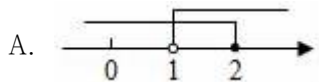
- A. 三角形两边的和大于第三边  
B. 正六边形的每个中心角都等于  $60^\circ$   
C. 半径为  $R$  的圆内接正方形的边长等于  $\sqrt{2} R$   
D. 只有正方形的外角和等于  $360^\circ$

8. 小明去商店购买 A、B 两种玩具，共用了 10 元钱，A 种玩具每件 1 元，B 种玩具每件 2 元．若每种玩具

至少买一件，且  $A$  种玩具的数量多于  $B$  种玩具的数量。则小明的购买方案有 ( )

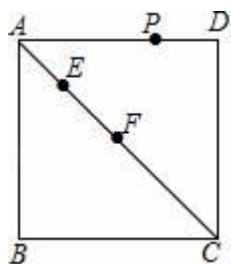
- A. 5 种                      B. 4 种                      C. 3 种                      D. 2 种

9. 不等式组  $\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x+8 > 4x+2 \end{cases}$  的解集在数轴上表示正确的是 ( )



10. 如图，在正方形  $ABCD$  中， $E$ 、 $F$  是对角线  $AC$  上的两个动点， $P$  是正方形四边上的任意一点，且  $AB=4$ ， $EF=2$ ，设  $AE=x$ 。当  $\triangle PEF$  是等腰三角形时，下列关于  $P$  点个数的说法中，一定正确的是 ( )

- ①当  $x=0$  (即  $E$ 、 $A$  两点重合) 时， $P$  点有 6 个  
 ②当  $0 < x < 4\sqrt{2} - 2$  时， $P$  点最多有 9 个  
 ③当  $P$  点有 8 个时， $x = 2\sqrt{2} - 2$   
 ④当  $\triangle PEF$  是等边三角形时， $P$  点有 4 个



- A. ①③                      B. ①④                      C. ②④                      D. ②③

二、填空题 (本题共 11 个小题，每小题 3 分，共 33 分) 请在答题卡上把你的答案写在相对应的题号后的指定区域内

11. 某年一月份，哈尔滨市的平均气温约为  $-20^{\circ}\text{C}$ ，绥化市的平均气温约为  $-23^{\circ}\text{C}$ ，则两地的温差为  $^{\circ}\text{C}$ 。

12. 若分式  $\frac{\sqrt{3}}{x-4}$  有意义，则  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_。

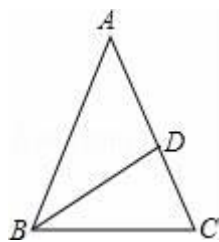
13. 计算：  $(-m^3)^2 \div m^4 =$ \_\_\_\_\_。

14. 已知一组数据 1, 3, 5, 7, 9，则这组数据的方差是\_\_\_\_\_。

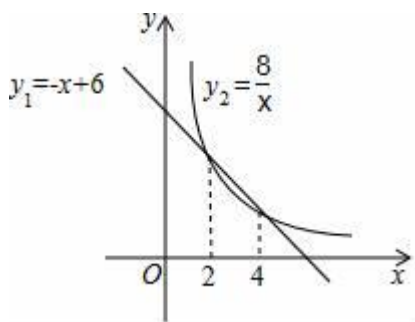
15. 当  $a=2018$  时，代数式  $(\frac{a}{a+1} - \frac{1}{a+1}) \div \frac{a-1}{(a+1)^2}$  的值是\_\_\_\_\_。

16. 用一个圆心角为  $120^{\circ}$  的扇形作一个圆锥的侧面，若这个圆锥的底面半径恰好等于 4，则这个圆锥的母线长为\_\_\_\_\_。

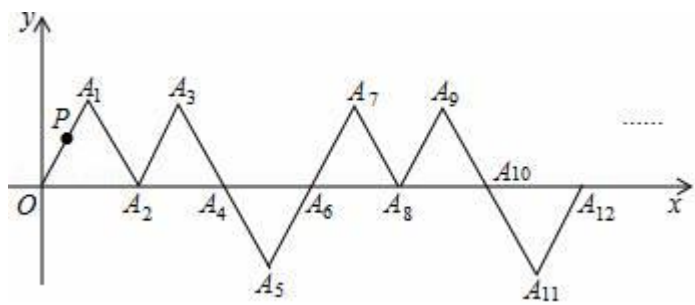
17. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中,  $AB=AC$ , 点  $D$  在  $AC$  上, 且  $BD=BC=AD$ , 则  $\angle A =$  \_\_\_\_\_ 度.



18. 一次函数  $y_1 = -x+6$  与反比例函数  $y_2 = \frac{8}{x}$  ( $x>0$ ) 的图象如图所示, 当  $y_1 > y_2$  时, 自变量  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.



19. 甲、乙两辆汽车同时从  $A$  地出发, 开往相距  $200\text{km}$  的  $B$  地, 甲、乙两车的速度之比是  $4:5$ , 结果乙车比甲车早  $30$  分钟到达  $B$  地, 则甲车的速度为 \_\_\_\_\_  $\text{km/h}$ .
20. 半径为  $5$  的  $\odot O$  是锐角三角形  $ABC$  的外接圆,  $AB=AC$ , 连接  $OB$ 、 $OC$ , 延长  $CO$  交弦  $AB$  于点  $D$ . 若  $\triangle OBD$  是直角三角形, 则弦  $BC$  的长为\_\_\_\_\_.
21. 在平面直角坐标系中, 若干个边长为  $1$  个单位长度的等边三角形, 按如图中的规律摆放. 点  $P$  从原点  $O$  出发, 以每秒  $1$  个单位长度的速度沿着等边三角形的边 " $OA_1 \rightarrow A_1A_2 \rightarrow A_2A_3 \rightarrow A_3A_4 \rightarrow A_4A_5 \cdots$ " 的路线运动, 设第  $n$  秒运动到点  $P_n$  ( $n$  为正整数), 则点  $P_{2019}$  的坐标是\_\_\_\_\_.



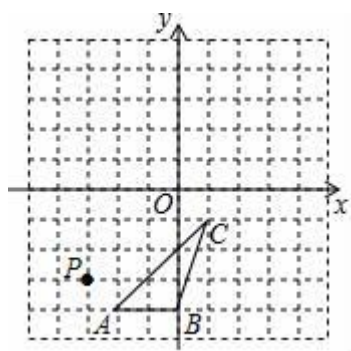
三、解答题（本题共 8 个小题，共 57 分）请在答题卡上把你的答案写在相对应的题号后的指定区域内

22. （6 分）如图，已知 $\triangle ABC$ 三个顶点的坐标分别为  $A(-2, -4)$ ， $B(0, -4)$ ， $C(1, -1)$

(1) 请在网格中，画出线段  $BC$  关于原点对称的线段  $B_1C_1$ ；

(2) 请在网格中，过点  $C$  画一条直线  $CD$ ，将 $\triangle ABC$ 分成面积相等的两部分，与线段  $AB$  相交于点  $D$ ，写出点  $D$  的坐标；

(3) 若另有一点  $P(-3, -3)$ ，连接  $PC$ ，则  $\tan \angle BCP = \underline{\hspace{2cm}}$ .



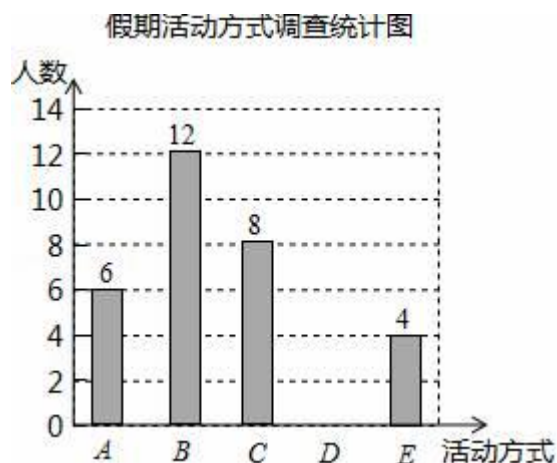
23. （6 分）小明为了了解本校学生的假期活动方式，随机对本校的部分学生进行了调查. 收集整理数据后，小明将假期活动方式分为五类：A. 读书看报；B. 健身活动；C. 做家务；D. 外出游玩；E. 其他方式，并绘制了不完整的统计图如图. 统计后发现“做家务”的学生人数占调查总人数的 20%.

请根据图中的信息解答下列问题：

(1) 本次调查的总人数是\_\_\_\_\_人；

(2) 补全条形统计图；

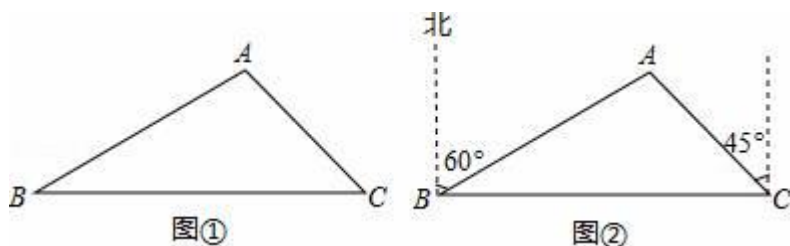
(3) 根据调查结果，估计本校 2360 名学生中“假期活动方式”是“读书看报”的有多少人？



24. (6分) 按要求解答下列各题:

(1) 如图①, 求作一点  $P$ , 使点  $P$  到  $\angle ABC$  的两边的距离相等, 且在  $\triangle ABC$  的边  $AC$  上. (用直尺和圆规作图, 保留作图痕迹, 不写作法和证明);

(2) 如图②,  $B$ 、 $C$  表示两个港口, 港口  $C$  在港口  $B$  的正东方向上. 海上有一小岛  $A$  在港口  $B$  的北偏东  $60^\circ$  方向上, 且在港口  $C$  的北偏西  $45^\circ$  方向上. 测得  $AB=40$  海里, 求小岛  $A$  与港口  $C$  之间的距离. (结果可保留根号)



25. (6分) 已知关于  $x$  的方程  $kx^2 - 3x + 1 = 0$  有实数根.

(1) 求  $k$  的取值范围;

(2) 若该方程有两个实数根, 分别为  $x_1$  和  $x_2$ , 当  $x_1 + x_2 + x_1x_2 = 4$  时, 求  $k$  的值.

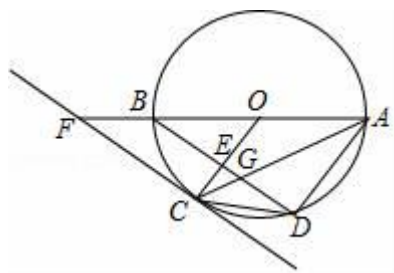
26. (7分) 如图,  $AB$  为  $\odot O$  的直径,  $AC$  平分  $\angle BAD$ , 交弦  $BD$  于点  $G$ , 连接半径  $OC$  交  $BD$  于点  $E$ , 过点  $C$  的一条直线交  $AB$  的延长线于点  $F$ ,  $\angle AFC = \angle ACD$ .

(1) 求证: 直线  $CF$  是  $\odot O$  的切线;

(2) 若  $DE = 2CE = 2$ .

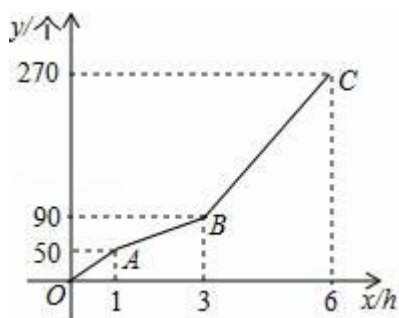
①求  $AD$  的长;

②求 $\triangle ACF$ 的周长. (结果可保留根号)



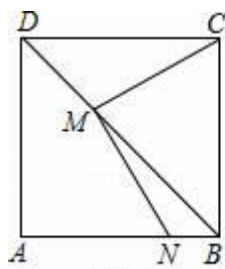
27. (7分) 甲、乙两台机器共同加工一批零件, 一共用了6小时. 在加工过程中乙机器因故障停止工作, 排除故障后, 乙机器提高了工作效率且保持不变, 继续加工. 甲机器在加工过程中工作效率保持不变. 甲、乙两台机器加工零件的总数 $y$  (个) 与甲加工时间 $x$  (h) 之间的函数图象为折线 $OA-AB-BC$ , 如图所示.

- (1) 这批零件一共有\_\_\_\_\_个, 甲机器每小时加工\_\_\_\_\_个零件, 乙机器排除故障后每小时加工\_\_\_\_\_个零件;
- (2) 当 $3 \leq x \leq 6$ 时, 求 $y$ 与 $x$ 之间的函数解析式;
- (3) 在整个加工过程中, 甲加工多长时间时, 甲与乙加工的零件个数相等?

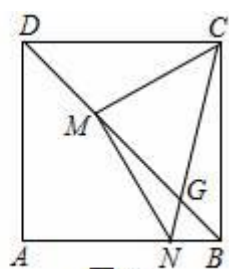


28. (9分) 如图①, 在正方形 $ABCD$ 中,  $AB=6$ ,  $M$ 为对角线 $BD$ 上任意一点 (不与 $B$ 、 $D$ 重合), 连接 $CM$ , 过点 $M$ 作 $MN \perp CM$ , 交线段 $AB$ 于点 $N$

- (1) 求证:  $MN=MC$ ;
- (2) 若 $DM: DB=2: 5$ , 求证:  $AN=4BN$ ;
- (3) 如图②, 连接 $NC$ 交 $BD$ 于点 $G$ . 若 $BG: MG=3: 5$ , 求 $NG \cdot CG$ 的值.



图①



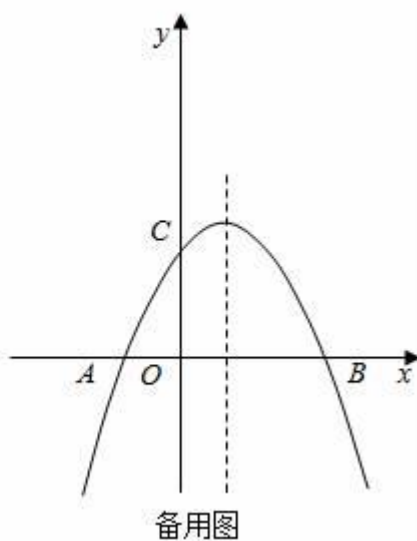
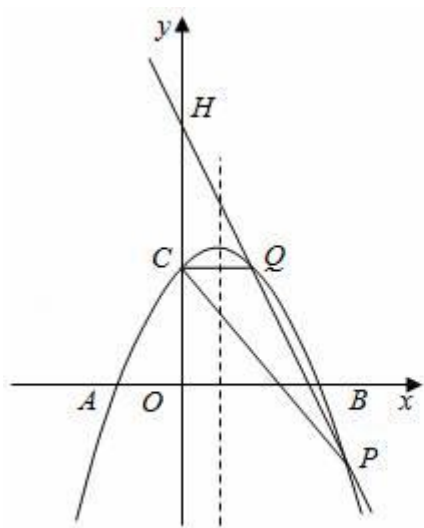
图②

29. (10 分) 已知抛物线  $y = ax^2 + bx + 3$  的对称轴为直线  $x = \frac{1}{2}$ ，交  $x$  轴于点  $A$ 、 $B$ ，交  $y$  轴于点  $C$ ，且点  $A$  坐标为  $A(-2, 0)$ 。直线  $y = -mx - m$  ( $m > 0$ ) 与抛物线交于点  $P$ 、 $Q$  (点  $P$  在点  $Q$  的右边)，交  $y$  轴于点  $H$ 。

(1) 求该抛物线的解析式；

(2) 若  $n = -5$ ，且  $\triangle CPQ$  的面积为 3，求  $m$  的值；

(3) 当  $m \neq 1$  时，若  $n = -3m$ ，直线  $AQ$  交  $y$  轴于点  $K$ 。设  $\triangle PQR$  的面积为  $S$ ，求  $S$  与  $m$  之间的函数解析式。



参考答案与试题解析

一、单项选择题（本题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分）请在答题卡上用 2B 铅笔将你的选项所对应的大写字母涂黑

1. 解：370000 用科学记数法表示应为  $3.7 \times 10^5$ ，

故选：B.

2. 解：A、不是中心对称图形，故此选项错误；

B、不是中心对称图形，故此选项错误；

C、是中心对称图形，故此选项正确；

D、不是中心对称图形，故此选项错误，

故选：C.

3. 解：A、 $\sqrt{9} = 3$ ，故此选项错误；

B、 $(-1)^0 = 1$ ，故此选项错误；

C、 $\sqrt{2} + \sqrt{3}$  无法计算，故此选项错误；

D、 $\sqrt[3]{8} = 2$ ，正确.

故选：D.

4. 解：主视图、俯视图和左视图都是圆的几何体是球体.

故选：A.

5. 解：A、原式  $= x(x-1)$ ，错误；

B、原式  $= (a-4)(a+1)$ ，错误；

C、 $a^2+2ab-b^2$ ，不能分解因式，错误；

D、原式  $= (x+y)(x-y)$ ，正确.

故选：D.

6. 解：从袋子中随机取出 1 个球是红球的概率  $= \frac{2}{2+4} = \frac{1}{3}$  .

故选：A.

7. 解：A、三角形两边的和大于第三边，正确，是真命题；

B、正六边形的每个中心角都等于  $60^\circ$ ，正确，是真命题；

C、半径为  $R$  的圆内接正方形的边长等于  $\sqrt{2} R$ ，正确，是真命题；

D、所有多边形的外角和均为  $360^\circ$ ，故错误，是假命题，

故选：D.

8. 解：设小明购买了  $A$  种玩具  $x$  件，则购买的  $B$  种玩具为  $\frac{10-x}{2}$  件，根据题意得，

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ \frac{10-x}{2} \geq 1 \\ \frac{10-x}{2} > x \end{cases},$$

解得， $1 \leq x < 3\frac{1}{3}$ ，

$\therefore x$  为整数，

$\therefore x = 1$  或  $2$  或  $3$ ，

$\therefore$  有 3 种购买方案.

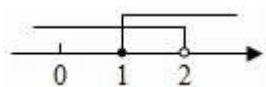
故选：C.

9. 解：  $\begin{cases} x-1 \geq 0 \text{ ①} \\ x+8 > 4x+2 \text{ ②} \end{cases},$

解①得  $x \geq 1$ ，

解②得  $x < 2$ ，

利用数轴表示为：



故选：B.

10. 解：①如图 1，

当  $x=0$ （即  $E$ 、 $A$  两点重合）时， $P$  点有 6 个；

故①正确；

②当  $0 < x < 4\sqrt{2} - 2$  时， $P$  点最多有 8 个.

故②错误.

③当  $P$  点有 8 个时，如图 2 所示：

当  $0 < x < \sqrt{3} - 1$  或  $\sqrt{3} - 1 < x < 4\sqrt{2} - 4$  或  $2 < x < 4\sqrt{2} - \sqrt{3} - 1$  或  $4\sqrt{2} - \sqrt{3} - 1 < x < 4\sqrt{2} - 2$  时，

$P$  点有 8 个；

故③错误；

④如图 3，

当  $\triangle PMN$  是等边三角形时，

$P$ 点有 4 个;

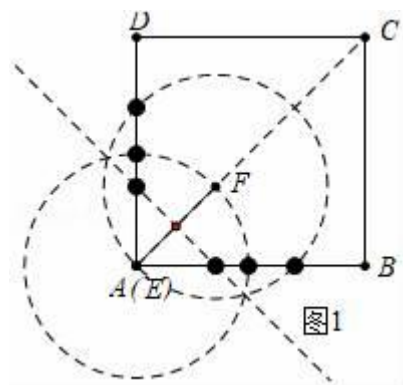
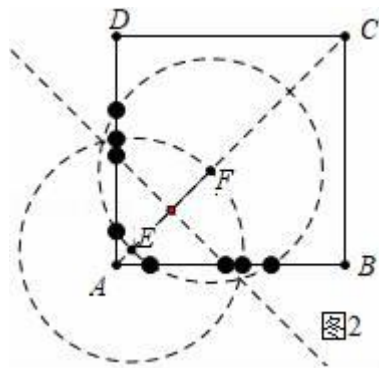
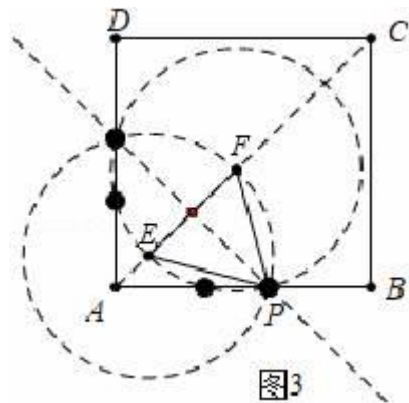
故④正确;

当 $\triangle PEF$ 是等腰三角形时, 关于  $P$ 点个数的说法中,

不正确的是②③,

一定正确的是①④;

故选:  $B$ .



二、填空题 (本题共 11 个小题, 每小题 3 分, 共 33 分) 请在答题卡上把你的答案写在相对应的题号后的指定区域内

11. 解:  $-20 - (-23) = -20 + 23 = 3 (^{\circ}\text{C})$ .

故答案为 3.

12. 解: 依题意得:  $x - 4 \neq 0$ .

解得  $x \neq 4$ .

故答案是:  $x \neq 4$ .

13. 解:  $(-m^3)^2 \div m^4 = m^6 \div m^4 = m^2$ .

故答案为:  $m^2$ .

14. 解:  $\because 1, 3, 5, 7, 9$  的平均数是  $(1+3+5+7+9) \div 5 = 5$ ,

$$\therefore \text{方差} = \frac{1}{5} [(1-5)^2 + (3-5)^2 + (5-5)^2 + (7-5)^2 + (9-5)^2] = 8;$$

故答案为: 8.

$$\begin{aligned} 15. \text{ 解: } & \left( \frac{a}{a+1} - \frac{1}{a+1} \right) \div \frac{a-1}{(a+1)^2} \\ &= \frac{a-1}{a+1} \cdot \frac{(a+1)^2}{a-1} \\ &= a+1, \end{aligned}$$

当  $a=2018$  时, 原式  $= 2018+1 = 2019$ ,

故答案为: 2019.

16. 解: 设圆锥的母线长为  $l$ ,

$$\text{根据题意得: } \frac{120\pi \cdot l}{180} = 2\pi \times 4,$$

解得:  $l = 12$ ,

故答案为: 12.

17. 解: 设  $\angle A = x$

$$\therefore AD = BD,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle A = x, \quad \angle BDC = 2x$$

$$\therefore BD = BC$$

$$\therefore \angle C = \angle BDC = 2x, \quad \angle DBC = x$$

$$\therefore \text{在 } \triangle BDC \text{ 中 } x + 2x + 2x = 180^\circ$$

$$\therefore x = 36^\circ$$

$$\therefore \angle A = 36^\circ.$$

故填 36.

18. 解: 当  $2 < x < 4$  时,  $y_1 > y_2$ .

故答案为  $2 < x < 4$ .

19. 解：设甲车的速度为  $x \text{ km/h}$ ，则乙车的速度为  $\frac{5}{4}x \text{ km/h}$ ，

$$\text{依题意，得：} \frac{200}{x} - \frac{200}{\frac{5}{4}x} = \frac{30}{60},$$

解得：  $x = 80$ ，

经检验，  $x = 80$  是原方程的解，且符合题意.

故答案为： 80.

20. 解：如图 1，当  $\angle ODB = 90^\circ$  时，

即  $CD \perp AB$ ，

$$\therefore AD = BD,$$

$$\therefore AC = BC,$$

$$\therefore AB = AC,$$

$\therefore \triangle ABC$  是等边三角形，

$$\therefore \angle DBO = 30^\circ,$$

$$\therefore OB = 5,$$

$$\therefore BD = \frac{\sqrt{3}}{2} OB = \frac{5\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore BC = AB = 5\sqrt{3},$$

如图 2，当  $\angle DOB = 90^\circ$ ，

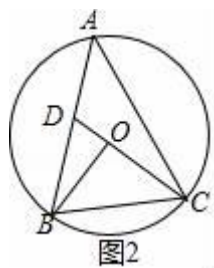
$$\therefore \angle BOC = 90^\circ,$$

$\therefore \triangle BOC$  是等腰直角三角形，

$$\therefore BC = \sqrt{2} OB = 5\sqrt{2},$$

综上所述：若  $\triangle OBD$  是直角三角形，则弦  $BC$  的长为  $5\sqrt{3}$  或  $5\sqrt{2}$ ，

故答案为：  $5\sqrt{3}$  或  $5\sqrt{2}$  .



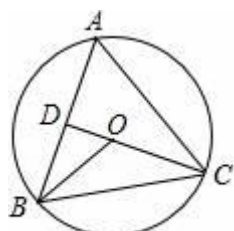


图1

21. 解：由题意知，

$$A_1 \left( \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$A_2 (1, 0)$$

$$A_3 \left( \frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$A_4 (2, 0)$$

$$A_5 \left( \frac{5}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$A_6 (3, 0)$$

$$A_7 \left( \frac{7}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

...

由上可知，每个点的横坐标为序号的一半，纵坐标每 6 个点依次为： $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ，0， $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ，0， $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

这样循环，

$$\therefore A_{2019} \left( \frac{2019}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2} \right),$$

$$\text{故答案为: } \left( \frac{2019}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2} \right).$$

三、解答题（本题共 8 个小题，共 57 分）请在答题卡上把你的答案写在相对应的题号后的指定区域内

22. 解：如图：

(1) 作出线段  $B_1C_1$  连接即可；

(2) 画出直线  $CD$ ，点  $D$  坐标为  $(-1, -4)$ ，

(3) 连接  $PB$ ， $\because PB^2 = BC^2 = 1^2 + 3^2 = 10$ ， $PC^2 = 2^2 + 4^2 = 20$ ，

$$\therefore PB^2 + BC^2 = PC^2,$$

$\therefore \triangle PBC$  为等腰直角三角形，

$$\therefore \angle PCB = 45^\circ,$$

$$\therefore \tan \angle BCP = 1,$$

故答案为 1.



$$\therefore AD = \frac{1}{2} AB = 20 \text{ (海里)},$$

$$\because \angle ACD = 45^\circ,$$

$$\therefore AC = \sqrt{2} AD = 20\sqrt{2} \text{ (海里)}.$$

答：小岛  $A$  与港口  $C$  之间的距离为  $20\sqrt{2}$  海里.

25. 解：(1) 当  $k=0$  时，原方程为  $-3x+1=0$ ,

$$\text{解得：} x = \frac{1}{3},$$

$\therefore k=0$  符合题意；

当  $k \neq 0$  时，原方程为一元二次方程，

$\therefore$  该一元二次方程有实数根，

$$\therefore \Delta = (-3)^2 - 4 \times k \times 1 \geq 0,$$

$$\text{解得：} k \leq \frac{9}{4}.$$

综上所述， $k$  的取值范围为  $k \leq \frac{9}{4}$ .

(2)  $\because x_1$  和  $x_2$  是方程  $kx^2 - 3x + 1 = 0$  的两个根，

$$\therefore x_1 + x_2 = \frac{3}{k}, \quad x_1 x_2 = \frac{1}{k}.$$

$$\because x_1 + x_2 + x_1 x_2 = 4,$$

$$\therefore \frac{3}{k} + \frac{1}{k} = 4,$$

$$\text{解得：} k = 1,$$

经检验， $k=1$  是分式方程的解，且符合题意.

$\therefore k$  的值为 1.

26. (1) 证明： $\because AC$  平分  $\angle BAD$ ,

$$\therefore \angle BAC = \angle DAC,$$

$\therefore C$  是弧  $BD$  的中点

$$\therefore OC \perp BD.$$

$$\therefore BE = DE,$$

$$\because \angle AFC = \angle ACD, \quad \angle ACD = \angle ABD,$$

$$\therefore \angle AFC = \angle ABD,$$

$$\therefore BD \parallel CF,$$

$$\therefore OC \perp CF,$$

$\therefore OC$  是半径,

$\therefore CF$  是圆  $O$  切线;

(2) 解: ① 设  $OC = R$ .

$$\therefore DE = 2CE = 2,$$

$$\therefore BE = DE = 2, \quad CE = 1.$$

$$\therefore OE = R - 1,$$

$$\text{在 Rt}\triangle OBE \text{ 中 } (R - 1)^2 + 2^2 = R^2.$$

$$\text{解得 } R = \frac{5}{2}.$$

$$\therefore OE = \frac{5}{2} - 1 = \frac{3}{2},$$

由 (1) 得,  $OA = OB$ ,  $BE = DE$ ,

$$\therefore AD = 2OE = 3;$$

② 连接  $BC$ .

$$\therefore BD \parallel CF,$$

$$\therefore \frac{BE}{FC} = \frac{OE}{OC} = \frac{OB}{OF},$$

$$\therefore BE = 2, \quad OE = \frac{3}{2}, \quad R = \frac{5}{2}$$

$$\therefore CF = \frac{10}{3}, \quad OF = \frac{25}{6},$$

$$\therefore AF = OF + OA = \frac{20}{3},$$

在  $\text{Rt}\triangle BCE$  中,  $CE = 1$ ,  $BE = 2$ ,

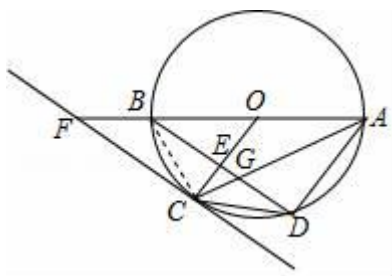
$$\therefore BC = \sqrt{CE^2 + BE^2} = \sqrt{5}.$$

$\therefore AB$  是直径,

$\therefore \triangle ACB$  为直角三角形.

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = 2\sqrt{5}.$$

$$\therefore \triangle ACF \text{ 周长} = AC + FC + AF = 10 + 2\sqrt{5}.$$



27. 解: (1) 这批零件一共有 270 个,

甲机器每小时加工零件:  $(90 - 550) \div (3 - 1) = 20$  (个),

乙机器排除故障后每小时加工零件:  $(270 - 90 - 20 \times 3) \div 3 = 40$  (个);

故答案为: 270; 20; 40;

(2) 设当  $3 \leq x \leq 6$  时,  $y$  与  $x$  之间的函数关系是为  $y = kx + b$ ,

把  $B(3, 90)$ ,  $C(6, 270)$  代入解析式, 得

$$\begin{cases} 3k + b = 90 \\ 6k + b = 270 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} k = 60 \\ b = -90 \end{cases},$$

$$\therefore y = 60x - 90 \quad (3 \leq x \leq 6);$$

(3) 设甲价格  $x$  小时时, 甲乙加工的零件个数相等,

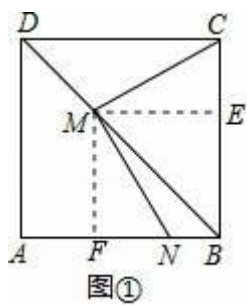
$$\textcircled{1} 20x = 30, \text{解得 } x = 1.5;$$

$$\textcircled{2} 50 - 20 = 30,$$

$$20x = 30 + 40(x - 3), \text{解得 } x = 4.5,$$

答: 甲加工 1.5h 或 4.5h 时, 甲与乙加工的零件个数相等.

28. 解: (1) 如图①, 过 M 分别作  $ME \parallel AB$  交 BC 于 E,  $MF \parallel BC$  交 AB 于 F,



则四边形 BEMF 是平行四边形,

$\therefore$  四边形 ABCD 是正方形,

$$\therefore \angle ABC = 90^\circ, \angle ABD = \angle CBD = \angle BME = 45^\circ,$$

$$\therefore ME = BE,$$

$\therefore$  平行四边形 BEMF 是正方形,

$$\therefore ME = MF,$$

$$\because CM \perp MN,$$

$$\therefore \angle CMN = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle FME = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CME = \angle FMN,$$

$$\therefore \triangle MFN \cong \triangle MEC \text{ (ASA)},$$

$$\therefore MN = MC;$$

(2) 由 (1) 得  $FM \parallel AD$ ,  $EM \parallel CD$ ,

$$\therefore \frac{AF}{AB} = \frac{CE}{BC} = \frac{DM}{BD} = \frac{2}{5},$$

$$\therefore AF = 2.4, CE = 2.4,$$

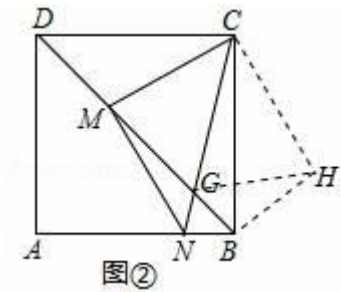
$$\therefore \triangle MFN \cong \triangle MEC,$$

$$\therefore FN = EC = 2.4,$$

$$\therefore AN = 4.8, BN = 6 - 4.8 = 1.2,$$

$$\therefore AN = 4BN;$$

(3) 如图②, 把  $\triangle DMC$  绕点  $C$  逆时针旋转  $90^\circ$  得到  $\triangle BHC$ , 连接  $GH$ ,



$$\therefore \triangle DMC \cong \triangle BHC, \angle BCD = 90^\circ,$$

$$\therefore MC = HC, DM = BH, \angle CDM = \angle CBH, \angle DCM = \angle BCH = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle MBH = 90^\circ, \angle MCH = 90^\circ,$$

$$\therefore MC = MN, MC \perp MN,$$

$$\therefore \triangle MNC \text{ 是等腰直角三角形},$$

$$\therefore \angle MNC = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle NCH = 45^\circ,$$

$$\therefore \triangle MCG \cong \triangle HCG \text{ (SAS)},$$

$$\therefore MG = HG,$$

$$\therefore BG:MG=3:5,$$

$$\text{设 } BG=3a, \text{ 则 } MG=GH=5a,$$

$$\text{在 Rt}\triangle BGH \text{ 中, } BH=4a, \text{ 则 } MD=4a,$$

$$\therefore \text{正方形 } ABCD \text{ 的边长为 } 6,$$

$$\therefore BD=6\sqrt{2},$$

$$\therefore DM+MG+BG=12a=6\sqrt{2},$$

$$\therefore a=\frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\therefore BG=\frac{3\sqrt{2}}{2}, \quad MG=\frac{5\sqrt{2}}{2},$$

$$\therefore \angle MGC = \angle NGB, \quad \angle MNG = \angle GBC = 45^\circ,$$

$$\therefore \triangle MGC \sim \triangle NGB,$$

$$\therefore \frac{GC}{GB} = \frac{MG}{NG},$$

$$\therefore CG \cdot NG = BG \cdot MG = \frac{15}{2}.$$

29. 解: (1) 将点  $A(-2, 0)$  代入解析式, 得  $4a - 2b + 3 = 0$ ,

$$\therefore x = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}, \quad b = \frac{1}{2};$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + 3;$$

(2) 设点  $Q$  横坐标  $x_1$ , 点  $P$  的横坐标  $x_2$ , 则有  $x_1 < x_2$ ,

$$\text{把 } n = -5 \text{ 代入 } y = -mx - n,$$

$$\therefore y = -mx + 5,$$

$$\text{联立 } y = -mx + 5, \quad y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + 3 \text{ 得:}$$

$$-mx + 5 = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + 3,$$

$$\therefore x^2 - (2m+1)x + 4 = 0,$$

$$\therefore x_1 + x_2 = 2m+1, \quad x_1 x_2 = 4,$$

$$\therefore \triangle CPQ \text{ 的面积为 } 3;$$

$$\therefore S_{\triangle CPQ} = S_{\triangle CHP} - S_{\triangle CHQ},$$

$$\text{即 } \frac{1}{2} HC (x_2 - x_1) = 3,$$

$$\therefore x_2 - x_1 = 3,$$

$$\therefore (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 9,$$

$$\therefore (2m+1)^2 = 25,$$

$$\therefore m = 2 \text{ 或 } m = -3,$$

$$\because m > 0,$$

$$\therefore m = 2;$$

(3) 当  $n = -3m$  时,  $PQ$  解析式为  $y = -mx + 3m$ ,

$$\therefore H(0, 3m),$$

$$\because y = -mx + 3m \text{ 与 } y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + 3 \text{ 相交于点 } P \text{ 与 } Q,$$

$$\therefore -mx + 3m = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + 3,$$

$$\therefore x = 3 \text{ 或 } x = 2m - 2,$$

$$\text{当 } 2m - 2 < 3 \text{ 时, 有 } 0 < m < \frac{5}{2},$$

$\therefore$  点  $P$  在点  $Q$  的右边,

$$\therefore P(3, 0), Q(2m - 2, -2m^2 + 5m),$$

$$\therefore AQ \text{ 的直线解析式为 } y = \frac{5 - 2m}{2}x + 5 - 2m,$$

$$\therefore K(0, 5 - 2m),$$

$$\therefore HK = |5m - 5| = 5|m - 1|,$$

① 当  $0 < m < 1$  时, 如图①,  $HK = 5 - 5m$ ,

$$\therefore S_{\triangle PQK} = S_{\triangle PHK} + S_{\triangle QHK} = \frac{1}{2} \times HK(x_P - x_Q) = \frac{1}{2} \times (5 - 5m)(5 - 2m) = 5m^2 - \frac{35}{2}m + \frac{25}{2},$$

② 当  $1 < m < \frac{5}{2}$  时, 如图②,  $HK = 5m - 5$ ,

$$\therefore S_{\triangle PQK} = -5m^2 + \frac{35}{2}m - \frac{25}{2},$$

③ 当  $2m - 2 > 3$  时, 如图③, 有  $m > \frac{5}{2}$ ,

$$\therefore P(2m - 2, -2m^2 + 5m), Q(3, 0), K(0, 0),$$

$$\therefore S_{\triangle PQK} = \frac{1}{2} \times KQ|y_P| = \frac{3}{2}(2m^2 - 5m) = 3m^2 - \frac{15}{2}m,$$

综上所述,  $S = \begin{cases} 5m^2 - \frac{35}{2}m + \frac{25}{2} & (0 < m < 1) \\ -5m^2 + \frac{35}{2}m - \frac{25}{2} & (1 < m < \frac{5}{2}) \\ 3m^2 - \frac{15}{2}m & (m > \frac{5}{2}) \end{cases}$

