

2019年大庆市初中升学统一考试数学试题

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分．在每小题所给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请将正确选项的序号填涂在答题卡上）

1. 有理数-8 的立方根为（ ）

- A. -2 B. 2 C. ± 2 D. ± 4

【答案】A

2. 在下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（ ）



【答案】D

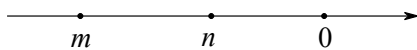
3. 小明同学在“百度”搜索引擎中输入“中国梦，我的梦”，搜索到与之相关的结果条数为 608000，这个数用科学记数法表示为（ ）

- A. 60.8×10^4 B. 6.08×10^5 C. 0.608×10^6 D. 6.08×10^7

【答案】B

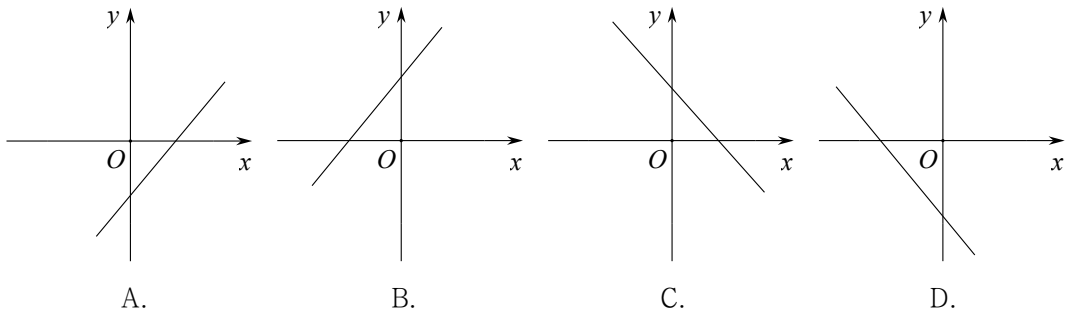
4. 实数 m , n 在数轴上的对应点如图所示，则下列各式子正确的是（ ）

- A. $m > n$ B. $-n > |m|$ C. $-m > |n|$ D. $|m| < |n|$



【答案】C

5. 正比例函数 $y=kx$ ($k \neq 0$) 的函数值 y 随着 x 增大而减小，则一次函数 $y=x+k$ 的图象大致是（ ）



【答案】A

6. 下列说法中不正确的是（ ）

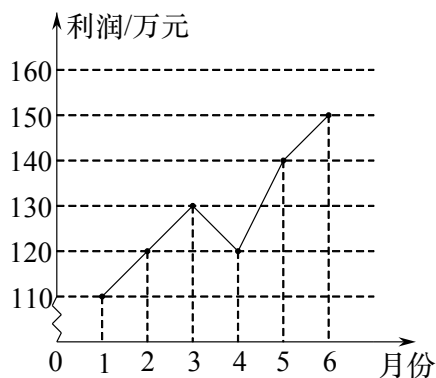
- A. 四边相等的四边形是菱形 B. 对角线垂直的平行四边形是菱形
C. 菱形的对角线互相垂直且相等 D. 菱形的邻边相等

【答案】C

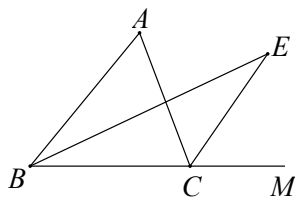
7. 某企业 1-6 月份利润的变化情况如图所示，以下说法与图中反映的信息相符的是（ ）

- A. 1-6 月份利润的众数是 130 万元
B. 1-6 月份利润的中位数是 130 万元
C. 1-6 月份利润的平均数是 130 万元
D. 1-6 月份利润的极差是 40 万元

【答案】D



7 题图



8 题图

8. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, BE 是 $\angle ABC$ 的平分线, CE 是外角 $\angle ACM$ 的平分线, BE 与 CE 相交于点 E , 若 $\angle A=60^\circ$, 则 $\angle BEC$ 是 ()

- A. 15° B. 30° C. 45° D. 60°

【答案】B

9. 一个“粮仓”的三视图如图所示 (单位: m), 则它的体积是 ()

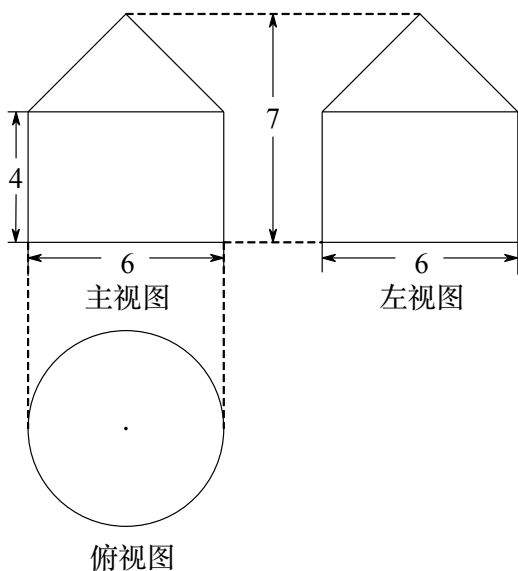
- A. $21\pi\text{m}^3$ B. $30\pi\text{m}^3$ C. $45\pi\text{m}^3$ D. $63\pi\text{m}^3$

【答案】C

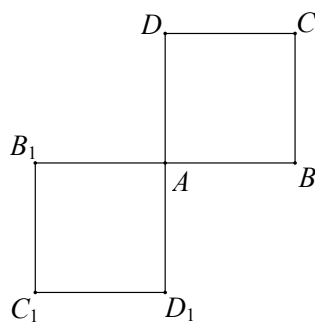
10. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, 边长 $AB=1$, 将正方形 $ABCD$ 绕点 A 按逆时针方向旋转 180° 至正方形 $AB_1C_1D_1$, 则线段 CD 扫过的面积为 ()

- A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. π D. 2π

【答案】B



9 题图



10 题图

二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分, 不需写出解答过程, 请把答案直接填写在答题卡相应位置上)

11. $a^5 \div a^3 = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 a^2

12. 分解因式: $a^2b + ab^2 - a - b =$ _____.

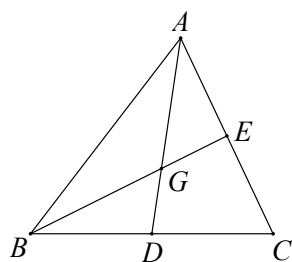
【答案】 $(ab-1)(a+b)$

13. 一个不透明的口袋中共有 8 个白球、5 个黄球、5 个绿球、2 个红球, 这些球除颜色外都相同. 从口袋中随机摸出一个球, 这个球是白球的概率是_____.

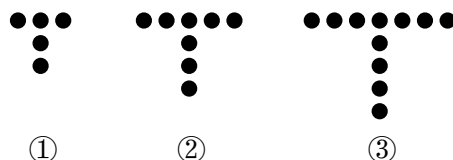
【答案】 $\frac{2}{5}$

14. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 、 E 分别是 BC 、 AC 的中点, AD 与 BE 相交于点 G , 若 $DG=1$, 则 $AD=$ _____.

【答案】 3



14 题图



15 题图

15. 归纳 “T” 字形, 用棋子摆成的 “T” 字形如图所示, 按照图①, 图②, 图③的规律摆下去, 摆成第 n 个 “T” 字形需要的棋子个数为_____.

【答案】 $3n+2$

16. 我国古代数学家赵爽的 “勾股圆方图” 是由四个全等的直角三角形与中间的一个小正方形拼成的一个大正方形 (如图所示). 如果大正方形的面积是 13, 小正方形的面积是 1, 直角三角形的两直角边长分别为 a 、 b , 那么 $(a-b)^2$ 的值是_____.

【答案】 1

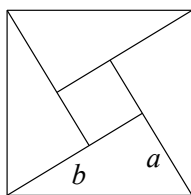
17. 已知 $x=4$ 是不等式 $ax-3a-1 < 0$ 的解, $x=2$ 不是不等式 $ax-3a-1 < 0$ 的解, 则实数 a 的取值范围是_____.

【答案】 $a \leq -1$

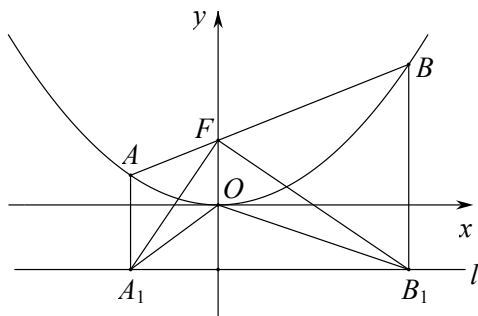
18. 如图, 抛物线 $y = \frac{1}{4p}x^2$ ($p > 0$), 点 $F(0, p)$, 直线 $l: y = -p$, 已知抛物线上的点到

点 F 的距离与到直线 l 的距离相等, 过点 F 的直线与抛物线交于 A 、 B 两点, $AA_1 \perp l$, $BB_1 \perp l$, 垂足分别为 A_1 、 B_1 , 连接 A_1F , B_1F , A_1O , B_1O . 若 $A_1F=a$, $B_1F=b$, 则 $\triangle A_1OB_1$ 的面积 =_____ (只用 a , b 表示).

【答案】 $\frac{ab}{4}$



16 题图



18 题图

三、解答题 (本大题共 10 小题, 共 66 分. 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

19. (本题 4 分)

计算: $(2019 - \pi)^0 + |1 - \sqrt{3}| - \sin 60^\circ$.

解: $(2019 - \pi)^0 + |1 - \sqrt{3}| - \sin 60^\circ = 1 + \sqrt{3} - 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

20. (本题 4 分)

已知: $ab=1$, $b=2a-1$, 求代数式 $\frac{1}{a} - \frac{2}{b}$ 的值.

解: $\because ab=1$, $b=2a-1$, $\therefore b-2a=-1$, $\therefore \frac{1}{a} - \frac{2}{b} = \frac{b-2a}{ab} = \frac{-1}{1} = -1$.

21. (本题 5 分)

某工厂现在平均每天比原计划多生产 50 台机器, 现在生产 600 台机器所需时间与原计划生产 450 台机器所需时间相同, 求该工厂原来平均每天生产多少台机器?

解: 设该工厂原来平均每天生产 x 台机器, 则现在平均每天生产 $(x+50)$ 台机器.

根据题意得 $\frac{600}{x+50} = \frac{450}{x}$, 解得 $x=150$.

经检验知 $x=150$ 是原方程的根.

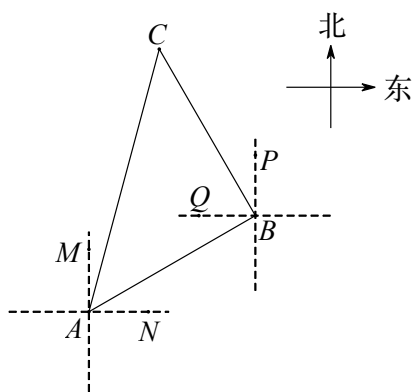
答: 该工厂原来平均每天生产 150 台机器.

22. (本题 6 分)

如图, 一艘船由 A 港沿北偏东 60° 方向航行 10km 至 B 港, 然后再沿北偏西 30° 方向航行 10km 至 C 港.

(1) 求 A, C 两港之间的距离 (结果保留到 0.1km, 参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$);

(2) 确定 C 港在 A 港的什么方向.



解：（1）由题意可得， $\angle PBC=30^\circ$ ， $\angle MBB=60^\circ$ ， $\therefore \angle CBQ=60^\circ$ ， $\angle BAN=30^\circ$ ， $\therefore \angle ABQ=30^\circ$ ， $\therefore \angle ABC=90^\circ$ 。

$$\because AB=BC=10, \therefore AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=10\sqrt{2}\approx 14.1.$$

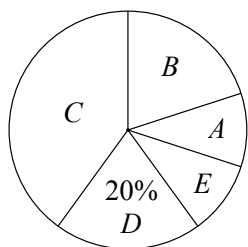
答：A、C两地之间的距离为 14.1km.

（2）由（1）知， $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形， $\therefore \angle BAC=45^\circ$ ， $\therefore \angle CAM=15^\circ$ ， $\therefore C$ 港在 A 港北偏东 15° 的方向上.

23. （本题 7 分）

某校为了解七年级学生的体重情况，随机抽取了七年级 m 名学生进行调查，将抽取学生的体重情况绘制如下不完整的频数分布表和扇形统计图.

组别	体重（千克）	人数
A	$37.5 \leq x < 42.5$	10
B	$42.5 \leq x < 47.5$	n
C	$47.5 \leq x < 52.5$	40
D	$52.5 \leq x < 57.5$	20
E	$57.5 \leq x < 62.5$	10



请根据图表信息回答下列问题：

（1）填空：① $m=$ _____，② $n=$ _____，③在扇形统计图中，C 组所在扇形的圆心角的度数等于_____度；

（2）若把每组中各个体重值用这组数据的中间值代替（例如：A 组数据中间值为 40 千克），则被调查学生的平均体重是多少千克？

（3）如果该校七年级有 1000 名学生，请估算七年级体重低于 47.5 千克的学生大约有多少人？

解：（1）① 100，② 20，③ 144；

（2）被抽取同学的平均体重为：

$$\frac{40 \times 10 + 45 \times 20 + 50 \times 40 + 55 \times 20 + 60 \times 10}{100} = 50.$$

答：被抽取同学的平均体重为 50 千克.

$$(3) 1000 \times \frac{30}{100} = 300.$$

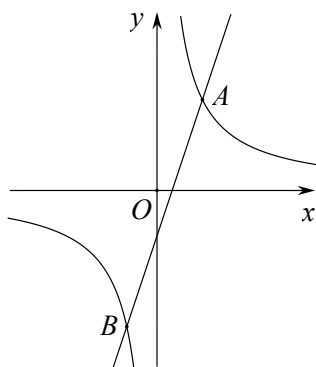
答：七年级学生体重低于 47.5 千克的学生大约有 300 人.

24. (本题 7 分)

如图，反比例函数 $y = \frac{2m}{x}$ 和一次函数 $y = kx - 1$ 的图象相交于 $A(m, 2m)$, B 两点.

(1) 求一次函数的表达式;

(2) 求出点 B 的坐标，并根据图象直接写出满足不等式 $\frac{2m}{x} < kx - 1$ 的 x 的取值范围.



解：(1) $\because A(m, 2m)$ 在反比例函数图象上， $\therefore 2m = \frac{2m}{m}$ ， $\therefore m=1$ ， $\therefore A(1, 2)$.

又 $\because A(1, 2)$ 在一次函数 $y = kx - 1$ 的图象上， $\therefore 2 = k - 1$ ，即 $k=3$ ，

$\therefore$ 一次函数的表达式为： $y = 3x - 1$.

$$(2) \text{ 由 } \begin{cases} y = \frac{2}{x} \\ y = 3x - 1 \end{cases} \text{ 解得 } B(-\frac{2}{3}, -3)$$

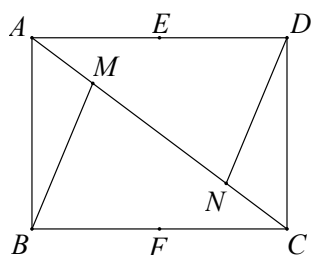
$\therefore$ 由图象知满足 $\frac{2m}{x} < kx - 1$ 的 x 取值范围为 $-\frac{2}{3} < x < 0$ 或 $x > 1$.

25. (本题 7 分)

如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB=3$ ， $BC=4$. M 、 N 在对角线 AC 上，且 $AM=CN$ ， E 、 F 分别是 AD 、 BC 的中点.

(1) 求证： $\triangle ABM \cong \triangle CDN$;

(2) 点 G 是对角线 AC 上的点， $\angle EGF = 90^\circ$ ，求 AG 的长.



(1) 证明 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形， $\therefore AB \parallel CD$ ， $\therefore \angle MAB = \angle NCD$.
在 $\triangle ABM$ 和 $\triangle CDN$ 中，

$$\begin{cases} AB = CD \\ \angle MAB = \angle NCD \\ AM = CN \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABM \cong \triangle CDN$;

(2) 解: 如图, 连接 EF , 交 AC 于点 O .

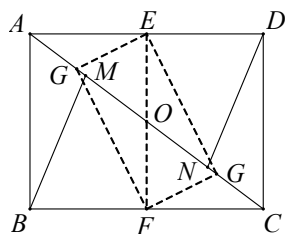
在 $\triangle AEO$ 和 $\triangle CFO$ 中,

$$\begin{cases} AE = CF \\ \angle EOA = \angle FOC \\ \angle EAO = \angle FCO \end{cases}$$

$\therefore \triangle AEO \cong \triangle CFO$, $\therefore EO = FO$, $AO = CO$, $\therefore O$ 为 EF 、 AC 中点.

$\because \angle EGF = 90^\circ$, $OG = \frac{1}{2}EF = \frac{3}{2}$, $\therefore AG = OA - OG = 1$ 或 $AG = OA + OG = 4$,

$\therefore AG$ 的长为 1 或 4.

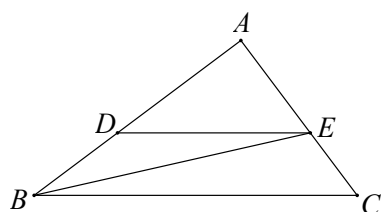


26. (本题 8 分)

如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$. $AB = 8\text{cm}$, $AC = 6\text{cm}$, 若动点 D 从 B 出发, 沿线段 BA 运动到点 A 为止 (不考虑 D 与 B , A 重合的情况), 运动速度为 2cm/s , 过点 D 作 $DE \parallel BC$ 交 AC 于点 E , 连接 BE , 设动点 D 运动的时间为 x (s), AE 的长为 y (cm).

(1) 求 y 关于 x 的函数表达式, 并写出自变量 x 的取值范围;

(2) 当 x 为何值时, $\triangle BDE$ 的面积 S 有最大值? 最大值为多少?



解: (1) 动点 D 运动 x 秒后, $BD = 2x$.

又 $\because AB = 8$, $\therefore AD = 8 - 2x$.

$$\because DE \parallel BC, \therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}, \therefore AE = \frac{6(8-2x)}{8} = 6 - \frac{3}{2}x,$$

$\therefore y$ 关于 x 的函数关系式为 $y = -\frac{3}{2}x + 6$ ($0 < x < 4$).

$$(2) \text{ 解: } S_{\triangle BDE} = \frac{1}{2} \cdot BD \cdot AE = \frac{1}{2} \times 2x \left(-\frac{3}{2}x + 6\right) = -\frac{3}{2}x^2 + 6x \quad (0 < x < 4).$$

当 $x = -\frac{6}{2 \times (-\frac{3}{2})} = 2$ 时, $S_{\triangle BDE}$ 最大, 最大值为 6cm^2 .

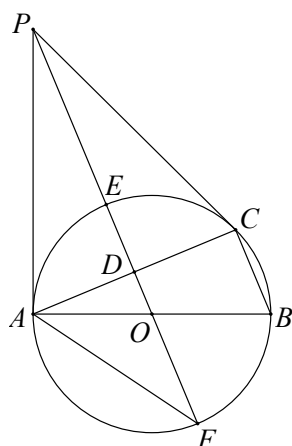
27. (本题 9 分)

如图, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, AB 是直径, D 是 AC 中点, 直线 OD 与 $\odot O$ 相交于 E, F 两点, P 是 $\odot O$ 外一点, P 在直线 OD 上, 连接 PA, PC, AF , 且满足 $\angle PCA = \angle ABC$.

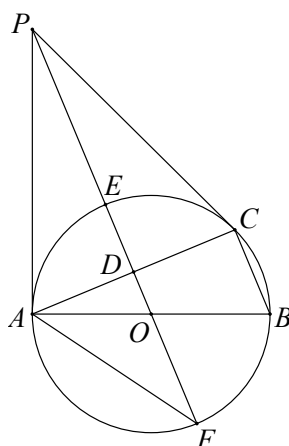
(1) 求证: PA 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 证明: $EF^2 = 4OD \cdot OP$;

(3) 若 $BC=8$, $\tan \angle AFP = \frac{2}{3}$, 求 DE 的长.



27 题图



27 题备用图

(1) 证明: $\because D$ 是弦 AC 中点, $\therefore OD \perp AC$, $\therefore PD$ 是 AC 的中垂线, $\therefore PA = PC$, $\therefore \angle PAC = \angle PCA$.
 $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径, $\therefore \angle ACB = 90^\circ$, $\therefore \angle CAB + \angle CBA = 90^\circ$.

又 $\because \angle PCA = \angle ABC$, $\therefore \angle PCA + \angle CAB = 90^\circ$, $\therefore \angle CAB + \angle PAC = 90^\circ$, 即 $AB \perp PA$, $\therefore PA$ 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 证明: 由 (1) 知 $\angle ODA = \angle OAP = 90^\circ$,

$\therefore \text{Rt} \triangle AOD \sim \text{Rt} \triangle POA$, $\therefore \frac{AO}{PO} = \frac{DO}{AO}$, $\therefore OA^2 = OP \cdot OD$.

又 $OA = \frac{1}{2}EF$, $\therefore \frac{1}{4}EF^2 = OP \cdot OD$, 即 $EF^2 = 4OP \cdot OD$.

(3) 解: 在 $\text{Rt} \triangle ADF$ 中, 设 $AD = a$, 则 $DF = 3a$. $OD = \frac{1}{2}BC = 4$, $AO = OF = 3a - 4$.

$\because OD^2 + AD^2 = AO^2$, 即 $4^2 + a^2 = (3a - 4)^2$, 解得 $a = \frac{24}{5}$, $\therefore DE = OE - OD = 3a - 8 = \frac{32}{5}$.

28. (本题 9 分)

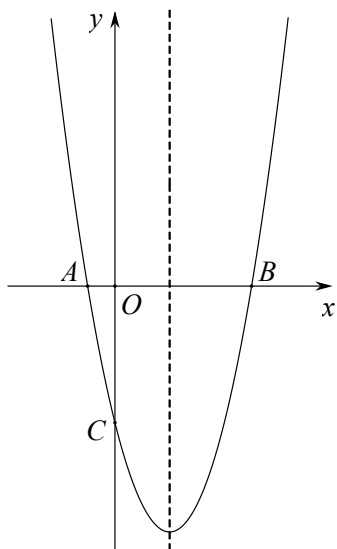
如图, 抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 的对称轴为直线 $x = 2$, 抛物线与 x 轴交于点 A 和点 B , 与 y 轴交于点 C , 且点 A 的坐标为 $(-1, 0)$.

(1) 求抛物线的函数表达式;

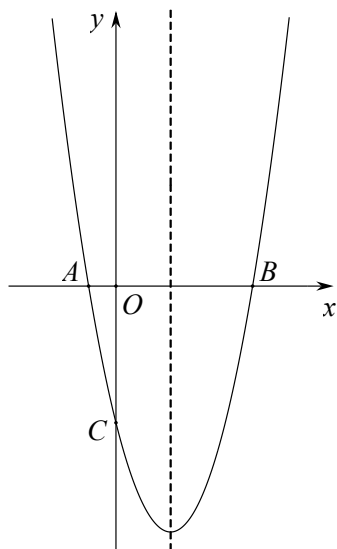
(2) 将抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 图象 x 轴下方部分沿 x 轴向上翻折, 保留抛物线在 x 轴上的

点和 x 轴上方图象, 得到的新图象与直线 $y=t$ 恒有四个交点, 从左到右四个交点依次记为 D, E, F, G . 当以 EF 为直径的圆过点 $Q(2, 1)$ 时, 求 t 的值;

(3) 在抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 上, 当 $m \leq x \leq n$ 时, y 的取值范围是 $m \leq y \leq 7$, 请直接写出 x 的取值范围.



28 题图



28 题备用图

解: (1) 抛物线的对称轴是 $x=2$, 且过点 $A(-1, 0)$ 点, $\therefore \begin{cases} -\frac{b}{2} = 2 \\ (-1)^2 + b \times (-1) + c = 0 \end{cases}, \therefore \begin{cases} b = 4 \\ c = -5 \end{cases}$,

$\therefore$ 抛物线的函数表达式为: $y = x^2 - 4x - 5$;

(2) 解: $\because y = x^2 - 4x - 5 = (x-2)^2 - 9$, $\therefore x$ 轴下方图象翻折后得到的部分函数解析式

为: $y = -x^2 + 4x + 5 = -(x-2)^2 + 9$ ($-1 < x < 5$), 其顶点为 $(2, 9)$.

$\because$ 新图象与直线 $y=t$ 恒有四个交点, $\therefore 0 < t < 9$.

设 $E(x_1, y_1), F(x_2, y_2)$.

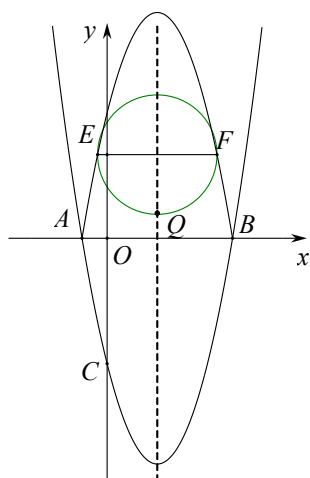
由 $\begin{cases} y = t \\ y = -x^2 + 4x + 5 \end{cases}$ 得 $x^2 - 4x + t - 5 = 0$,

解得 $x_1 = 2 - \sqrt{9-t}, x_2 = 2 + \sqrt{9-t}$

$\therefore$ 以 EF 为直径的圆过点 $Q(2, 1)$, $\therefore EF = 2|t-1| = x_2 - x_1$,

即 $2\sqrt{9-t} = 2|t-1|$, 解得 $t = \frac{1 \pm \sqrt{33}}{2}$.

又 $\because 0 < t < 9$, $\therefore t$ 的值为 $\frac{1+\sqrt{33}}{2}$;



(3) x 的取值范围是: $-2 \leq x \leq 2 - \sqrt{7}$ 或 $\frac{5+3\sqrt{5}}{2} \leq x \leq 6$.

会员升级服务第一拨 · 清北季



神马，有清华北大学霸方法论课；还有清华学霸向所有的父母亲述自己求学之路；

衡水名校试卷悄悄的上线了；

扫qq领取官网不首发课程，很多人我没告诉他啊！

会员qq专享等你来撩.....