

2019 年哈尔滨中考数学试卷

一. 选择题 (共 10 小题)

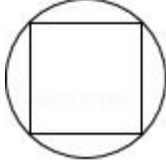
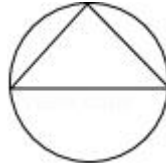
1. -9 的相反数是 ()

- A. -9 B. $-\frac{1}{9}$ C. 9 D. $\frac{1}{9}$

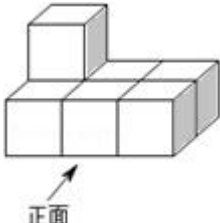
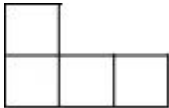
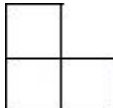
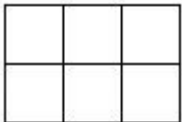
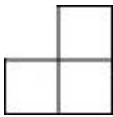
2. 下列运算一定正确的是 ()

- A. $2a+2a=2a^2$ B. $a^2 \cdot a^3 = a^6$
C. $(2a^2)^3 = 6a^6$ D. $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

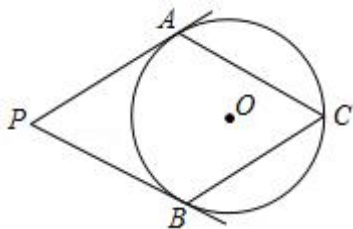
3. 下列图形中既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()

- A.  B. 
C.  D. 

4. 七个大小相同的正方体搭成的几何体如图所示, 其左视图是 ()

- 
- A.  B. 
C.  D. 

5. 如图, PA 、 PB 分别与 $\odot O$ 相切于 A 、 B 两点, 点 C 为 $\odot O$ 上一点, 连接 AC 、 BC , 若 $\angle P = 50^\circ$, 则 $\angle ACB$ 的度数为 ()



- A. 60° B. 75° C. 70° D. 65°

6. 将抛物线 $y=2x^2$ 向上平移 3 个单位长度, 再向右平移 2 个单位长度, 所得到的抛物线为 ()

- A. $y=2(x+2)^2+3$ B. $y=2(x-2)^2+3$
C. $y=2(x-2)^2-3$ D. $y=2(x+2)^2-3$

7. 某商品经过连续两次降价, 售价由原来的每件 25 元降到每件 16 元, 则平均每次降价的百分率为 ()

- A. 20% B. 40% C. 18% D. 36%

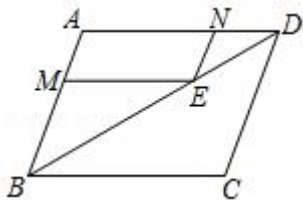
8. 方程 $\frac{2}{3x-1} = \frac{3}{x}$ 的解为 ()

- A. $x = \frac{3}{11}$ B. $x = \frac{11}{3}$ C. $x = \frac{3}{7}$ D. $x = \frac{7}{3}$

9. 点 $(-1, 4)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上, 则下列各点在此函数图象上的是 ()

- A. $(4, -1)$ B. $(-\frac{1}{4}, 1)$ C. $(-4, -1)$ D. $(\frac{1}{4}, 2)$

10. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 点 E 在对角线 BD 上, $EM \parallel AD$, 交 AB 于点 M , $EN \parallel AB$, 交 AD 于点 N , 则下列式子一定正确的是 ()



- A. $\frac{AM}{BM} = \frac{NE}{DE}$ B. $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD}$ C. $\frac{BC}{ME} = \frac{BE}{BD}$ D. $\frac{BD}{BE} = \frac{BC}{EM}$

二. 填空题 (共 10 小题)

11. 将数 6260000 用科学记数法表示为_____.

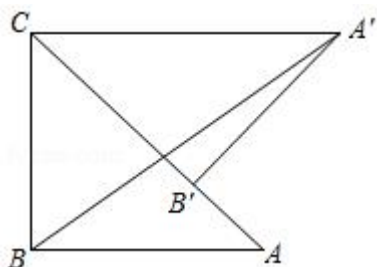
12. 在函数 $y = \frac{3x}{2x-3}$ 中, 自变量 x 的取值范围是_____.

13. 把多项式 $a^3 - 6a^2b + 9ab^2$ 分解因式的结果是_____.

14. 不等式组 $\begin{cases} \frac{3-x}{2} \leq 0 \\ 3x+2 \geq 1 \end{cases}$ 的解集是_____.

15. 二次函数 $y = -(x-6)^2 + 8$ 的最大值是_____.

16. 如图, 将 $\triangle ABC$ 绕点 C 逆时针旋转得到 $\triangle A'B'C$, 其中点 A' 与 A 是对应点, 点 B' 与 B 是对应点, 点 B' 落在边 AC 上, 连接 $A'B$, 若 $\angle ACB = 45^\circ$, $AC = 3$, $BC = 2$, 则 $A'B$ 的长为_____.

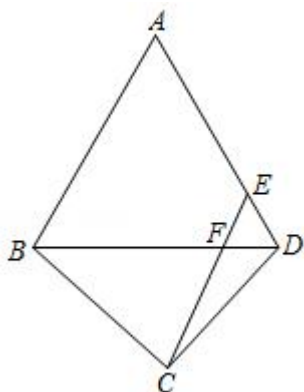


17. 一个扇形的弧长是 11π cm, 半径是 18 cm, 则此扇形的圆心角是_____度.

18. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 50^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, 点 D 在 AB 边上, 连接 CD , 若 $\triangle ACD$ 为直角三角形, 则 $\angle BCD$ 的度数为_____度.

19. 同时掷两枚质地均匀的骰子, 每枚骰子的六个面上分别刻有 1 到 6 的点数, 则这两枚骰子向上的一面出现的点数相同的概率为_____.

20. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB = AD$, $BC = DC$, $\angle A = 60^\circ$, 点 E 为 AD 边上一点, 连接 BD , CE , CE 与 BD 交于点 F , 且 $CE \parallel AB$, 若 $AB = 8$, $CE = 6$, 则 BC 的长为_____.



三. 解答题 (共 7 小题)

21. 先化简再求值: $(\frac{x+2}{x-2} - \frac{x^2-2x}{x^2-4x+4}) \div \frac{x-4}{x-2}$, 其中 $x = 4\tan 45^\circ + 2\cos 30^\circ$.

22. 图 1、2 是两张形状和大小完全相同的方格纸, 方格纸中每个小正方形的边长均为 1, 线段 AC 的两个端点均在小正方形的顶点上.

(1) 在图 1 中画出以 AC 为底边的等腰直角三角形 ABC, 点 B 在小正方形顶点上;

(2) 在图 2 中画出以 AC 为腰的等腰三角形 ACD, 点 D 在小正方形的顶点上, 且 $\triangle ACD$ 的面积为 8.

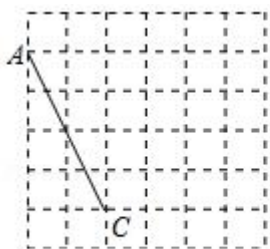


图1

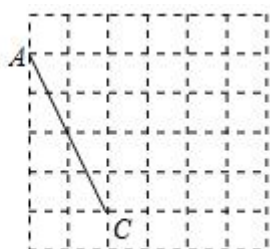


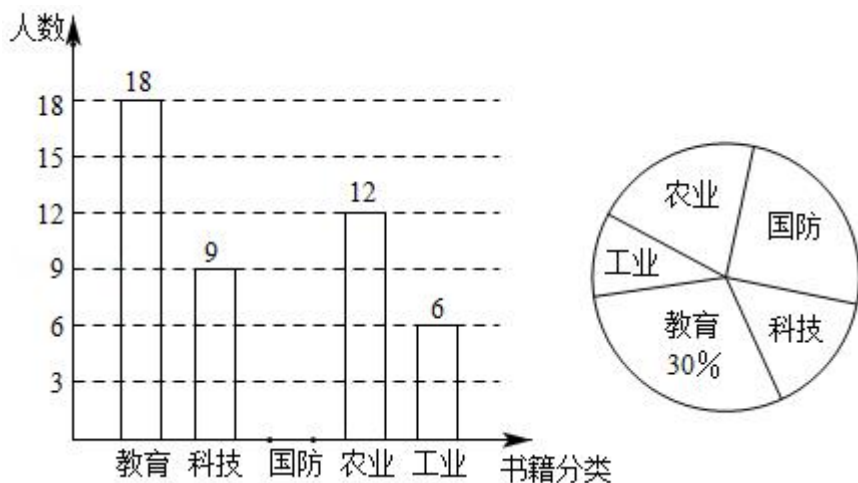
图2

23. 建国七十周年到来之际, 海庆中学决定举办以“祖国在我心中”为主题的读书活动. 为了使活动更具有针对性, 学校在全校范围内随机抽取部分学生进行问卷调查, 要求学生在“教育、科技、国防、农业、工业”五类书籍中, 选取自己最想读的一种 (必选且只选一种), 学校将收集到的调查结果适当整理后, 绘制成如图所示的不完整的统计图. 请根据图中所给的信息解答下列问题:

(1) 在这次调查中, 一共抽取了多少名学生?

(2) 请通过计算补全条形统计图;

(3) 如果海庆中学共有 1500 名学生, 请你估计该校最想读科技类书籍的学生有多少名.



24. 已知：在矩形 $ABCD$ 中， BD 是对角线， $AE \perp BD$ 于点 E ， $CF \perp BD$ 于点 F 。

(1) 如图 1，求证： $AE = CF$ ；

(2) 如图 2，当 $\angle ADB = 30^\circ$ 时，连接 AF 、 CE ，在不添加任何辅助线的情况下，请直接写出图 2 中四个三角形，使写出的每个三角形的面积都等于矩形 $ABCD$ 面积的 $\frac{1}{8}$ 。

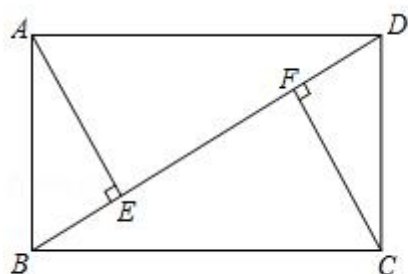


图1

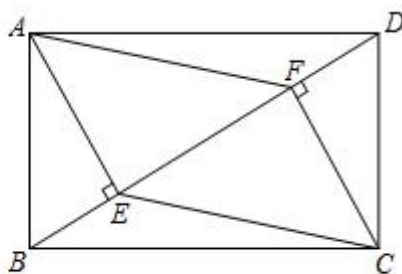


图2

25. 寒梅中学为了丰富学生的课余生活，计划购买围棋和中国象棋供棋类兴趣小组活动使用。若购买 3 副围棋和 5 副中国象棋需用 98 元；若购买 8 副围棋和 3 副中国象棋需用 158 元；

(1) 求每副围棋和每副中国象棋各多少元；

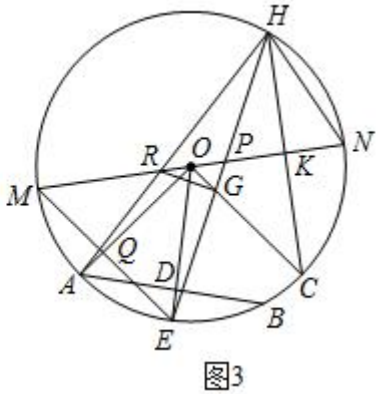
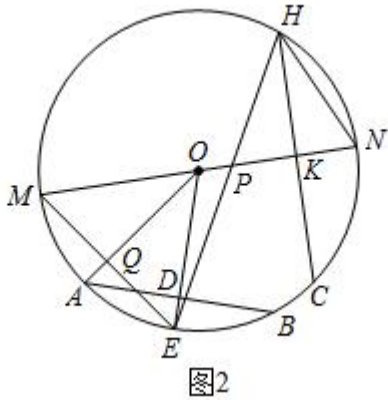
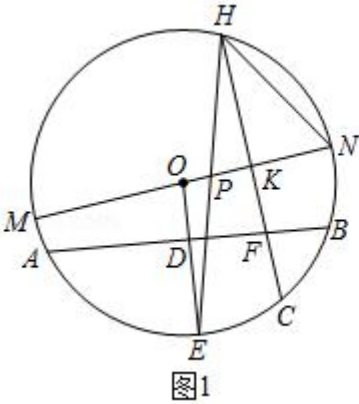
(2) 寒梅中学决定购买围棋和中国象棋共 40 副，总费用不超过 550 元，那么寒梅中学最多可以购买多少副围棋？

26. 已知: MN 为 $\odot O$ 的直径, OE 为 $\odot O$ 的半径, AB 、 CH 是 $\odot O$ 的两条弦, $AB \perp OE$ 于点 D , $CH \perp MN$ 于点 K , 连接 HN 、 HE , HE 与 MN 交于点 P .

(1) 如图 1, 若 AB 与 CH 交于点 F , 求证: $\angle HFB = 2\angle EHN$;

(2) 如图 2, 连接 ME 、 OA , OA 与 ME 交于点 Q , 若 $OA \perp ME$, $\angle EON = 4\angle CHN$, 求证: $MP = AB$;

(3) 如图 3, 在 (2) 的条件下, 连接 OC 、 BC 、 AH , OC 与 EH 交于点 G , AH 与 MN 交于点 R , 连接 RG , 若 $HK: ME = 2: 3$, $BC = \sqrt{2}$, 求 RG 的长.



27. 如图, 在平面直角坐标系中, 点 O 为坐标原点, 直线 $y = \frac{4}{3}x + 4$ 与 x 轴交于点 A , 与 y 轴交于点 B , 直线 BC 与 x 轴交于点 C , 且点 C 与点 A 关于 y 轴对称;

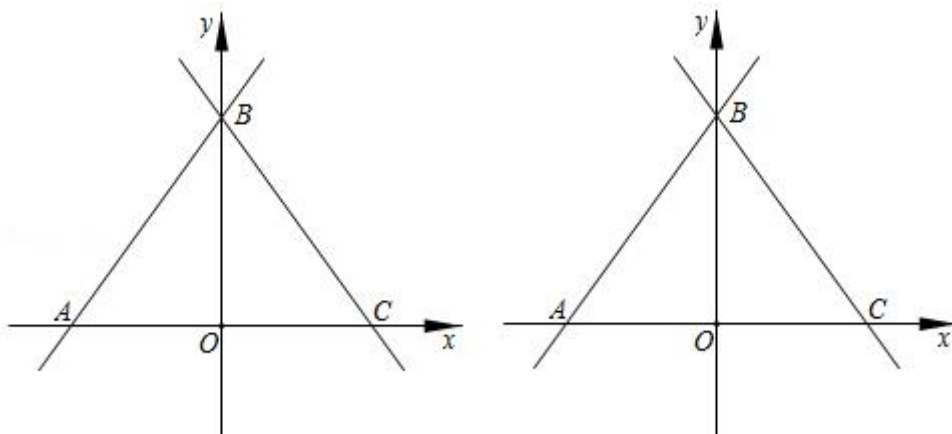
(1) 求直线 BC 的解析式;

(2) 点 P 为线段 AB 上一点, 点 Q 为线段 BC 上一点, $BQ = AP$, 连接 PQ , 设点 P 的横坐标为 t , $\triangle PBQ$ 的面积为 S ($S \neq 0$), 求 S 与 t 之间的函数关系式 (不要求写出自变量 t 的取值范围).

围);

(3) 在 (2) 的条件下, 点 E 在线段 OA 上, 点 R 在线段 BC 的延长线上, 且点 R 的纵坐标为 $-\frac{2}{5}$, 连接 PE 、 BE 、 AQ , AQ 与 BE 交于点 F , $\angle APE = \angle CBE$, 连接 PF , PF 的延长线与 y

轴的负半轴交于点 M , 连接 QM 、 MR , 若 $\tan \angle QMR = \frac{24}{23}$, 求直线 PM 的解析式.



答案:

1. C. 2. D. 3. B. 4. B. 5. D. 6. B. 7. A. 8. C. 9. A. 10. D.

11. 6.26×10^6 . 12. $x \neq \frac{3}{2}$. 13. $a(a-3b)^2$. 14. $x \geq 3$. 15. 8. 16. $\sqrt{13}$. 17. 110. 8. 60°

或 10. 19. $\frac{1}{6}$. 20. $2\sqrt{7}$.

$$21. \text{ 解: 原式 } = \left[\frac{x+2}{x-2} - \frac{x(x-2)}{(x-2)^2} \right] \div \frac{x-4}{x-2}$$

$$= \left(\frac{x+2}{x-2} - \frac{x}{x-2} \right) \cdot \frac{x-2}{x-4}$$

$$= \frac{2}{x-2} \cdot \frac{x-2}{x-4}$$

$$= \frac{2}{x-4},$$

$$\text{当 } x = 4 \tan 45^\circ + 2 \cos 30^\circ = 4 \times 1 + 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4 + \sqrt{3} \text{ 时,}$$

$$\text{原式} = \frac{2}{4 + \sqrt{3} - 4}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

22. 解:

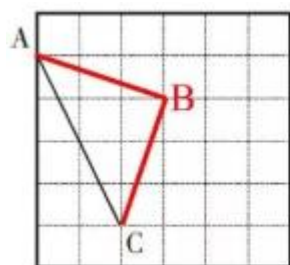


图 1

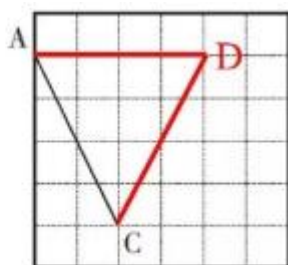


图 2

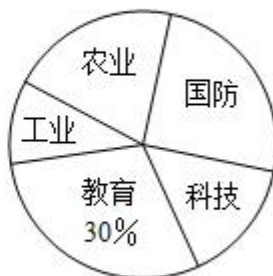
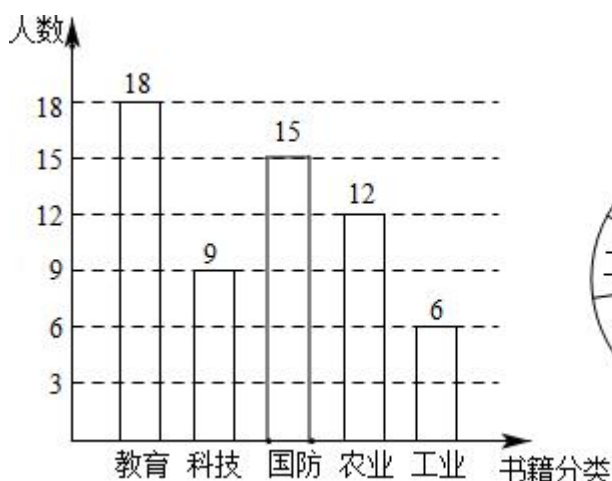
23. 解: (1) 根据题意得: $18 \div 30\% = 60$ (名),

答: 在这次调查中, 一共抽取了 60 名学生;

(2) $60 - (18 + 9 + 12 + 6) = 15$ (名),

则本次调查中, 选取国防类书籍的学生有 15 名,

补全条形统计图, 如图所示:



(3) 根据题意得: $1500 \times \frac{9}{60} = 225$ (名),

答: 该校最想读科技类书籍的学生有 225 名.

24. 解: (1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 为矩形 $\therefore AB \parallel CD$ 且 $AB = CD \therefore \angle ABE = \angle CDF \therefore AE \perp BD \therefore \angle AEB = 90^\circ \therefore CE \perp BD \therefore \angle CFD = 90^\circ \therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF$ (AAS) $\therefore AE = CF$.

(2) $\triangle AFD$, $\triangle ABE$, $\triangle BEC$, $\triangle FDC$.

25. 解: (1) 设每副围棋 x 元, 每副中国象棋 y 元,

根据题意得: $\begin{cases} 3x+5y=98 \\ 8x+3y=158 \end{cases}$,

$$\therefore \begin{cases} x=16 \\ y=10 \end{cases},$$

答: 每副围棋 16 元, 每副中国象棋 10 元;

(2) 设购买围棋 z 副, 则购买象棋 $(40-z)$ 副,

根据题意得: $16z+10(40-z) \leq 550$,

$$\therefore z \leq 25,$$

答: 最多可以购买 25 副围棋;

26. 解: (1) 如图 1, $\because AB \perp OE$ 于点 D , $CH \perp MN$ 于点 K

$$\therefore \angle ODB = \angle OKC = 90^\circ$$

$$\therefore \angle ODB + \angle DFK + \angle OKC + \angle EON = 360^\circ$$

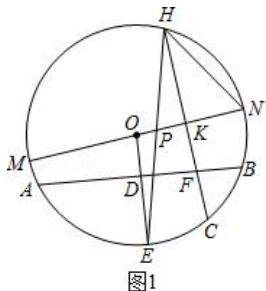
$$\therefore \angle DFK + \angle EON = 180^\circ$$

$$\therefore \angle DFK + \angle HFB = 180^\circ$$

$$\therefore \angle HFB = \angle EON$$

$$\therefore \angle EON = 2\angle EHN$$

$$\therefore \angle HFB = 2\angle EHN$$



(2) 如图 2, 连接 OB ,

$$\therefore OA \perp ME,$$

$$\therefore \angle AOM = \angle AOE$$

$$\therefore AB \perp OE$$

$$\therefore \angle AOE = \angle BOE$$

$$\therefore \angle AOM + \angle AOE = \angle AOE + \angle BOE,$$

$$\therefore HK: ME=2: 3, \text{ 即: } OQ: 2MQ=2: 3$$

$$\therefore OQ: MQ=4: 3$$

$$\therefore \text{ 设 } OQ=4k, MQ=3k,$$

$$\text{ 则 } OM=\sqrt{OQ^2+MQ^2}=\sqrt{(4k)^2+(3k)^2}=5k, AB=ME=6k$$

$$\text{ 在 Rt}\triangle OAC \text{ 中, } AC=\sqrt{OA^2+OC^2}=\sqrt{(5k)^2+(5k)^2}=5\sqrt{2}k$$

$$\therefore \text{ 四边形 } ABCH \text{ 内接于 } \odot O, \angle AHC=\frac{1}{2}\angle AOC=\frac{1}{2}\times 90^\circ=45^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC=180^\circ-\angle AHC=180^\circ-45^\circ=135^\circ,$$

$$\therefore \angle ABF=180^\circ-\angle ABC=180^\circ-135^\circ=45^\circ$$

$$\therefore AF=BF=AB\cdot\cos\angle ABF=6k\cdot\cos 45^\circ=3\sqrt{2}k$$

$$\text{ 在 Rt}\triangle ACF \text{ 中, } AF^2+CF^2=AC^2$$

$$\text{ 即: } (3\sqrt{2}k)^2+(3\sqrt{2}k+\sqrt{2})^2=(5\sqrt{2}k)^2, \text{ 解得: } k_1=1, k_2=-\frac{1}{7} \text{ (不符合题意, 舍去)}$$

$$\therefore OQ=HK=4, MQ=OK=3, OM=ON=5$$

$$\therefore KN=KP=2, OP=ON-KN-KP=5-2-2=1,$$

$$\text{ 在 } \triangle HKR \text{ 中, } \angle HKR=90^\circ, \angle RHK=45^\circ,$$

$$\therefore \frac{RK}{HK}=\tan\angle RHK=\tan 45^\circ=1$$

$$\therefore RK=HK=4$$

$$\therefore OR=RN-ON=4+2-5=1$$

$$\therefore \angle CON=\angle OMQ$$

$$\therefore OC\parallel ME$$

$$\therefore \angle PGO=\angle HEM$$

$$\therefore \angle EPM=\angle HEM$$

$$\therefore \angle PGO=\angle EPM$$

$$\therefore OG=OP=OR=1$$

$$\therefore \angle PGR=90^\circ$$

$$\text{ 在 Rt}\triangle HPK \text{ 中, } PH=\sqrt{HK^2+PK^2}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$$

$$\because \angle POG = \angle PHN, \quad \angle OPG = \angle HPN$$

$$\therefore \triangle POG \sim \triangle PHN$$

$$\therefore \frac{PG}{PO} = \frac{PN}{PH}, \quad \text{即} \frac{PG}{1} = \frac{4}{2\sqrt{5}}, \quad PG = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\therefore RG = \sqrt{RP^2 - PG^2} = \sqrt{2^2 - \left(\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)^2} = \frac{4\sqrt{5}}{5}.$$

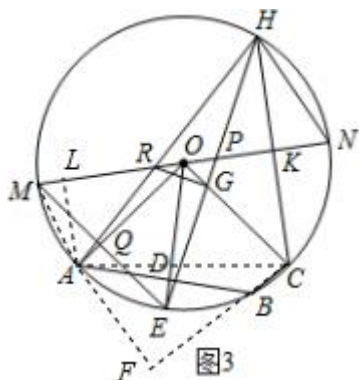


图3

27. 解: (1) $\because y = \frac{4}{3}x + 4,$

$$\therefore A(-3, 0) \quad B(0, 4),$$

$\because$ 点 C 与点 A 关于 y 轴对称,

$$\therefore C(3, 0),$$

设直线 BC 的解析式为 $y = kx + b,$

将 $B(0, 4), C(3, 0)$ 代入,

$$\begin{cases} 3k + b = 0 \\ b = 4 \end{cases},$$

解得 $k = -\frac{4}{3}, \quad b = 4,$

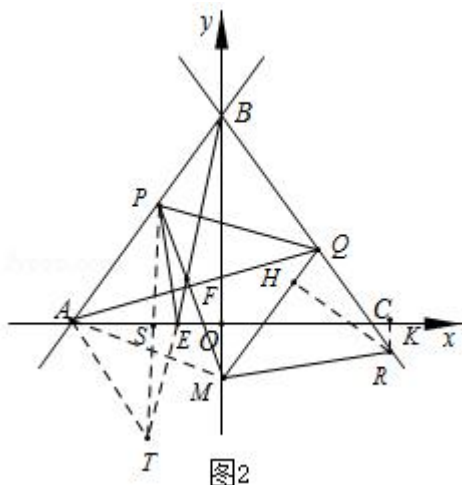
$$\therefore \text{直线 } BC \text{ 的解析式 } y = -\frac{4}{3}x + 4;$$

(2) 如图 1, 过点 A 作 $AD \perp BC$ 于点 D , 过点 P 作 $PN \perp BC$ 于 N , $PG \perp OB$ 于点 G .

$$\therefore S = \frac{1}{2}BQ \cdot PN = \frac{1}{2} \left(5 + \frac{5}{3}t\right) \cdot \left(-\frac{8}{5}t\right),$$

$$\text{即 } S = -\frac{4}{3}t^2 - 4t;$$

(3) 如图, 延长 BE 至 T 使 $ET = EP$, 连接 AT 、 PT 、 AM 、 PT 交 OA 于点 S .



$$\because \angle APE = \angle EBC, \quad \angle BAC = \angle BCA,$$

$$\therefore 180^\circ - \angle APE - \angle BAC = 180^\circ - \angle EBC - \angle ACB,$$

$$\therefore \angle PEA = \angle BEC = \angle AET,$$

$$\therefore PT \perp AE, \quad PS = ST,$$

$$\therefore AP = AT, \quad \angle TAE = \angle PAE = \angle ACB,$$

$$AT \parallel BC,$$

$$\therefore \angle TAE = \angle FQB,$$

$$\because \angle AFT = \angle BFQ, \quad AT = AP = BQ,$$

$$\therefore \triangle ATF \cong \triangle QBF,$$

$$\therefore AF = QF, \quad TF = BF,$$

$$\because \angle PSA = \angle BOA = 90^\circ,$$

$$\therefore PT \parallel BM,$$

$$\therefore \angle TBM = \angle PTB,$$

$$\because \angle BFM = \angle PFT,$$

$$\therefore \triangle MBF \cong \triangle PTF,$$

$$\therefore MF = PF, \quad BM = PT,$$

$\therefore$ 四边形 $AMPQ$ 为平行四边形,

$$\therefore AP \parallel MQ, \quad MQ = AP = BQ,$$

$$\therefore \angle MQR = \angle ABC,$$

过点 R 作 $RH \perp MQ$ 于点 H ,

$$\therefore \sin \angle ABC = \sin \angle MQR = \frac{RH}{RQ} = \frac{24}{25},$$

设 $QR = 25a$, $HR = 24a$, 则 $QH = 7a$,

$$\therefore \tan \angle QMR = \frac{24}{23},$$

$$\therefore MH = 23a, \quad BQ = MQ = 23a + 7a = 30a, \quad BR = BQ + QR = 55a,$$

过点 R 作 $RK \perp x$ 轴于点 K .

$$\therefore \text{点 } R \text{ 的纵坐标为 } -\frac{2}{5},$$

$$\therefore RK = \frac{2}{5},$$

$$\therefore \sin \angle BCO = \frac{BO}{BC} = \sin \angle KCR = \frac{KR}{CR} = \frac{4}{5},$$

$$\therefore CR = \frac{1}{2}, \quad BR = \frac{11}{2},$$

$$\therefore 55a = \frac{11}{2}, \quad a = \frac{1}{10},$$

$$\therefore BQ = 30a = 3,$$

$$\therefore 5 + \frac{5}{3}t = 3, \quad t = -\frac{6}{5},$$

$$\therefore P \left(-\frac{6}{5}, \frac{12}{5} \right),$$

$$\therefore PS = \frac{12}{5},$$

$$\therefore BM = PT = 2PS = \frac{24}{5}, \quad BO = 4,$$

$$\therefore OM = \frac{4}{5},$$

$$\therefore M \left(0, -\frac{4}{5} \right),$$

设直线 PM 的解析式为 $y = mx + n$,

$$\therefore \begin{cases} \frac{6}{5}m + n = \frac{12}{5} \\ n = -\frac{4}{5} \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} m = -\frac{8}{3} \\ n = -\frac{4}{5} \end{cases},$$

$\therefore$ 直线 PM 的解析式为 $y = -\frac{8}{3}x - \frac{4}{5}$.

会员升级服务第一拨 · 清北季



神马，有清华北大学霸方法论课；还有清华学霸向所有的父母亲述自己求学之路；

衡水名校试卷悄悄的上线了；

扫qq领取官网不首发课程，很多人我没告诉他啊！

会员qq专享等你来撩.....