

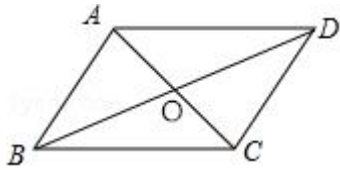
黑龙江省龙东地区 2018 年中考数学真题试题

一、填空题（每题 3 分，满分 30 分）

1. (3.00 分) 人民日报 2018 年 2 月 23 日报道, 2017 年黑龙江粮食总产量达到 1203.76 亿斤, 成功超越 1200 亿斤, 连续七年居全国首位, 将 1200 亿斤用科学记数法表示为_____斤.

2. (3.00 分) 在函数 $y = \frac{\sqrt{x+2}}{x}$ 中, 自变量 x 的取值范围是_____.

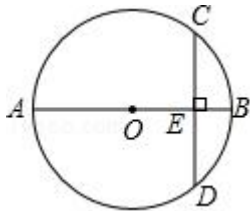
3. (3.00 分) 如图, 在平行四边形 ABCD 中, 添加一个条件_____使平行四边形 ABCD 是菱形.



4. (3.00 分) 掷一枚质地均匀的骰子, 向上一面的点数为 5 的概率是_____.

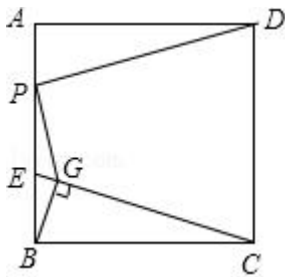
5. (3.00 分) 若关于 x 的一元一次不等式组 $\begin{cases} x-a > 0 \\ 2x-3 < 1 \end{cases}$ 有 2 个负整数解, 则 a 的取值范围是_____.

6. (3.00 分) 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$ 于点 E, 已知 $CD=6$, $EB=1$, 则 $\odot O$ 的半径为_____.



7. (3.00 分) 用一块半径为 4, 圆心角为 90° 的扇形纸片围成一个圆锥的侧面, 则此圆锥的高为_____.

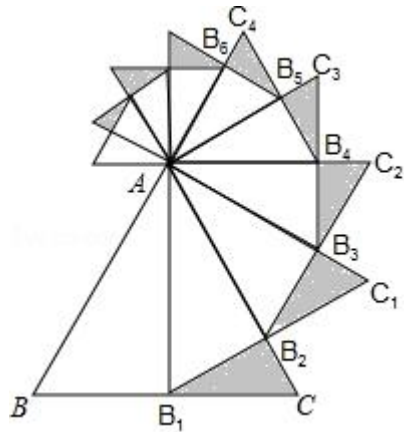
8. (3.00 分) 如图, 已知正方形 ABCD 的边长是 4, 点 E 是 AB 边上一动点, 连接 CE, 过点 B 作 $BG \perp CE$ 于点 G, 点 P 是 AB 边上另一动点, 则 $PD+PG$ 的最小值为_____.



9. (3.00 分) $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, $AB=3$, $BC=4$, 过点 B 的直线把 $\triangle ABC$ 分割成两

个三角形，使其中只有一个是等腰三角形，则这个等腰三角形的面积是_____.

10. (3.00 分) 如图，已知等边 $\triangle ABC$ 的边长是 2，以 BC 边上的高 AB_1 为边作等边三角形，得到第一个等边 $\triangle AB_1C_1$ ；再以等边 $\triangle AB_1C_1$ 的 B_1C_1 边上的高 AB_2 为边作等边三角形，得到第二个等边 $\triangle AB_2C_2$ ；再以等边 $\triangle AB_2C_2$ 的 B_2C_2 边上的高 AB_3 为边作等边三角形，得到第三个等边 $\triangle AB_3C_3$ ； $\cdots$ ，记 $\triangle B_1CB_2$ 的面积为 S_1 ， $\triangle B_2C_1B_3$ 的面积为 S_2 ， $\triangle B_3C_2B_4$ 的面积为 S_3 ，如此下去，则 $S_n =$ _____.



二、选择题 (每题 3 分，满分 30 分)

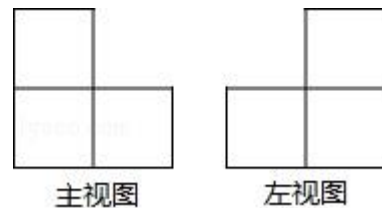
11. (3.00 分) 下列各运算中，计算正确的是 ()

- A. $a^{12} \div a^3 = a^4$ B. $(3a^2)^3 = 9a^6$
C. $(a-b)^2 = a^2 - ab + b^2$ D. $2a \cdot 3a = 6a^2$

12. (3.00 分) 下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



13. (3.00 分) 如图是由若干个小正方体搭成的一个几何体的主视图和左视图，则组成这个几何体的小正方体的个数不可能是 ()



- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

14. (3.00 分) 某学习小组的五名同学在一次数学竞赛中的成绩分别是 94 分、98 分、90 分、

94 分、74 分，则下列结论正确的是（ ）

A. 平均分是 91 B. 中位数是 90 C. 众数是 94 D. 极差是 20

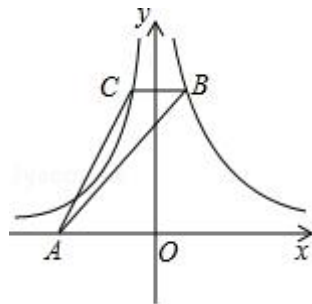
15. (3.00 分) 某中学组织初三学生篮球比赛，以班为单位，每两班之间都比赛一场，计划安排 15 场比赛，则共有多少个班级参赛？（ ）

A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

16. (3.00 分) 已知关于 x 的分式方程 $\frac{m-2}{x+1}=1$ 的解是负数，则 m 的取值范围是（ ）

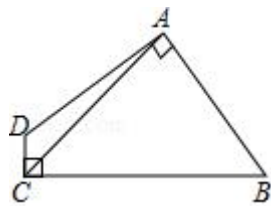
A. $m \leq 3$ B. $m \leq 3$ 且 $m \neq 2$ C. $m < 3$ D. $m < 3$ 且 $m \neq 2$

17. (3.00 分) 如图，平面直角坐标系中，点 A 是 x 轴上任意一点， BC 平行于 x 轴，分别交 $y=\frac{3}{x}$ ($x>0$)、 $y=\frac{k}{x}$ ($x<0$) 的图象于 B 、 C 两点，若 $\triangle ABC$ 的面积为 2，则 k 值为（ ）



A. -1 B. 1 C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

18. (3.00 分) 如图，四边形 $ABCD$ 中， $AB=AD$ ， $AC=5$ ， $\angle DAB=\angle DCB=90^\circ$ ，则四边形 $ABCD$ 的面积为（ ）



A. 15 B. 12.5 C. 14.5 D. 17

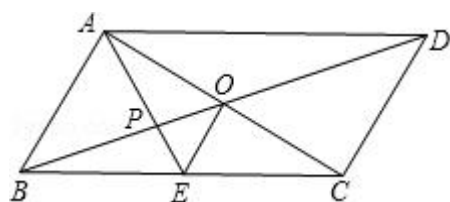
19. (3.00 分) 为奖励消防演练活动中表现优异的同学，某校决定用 1200 元购买篮球和排球，其中篮球每个 120 元，排球每个 90 元，在购买资金恰好用尽的情况下，购买方案有（ ）

A. 4 种 B. 3 种 C. 2 种 D. 1 种

20. (3.00 分) 如图，平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O ， AE 平分 $\angle BAD$ ，分别交 BC 、 BD 于点 E 、 P ，连接 OE ， $\angle ADC=60^\circ$ ， $AB=\frac{1}{2}BC=1$ ，则下列结论：

① $\angle CAD=30^\circ$ ② $BD=\sqrt{7}$ ③ $S_{\text{平行四边形 } ABCD}=AB \cdot AC$ ④ $OE=\frac{1}{4}AD$ ⑤ $S_{\triangle APO}=\frac{\sqrt{3}}{12}$ ，正确的个数是

()



A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

三、解答题 (满分 60 分)

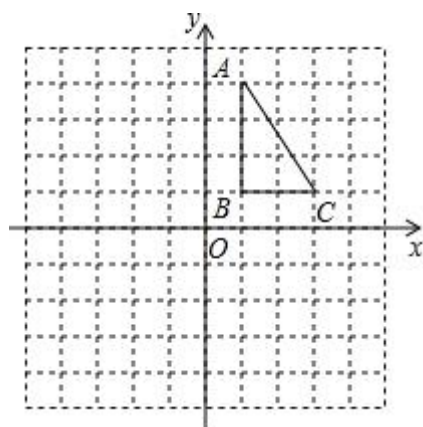
21. (5.00 分) 先化简, 再求值: $(1 - \frac{a}{a^2+a}) \div \frac{a^2-1}{a^2+2a+1}$, 其中 $a = \sin 30^\circ$.

22. (6.00 分) 如图, 正方形网格中, 每个小正方形的边长都是一个单位长度, 在平面直角坐标系内, $\triangle ABC$ 的三个顶点坐标分别为 A (1, 4), B (1, 1), C (3, 1).

(1) 画出 $\triangle ABC$ 关于 x 轴对称的 $\triangle A_1B_1C_1$;

(2) 画出 $\triangle ABC$ 绕点 O 逆时针旋转 90° 后的 $\triangle A_2B_2C_2$;

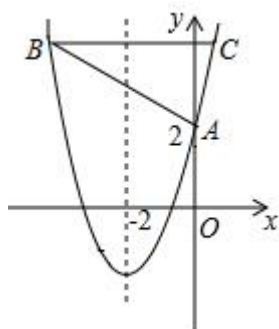
(3) 在 (2) 的条件下, 求线段 BC 扫过的面积 (结果保留 π).



23. (6.00 分) 如图, 抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 与 y 轴交于点 A (0, 2), 对称轴为直线 $x = -2$, 平行于 x 轴的直线与抛物线交于 B、C 两点, 点 B 在对称轴左侧, $BC = 6$.

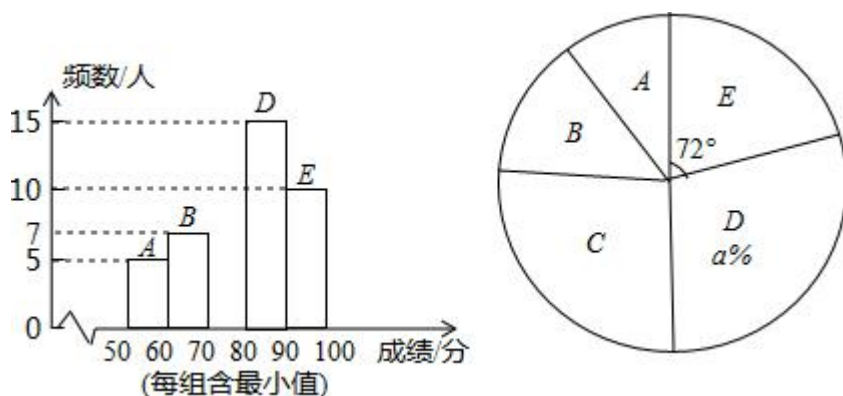
(1) 求此抛物线的解析式.

(2) 点 P 在 x 轴上, 直线 CP 将 $\triangle ABC$ 面积分成 2: 3 两部分, 请直接写出 P 点坐标.



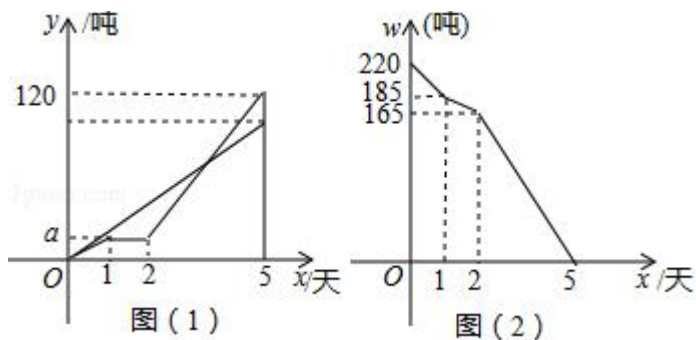
24. (7.00 分) 为响应党的“文化自信”号召，某校开展了古诗词诵读大赛活动，现随机抽取部分同学的成绩进行统计，并绘制成如下的两个不完整的统计图，请结合图中提供的信息，解答下列各题：

- (1) 直接写出 a 的值， $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ，并把频数分布直方图补充完整.
- (2) 求扇形 B 的圆心角度数.
- (3) 如果全校有 2000 名学生参加这次活动，90 分以上（含 90 分）为优秀，那么估计获得优秀奖的学生有多少人？



25. (8.00 分) 某市制米厂接到加工大米任务，要求 5 天内加工完 220 吨大米，制米厂安排甲、乙两车间共同完成加工任务，乙车间加工中途停工一段时间维修设备，然后改变加工效率继续加工，直到与甲车间同时完成加工任务为止. 设甲、乙两车间各自加工大米数量 y (吨) 与甲车间加工时间 s (天) 之间的关系如图 (1) 所示；未加工大米 w (吨) 与甲加工时间 x (天) 之间的关系如图 (2) 所示，请结合图象回答下列问题：

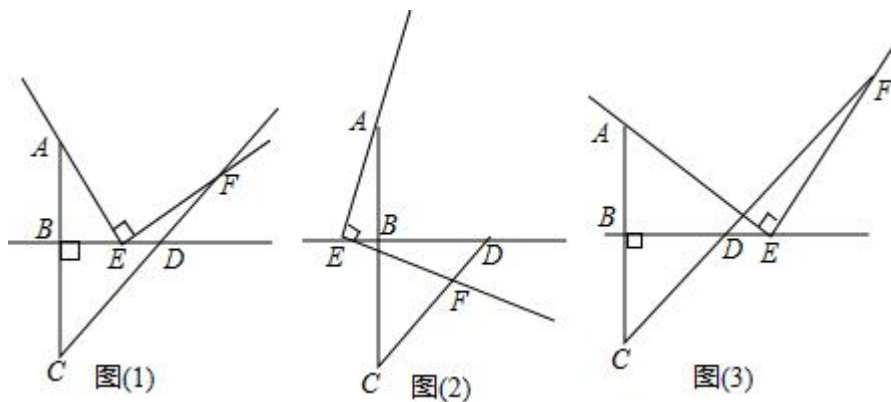
- (1) 甲车间每天加工大米 $\underline{\hspace{2cm}}$ 吨， $a = \underline{\hspace{2cm}}$.
- (2) 求乙车间维修设备后，乙车间加工大米数量 y (吨) 与 x (天) 之间函数关系式.
- (3) 若 55 吨大米恰好装满一节车厢，那么加工多长时间装满第一节车厢？再加工多长时间恰好装满第二节车厢？



26. (8.00 分) 如图，在 $Rt\triangle BCD$ 中， $\angle CBD=90^\circ$ ， $BC=BD$ ，点 A 在 CB 的延长线上，且 $BA=BC$ ，点 E 在直线 BD 上移动，过点 E 作射线 $EF \perp EA$ ，交 CD 所在直线于点 F.

(1) 当点 E 在线段 BD 上移动时，如图 (1) 所示，求证： $BC - DE = \frac{\sqrt{2}}{2}DF$.

(2) 当点 E 在直线 BD 上移动时，如图 (2)、图 (3) 所示，线段 BC、DE 与 DF 又有怎样的数量关系？请直接写出你的猜想，不需证明.



27. (10.00 分) 为了落实党的“精准扶贫”政策，A、B 两城决定向 C、D 两乡运送肥料以支持农村生产，已知 A、B 两城共有肥料 500 吨，其中 A 城肥料比 B 城少 100 吨，从 A 城往 C、D 两乡运肥料的费用分别为 20 元/吨和 25 元/吨；从 B 城往 C、D 两乡运肥料的费用分别为 15 元/吨和 24 元/吨. 现 C 乡需要肥料 240 吨，D 乡需要肥料 260 吨.

(1) A 城和 B 城各有多少吨肥料？

(2) 设从 A 城运往 C 乡肥料 x 吨，总运费为 y 元，求出最少总运费.

(3) 由于更换车型，使 A 城运往 C 乡的运费每吨减少 a ($0 < a < 6$) 元，这时怎样调运才能使总运费最少？

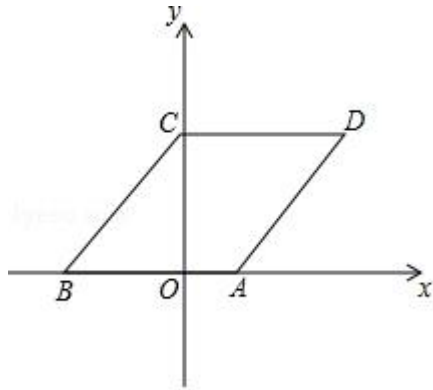
28. (10.00 分) 如图，在平面直角坐标系中，菱形 ABCD 的边 AB 在 x 轴上，点 B 坐标 $(-3, 0)$ ，点 C 在 y 轴正半轴上，且 $\sin \angle CBO = \frac{4}{5}$ ，点 P 从原点 O 出发，以每秒一个单位长度的速度沿 x 轴正方向移动，移动时间为 t ($0 \leq t \leq 5$) 秒，过点 P 作平行于 y 轴的直线 l，直

线 l 扫过四边形 $OCDA$ 的面积为 S .

(1) 求点 D 坐标.

(2) 求 S 关于 t 的函数关系式.

(3) 在直线 l 移动过程中, l 上是否存在一点 Q , 使以 B 、 C 、 Q 为顶点的三角形是等腰直角三角形? 若存在, 直接写出 Q 点的坐标; 若不存在, 请说明理由.



参考答案与试题解析

一、填空题 (每题 3 分, 满分 30 分)

1. (3.00 分) 人民日报 2018 年 2 月 23 日报道, 2017 年黑龙江粮食总产量达到 1203.76 亿斤, 成功超越 1200 亿斤, 连续七年居全国首位, 将 1200 亿斤用科学记数法表示为 1.2×10^{11} 斤.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

【解答】解: 将 1200 亿斤用科学记数法表示应为 1.2×10^{11} 斤.

故答案为: 1.2×10^{11}

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

2. (3.00 分) 在函数 $y = \frac{\sqrt{x+2}}{x}$ 中, 自变量 x 的取值范围是 $x \geq -2$ 且 $x \neq 0$.

【分析】根据被开方数大于等于 0, 分母不等于 0 列式计算即可得解.

【解答】解: 由题意得, $x+2 \geq 0$ 且 $x \neq 0$,

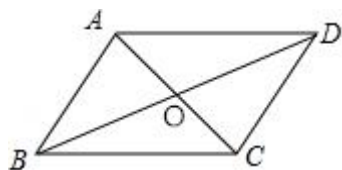
解得 $x \geq -2$ 且 $x \neq 0$.

故答案为: $x \geq -2$ 且 $x \neq 0$.

【点评】本题考查了函数自变量的范围, 一般从三个方面考虑:

- (1) 当函数表达式是整式时, 自变量可取全体实数;
- (2) 当函数表达式是分式时, 考虑分式的分母不能为 0;
- (3) 当函数表达式是二次根式时, 被开方数非负.

3. (3.00 分) 如图, 在平行四边形 ABCD 中, 添加一个条件 $AB=BC$ 或 $AC \perp BD$ 使平行四边形 ABCD 是菱形.



【分析】根据菱形的判定方法即可判断.

【解答】解: 当 $AB=BC$ 或 $AC \perp BD$ 时, 四边形 ABCD 是菱形.

故答案为 $AB=BC$ 或 $AC \perp BD$.

【点评】 本题考查平行四边形的性质、菱形的判定等知识，解题的关键是记住菱形的判定方法.

4. (3.00 分) 掷一枚质地均匀的骰子，向上一面的点数为 5 的概率是 $\frac{1}{6}$.

【分析】 利用随机事件 A 的概率 $P(A) = \frac{\text{事件 A 可能出现的结果数}}{\text{所有可能出现的结果数}}$ 进行计算即可.

【解答】 解：掷一枚质地均匀的骰子，向上一面的点数为 5 的概率是： $\frac{1}{6}$,

故答案为： $\frac{1}{6}$.

【点评】 此题主要考查了概率公式，关键是掌握概率的计算方法.

5. (3.00 分) 若关于 x 的一元一次不等式组 $\begin{cases} x-a > 0 \\ 2x-3 < 1 \end{cases}$ 有 2 个负整数解，则 a 的取值范围是 $-3 \leq a < -2$.

【分析】 先求出每个不等式的解集，再求出不等式组的解集和已知得出 a 的范围即可.

【解答】 解： $\begin{cases} x-a > 0 \text{ ①} \\ 2x-3 < 1 \text{ ②} \end{cases}$

$\therefore$ 解不等式①得： $x > a$,

解不等式②得： $x < 2$,

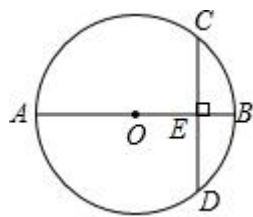
又 $\therefore$ 关于 x 的一元一次不等式组 $\begin{cases} x-a > 0 \\ 2x-3 < 1 \end{cases}$ 有 2 个负整数解，

$\therefore -3 \leq a < -2$,

故答案为： $-3 \leq a < -2$.

【点评】 本题考查了解一元一次不等式组和不等式组的整数解，能根据不等式的解集和已知得出关于 a 的不等式是解此题的关键.

6. (3.00 分) 如图，AB 为 $\odot O$ 的直径，弦 $CD \perp AB$ 于点 E，已知 $CD=6$ ， $EB=1$ ，则 $\odot O$ 的半径为 5.



【分析】连接 OC，由垂径定理知，点 E 是 CD 的中点， $AE = \frac{1}{2}CD$ ，在直角 $\triangle OCE$ 中，利用勾股定理即可得到关于半径的方程，求得圆半径即可．

【解答】解：连接 OC，

$\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径， $AB \perp CD$ ，

$$\therefore CE = DE = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2} \times 6 = 3,$$

设 $\odot O$ 的半径为 x cm，

则 $OC = x$ cm， $OE = OB - BE = x - 1$ ，

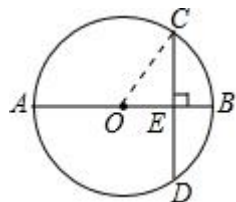
在 $Rt\triangle OCE$ 中， $OC^2 = OE^2 + CE^2$ ，

$$\therefore x^2 = 3^2 + (x - 1)^2,$$

解得： $x = 5$ ，

$\therefore \odot O$ 的半径为 5，

故答案为：5．



【点评】本题利用了垂径定理和勾股定理求解，熟练掌握并应用定理是解题的关键．

7. (3.00 分) 用一块半径为 4，圆心角为 90° 的扇形纸片围成一个圆锥的侧面，则此圆锥的高为 $\sqrt{15}$ ．

【分析】设圆锥的底面圆的半径为 r ，根据圆锥的侧面展开图为一扇形，这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长和弧长公式得到 $2\pi r = \frac{90 \cdot \pi \cdot 4}{180}$ ，然后求出 r 后利用勾股定理计算圆锥的高．

【解答】解：设圆锥的底面圆的半径为 r ，

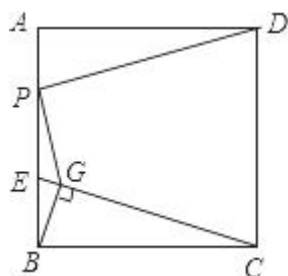
根据题意得 $2\pi r = \frac{90 \cdot \pi \cdot 4}{180}$, 解得 $r=1$,

所以此圆锥的高 $= \sqrt{4^2 - 1^2} = \sqrt{15}$.

故答案为 $\sqrt{15}$.

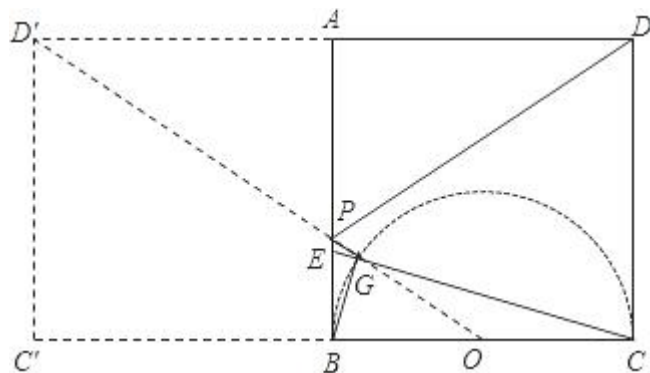
【点评】 本题考查了圆锥的计算：圆锥的侧面展开图为一扇形，这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长，扇形的半径等于圆锥的母线长.

8. (3.00 分) 如图，已知正方形 ABCD 的边长是 4，点 E 是 AB 边上一动点，连接 CE，过点 B 作 $BG \perp CE$ 于点 G，点 P 是 AB 边上另一动点，则 PD+PG 的最小值为 $2\sqrt{13}-2$.



【分析】 作 DC 关于 AB 的对称点 $D' C'$ ，以 BC 中的 O 为圆心作半圆 O，连 $D' O$ 分别交 AB 及半圆 O 于 P、G. 将 PD+PG 转化为 $D' G$ 找到最小值.

【解答】 解：如图：



取点 D 关于直线 AB 的对称点 D' . 以 BC 中点 O 为圆心，OB 为半径画半圆.

连接 OD' 交 AB 于点 P，交半圆 O 于点 G，连 BG. 连 CG 并延长交 AB 于点 E.

由以上作图可知， $BG \perp EC$ 于 G.

$PD+PG=PD' +PG=D' G$

由两点之间线段最短可知，此时 PD+PG 最小.

$\because D' C=4, OC'=6$

$\therefore D' O = \sqrt{4^2 + 6^2} = 2\sqrt{13}$

$$\therefore D'G = 2\sqrt{13} - 2$$

$$\therefore PD + PG \text{ 的最小值为 } 2\sqrt{13} - 2$$

故答案为: $2\sqrt{13} - 2$

【点评】 本题考查线段和的最小值问题, 通常思想是将线段之和转化为固定两点之间的线段和最短.

9. (3.00 分) Rt $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = 3$, $BC = 4$, 过点 B 的直线把 $\triangle ABC$ 分割成两个三角形, 使其中只有一个是等腰三角形, 则这个等腰三角形的面积是 3.6 或 4.32 或 4.8.

【分析】 在 Rt $\triangle ABC$ 中, 通过解直角三角形可得出 $AC = 5$, $S_{\triangle ABC} = 6$, 找出所有可能的剪法, 并求出剪出的等腰三角形的面积即可.

【解答】 解: 在 Rt $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AB = 3$, $BC = 4$,

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 5, S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = 6.$$

沿过点 B 的直线把 $\triangle ABC$ 分割成两个三角形, 使其中只有一个是等腰三角形, 有三种情况:

①当 $AB = AP = 3$ 时, 如图 1 所示,

$$S_{\text{等腰}\triangle ABP} = \frac{AP}{AC} S_{\triangle ABC} = \frac{3}{5} \times 6 = 3.6;$$

②当 $AB = BP = 3$, 且 P 在 AC 上时, 如图 2 所示,

$$\text{作 } \triangle ABC \text{ 的高 } BD, \text{ 则 } BD = \frac{AB \cdot BC}{AC} = \frac{3 \times 4}{5} = 2.4,$$

$$\therefore AD = DP = \sqrt{3^2 - 2.4^2} = 1.8,$$

$$\therefore AP = 2AD = 3.6,$$

$$\therefore S_{\text{等腰}\triangle ABP} = \frac{AP}{AC} S_{\triangle ABC} = \frac{3.6}{5} \times 6 = 4.32;$$

④当 $CB = CP = 4$ 时, 如图 3 所示,

$$S_{\text{等腰}\triangle BCP} = \frac{CP}{AC} S_{\triangle ABC} = \frac{4}{5} \times 6 = 4.8.$$

综上所述: 等腰三角形的面积可能为 3.6 或 4.32 或 4.8.

故答案为 3.6 或 4.32 或 4.8.

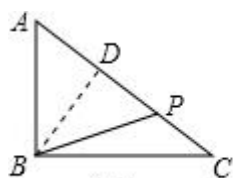


图2

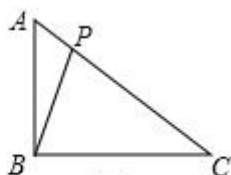


图3

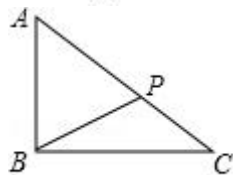
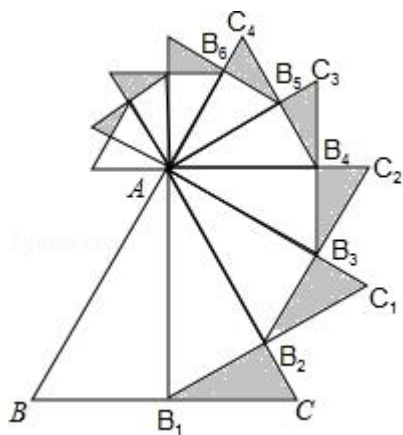


图1

【点评】本题考查了勾股定理、等腰三角形的性质以及三角形的面积，找出所有可能的剪法，并求出剪出的等腰三角形的面积是解题的关键。

10. (3.00 分) 如图，已知等边 $\triangle ABC$ 的边长是 2，以 BC 边上的高 AB_1 为边作等边三角形，得到第一个等边 $\triangle AB_1C_1$ ；再以等边 $\triangle AB_1C_1$ 的 B_1C_1 边上的高 AB_2 为边作等边三角形，得到第二个等边 $\triangle AB_2C_2$ ；再以等边 $\triangle AB_2C_2$ 的 B_2C_2 边上的高 AB_3 为边作等边三角形，得到第三个等边 $\triangle AB_3C_3$ ； $\cdots$ ，记 $\triangle B_1CB_2$ 的面积为 S_1 ， $\triangle B_2C_1B_3$ 的面积为 S_2 ， $\triangle B_3C_2B_4$ 的面积为 S_3 ，如此下去，则 $S_n = \frac{\sqrt{3}}{4} \left(\frac{3}{4}\right)^n$ 。



【分析】由 AB_1 为边长为 2 的等边三角形 ABC 的高，利用三线合一得到 B_1 为 BC 的中点，求出 BB_1 的长，利用勾股定理求出 AB_1 的长，进而求出第一个等边三角形 AB_1C_1 的面积，同理求出第二个等边三角形 AB_2C_2 的面积，依此类推，得到第 n 个等边三角形 AB_nC_n 的面积。

【解答】解： $\because$ 等边三角形 ABC 的边长为 2， $AB_1 \perp BC$ ，

$\therefore BB_1 = 1$ ， $AB = 2$ ，

根据勾股定理得： $AB_1 = \sqrt{3}$ ，

$\therefore$ 第一个等边三角形 AB_1C_1 的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{4} \times (\sqrt{3})^2 = \sqrt{3} \left(\frac{3}{4}\right)^1$ ；

$\therefore$ 等边三角形 AB_1C_1 的边长为 $\sqrt{3}$, $AB_2 \perp B_1C_1$,

$$\therefore B_1B_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}, AB_1 = \sqrt{3},$$

根据勾股定理得: $AB_2 = \frac{3}{2}$,

$$\therefore \text{第二个等边三角形 } AB_2C_2 \text{ 的面积为 } \frac{\sqrt{3}}{4} \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \sqrt{3} \left(\frac{3}{4}\right)^2;$$

依此类推, 第 n 个等边三角形 AB_nC_n 的面积为 $\sqrt{3} \left(\frac{3}{4}\right)^n$.

故答案为: $\sqrt{3} \left(\frac{3}{4}\right)^n$.

【点评】 此题考查了等边三角形的性质, 属于规律型试题, 熟练掌握等边三角形的性质是解本题的关键.

二、选择题 (每题 3 分, 满分 30 分)

11. (3.00 分) 下列各运算中, 计算正确的是 ()

A. $a^{12} \div a^3 = a^4$ B. $(3a^2)^3 = 9a^6$

C. $(a-b)^2 = a^2 - ab + b^2$ D. $2a \cdot 3a = 6a^2$

【分析】 各项计算得到结果, 即可作出判断.

【解答】 解: A、原式 $= a^9$, 不符合题意;

B、原式 $= 27a^6$, 不符合题意;

C、原式 $= a^2 - 2ab + b^2$, 不符合题意;

D、原式 $= 6a^2$, 符合题意.

故选: D.

【点评】 此题考查了整式的混合运算, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

12. (3.00 分) 下列图形中, 既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



【分析】 根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解.

【解答】 解: A、不是轴对称图形, 是中心对称图形, 故此选项错误;

B、是轴对称图形, 不是中心对称图形, 故此选项错误;

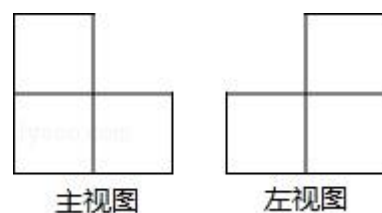
C、是轴对称图形，也是中心对称图形，故此选项正确；

D、不是轴对称图形，是中心对称图形，故此选项错误.

故选：C.

【点评】 本题考查了中心对称图形与轴对称图形的概念：轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分沿对称轴折叠后可重合；中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后与原图重合.

13. (3.00 分) 如图是由若干相同的小正方体搭成的一个几何体的主视图和左视图，则组成这个几何体的小正方体的个数不可能是 ()



A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

【分析】 左视图底面有 2 个小正方体，主视图与左视图相同，则可以判断出该几何体底面最少有 2 个小正方体，最多有 4 个. 根据这个思路可判断出该几何体有多少个小立方块.

【解答】 解：左视图与主视图相同，可判断出底面最少有 2 个，最多有 4 个小正方体. 而第二层则只有 1 个小正方体.

则这个几何体的小立方块可能有 3 或 4 或 5 个.

故选：D.

【点评】 本题考查了由三视图判断几何体，难度不大，主要考查了考生的空间想象能力以及三视图的相关知识.

14. (3.00 分) 某学习小组的五名同学在一次数学竞赛中的成绩分别是 94 分、98 分、90 分、94 分、74 分，则下列结论正确的是 ()

A. 平均分是 91 B. 中位数是 90 C. 众数是 94 D. 极差是 20

【分析】 直接利用平均数、中位数、众数以及极差的定义分别分析得出答案.

【解答】 解：A、平均分为： $\frac{1}{5} (94+98+90+94+74) = 90$ (分)，故此选项错误；

B、五名同学成绩按大小顺序排序为：74，90，94，94，98，

故中位数是 94 分，故此选项错误；

C、94 分、98 分、90 分、94 分、74 分中，众数是 94 分。故此选项正确；

D、极差是 $98 - 74 = 24$ ，故此选项错误。

故选：C。

【点评】此题主要考查了平均数、中位数、众数以及极差的定义，正确把握相关定义是解题关键。

15. (3.00 分) 某中学组织初三学生篮球比赛，以班为单位，每两班之间都比赛一场，计划安排 15 场比赛，则共有多少个班级参赛？ ()

A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

【分析】设共有 x 个班级参赛，根据第一个球队和其他球队打 $(x - 1)$ 场球，第二个球队和其他球队打 $(x - 2)$ 场，以此类推可以知道共打 $(1 + 2 + 3 + \cdots + x - 1)$ 场球，然后根据计划安排 15 场比赛即可列出方程求解。

【解答】解：设共有 x 个班级参赛，根据题意得：

$$\frac{x(x-1)}{2} = 15,$$

解得： $x_1 = 6$ ， $x_2 = -5$ （不合题意，舍去），

则共有 6 个班级参赛。

故选：C。

【点评】此题考查了一元二次方程的应用，关键是准确找到描述语，根据等量关系准确的列出方程。此题还要判断所求的解是否符合题意，舍去不合题意的解。

16. (3.00 分) 已知关于 x 的分式方程 $\frac{m-2}{x+1} = 1$ 的解是负数，则 m 的取值范围是 ()

A. $m \leq 3$ B. $m \leq 3$ 且 $m \neq 2$ C. $m < 3$ D. $m < 3$ 且 $m \neq 2$

【分析】直接解方程得出分式的分母为零，再利用 $x \neq -1$ 求出答案。

【解答】解： $\frac{m-2}{x+1} = 1$

解得： $x = m - 3$ ，

$\therefore$ 关于 x 的分式方程 $\frac{m-2}{x+1} = 1$ 的解是负数，

$\therefore m - 3 < 0$ ，

解得： $m < 3$ ，

当 $x=m-3=-1$ 时, 方程无解,

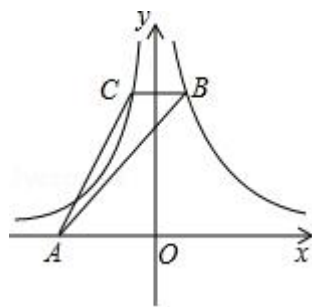
则 $m \neq 2$,

故 m 的取值范围是: $m < 3$ 且 $m \neq 2$.

故选: D.

【点评】 此题主要考查了分式方程的解, 正确得出分母不为零是解题关键.

17. (3.00 分) 如图, 平面直角坐标系中, 点 A 是 x 轴上任意一点, BC 平行于 x 轴, 分别交 $y=\frac{3}{x}$ ($x>0$)、 $y=\frac{k}{x}$ ($x<0$) 的图象于 B、C 两点, 若 $\triangle ABC$ 的面积为 2, 则 k 值为 ()



A. -1 B. 1 C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

【分析】 连接 OC、OB, 如图, 由于 $BC \parallel x$ 轴, 根据三角形面积公式得到 $S_{\triangle ACB} = S_{\triangle OCB}$, 再利用反比例函数系数 k 的几何意义得到 $\frac{1}{2} \cdot |3| + \frac{1}{2} \cdot |k| = 2$, 然后解关于 k 的绝对值方程可得到满足条件的 k 的值.

【解答】 解: 连接 OC、OB, 如图,

$\because BC \parallel x$ 轴,

$\therefore S_{\triangle ACB} = S_{\triangle OCB}$,

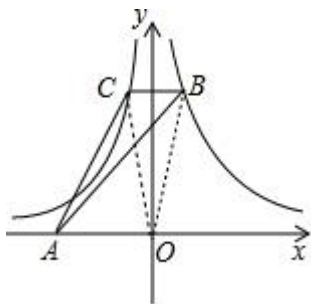
而 $S_{\triangle OCB} = \frac{1}{2} \cdot |3| + \frac{1}{2} \cdot |k|$,

$\therefore \frac{1}{2} \cdot |3| + \frac{1}{2} \cdot |k| = 2$,

而 $k < 0$,

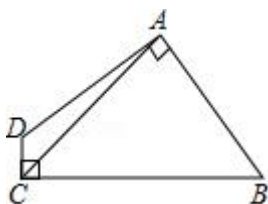
$\therefore k = -1$.

故选: A.



【点评】 本题考查了反比例函数系数 k 的几何意义：在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 图象中任取一点，过这一个点向 x 轴和 y 轴分别作垂线，与坐标轴围成的矩形的面积是定值 $|k|$ 。在反比例函数的图象上任意一点向坐标轴作垂线，这一点和垂足以及坐标原点所构成的三角形的面积是 $\frac{1}{2}|k|$ ，且保持不变。

18. (3.00 分) 如图，四边形 $ABCD$ 中， $AB=AD$ ， $AC=5$ ， $\angle DAB=\angle DCB=90^\circ$ ，则四边形 $ABCD$ 的面积为 ()



A. 15 B. 12.5 C. 14.5 D. 17

【分析】 过 A 作 $AE \perp AC$ ，交 CB 的延长线于 E ，判定 $\triangle ACD \cong \triangle AEB$ ，即可得到 $\triangle ACE$ 是等腰直角三角形，四边形 $ABCD$ 的面积与 $\triangle ACE$ 的面积相等，根据 $S_{\triangle ACE} = \frac{1}{2} \times 5 \times 5 = 12.5$ ，即可得出结论。

【解答】 解：如图，过 A 作 $AE \perp AC$ ，交 CB 的延长线于 E ，

$$\because \angle DAB = \angle DCB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle D + \angle ABC = 180^\circ = \angle ABE + \angle ABC,$$

$$\therefore \angle D = \angle ABE,$$

$$\text{又} \because \angle DAB = \angle CAE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAD = \angle EAB,$$

$$\text{又} \because AD = AB,$$

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle AEB,$$

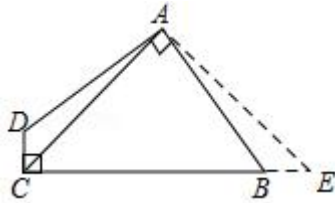
$$\therefore AC = AE, \text{ 即 } \triangle ACE \text{ 是等腰直角三角形,}$$

∴ 四边形 ABCD 的面积与 $\triangle ACE$ 的面积相等,

$$\therefore S_{\triangle ACE} = \frac{1}{2} \times 5 \times 5 = 12.5,$$

∴ 四边形 ABCD 的面积为 12.5,

故选: B.



【点评】 本题主要考查了全等三角形的判定与性质, 全等三角形的判定是结合全等三角形的性质证明线段和角相等的重要工具. 在判定三角形全等时, 关键是选择恰当的判定条件. 在应用全等三角形的判定时, 要注意三角形间的公共边和公共角, 必要时添加适当辅助线构造三角形.

19. (3.00 分) 为奖励消防演练活动中表现优异的同学, 某校决定用 1200 元购买篮球和排球, 其中篮球每个 120 元, 排球每个 90 元, 在购买资金恰好用尽的情况下, 购买方案有 ()

A. 4 种 B. 3 种 C. 2 种 D. 1 种

【分析】 设购买篮球 x 个, 排球 y 个, 根据“购买篮球的总钱数+购买排球的总钱数=1200”列出关于 x 、 y 的方程, 由 x 、 y 均为非负整数即可得.

【解答】 解: 设购买篮球 x 个, 排球 y 个,

根据题意可得 $120x + 90y = 1200$,

$$\text{则 } y = \frac{40 - 4x}{3},$$

∵ x 、 y 均为非负整数,

$$\therefore x = 1, y = 12; x = 4, y = 8; x = 7, y = 4; x = 10, y = 0;$$

所以购买资金恰好用尽的情况下, 购买方案有 4 种,

故选: A.

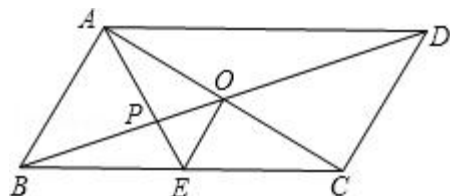
【点评】 本题主要考查二元一次方程的应用, 解题的关键是理解题意, 依据相等关系列出方程.

20. (3.00 分) 如图, 平行四边形 ABCD 的对角线 AC、BD 相交于点 O, AE 平分 $\angle BAD$, 分

别交 BC、BD 于点 E、P，连接 OE， $\angle ADC=60^\circ$ ， $AB=\frac{1}{2}BC=1$ ，则下列结论：

① $\angle CAD=30^\circ$ ② $BD=\sqrt{7}$ ③ $S_{\text{平行四边形 } ABCD}=AB \cdot AC$ ④ $OE=\frac{1}{4}AD$ ⑤ $S_{\triangle APO}=\frac{\sqrt{3}}{12}$ ，正确的个数是

()



A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

【分析】 ①先根据角平分线和平行得： $\angle BAE=\angle BEA$ ，则 $AB=BE=1$ ，由有一个角是 60° 度的等腰三角形是等边三角形得： $\triangle ABE$ 是等边三角形，由外角的性质和等腰三角形的性质得： $\angle ACE=30^\circ$ ，最后由平行线的性质可作判断；

②先根据三角形中位线定理得： $OE=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}$ ， $OE \parallel AB$ ，根据勾股定理计算 $OC=\sqrt{1^2-(\frac{1}{2})^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ 和 OD 的长，可得 BD 的长；

③因为 $\angle BAC=90^\circ$ ，根据平行四边形的面积公式可作判断；

④根据三角形中位线定理可作判断；

⑤根据同高三角形面积的比等于对应底边的比可得： $S_{\triangle AOE}=S_{\triangle EOC}=\frac{1}{2}OE \cdot OC=\frac{\sqrt{3}}{8}$ ，

$\frac{S_{\triangle POE}}{S_{\triangle AOP}}=\frac{1}{2}$ ，代入可得结论.

【解答】 解：① $\because AE$ 平分 $\angle BAD$ ，

$\therefore \angle BAE=\angle DAE$ ，

$\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形，

$\therefore AD \parallel BC$ ， $\angle ABC=\angle ADC=60^\circ$ ，

$\therefore \angle DAE=\angle BEA$ ，

$\therefore \angle BAE=\angle BEA$ ，

$\therefore AB=BE=1$ ，

$\therefore \triangle ABE$ 是等边三角形，

$\therefore AE=BE=1$ ，

$\because BC=2$ ，

$\therefore EC=1$ ，

$$\therefore AE=EC,$$

$$\therefore \angle EAC=\angle ACE,$$

$$\because \angle AEB=\angle EAC+\angle ACE=60^{\circ},$$

$$\therefore \angle ACE=30^{\circ},$$

$$\because AD\parallel BC,$$

$$\therefore \angle CAD=\angle ACE=30^{\circ},$$

故①正确;

$$\textcircled{2} \because BE=EC, OA=OC,$$

$$\therefore OE=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}, OE\parallel AB,$$

$$\therefore \angle EOC=\angle BAC=60^{\circ}+30^{\circ}=90^{\circ},$$

$$\text{Rt}\triangle EOC \text{ 中, } OC=\sqrt{1^2-(\frac{1}{2})^2}=\frac{\sqrt{3}}{2},$$

$\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形,

$$\therefore \angle BCD=\angle BAD=120^{\circ},$$

$$\therefore \angle ACB=30^{\circ},$$

$$\therefore \angle ACD=90^{\circ},$$

$$\text{Rt}\triangle OCD \text{ 中, } OD=\sqrt{1^2+(\frac{\sqrt{3}}{2})^2}=\frac{\sqrt{7}}{2},$$

$$\therefore BD=2OD=\sqrt{7},$$

故②正确;

$$\textcircled{3} \text{ 由 } \textcircled{2} \text{ 知: } \angle BAC=90^{\circ},$$

$$\therefore S_{\square ABCD}=AB\cdot AC,$$

故③正确;

④由②知: OE 是 $\triangle ABC$ 的中位线,

$$\therefore OE=\frac{1}{2}AB,$$

故④不正确;

⑤ $\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形,

$$\therefore OA=OC=\frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore S_{\triangle AOE}=S_{\triangle EOC}=\frac{1}{2}OE\cdot OC=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{8},$$

$$\because OE\parallel AB,$$

$$\therefore \frac{EP}{AP} = \frac{OE}{AB} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle POE}}{S_{\triangle AOP}} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore S_{\triangle AOP} = \frac{2}{3} S_{\triangle AOE} = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{8} = \frac{\sqrt{3}}{12};$$

故⑤正确;

本题正确的有: ①②③⑤, 4 个,

故选: C.

【点评】 本题考查了平行四边形的性质、等腰三角形的性质、直角三角形 30 度角的性质、三角形面积和平行四边形面积的计算; 熟练掌握平行四边形的性质, 证明 $\triangle ABE$ 是等边三角形是解决问题的关键, 并熟练掌握同高三角形面积的关系.

三、解答题 (满分 60 分)

21. (5.00 分) 先化简, 再求值: $(1 - \frac{a}{a^2+a}) \div \frac{a^2-1}{a^2+2a+1}$, 其中 $a = \sin 30^\circ$.

【分析】 根据分式的运算法则即可求出答案,

【解答】 解: 当 $a = \sin 30^\circ$ 时,

$$\text{所以 } a = \frac{1}{2}$$

$$\text{原式} = \frac{a^2}{a^2+a} \cdot \frac{(a+1)^2}{(a+1)(a-1)}$$

$$= \frac{a^2}{a(a+1)} \cdot \frac{(a+1)^2}{(a+1)(a-1)}$$

$$= \frac{a}{a-1}$$

$$= -1$$

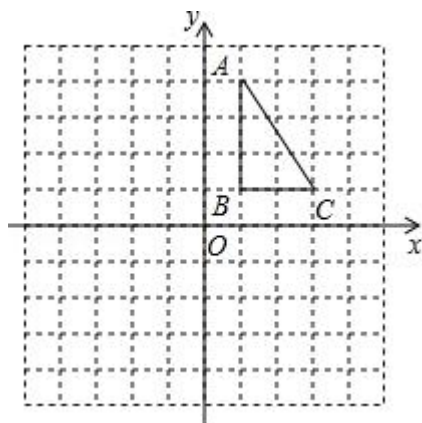
【点评】 本题考查分式的运算, 解题的关键是熟练运用分式的运算法则, 本题属于基础题型.

22. (6.00 分) 如图, 正方形网格中, 每个小正方形的边长都是一个单位长度, 在平面直角坐标系内, $\triangle ABC$ 的三个顶点坐标分别为 A (1, 4), B (1, 1), C (3, 1).

(1) 画出 $\triangle ABC$ 关于 x 轴对称的 $\triangle A_1B_1C_1$;

(2) 画出 $\triangle ABC$ 绕点 O 逆时针旋转 90° 后的 $\triangle A_2B_2C_2$;

(3) 在 (2) 的条件下, 求线段 BC 扫过的面积 (结果保留 π).



【分析】(1) 利用轴对称的性质画出图形即可;

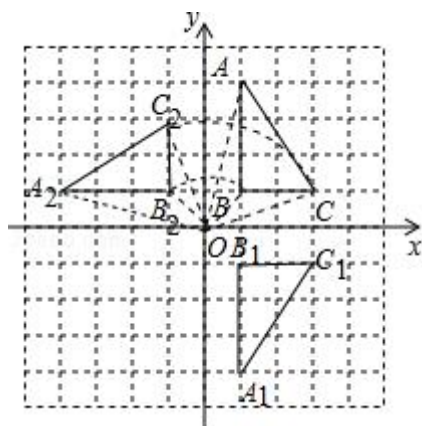
(2) 利用旋转变换的性质画出图形即可;

(3) BC 扫过的面积 = $S_{\text{扇形}OCC_2} - S_{\text{扇形}OBB_2}$, 由此计算即可;

【解答】解: (1) $\triangle ABC$ 关于 x 轴对称的 $\triangle A_1B_1C_1$ 如图所示;

(2) $\triangle ABC$ 绕点 O 逆时针旋转 90° 后的 $\triangle A_2B_2C_2$ 如图所示;

(3) BC 扫过的面积 = $S_{\text{扇形}OCC_2} - S_{\text{扇形}OBB_2} = \frac{90 \cdot \pi \cdot (\sqrt{10})^2}{360} - \frac{90 \cdot \pi \cdot (\sqrt{2})^2}{360} = 2\pi$.

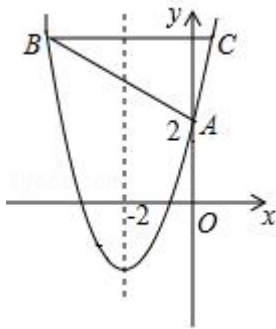


【点评】本题考查了利用旋转变换作图, 轴对称和扇形面积公式等知识, 熟练掌握网格结构准确找出对应点的位置是解题的关键.

23. (6.00 分) 如图, 抛物线 $y=x^2+bx+c$ 与 y 轴交于点 A (0, 2), 对称轴为直线 $x=-2$, 平行于 x 轴的直线与抛物线交于 B、C 两点, 点 B 在对称轴左侧, $BC=6$.

(1) 求此抛物线的解析式.

(2) 点 P 在 x 轴上, 直线 CP 将 $\triangle ABC$ 面积分成 2: 3 两部分, 请直接写出 P 点坐标.



【分析】(1) 由对称轴直线 $x=2$ ，以及 A 点坐标确定出 b 与 c 的值，即可求出抛物线解析式；

(2) 由抛物线的对称轴及 BC 的长，确定出 B 与 C 的横坐标，代入抛物线解析式求出纵坐标，确定出 B 与 C 坐标，利用待定系数法求出直线 AB 解析式，作出直线 CP，与 AB 交于点 Q，过 Q 作 $QH \perp y$ 轴，与 y 轴交于点 H，BC 与 y 轴交于点 M，由已知面积之比求出 QH 的长，确定出 Q 横坐标，代入直线 AB 解析式求出纵坐标，确定出 Q 坐标，再利用待定系数法求出直线 CQ 解析式，即可确定出 P 的坐标.

【解答】解：(1) 由题意得： $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{b}{2} = -2$ ， $c=2$ ，

解得： $b=4$ ， $c=2$ ，

则此抛物线的解析式为 $y=x^2+4x+2$ ；

(2) $\because$ 抛物线对称轴为直线 $x=-2$ ， $BC=6$ ，

$\therefore$ B 横坐标为 -5 ， C 横坐标为 1 ，

把 $x=1$ 代入抛物线解析式得： $y=7$ ，

$\therefore$ B $(-5, 7)$ ， C $(1, 7)$ ，

设直线 AB 解析式为 $y=kx+2$ ，

把 B 坐标代入得： $k=-1$ ， 即 $y=-x+2$ ，

作出直线 CP，与 AB 交于点 Q，过 Q 作 $QH \perp y$ 轴，与 y 轴交于点 H，BC 与 y 轴交于点 M，

可得 $\triangle AQH \sim \triangle ABM$ ，

$$\therefore \frac{QH}{BM} = \frac{AQ}{AB},$$

$\because$ 点 P 在 x 轴上，直线 CP 将 $\triangle ABC$ 面积分成 $2:3$ 两部分，

$\therefore$ $AQ:QB=2:3$ 或 $AQ:QB=3:2$ ， 即 $AQ:AB=2:5$ 或 $AQ:QB=3:5$ ，

$\because$ $BM=5$ ，

$\therefore$ $QH=2$ 或 $QH=3$ ，

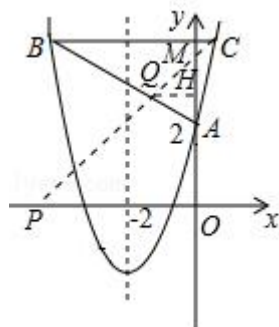
当 $QH=2$ 时，把 $x=-2$ 代入直线 AB 解析式得： $y=4$ ，

此时 $Q(-2, 4)$ ，直线 CQ 解析式为 $y=x+6$ ，令 $y=0$ ，得到 $x=-6$ ，即 $P(-6, 0)$ ；

当 $QH=3$ 时，把 $x=-3$ 代入直线 AB 解析式得： $y=5$ ，

此时 $Q(-3, 5)$ ，直线 CQ 解析式为 $y=\frac{1}{2}x+\frac{13}{2}$ ，令 $y=0$ ，得到 $x=-13$ ，此时 $P(-13, 0)$ ，

综上， P 的坐标为 $(-6, 0)$ 或 $(-13, 0)$ 。



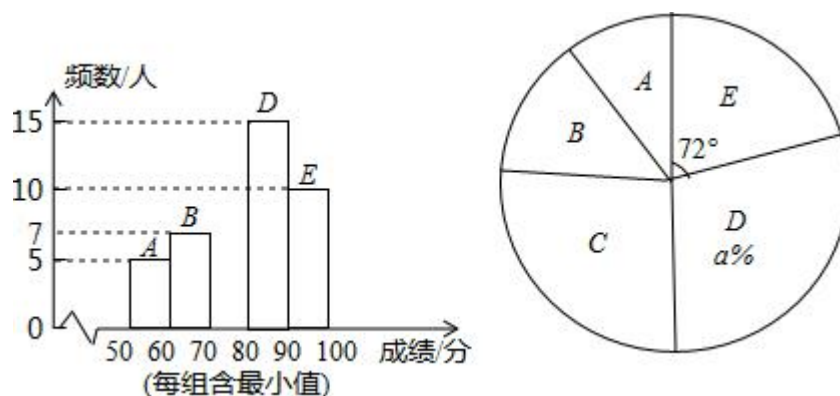
【点评】 此题考查了待定系数法求二次函数解析式，二次函数性质，以及二次函数图象上点的坐标特征，熟练掌握待定系数法是解本题的关键。

24. (7.00 分) 为响应党的“文化自信”号召，某校开展了古诗词诵读大赛活动，现随机抽取部分同学的成绩进行统计，并绘制成如下的两个不完整的统计图，请结合图中提供的信息，解答下列各题：

(1) 直接写出 a 的值， $a=30$ ，并把频数分布直方图补充完整。

(2) 求扇形 B 的圆心角度数。

(3) 如果全校有 2000 名学生参加这次活动，90 分以上（含 90 分）为优秀，那么估计获得优秀奖的学生有多少人？



【分析】 (1) 先根据 E 等级人数及其占总人数的比例可得总人数，再用 D 等级人数除以总人数可得 a 的值，用总人数减去其他各等级人数求得 C 等级人数可补全图形；

(2) 用 360° 乘以 A 等级人数所占比例可得；

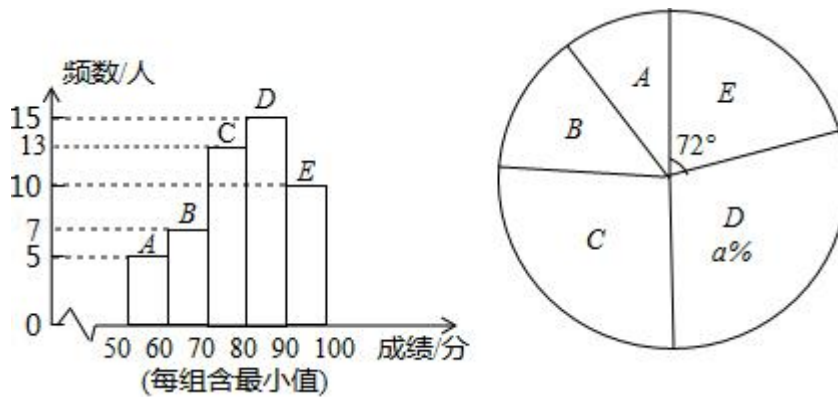
(3) 用总人数乘以样本中 E 等级人数所占比例.

【解答】解: (1) $\therefore$ 被调查的总人数为 $10 \div \frac{72}{360} = 50$ (人),

$\therefore$ D 等级人数所占百分比 $a\% = \frac{15}{50} \times 100\% = 30\%$, 即 $a=30$,

C 等级人数为 $50 - (5+7+15+10) = 13$ 人,

补全图形如下:



故答案为: 30;

(2) 扇形 B 的圆心角度数为 $360^\circ \times \frac{7}{50} = 50.4^\circ$;

(3) 估计获得优秀奖的学生有 $2000 \times \frac{10}{50} = 400$ 人.

【点评】此题主要考查了条形统计图和扇形统计图的综合运用, 读懂统计图, 从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据; 扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小.

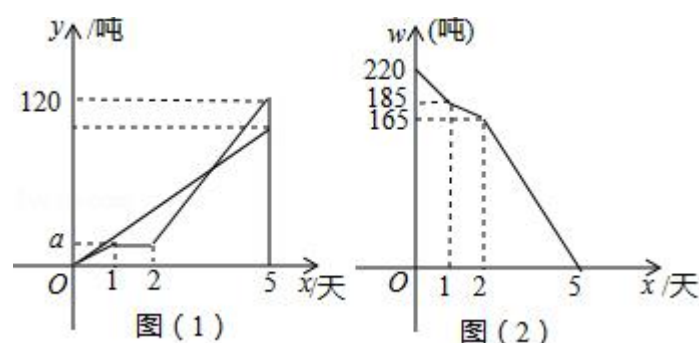
25. (8.00 分) 某市制米厂接到加工大米任务, 要求 5 天内加工完 220 吨大米, 制米厂安排甲、乙两车间共同完成加工任务, 乙车间加工中途停工一段时间维修设备, 然后改变加工效率继续加工, 直到与甲车间同时完成加工任务为止. 设甲、乙两车间各自加工大米数量 y (吨) 与甲车间加工时间 s (天) 之间的关系如图 (1) 所示; 未加工大米 w (吨) 与甲加工时间 x (天) 之间的关系如图 (2) 所示, 请结合图象回答下列问题:

(1) 甲车间每天加工大米 20 吨, $a = \underline{15}$.

(2) 求乙车间维修设备后, 乙车间加工大米数量 y (吨) 与 x (天) 之间函数关系式.

(3) 若 55 吨大米恰好装满一节车厢, 那么加工多长时间装满第一节车厢? 再加工多长时间

恰好装满第二节车厢？



- 【分析】** (1) 根据题意，由图 2 得出两个车间同时加工和甲单独加工的速度；
 (2) 用待定系数法解决问题；
 (3) 求出两个车间每天加工速度分别计算两个 55 吨完成的时间.

【解答】 解：(1) 由图象可知，第一天甲乙共加工 $220 - 185 = 35$ 吨，第二天，乙停止工作，甲单独加工 $185 - 165 = 20$ 吨，
 则乙一天加工 $35 - 20 = 15$ 吨. $a = 15$
 故答案为：20，15

(2) 设 $y = kx + b$

把 (2, 15), (5, 120) 代入

$$\begin{cases} 15 = 2k + b \\ 120 = 5k + b \end{cases}$$

解得

$$\begin{cases} k = 35 \\ b = -55 \end{cases}$$

$$\therefore y = 35x - 55$$

(3) 由图 2 可知

当 $w = 220 - 55 = 165$ 时，恰好是第二天加工结束.

当 $2 \leq x \leq 5$ 时，两个车间每天加工速度为 $\frac{165}{5-2} = 55$ 吨

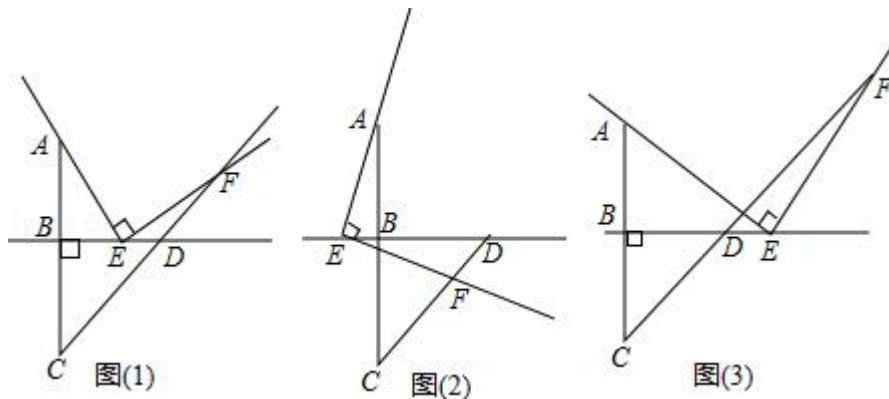
$\therefore$ 再过 1 天装满第二节车厢

【点评】 本题为一次函数实际应用问题，应用了待定系数法. 解答要注意通过对边两个函数图象实际意义对比分析得到问题答案.

26. (8.00 分) 如图，在 $Rt\triangle BCD$ 中， $\angle CBD = 90^\circ$ ， $BC = BD$ ，点 A 在 CB 的延长线上，且 $BA = BC$ ，点 E 在直线 BD 上移动，过点 E 作射线 $EF \perp EA$ ，交 CD 所在直线于点 F.

(1) 当点 E 在线段 BD 上移动时, 如图 (1) 所示, 求证: $BC - DE = \frac{\sqrt{2}}{2}DF$.

(2) 当点 E 在直线 BD 上移动时, 如图 (2)、图 (3) 所示, 线段 BC、DE 与 DF 又有怎样的数量关系? 请直接写出你的猜想, 不需证明.

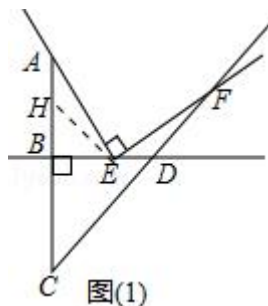


【分析】(1) 如图 1 中, 在 BA 上截取 BH, 使得 $BH=BE$. 构造全等三角形即可解决问题;

(2) 如图 2 中, 在 BC 上截取 $BH=BE$, 同法可证: $DF=EH$. 可得: $DE - BC = \frac{\sqrt{2}}{2}DF$. 如图

3 中, 在 BA 上截取 BH, 使得 $BH=BE$. 同法可证: $DF=HE$, 可得 $BC+DE = \frac{\sqrt{2}}{2}DF$.

【解答】(1) 证明: 如图 1 中, 在 BA 上截取 BH, 使得 $BH=BE$.



$$\because BC=AB=BD, BE=BH,$$

$$\therefore AH=ED,$$

$$\because \angle AEF=\angle ABE=90^\circ,$$

$$\therefore \angle AEB+\angle FED=90^\circ, \angle AEB+\angle BAE=90^\circ,$$

$$\therefore \angle FED=\angle HAE,$$

$$\because \angle BHE=\angle CDB=45^\circ,$$

$$\therefore \angle AHE=\angle EDF=135^\circ,$$

$$\therefore \triangle AHE \cong \triangle EDF,$$

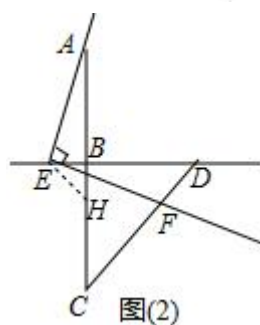
$$\therefore HE=DF,$$

$$\therefore BC - DE = BD - DE = BE = \frac{\sqrt{2}}{2}EH = \frac{\sqrt{2}}{2}DF.$$

$$\therefore BC - DE = \frac{\sqrt{2}}{2}DF.$$

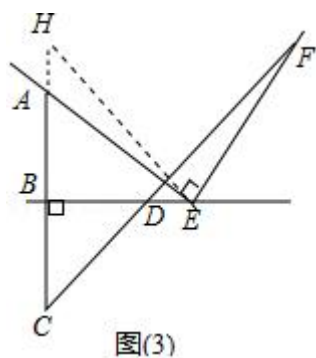
(2) 解：如图 2 中，在 BC 上截取 BH=BE，同法可证：DF=EH.

$$\text{可得：} DE - BC = \frac{\sqrt{2}}{2}DF.$$



如图 3 中，在 BA 上截取 BH，使得 BH=BE. 同法可证：DF=HE,

$$\text{可得 } BC + DE = \frac{\sqrt{2}}{2}DF.$$



【点评】 本题考查全等三角形的判定和性质、等腰直角三角形的性质等知识，解题的关键是学会添加常用辅助线，构造全等三角形解决问题.

27. (10.00 分) 为了落实党的“精准扶贫”政策，A、B 两城决定向 C、D 两乡运送肥料以支持农村生产，已知 A、B 两城共有肥料 500 吨，其中 A 城肥料比 B 城少 100 吨，从 A 城往 C、D 两乡运肥料的费用分别为 20 元/吨和 25 元/吨；从 B 城往 C、D 两乡运肥料的费用分别为 15 元/吨和 24 元/吨. 现 C 乡需要肥料 240 吨，D 乡需要肥料 260 吨.

(1) A 城和 B 城各有多少吨肥料？

(2) 设从 A 城运往 C 乡肥料 x 吨, 总运费为 y 元, 求出最少总运费.

(3) 由于更换车型, 使 A 城运往 C 乡的运费每吨减少 a ($0 < a < 6$) 元, 这时怎样调运才能使总运费最少?

【分析】 (1) 根据 A、B 两城共有肥料 500 吨, 其中 A 城肥料比 B 城少 100 吨, 列方程或方程组得答案;

(2) 设从 A 城运往 C 乡肥料 x 吨, 用含 x 的代数式分别表示出从 A 运往运往 D 乡的肥料吨数, 从 B 城运往 C 乡肥料吨数, 及从 B 城运往 D 乡肥料吨数, 根据: 运费=运输吨数 $\times$ 运输费用, 得一次函数解析式, 利用一次函数的性质得结论;

(3) 列出当 A 城运往 C 乡的运费每吨减少 a ($0 < a < 6$) 元时的一次函数解析式, 利用一次函数的性质讨论, 得结论.

【解答】 解: (1) 设 A 城有化肥 a 吨, B 城有化肥 b 吨

根据题意, 得
$$\begin{cases} b+a=500 \\ b-a=100 \end{cases}$$

解得
$$\begin{cases} a=200 \\ b=300 \end{cases}$$

答: A 城和 B 城分别有 200 吨和 300 吨肥料;

(2) 设从 A 城运往 C 乡肥料 x 吨, 则运往 D 乡 $(200-x)$ 吨

从 B 城运往 C 乡肥料 $(240-x)$ 吨, 则运往 D 乡 $(60+x)$ 吨

如总运费为 y 元, 根据题意,

则: $y=20x+25(200-x)+15(240-x)+24(60+x)$

$=4x+10040$

由于函数是一次函数, $k=4 > 0$

所以当 $x=0$ 时, 运费最少, 最少运费是 10040 元.

(3) 从 A 城运往 C 乡肥料 x 吨, 由于 A 城运往 C 乡的运费每吨减少 a ($0 < a < 6$) 元,

所以 $y=(20-a)x+25(200-x)+15(240-x)+24(60+x)$

$= (4-a)x+10040$

当 $0 < a \leq 4$ 时, $\therefore 4-a \geq 0$

$\therefore$ 当 $x=0$ 时, 运费最少;

当 $4 < a < 6$ 时, $\therefore 4-a < 0$

$\therefore$ 当 $x=240$ 时, 运费最少.

所以: 当 $0 < a \leq 4$ 时, A 城化肥全部运往 D 乡, B 城运往 C 城 240 吨, 运往 D 乡 60 吨, 运

费最少;

当 $4 < a < 6$ 时, A 城化肥全部运往 C 乡, B 城运往 C 城 40 吨, 运往 D 乡 260 吨, 运费最少.

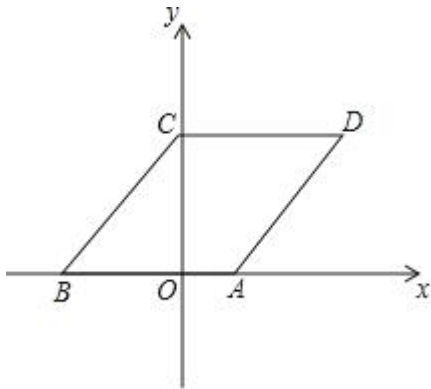
【点评】 本题考查了二元一次方程组及一次函数的应用. 根据题意列出一元函数解析式是关键. 注意到 (3) 需分类讨论.

28. (10.00 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 菱形 ABCD 的边 AB 在 x 轴上, 点 B 坐标 $(-3, 0)$, 点 C 在 y 轴正半轴上, 且 $\sin \angle CBO = \frac{4}{5}$, 点 P 从原点 O 出发, 以每秒一个单位长度的速度沿 x 轴正方向移动, 移动时间为 t $(0 \leq t \leq 5)$ 秒, 过点 P 作平行于 y 轴的直线 l, 直线 l 扫过四边形 OCDA 的面积为 S.

(1) 求点 D 坐标.

(2) 求 S 关于 t 的函数关系式.

(3) 在直线 l 移动过程中, l 上是否存在一点 Q, 使以 B、C、Q 为顶点的三角形是等腰直角三角形? 若存在, 直接写出 Q 点的坐标; 若不存在, 请说明理由.



【分析】 (1) 在 $\text{Rt}\triangle BOC$ 中, $OB=3$, $\sin \angle CBO = \frac{4}{5} = \frac{OC}{CB}$, 设 $CO=4k$, $BC=5k$, 根据 $BC^2=CO^2+OB^2$,

可得 $25k^2=16k^2+9$, 推出 $k=1$ 或 -1 (舍弃), 求出菱形的边长即可解决问题;

(2) ①如图 1 中, 当 $0 \leq t \leq 2$ 时, 直线 l 扫过的图象是四边形 CCQP, $S=4t$. ②如图 2 中, 当 $2 < t \leq 5$ 时, 直线 l 扫过的图形是五边形 OCQTA. 分别求解即可解决问题;

(3) 分三种情形分解求解即可解决问题;

【解答】 解: (1) 在 $\text{Rt}\triangle BOC$ 中, $OB=3$, $\sin \angle CBO = \frac{4}{5} = \frac{OC}{CB}$, 设 $CO=4k$, $BC=5k$,

$$\therefore BC^2=CO^2+OB^2,$$

$$\therefore 25k^2=16k^2+9,$$

$$\therefore k=1 \text{ 或 } -1 \text{ (舍弃)},$$

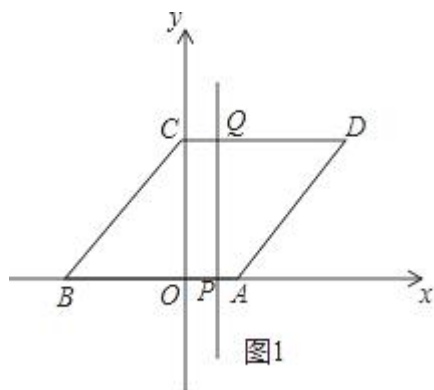
BC=5, OC=4,

∵ 四边形 ABCD 是菱形,

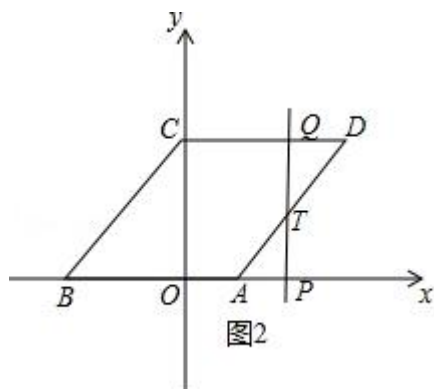
∴ CD=BC=5,

∴ D (5, 4).

(2) ①如图 1 中, 当 $0 \leq t \leq 2$ 时, 直线 l 扫过的图象是四边形 CCQP, $S=4t$.



②如图 2 中, 当 $2 < t \leq 5$ 时, 直线 l 扫过的图形是五边形 OCQTA.



$$S = S_{\text{梯形 OCDA}} - S_{\triangle DQT} = \frac{1}{2} \times (2+5) \times 4 - \frac{1}{2} \times (5-t) \times \frac{4}{3} (5-t) = -\frac{2}{3}t^2 + \frac{20}{3}t - \frac{8}{3}.$$

(3) 如图 3 中, ①当 $QB=QC$, $\angle BQC=90^\circ$, $Q \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right)$.

②当 $BC=CQ'$, $\angle BCQ' = 90^\circ$ 时, $Q' (4, 1)$;

③当 $BC=BQ''$, $\angle CBQ'' = 90^\circ$ 时, $Q'' (1, -3)$;

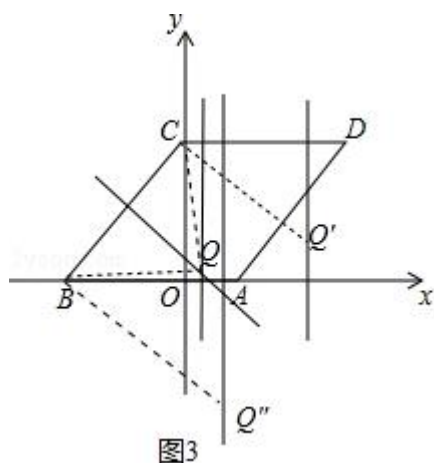


图3

综上所述，满足条件的点 Q 坐标为 $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ 或 $(4, 1)$ 或 $(1, -3)$.

【点评】 本题考查四边形综合题、菱形的性质、等腰直角三角形的判定和性质等知识，解题的关键是学会用分类讨论的思想思考问题，学会构建方程解决问题，属于中考压轴题.