

黑龙江省齐齐哈尔市 2018 年中考数学真题试题

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分）

1. (3.00 分) 下列“数字图形”中，既是轴对称图形，又是中心对称图形的有（ ）



A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

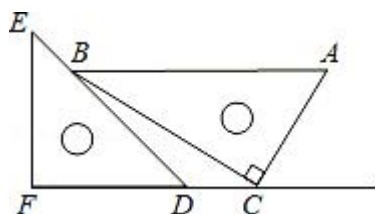
2. (3.00 分) 下列计算正确的是（ ）

A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ B. $(a^2)^2 = a^4$ C. $a^8 \div a^4 = a^2$ D. $(ab)^3 = ab^3$

3. (3.00 分) “厉害了，我的国！”2018 年 1 月 18 日，国家统计局对外公布，全年国内生产总值（GDP）首次站上 82 万亿元的历史新台阶，把 82 万亿用科学记数法表示为（ ）

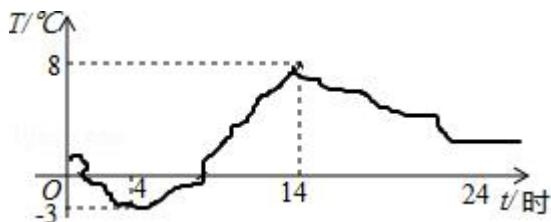
A. 8.2×10^{13} B. 8.2×10^{12} C. 8.2×10^{11} D. 8.2×10^9

4. (3.00 分) 一副直角三角板如图放置，点 C 在 FD 的延长线上， $AB \parallel CF$ ， $\angle F = \angle ACB = 90^\circ$ ，则 $\angle DBC$ 的度数为（ ）



A. 10° B. 15° C. 18° D. 30°

5. (3.00 分) 如图是自动测温仪记录的图象，它反映了齐齐哈尔市的春季某天气温 T 如何随时间 t 的变化而变化，下列从图象中得到的信息正确的是（ ）



A. 0 点时气温达到最低

B. 最低气温是零下 4°C

C. 0 点到 14 点之间气温持续上升

D. 最高气温是 8°C

6. (3.00 分) 我们家乡的黑土地全国特有，肥沃的土壤，绿色的水源是优质大米得天独厚的

生长条件，因此黑龙江的大米在全国受到广泛欢迎，小明在平价米店记录了一周中不同包装（10kg，20kg，50kg）的大米的销售量（单位：袋）如下：10kg 装 100 袋；20kg 装 220 袋；50kg 装 80 袋，如果每千克大米的进价和销售价都相同，则米店老板最应该关注的是这些数据（袋数）中的（ ）

A. 众数 B. 平均数 C. 中位数 D. 方差

7. (3.00 分) 我们知道，用字母表示的代数式是具有一般意义的，请仔细分析下列赋予 $3a$ 实际意义的例子中不正确的是（ ）

A. 若葡萄的价格是 3 元/千克，则 $3a$ 表示买 a 千克葡萄的金额

B. 若 a 表示一个等边三角形的边长，则 $3a$ 表示这个等边三角形的周长

C. 将一个小木块放在水平桌面上，若 3 表示小木块与桌面的接触面积， a 表示桌面受到的压强，则 $3a$ 表示小木块对桌面的压力

D. 若 3 和 a 分别表示一个两位数中的十位数字和个位数字，则 $3a$ 表示这个两位数

8. (3.00 分) 某抗战纪念馆馆长找到大学生团干部小张，联系青年志愿者在周日参与活动，活动累计 56 个小时的工作时间，需要每名男生工作 5 个小时，每名女生工作 4 个小时，小张可以安排学生参加活动的方案共有（ ）

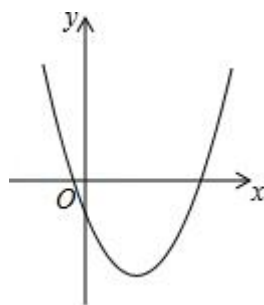
A. 1 种 B. 2 种 C. 3 种 D. 4 种

9. (3.00 分) 下列成语中，表示不可能事件的是（ ）

A. 缘木求鱼 B. 杀鸡取卵

C. 探囊取物 D. 日月经天，江河行地

10. (3.00 分) 抛物线 $C_1: y_1 = mx^2 - 4mx + 2n - 1$ 与平行于 x 轴的直线交于 A、B 两点，且 A 点坐标为 $(-1, 2)$ ，请结合图象分析以下结论：①对称轴为直线 $x=2$ ；②抛物线与 y 轴交点坐标为 $(0, -1)$ ；③ $m > \frac{2}{5}$ ；④若抛物线 $C_2: y_2 = ax^2$ ($a \neq 0$) 与线段 AB 恰有一个公共点，则 a 的取值范围是 $\frac{2}{25} \leq a < 2$ ；⑤不等式 $mx^2 - 4mx + 2n > 0$ 的解作为函数 C_1 的自变量的取值时，对应的函数值均为正数，其中正确结论的个数有（ ）



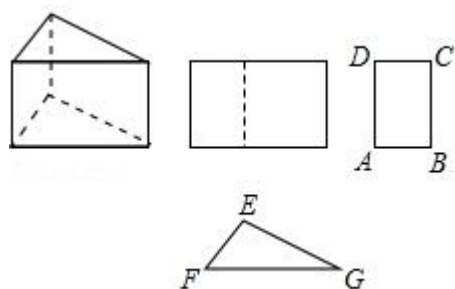
A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个

二、填空题 (共 7 小题, 每小题 3 分, 满分 21 分)

11. (3.00 分) 已知反比例函数 $y = \frac{2-k}{x}$ 的图象在第一、三象限内, 则 k 的值可以是_____. (写出满足条件的一个 k 的值即可)

12. (3.00 分) 已知圆锥的底面半径为 20, 侧面积为 400π , 则这个圆锥的母线长为_____.

13. (3.00 分) 三棱柱的三视图如图所示, 已知 $\triangle EFG$ 中, $EF=8\text{cm}$, $EG=12\text{cm}$, $\angle EFG=45^\circ$. 则 AB 的长为_____cm.

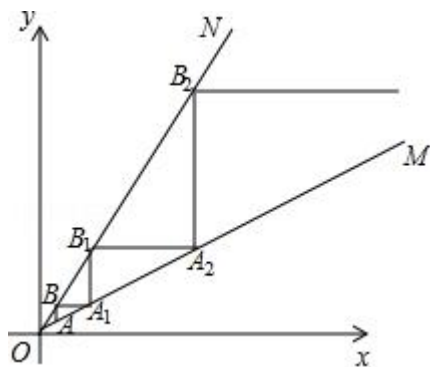


14. (3.00 分) 若关于 x 的方程 $\frac{1}{x-4} + \frac{m}{x+4} = \frac{m+3}{x^2-16}$ 无解, 则 m 的值为_____.

15. (3.00 分) 爸爸沿街匀速行走, 发现每隔 7 分钟从背后驶过一辆 103 路公交车, 每隔 5 分钟从迎面驶来一辆 103 路公交车, 假设每辆 103 路公交车行驶速度相同, 而且 103 路公交车总站每隔固定时间发一辆车, 那么 103 路公交车行驶速度是爸爸行走速度的_____倍.

16. (3.00 分) 四边形 $ABCD$ 中, BD 是对角线, $\angle ABC=90^\circ$, $\tan \angle ABD = \frac{3}{4}$, $AB=20$, $BC=10$, $AD=13$, 则线段 $CD=$ _____.

17. (3.00 分) 在平面直角坐标系中, 点 $A(\sqrt{3}, 1)$ 在射线 OM 上, 点 $B(\sqrt{3}, 3)$ 在射线 ON 上, 以 AB 为直角边作 $\text{Rt}\triangle ABA_1$, 以 BA_1 为直角边作第二个 $\text{Rt}\triangle BA_1B_1$, 以 A_1B_1 为直角边作第三个 $\text{Rt}\triangle A_1B_1A_2$, $\dots$, 依次规律, 得到 $\text{Rt}\triangle B_{2017}A_{2018}B_{2018}$, 则点 B_{2018} 的纵坐标为_____.



三、解答题（共 7 小题，满分 69 分）

18. (10.00 分) (1) 计算: $(\frac{1}{2})^{-2} + (\sqrt{3} - \sqrt{7})^0 - 2\cos 60^\circ - |3 - \pi|$

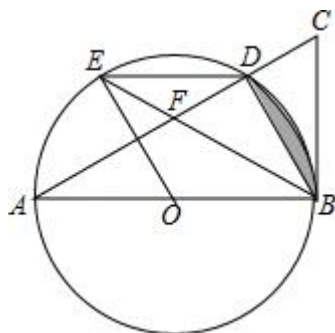
(2) 分解因式: $6(a-b)^2 + 3(a-b)$

19. (5.00 分) 解方程: $2(x-3) = 3x(x-3)$.

20. (8.00 分) 如图, 以 $\triangle ABC$ 的边 AB 为直径画 $\odot O$, 交 AC 于点 D , 半径 $OE \parallel BD$, 连接 BE , DE , BD , 设 BE 交 AC 于点 F , 若 $\angle DEB = \angle DBC$.

(1) 求证: BC 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $BF = BC = 2$, 求图中阴影部分的面积.



21. (10.00 分) 初三上学期期末考试后, 数学老师把一班的数学成绩制成如图所示不完整的统计图 (满分 120 分, 每组含最低分, 不含最高分), 并给出如下信息: ①第二组频率是 0.12; ②第二、三组的频率和是 0.48; ③自左至右第三, 四, 五组的频数比为 9: 8: 3;

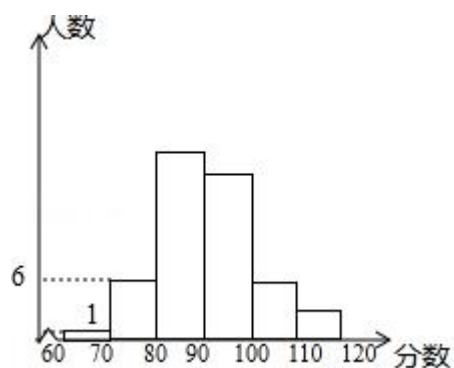
请你结合统计图解答下列问题:

(1) 全班学生共有_____人;

(2) 补全统计图;

(3) 如果成绩不少于 90 分为优秀, 那么全年级 700 人中成绩达到优秀的大约多少人?

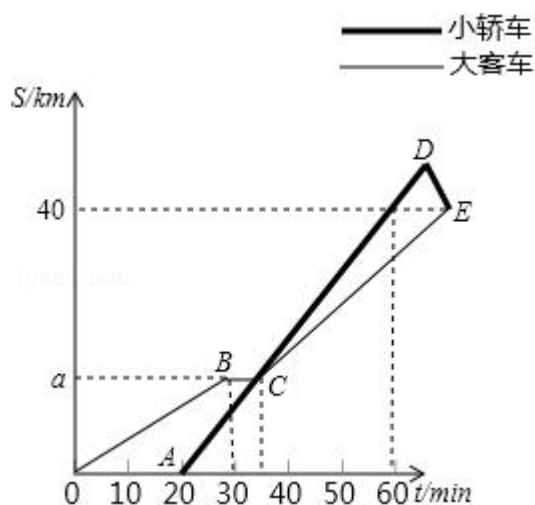
(4) 若不少于 100 分的学生可以获得学校颁发的奖状, 且每班选派两名代表在学校新学期开学式中领奖, 则该班得到 108 分的小强同学能被选中领奖的概率是多少?



22. (10.00 分) 某班级同学从学校出发去扎龙自然保护区研学旅行，一部分乘坐大客车先出发，余下的几人 20min 后乘坐小轿车沿同一路线出行，大客车中途停车等候，小轿车赶上来之后，大客车以出发时速度的 $\frac{10}{7}$ 继续行驶，小轿车保持原速度不变。小轿车司机因路线不熟错过了景点入口，在驶过景点入口 6km 时，原路提速返回，恰好与大客车同时到达景点入口。两车距学校的路程 S (单位: km) 和行驶时间 t (单位: min) 之间的函数关系如图所示。

请结合图象解决下面问题:

- (1) 学校到景点的路程为 _____ km, 大客车途中停留了 _____ min, $a =$ _____;
- (2) 在小轿车司机驶过景点入口时, 大客车离景点入口还有多远?
- (3) 小轿车司机到达景点入口时发现本路段限速 80km/h, 请你帮助小轿车司机计算折返时是否超速?
- (4) 若大客车一直以出发时的速度行驶, 中途不再停车, 那么小轿车折返后到达景点入口, 需等待 _____ 分钟, 大客车才能到达景点入口。



23. (12.00 分) 综合与实践

折纸是一项有趣的活动, 同学们小时候都玩过折纸, 可能折过小动物、小花、飞机、小船等,

折纸活动也伴随着我们初中数学的学习在折纸过程中，我们可以通过研究图形的性质和运动、确定图形位置等，进一步发展空间观念，在经历借助图形思考问题的过程中，我们会初步建立几何直观，折纸往往从矩形纸片开始，今天，就让我们带着数学的眼光来玩一玩折纸，看看折叠矩形的对角线之后能得到哪些数学结论.

实践操作

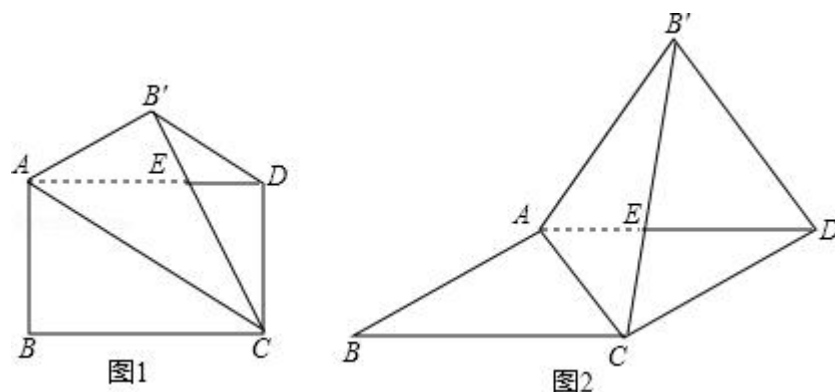
如图 1，将矩形纸片 $ABCD$ 沿对角线 AC 翻折，使点 B' 落在矩形 $ABCD$ 所在平面内， $B'C$ 和 AD 相交于点 E ，连接 $B'D$.

解决问题

- (1) 在图 1 中，
 - ① $B'D$ 和 AC 的位置关系为_____；
 - ② 将 $\triangle AEC$ 剪下后展开，得到的图形是_____；
- (2) 若图 1 中的矩形变为平行四边形时 ($AB \neq BC$)，如图 2 所示，结论①和结论②是否成立，若成立，请挑选其中的一个结论加以证明，若不成立，请说明理由；
- (3) 小红沿对角线折叠一张矩形纸片，发现所得图形是轴对称图形，沿对称轴再次折叠后，得到的仍是轴对称图形，则小红折叠的矩形纸片的长宽之比为_____；

拓展应用

- (4) 在图 2 中，若 $\angle B = 30^\circ$ ， $AB = 4\sqrt{3}$ ，当 $\triangle AB'D$ 恰好为直角三角形时， BC 的长度为_____.



24. (14.00 分) 综合与探究

如图 1 所示，直线 $y = x + c$ 与 x 轴交于点 $A(-4, 0)$ ，与 y 轴交于点 C ，抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 经过点 A, C .

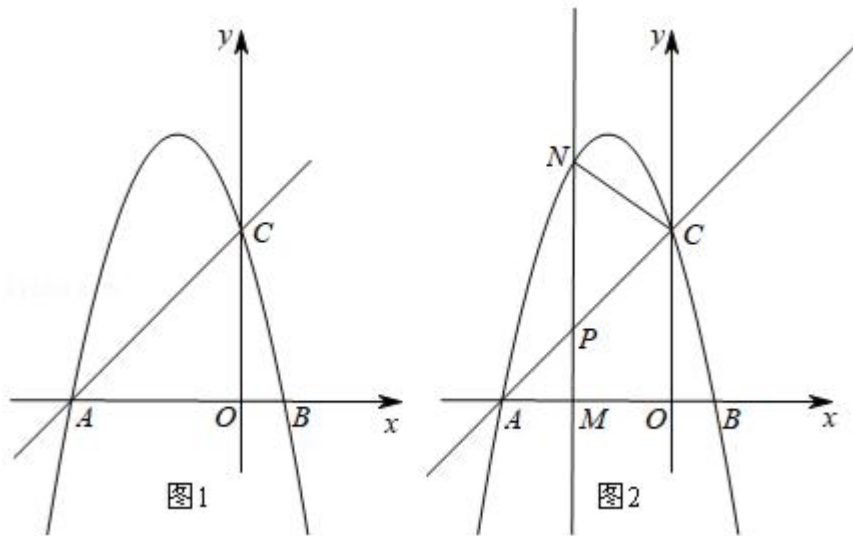
- (1) 求抛物线的解析式
- (2) 点 E 在抛物线的对称轴上，求 $CE + OE$ 的最小值；

(3) 如图 2 所示, M 是线段 OA 的一个动点, 过点 M 垂直于 x 轴的直线与直线 AC 和抛物线分别交于点 P、N

①若以 C, P, N 为顶点的三角形与 $\triangle APM$ 相似, 则 $\triangle CPN$ 的面积为_____;

②若点 P 恰好是线段 MN 的中点, 点 F 是直线 AC 上一个动点, 在坐标平面内是否存在点 D, 使以点 D, F, P, M 为顶点的四边形是菱形? 若存在, 请直接写出点 D 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

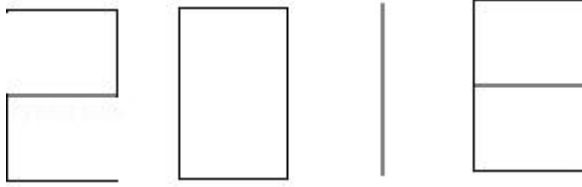
注: 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的顶点坐标为 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$



参考答案与试题解析

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分）

1. (3.00 分) 下列“数字图形”中，既是轴对称图形，又是中心对称图形的有（ ）



A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念判断即可.

【解答】解：第一个图形不是轴对称图形，是中心对称图形；

第二、三、四个图形是轴对称图形，也是中心对称图形；

故选：C.

【点评】本题考查的是中心对称图形与轴对称图形的概念. 轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后两部分重合.

2. (3.00 分) 下列计算正确的是（ ）

A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ B. $(a^2)^2 = a^4$ C. $a^8 \div a^4 = a^2$ D. $(ab)^3 = ab^3$

【分析】直接利用同底数幂的乘除运算法则以及积的乘方运算法则、幂的乘方运算法则分别计算得出答案.

【解答】解：A、 $a^2 \cdot a^3 = a^5$ ，故此选项错误；

B、 $(a^2)^2 = a^4$ ，正确；

C、 $a^8 \div a^4 = a^4$ ，故此选项错误；

D、 $(ab)^3 = a^3b^3$ ，故此选项错误；

故选：B.

【点评】此题主要考查了同底数幂的乘除运算以及积的乘方运算、幂的乘方运算，正确掌握运算法则是解题关键.

3. (3.00 分) “厉害了，我的国！”2018 年 1 月 18 日，国家统计局对外公布，全年国内生产总值（GDP）首次站上 82 万亿元的历史新台阶，把 82 万亿用科学记数法表示为（ ）

A. 8.2×10^{13} B. 8.2×10^{12} C. 8.2×10^{11} D. 8.2×10^9

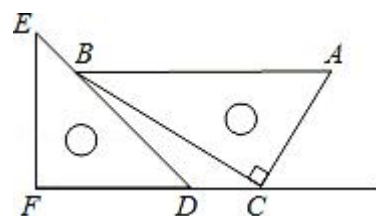
【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数．

【解答】解：把 82 万亿用科学记数法表示为 8.2×10^{13} ．

故选：A．

【点评】此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

4. (3.00 分) 一副直角三角板如图放置，点 C 在 FD 的延长线上， $AB \parallel CF$ ， $\angle F = \angle ACB = 90^\circ$ ，则 $\angle DBC$ 的度数为 ()



A. 10° B. 15° C. 18° D. 30°

【分析】直接利用三角板的特点，结合平行线的性质得出 $\angle ABD = 60^\circ$ ，进而得出答案．

【解答】解：由题意可得： $\angle EDF = 45^\circ$ ， $\angle ABC = 30^\circ$ ，

$\because AB \parallel CF$ ，

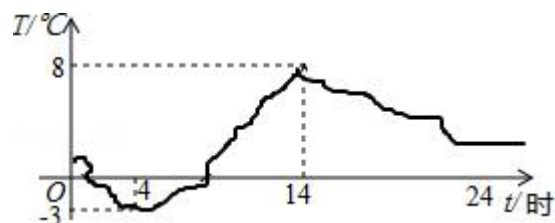
$\therefore \angle ABD = \angle EDF = 45^\circ$ ，

$\therefore \angle DBC = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ$ ．

故选：B．

【点评】此题主要考查了平行线的性质，根据题意得出 $\angle ABD$ 的度数是解题关键．

5. (3.00 分) 如图是自动测温仪记录的图象，它反映了齐齐哈尔市的春季某天气温 T 如何随时间 t 的变化而变化，下列从图象中得到的信息正确的是 ()



A. 0 点时气温达到最低

-
- B. 最低气温是零下 4°C
- C. 0 点到 14 点之间气温持续上升
- D. 最高气温是 8°C

【分析】根据齐齐哈尔市某一天内的气温变化图，分析变化趋势和具体数值，即可求出答案.

【解答】解：A、由函数图象知 4 时气温达到最低，此选项错误；

B、最低气温是零下 3°C ，此选项错误；

C、4 点到 14 点之间气温持续上升，此选项错误；

D、最高气温是 8°C ，此选项正确；

故选：D.

【点评】本题考查了函数图象，由纵坐标看出气温，横坐标看出时间是解题关键.

6. (3.00 分) 我们家乡的黑土地全国特有，肥沃的土壤，绿色的水源是优质大米得天独厚的生长条件，因此黑龙江的大米在全国受到广泛欢迎，小明在平价米店记录了一周中不同包装（10kg，20kg，50kg）的大米的销售量（单位：袋）如下：10kg 装 100 袋；20kg 装 220 袋；50kg 装 80 袋，如果每千克大米的进价和销售价都相同，则米店老板最应该关注的是这些数据（袋数）中的（ ）

- A. 众数 B. 平均数 C. 中位数 D. 方差

【分析】众数是一组数据中出现次数最多的数，可能不止一个，对这个米店老板来说，他最关注的是数据的众数.

【解答】解：对这个米店老板来说，他最应该关注的是这些数据（袋数）中的哪一包装卖得最多，即是这组数据的众数.

故选：A.

【点评】考查了众数、平均数、中位数和方差意义，比较简单，属于基础题.

7. (3.00 分) 我们知道，用字母表示的代数式是具有一般意义的，请仔细分析下列赋予 $3a$ 实际意义的例子中不正确的是（ ）

- A. 若葡萄的价格是 3 元/千克，则 $3a$ 表示买 a 千克葡萄的金额
- B. 若 a 表示一个等边三角形的边长，则 $3a$ 表示这个等边三角形的周长
- C. 将一个小木块放在水平桌面上，若 3 表示小木块与桌面的接触面积， a 表示桌面受到的压强，则 $3a$ 表示小木块对桌面的压力

D. 若 3 和 a 分别表示一个两位数中的十位数字和个位数字，则 $3a$ 表示这个两位数

【分析】分别判断每个选项即可得.

【解答】解：A、若葡萄的价格是 3 元/千克，则 $3a$ 表示买 a 千克葡萄的金额，正确；

B、若 a 表示一个等边三角形的边长，则 $3a$ 表示这个等边三角形的周长，正确；

C、将一个小木块放在水平桌面上，若 3 表示小木块与桌面的接触面积， a 表示桌面受到的压强，则 $3a$ 表示小木块对桌面的压力，正确；

D、若 3 和 a 分别表示一个两位数中的十位数字和个位数字，则 $30+a$ 表示这个两位数，此选项错误；

故选：D.

【点评】本题主要考查代数式，解题的关键是掌握代数式的书写规范和实际问题中数量间的关系.

8. (3.00 分) 某抗战纪念馆馆长找到大学生团干部小张，联系青年志愿者在周日参与活动，活动累计 56 个小时的工作时间，需要每名男生工作 5 个小时，每名女生工作 4 个小时，小张可以安排学生参加活动的方案共有 ()

A. 1 种 B. 2 种 C. 3 种 D. 4 种

【分析】设安排女生 x 人，安排男生 y 人，由“累计 56 个小时的工作时间”列出方程求得正整数解.

【解答】解：设安排女生 x 人，安排男生 y 人，

依题意得： $4x+5y=56$,

$$\text{则 } x = \frac{56-5y}{4}.$$

当 $y=4$ 时， $x=9$.

当 $y=8$ 时， $x=4$.

即安排女生 9 人，安排男生 4 人；

安排女生 4 人，安排男生 8 人.

共有 2 种方案.

故选：B.

【点评】考查了二元一次方程的应用. 注意：根据未知数的实际意义求其整数解.

9. (3.00 分) 下列成语中, 表示不可能事件的是 ()

A. 缘木求鱼 B. 杀鸡取卵

C. 探囊取物 D. 日月经天, 江河行地

【分析】直接利用不可能事件以及必然事件的定义分析得出答案.

【解答】解: A、缘木求鱼, 是不可能事件, 符合题意;

B、杀鸡取卵, 是必然事件, 不合题意;

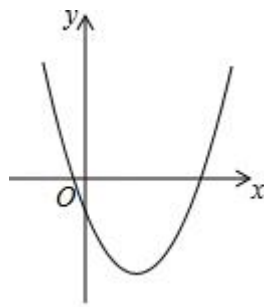
C、探囊取物, 是必然事件, 不合题意;

D、日月经天, 江河行地, 是必然事件, 不合题意;

故选: A.

【点评】此题主要考查了随机事件, 正确把握相关定义是解题关键.

10. (3.00 分) 抛物线 $C_1: y_1 = mx^2 - 4mx + 2n - 1$ 与平行于 x 轴的直线交于 A、B 两点, 且 A 点坐标为 $(-1, 2)$, 请结合图象分析以下结论: ①对称轴为直线 $x=2$; ②抛物线与 y 轴交点坐标为 $(0, -1)$; ③ $m > \frac{2}{5}$; ④若抛物线 $C_2: y_2 = ax^2$ ($a \neq 0$) 与线段 AB 恰有一个公共点, 则 a 的取值范围是 $\frac{2}{25} \leq a < 2$; ⑤不等式 $mx^2 - 4mx + 2n > 0$ 的解作为函数 C_1 的自变量的取值时, 对应的函数值均为正数, 其中正确结论的个数有 ()



A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个

【分析】①利用抛物线对称轴方程可判定; ②与 y 轴相交设 $x=0$, 问题可解; ③当抛物线过 A $(-1, 2)$ 时, 带入可以到的到 $2n=3-5m$, 函数关系式中只含有参数 m , 由抛物线与 x 轴有两个公共点, 则由一元二次方程根的判别式可求; ④求出线段 AB 端点坐标, 画图象研究临界点问题可解; ⑤把不等式问题转化为函数图象问题, 答案易得.

【解答】解: 抛物线对称轴为直线 $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4m}{2m} = 2$ 故①正确;

当 $x=0$ 时, $y=2n-1$ 故②错误;

把 A 点坐标 $(-1, 2)$ 代入抛物线解析式

得: $2=m+4m+2n-1$

整理得: $2n=3-5m$

带入 $y_1=mx^2-4mx+2n-1$

整理的: $y_1=mx^2-4mx+2-5m$

由已知, 抛物线与 x 轴有两个交点

则: $b^2-4ac=(-4m)^2-4m(2-5m)>0$

整理得: $36m^2-8m>0$

$m(9m-2)>0$

$\therefore m>0$

$9m-2>0$

即 $m>\frac{2}{9}$ 故③错误;

由抛物线的对称性, 点 B 坐标为 $(5, 2)$

当 $y_2=ax^2$ 的图象分别过点 A、B 时, 其与线段分别有且只有一个公共点

此时, a 的值分别为 $a=2$ 、 $a=\frac{2}{25}$

a 的取值范围是 $\frac{2}{25}\leq a<2$; 故④正确;

不等式 $mx^2-4mx+2n>0$ 的解可以看做是, 抛物线 $y_1=mx^2-4mx+2n-1$ 位于直线 $y=-1$ 上方的部分, 其此时 x 的取值范围包含在

使 $y_1=mx^2-4mx+2n-1$ 函数值范围之内故⑤正确;

故选: B.

【点评】 本题为二次函数综合性问题, 考查了二次函数对称轴、与坐标轴交点、对称性、抛物线与 x 轴交点个数判定、与抛物线有关的临界点问题以及从函数的观点研究不等式.

二、填空题 (共 7 小题, 每小题 3 分, 满分 21 分)

11. (3.00 分) 已知反比例函数 $y=\frac{2-k}{x}$ 的图象在第一、三象限内, 则 k 的值可以是 1. (写出满足条件的一个 k 的值即可)

【分析】 根据反比例函数的性质: 反比例函数 $y=\frac{2-k}{x}$ 的图象在第一、三象限内, 则可知 $2-k>0$, 解得 k 的取值范围, 写出一个符合题意的 k 即可.

【解答】解：由题意得，反比例函数 $y = \frac{2-k}{x}$ 的图象在第一、三象限内，

则 $2 - k > 0$,

故 $k < 2$ ，满足条件的 k 可以为 1，

故答案为：1.

【点评】本题主要考查反比例函数的性质，当 $k > 0$ 时，双曲线的两个分支在一、三象限， y 随 x 的增大而减小；当 $k < 0$ 时，双曲线的两个分支在二、四象限， y 随 x 的增大而增大.

12. (3.00 分) 已知圆锥的底面半径为 20，侧面积为 400π ，则这个圆锥的母线长为 20.

【分析】设圆锥的母性长为 l ，根据圆锥的侧面展开图为一扇形，这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长，扇形的半径等于圆锥的母线长和扇形面积公式得到 $\frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot 20 \cdot l = 400\pi$ ，然后解方程即可.

【解答】解：设圆锥的母性长为 l ，

根据题意得 $\frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot 20 \cdot l = 400\pi$

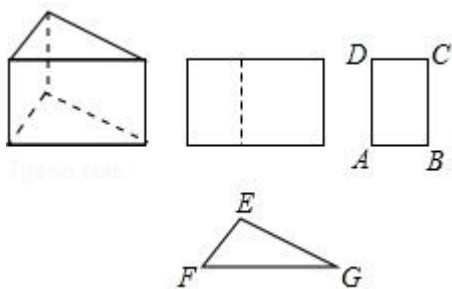
解得 $l = 20$,

即这个圆锥的母线长为 20.

故答案为 20.

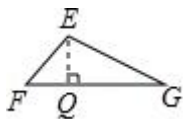
【点评】本题考查了圆锥的计算：圆锥的侧面展开图为一扇形，这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长，扇形的半径等于圆锥的母线长.

13. (3.00 分) 三棱柱的三视图如图所示，已知 $\triangle EFG$ 中， $EF = 8\text{cm}$ ， $EG = 12\text{cm}$ ， $\angle EFG = 45^\circ$. 则 AB 的长为 $4\sqrt{2}$ cm.



【分析】根据三视图的对应情况可得出， $\triangle EFG$ 中 FG 上的高即为 AB 的长，进而求出即可.

【解答】解：过点 E 作 $EQ \perp FG$ 于点 Q ,



由题意可得出：EQ=AB，

$\because EF=8\text{cm}$ ， $\angle EFG=45^\circ$ ，

$$\therefore EQ=AB=\frac{\sqrt{2}}{2} \times 8=4\sqrt{2} \text{ (cm)}.$$

故答案为： $4\sqrt{2}$.

【点评】 此题主要考查了由三视图解决实际问题，根据已知得出 EQ=AB 是解题关键.

14. (3.00 分) 若关于 x 的方程 $\frac{1}{x-4} + \frac{m}{x+4} = \frac{m+3}{x^2-16}$ 无解，则 m 的值为 -1 或 5 或 $-\frac{1}{3}$.

【分析】 直接解方程再利用一元一次方程无解和分式方程无解分别分析得出答案.

【解答】 解：去分母得： $x+4+m(x-4)=m+3$ ，

可得： $(m+1)x=5m-1$ ，

当 $m+1=0$ 时，一元一次方程无解，

此时 $m=-1$ ，

当 $m+1 \neq 0$ 时，

$$\text{则 } x = \frac{5m-1}{m+1} = \pm 4,$$

$$\text{解得：} m=5 \text{ 或 } -\frac{1}{3},$$

综上所述： $m=-1$ 或 5 或 $-\frac{1}{3}$ ，

故答案为：-1 或 5 或 $-\frac{1}{3}$.

【点评】 此题主要考查了分式方程的解，正确分类讨论是解题关键.

15. (3.00 分) 爸爸沿街匀速行走，发现每隔 7 分钟从背后驶过一辆 103 路公交车，每隔 5 分钟从迎面驶来一辆 103 路公交车，假设每辆 103 路公交车行驶速度相同，而且 103 路公交车总站每隔固定时间发一辆车，那么 103 路公交车行驶速度是爸爸行走速度的 6 倍.

【分析】 设 103 路公交车行驶速度为 x 米/分钟，爸爸行走速度为 y 米/分钟，两辆 103 路公交车间的间距为 s 米，根据“每隔 7 分钟从背后驶过一辆 103 路公交车，每隔 5 分钟从迎面驶来一辆 103 路公交车”，即可得出关于 x、y 的二元一次方程组，消去 s 即可得出 $x=6y$ ，此题得解.

【解答】解：设 103 路公交车行驶速度为 x 米/分钟，爸爸行走速度为 y 米/分钟，两辆 103 路公交车的间距为 s 米，

根据题意得：
$$\begin{cases} 7x-7y=s \\ 5x+5y=s \end{cases}$$

解得： $x=6y$.

故答案为： 6.

【点评】本题考查了二元一次方程组的应用，找准等量关系，正确列出二元一次方程组是解题的关键.

16. (3.00 分) 四边形 ABCD 中，BD 是对角线， $\angle ABC=90^\circ$ ， $\tan \angle ABD=\frac{3}{4}$ ， $AB=20$ ， $BC=10$ ， $AD=13$ ，则线段 $CD=$ 17 .

【分析】作 $AH \perp BD$ 于 H， $CG \perp BD$ 于 G，根据正切的定义分别求出 AH、BH，根据勾股定理求出 HD，得到 BD，根据勾股定理计算即可.

【解答】解：作 $AH \perp BD$ 于 H， $CG \perp BD$ 于 G，

$$\because \tan \angle ABD = \frac{3}{4},$$

$$\therefore \frac{AH}{BH} = \frac{3}{4},$$

设 $AH=3x$ ，则 $BH=4x$ ，

由勾股定理得， $(3x)^2 + (4x)^2 = 20^2$ ，

解得， $x=4$ ，

则 $AH=12$ ， $BH=16$ ，

在 $Rt\triangle AHD$ 中， $HD = \sqrt{AD^2 - AH^2} = 5$ ，

$$\therefore BD = BH + HD = 21,$$

$$\because \angle ABD + \angle CBD = 90^\circ, \quad \angle BCH + \angle CBD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle CBH,$$

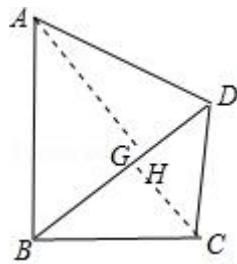
$$\therefore \frac{GB}{GC} = \frac{3}{4}, \quad \text{又 } BC=10,$$

$$\therefore BG=6, \quad CG=8,$$

$$\therefore DG = BD - BG = 15,$$

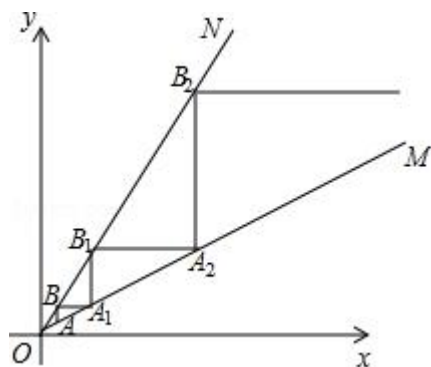
$$\therefore CD = \sqrt{CG^2 + DG^2} = 17,$$

故答案为：17.



【点评】本题考查的是勾股定理、锐角三角函数的定义，掌握解直角三角形的一般步骤、理解锐角三角函数的定义是解题的关键.

17. (3.00 分) 在平面直角坐标系中，点 A ($\sqrt{3}$, 1) 在射线 OM 上，点 B ($\sqrt{3}$, 3) 在射线 ON 上，以 AB 为直角边作 Rt $\triangle ABA_1$ ，以 BA_1 为直角边作第二个 Rt $\triangle BA_1B_1$ ，以 A_1B_1 为直角边作第三个 Rt $\triangle A_1B_1A_2$ ， $\cdots$ ，依次规律，得到 Rt $\triangle B_{2017}A_{2018}B_{2018}$ ，则点 B_{2018} 的纵坐标为 3^{2019} .



【分析】根据题意，分别找到 AB、 A_1B_1 、 A_2B_2 ……及 BA_1 、 B_1A_2 、 B_2A_3 ……线段长度递增规律即可

【解答】解：由已知可知

点 A、 A_1 、 A_2 、 A_3 …… A_{2018} 各点在正比例函数 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ 的图象上

点 B、 B_1 、 B_2 、 B_3 …… B_{2018} 各点在正比例函数 $y = \sqrt{3}x$ 的图象上

两个函数相减得到横坐标不变的情况下两个函数图象上点的纵坐标的差为： $\frac{2\sqrt{3}}{3}x$ ①

由已知，Rt $\triangle A_1B_1A_2$ ， $\cdots$ ，到 Rt $\triangle B_{2017}A_{2018}B_{2018}$ 都有一个锐角为 30°

$\therefore$ 当 A (B) 点横坐标为 $\sqrt{3}$ 时，由① $AB=2$ ，则 $BA_1=2\sqrt{3}$ ，则点 A_1 横坐标为 $\sqrt{3}+2\sqrt{3}=3\sqrt{3}$ ， B_1 点纵坐标为 $9=3^2$

当 $A_1(B_1)$ 点横坐标为 $3\sqrt{3}$ 时，由① $A_1B_1=6$ ，则 $B_1A_2=6\sqrt{3}$ ，则点 A_2 横坐标为 $3\sqrt{3}+6\sqrt{3}=9\sqrt{3}$ ，

B_2 点纵坐标为 $27=3^3$

当 A_2 (B_2) 点横坐标为 $9\sqrt{3}$ 时, 由 ① $A_2B_2=18$, 则 $B_2A_3=18\sqrt{3}$, 则点 A_3 横坐标为 $9\sqrt{3}+18\sqrt{3}=27\sqrt{3}$, B_3 点纵坐标为 $81=3^4$

依稀类推

点 B_{2018} 的纵坐标为 3^{2019}

故答案为: 3^{2019}

【点评】本题是平面直角坐标系规律探究题, 考查了含有特殊角的直角三角形各边数量关系, 解答时注意数形结合.

三、解答题 (共 7 小题, 满分 69 分)

18. (10.00 分) (1) 计算: $(\frac{1}{2})^{-2} + (\sqrt{3} - \sqrt{7})^0 - 2\cos 60^\circ - |3 - \pi|$

(2) 分解因式: $6(a-b)^2 + 3(a-b)$

【分析】(1) 直接利用负指数幂的性质以及零指数幂的性质和特殊角的三角函数值以及绝对值的性质分别化简得出答案;

(2) 直接提取公因式 $3(a-b)$, 进而分解因式得出答案.

【解答】解: (1) 原式 $= 4 + 1 - 2 \times \frac{1}{2} - (\pi - 3)$
 $= 5 - 1 - \pi + 3$
 $= 7 - \pi;$

(2) $6(a-b)^2 + 3(a-b)$
 $= 3(a-b)[2(a-b) + 1]$
 $= 3(a-b)(2a - 2b + 1).$

【点评】此题主要考查了实数运算以及提取公因式分解因式, 正确提取公因式是解题关键.

19. (5.00 分) 解方程: $2(x-3) = 3x(x-3).$

【分析】移项后提取公因式 $x-3$ 后利用因式分解法求得一元二次方程的解即可.

【解答】解: $2(x-3) = 3x(x-3),$
移项得: $2(x-3) - 3x(x-3) = 0,$
整理得: $(x-3)(2-3x) = 0,$

$$x - 3 = 0 \text{ 或 } 2 - 3x = 0,$$

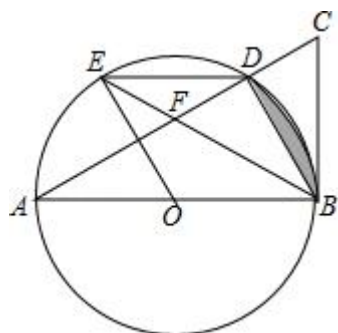
$$\text{解得: } x_1 = 3 \text{ 或 } x_2 = \frac{2}{3}.$$

【点评】 本题考查了因式分解法解一元二次方程，解题的关键是先移项，然后提取公因式，避免两边同除以 $x - 3$ ，这样会漏根.

20. (8.00 分) 如图，以 $\triangle ABC$ 的边 AB 为直径画 $\odot O$ ，交 AC 于点 D ，半径 $OE \parallel BD$ ，连接 BE ， DE ， BD ，设 BE 交 AC 于点 F ，若 $\angle DEB = \angle DBC$.

(1) 求证： BC 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 若 $BF = BC = 2$ ，求图中阴影部分的面积.



【分析】 (1) 求出 $\angle ADB$ 的度数，求出 $\angle ABD + \angle DBC = 90^\circ$ ，根据切线判定推出即可；

(2) 连接 OD ，分别求出三角形 DOB 面积和扇形 DOB 面积，即可求出答案.

【解答】 证明：(1) $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径，

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ,$$

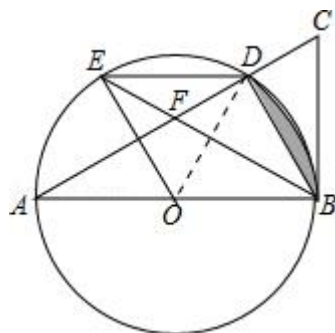
$$\therefore \angle A + \angle ABD = 90^\circ,$$

$$\because \angle A = \angle DEB, \angle DEB = \angle DBC,$$

$$\therefore \angle A = \angle DBC,$$

$$\therefore \angle DBC + \angle ABD = 90^\circ,$$

$\therefore BC$ 是 $\odot O$ 的切线；



(2) 连接 OD ,

$\because BF=BC=2$, 且 $\angle ADB=90^\circ$,

$\therefore \angle CBD=\angle FBD$,

$\because OE \parallel BD$,

$\therefore \angle FBD=\angle OEB$,

$\because OE=OB$,

$\therefore \angle OEB=\angle OBE$,

$\therefore \angle CBD=\angle OEB=\angle OBE=\frac{1}{3}\angle ADB=\frac{1}{3}\times 90^\circ=30^\circ$,

$\therefore \angle C=60^\circ$,

$\therefore AB=\sqrt{3}BC=2\sqrt{3}$,

$\therefore \odot O$ 的半径为 $\sqrt{3}$,

$\therefore$ 阴影部分的面积 = 扇形 DOB 的面积 - 三角形 DOB 的面积

$$=\frac{1}{6}\pi \times 3 - \frac{\sqrt{3}}{4} \times 3 = \frac{\pi}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{4}.$$

【点评】 本题考查了切线的判定, 扇形面积, 直角三角形的性质和判定的应用, 关键是求出 $\angle ABD+\angle DBC=90^\circ$ 和分别求出扇形 DOB 和三角形 DOB 的面积.

21. (10.00 分) 初三上学期期末考试后, 数学老师把一班的数学成绩制成如图所示不完整的统计图 (满分 120 分, 每组含最低分, 不含最高分), 并给出如下信息: ①第二组频率是 0.12; ②第二、三组的频率和是 0.48; ③自左至右第三, 四, 五组的频数比为 9: 8: 3;

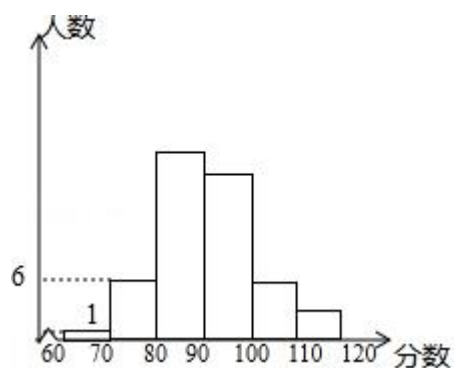
请你结合统计图解答下列问题:

(1) 全班学生共有 50 人;

(2) 补全统计图;

(3) 如果成绩不少于 90 分为优秀, 那么全年级 700 人中成绩达到优秀的大约多少人?

(4) 若不少于 100 分的学生可以获得学校颁发的奖状, 且每班选派两名代表在学校新学期开学式中领奖, 则该班得到 108 分的小强同学能被选中领奖的概率是多少?



【分析】(1) 由第二组频数及其频率可得总人数；

(2) 先由二、三组的频率和求得对应频数和，从而求得第三组频数，再由第三，四，五组的频数比求得后三组的频数，继而根据频数和为总数求得最后一组频数，从而补全统计图；

(3) 用总人数乘以样本中后三组人数和所占比例即可得；

(4) 根据概率公式计算即可得.

【解答】解：(1) 全班学生人数为 $6 \div 0.12 = 50$ 人，
故答案为：50；

(2) 第二、三组频数之和为 $50 \times 0.48 = 24$ ，

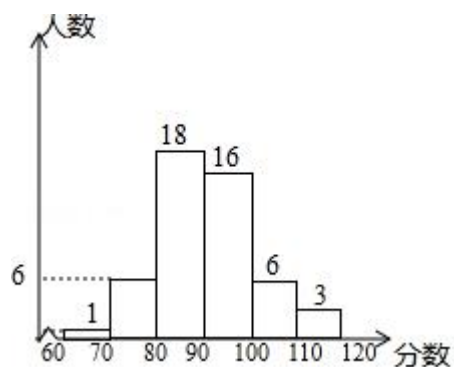
则第三组频数为 $24 - 6 = 18$ ，

$\therefore$ 自左至右第三，四，五组的频数比为 9: 8: 3，

$\therefore$ 第四组频数为 16、第五组频数为 6，

则第六组频数为 $50 - (1+6+18+16+6) = 3$ ，

补全图形如下：



(3) 全年级 700 人中成绩达到优秀的大约有 $700 \times \frac{16+6+3}{50} = 350$ 人；

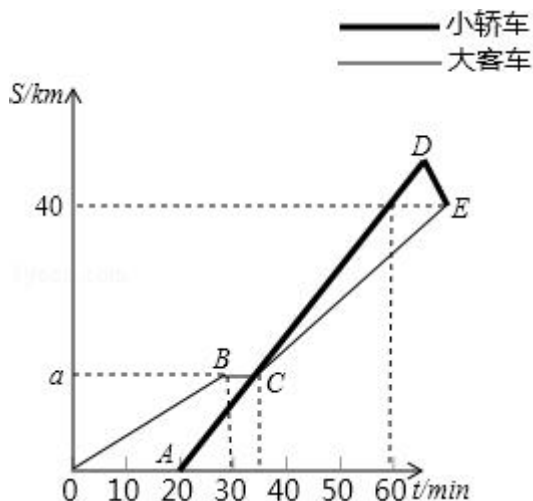
(4) 小强同学能被选中领奖的概率是 $\frac{2}{6+3} = \frac{2}{9}$.

【点评】 本题考查了列表法与树状图法：利用列表法或树状图法展示所有等可能的结果 n ，再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m ，然后利用概率公式求事件 A 或 B 的概率．也考查了统计图．

22. (10.00 分) 某班级同学从学校出发去扎龙自然保护区研学旅行，一部分乘坐大客车先出发，余下的几人 20min 后乘坐小轿车沿同一路线出行，大客车中途停车等候，小轿车赶上来之后，大客车以出发时速度的 $\frac{10}{7}$ 继续行驶，小轿车保持原速度不变．小轿车司机因路线不熟错过了景点入口，在驶过景点入口 6km 时，原路提速返回，恰好与大客车同时到达景点入口．两车距学校的路程 S (单位：km) 和行驶时间 t (单位：min) 之间的函数关系如图所示．

请结合图象解决下面问题：

- (1) 学校到景点的路程为 40 km，大客车途中停留了 5 min， $a =$ 15；
- (2) 在小轿车司机驶过景点入口时，大客车离景点入口还有多远？
- (3) 小轿车司机到达景点入口时发现本路段限速 80km/h，请你帮助小轿车司机计算折返时是否超速？
- (4) 若大客车一直以出发时的速度行驶，中途不再停车，那么小轿车折返后到达景点入口，需等待 10 分钟，大客车才能到达景点入口．



【分析】 (1) 根据图形可得总路程和大客车途中停留的时间，先计算小轿车的速度，再根据时间计算 a 的值；

(2) 计算大客车的速度，可得大客车后来行驶的速度，计算小轿车赶上来之后，大客车行

驶的路程，从而可得结论；

(3) 先计算直线 AF 的解析式为：S=t-20，计算小轿车驶过景点入口 6km 时的时间为 66

分，再计算大客车到达终点的时间： $t = \frac{40-15}{\frac{1}{2} \times \frac{10}{7}} + 35 = 70$ ，根据路程与时间的关系可得小轿车

行驶 6 千米的速度与 80 作比较可得结论。

【解答】 本题满分 10 分：

解：(1) 由图形可得：学校到景点的路程为 40km，大客车途中停留了 5min，

小轿车的速度： $\frac{40}{60-20} = 1$ (千米/分)，

a = (35 - 20) × 1 = 15, (3 分)

故答案为：40, 5, 15；

(2) 由 (1) 得：a=15,

得大客车的速度： $\frac{15-1}{30-2} = \frac{1}{2}$ (千米/分)，(4 分)

小轿车赶上来之后，大客车又行驶了： $(60-35) \times \frac{10}{7} \times \frac{1}{2} = \frac{125}{7}$ (千米)，

$40 - \frac{125}{7} - 15 = \frac{50}{7}$ (千米)，(6 分)

答：在小轿车司机驶过景点入口时，大客车离景点入口还有 $\frac{50}{7}$ 千米；

(3) ∵ A (20, 0), F (60, 40),

设直线 AF 的解析式为：S=kt+b,

则 $\begin{cases} 20k+b=0 \\ 60k+b=40 \end{cases}$ ，解得： $\begin{cases} k=1 \\ b=-20 \end{cases}$ ，

∴ 直线 AF 的解析式为：S=t-20, (7 分)

当 S=46 时，46=t-20,

t=66,

小轿车赶上来之后，大客车又行驶的时间： $\frac{40-15}{\frac{1}{2} \times \frac{10}{7}} = 35$,

小轿车司机折返时的速度： $6 \div (35+35-66) = \frac{3}{2}$ (千米/分) = 90 千米/时 > 80 千米/时，(8 分)

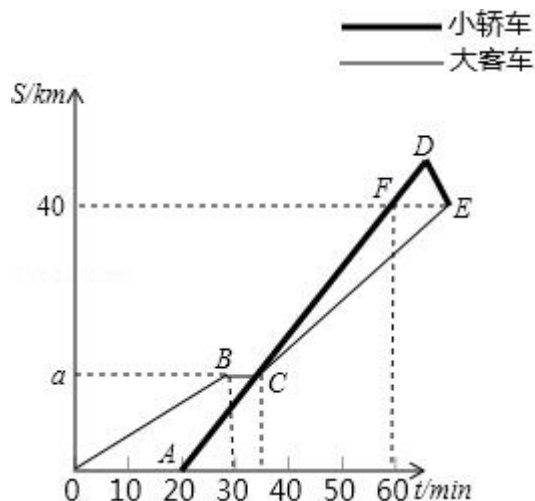
∴ 小轿车折返时已经超速；

(4) 大客车的时间: $\frac{40}{\frac{1}{2}}=80\text{min}$,

$80-70=10\text{min}$,

答: 小轿车折返后到达景点入口, 需等待 10 分钟, 大客车才能到达景点入口. (10 分)

故答案为: 10.



【点评】本题考查了运用待定系数法求一次函数的解析式的运用, 路程=速度 $\times$ 时间的关系式的运用, 在解答中求出函数关系式及两车的速度是关键, 并注意运用数形结合的思想.

23. (12.00 分) 综合与实践

折纸是一项有趣的活动, 同学们小时候都玩过折纸, 可能折过小动物、小花、飞机、小船等, 折纸活动也伴随着我们初中数学的学习在折纸过程中, 我们可以通过研究图形的性质和运动、确定图形位置等, 进一步发展空间观念, 在经历借助图形思考问题的过程中, 我们会初步建立几何直观, 折纸往往从矩形纸片开始, 今天, 就让我们带着数学的眼光来玩一玩折纸, 看看折叠矩形的对角线之后能得到哪些数学结论.

实践操作

如图 1, 将矩形纸片 ABCD 沿对角线 AC 翻折, 使点 B' 落在矩形 ABCD 所在平面内, B'C 和 AD 相交于点 E, 连接 B'D.

解决问题

(1) 在图 1 中,

①B'D 和 AC 的位置关系为 平行;

②将 $\triangle AEC$ 剪下后展开, 得到的图形是 菱形;

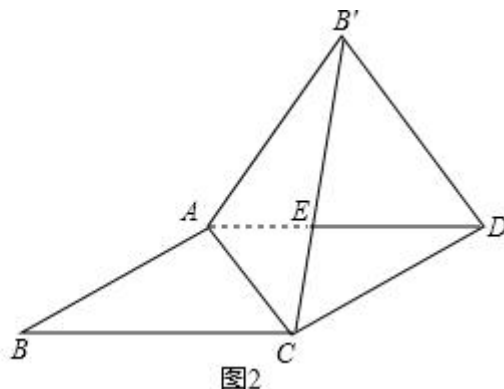
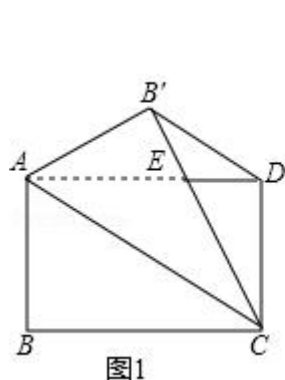
(2) 若图 1 中的矩形变为平行四边形时 ($AB \neq BC$), 如图 2 所示, 结论①和结论②是否成

立，若成立，请挑选其中的一个结论加以证明，若不成立，请说明理由；

(3) 小红沿对角线折叠一张矩形纸片，发现所得图形是轴对称图形，沿对称轴再次折叠后，得到的仍是轴对称图形，则小红折叠的矩形纸片的长宽之比为 1: 1 或 $\sqrt{3}: 1$ ；

拓展应用

(4) 在图 2 中，若 $\angle B=30^\circ$ ， $AB=4\sqrt{3}$ ，当 $\triangle AB'D$ 恰好为直角三角形时，BC 的长度为 4 或 6 或 8 或 12。



【分析】 (1) ①根据内错角相等两直线平行即可判断；

②根据菱形的判定方法即可解决问题；

(2) 只要证明 $AE=EC$ ，即可证明结论②成立；只要证明 $\angle ADB' = \angle DAC$ ，即可推出 $B'D \parallel AC$ ；

(3) 分两种情形分别讨论即可解决问题；

(4) 先证得四边形 $ACB'D$ 是等腰梯形，分四种情形分别讨论求解即可解决问题；

【解答】 解：(1) ① $BD' \parallel AC$. ② 将 $\triangle AEC$ 剪下后展开，得到的图形是菱形；

故答案为 $BD' \parallel AC$ ，菱形；

(2) ①选择②证明如下：

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AD \parallel BC$ ，

$\therefore \angle DAC = \angle ACB$ ，

$\because$ 将 $\triangle ABC$ 沿 AC 翻折至 $\triangle AB'C$ ，

$\therefore \angle ACB' = \angle ACB$ ，

$\therefore \angle DAC = \angle ACB'$ ，

$\therefore AE = CE$ ，

$\therefore \triangle AEC$ 是等腰三角形;
 $\therefore$ 将 $\triangle AEC$ 剪下后展开, 得到的图形四边相等,
 $\therefore$ 将 $\triangle AEC$ 剪下后展开, 得到的图形四边是菱形.

②选择①证明如下,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,
 $\therefore AD=BC$,
 $\because$ 将 $\triangle ABC$ 沿 AC 翻折至 $\triangle AB' C$,
 $\therefore B' C=BC$,
 $\therefore B' C=AD$,
 $\therefore B' E=DE$,
 $\therefore \angle CB' D=\angle ADB'$,
 $\because \angle AEC=\angle B' ED$, $\angle ACB'=\angle CAD$
 $\therefore \angle ADB'=\angle DAC$,
 $\therefore B' D \parallel AC$.

(3) ①当矩形的长宽相等时, 满足条件, 此时矩形纸片的长宽之比为 $1:1$; $\because \angle AB' D + \angle ADB' = 90^\circ$,

$$\therefore y - 30^\circ + y = 90^\circ,$$

②当矩形的长宽之比为 $\sqrt{3}:1$ 时, 满足条件, 此时可以证明四边形 $ACDB'$ 是等腰梯形, 是轴对称图形;

综上所述, 满足条件的矩形纸片的长宽之比为 $1:1$ 或 $\sqrt{3}:1$;

(4) $\because AD=BC$, $BC=B' C$,
 $\therefore AD=B' C$,
 $\because AC \parallel B' D$,
 $\therefore$ 四边形 $ACB' D$ 是等腰梯形,
 $\because \angle B=30^\circ$, $\therefore \angle AB' C=\angle CDA=30^\circ$,
 $\because \triangle AB' D$ 是直角三角形,
 当 $\angle B' AD=90^\circ$, $AB > BC$ 时, 如图 3 中,

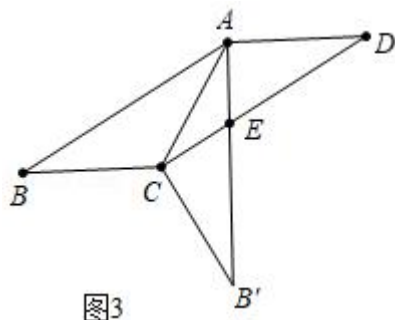


图3

设 $\angle ADB' = \angle CB'D = y$,

$$\therefore \angle AB'D = y - 30^\circ,$$

解得 $y = 60^\circ$,

$$\therefore \angle AB'D = y - 30^\circ = 30^\circ,$$

$$\therefore AB' = AB = 4\sqrt{3},$$

$$\therefore AD = \frac{\sqrt{3}}{3} \times 4\sqrt{3} = 4,$$

$$\therefore BC = 4,$$

当 $\angle ADB' = 90^\circ$, $AB > BC$ 时, 如图 4,

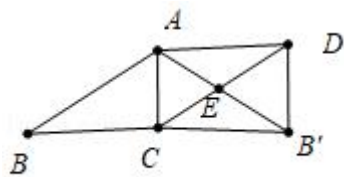


图4

$$\therefore AD = BC, BC = B'C,$$

$$\therefore AD = B'C,$$

$$\therefore AC \parallel B'D,$$

$\therefore$ 四边形 $ACB'D$ 是等腰梯形,

$$\therefore \angle ADB' = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $ACB'D$ 是矩形,

$$\therefore \angle ACB' = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle B = 30^\circ, AB = 4\sqrt{3},$$

$$\therefore BC = \frac{\sqrt{3}}{2} AB = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4\sqrt{3} = 6;$$

当 $\angle B'AD = 90^\circ$, $AB < BC$ 时, 如图 5,

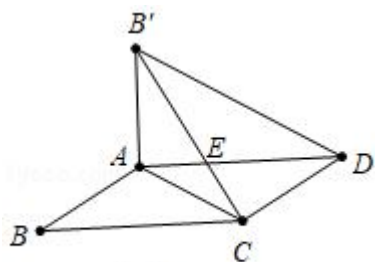


图5

$\because AD=BC, BC=B'C,$

$\therefore AD=B'C,$

$\because AC \parallel B'D, \angle B'AD=90^\circ,$

$\because \angle B=30^\circ, AB'=4\sqrt{3},$

$\therefore \angle AB'C=30^\circ,$

$\therefore AE=4, BE'=2AE=8,$

$\therefore AE=EC=4,$

$\therefore CB'=12,$

当 $\angle AB'D=90^\circ$ 时, 如图 6,

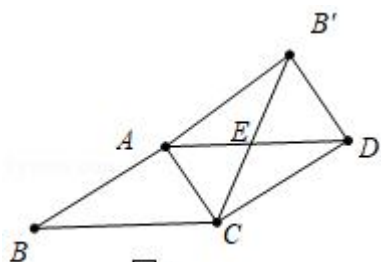


图6

$\because AD=BC, BC=B'C,$

$\therefore AD=B'C,$

$\because AC \parallel B'D,$

$\therefore$ 四边形 $ACDB'$ 是等腰梯形,

$\because \angle AB'D=90^\circ,$

$\therefore$ 四边形 $ACDB'$ 是矩形,

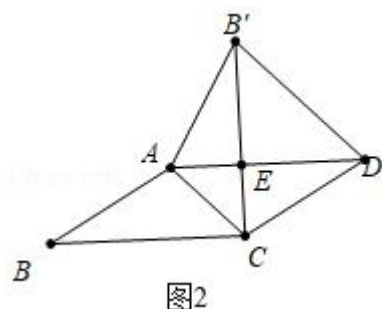
$\therefore \angle BAC=90^\circ,$

$\because \angle B=30^\circ, AB=4\sqrt{3},$

$\therefore BC=AB \div \frac{\sqrt{3}}{2}=8;$

$\therefore$ 已知当 BC 的长为 4 或 6 或 8 或 12 时, $\triangle AB'D$ 是直角三角形.

故答案为：平行，菱形，1: 1 或 $\sqrt{3}$: 1, 4 或 6 或 8 或 12;



【点评】 本题考查四边形综合题、翻折变换、矩形的性质、等腰梯形的判定和性质、解直角三角形等知识，解题的关键是学会用分类讨论的思想思考问题，本题综合性比较强，属于中考压轴题.

24. (14.00 分) 综合与探究

如图 1 所示，直线 $y=x+c$ 与 x 轴交于点 $A(-4, 0)$ ，与 y 轴交于点 C ，抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 经过点 A, C .

(1) 求抛物线的解析式

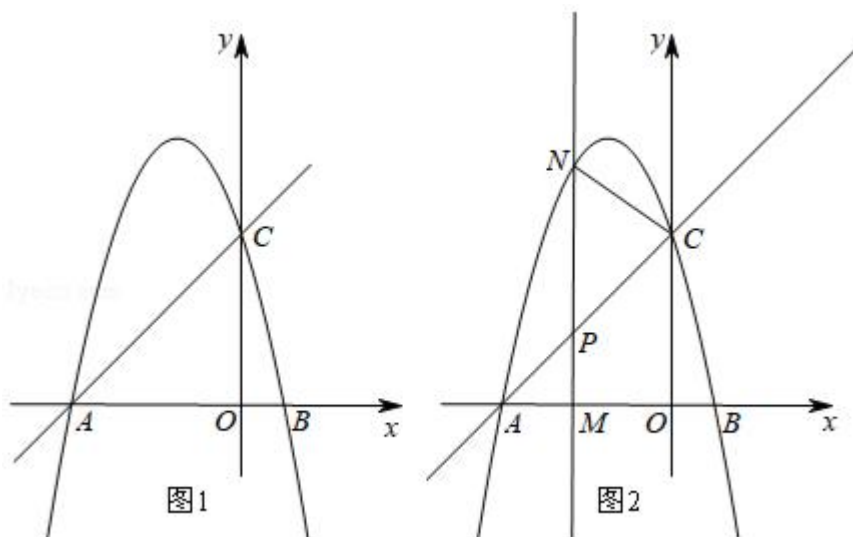
(2) 点 E 在抛物线的对称轴上，求 $CE+OE$ 的最小值;

(3) 如图 2 所示， M 是线段 OA 的上一个动点，过点 M 垂直于 x 轴的直线与直线 AC 和抛物线分别交于点 P, N

①若以 C, P, N 为顶点的三角形与 $\triangle APM$ 相似，则 $\triangle CPN$ 的面积为 $\frac{9}{2}$ 或 4;

②若点 P 恰好是线段 MN 的中点，点 F 是直线 AC 上一个动点，在坐标平面内是否存在点 D ，使以点 D, F, P, M 为顶点的四边形是菱形？若存在，请直接写出点 D 的坐标；若不存在，请说明理由.

注：二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的顶点坐标为 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$



【分析】(1) 把已知点坐标代入解析式；

(2) 取点 C 关于抛物线的对称轴直线 l 的对称点 C'，由两点之间线段最短，最小值可得；

(3) ①由已知，注意相似三角形的分类讨论.

②设出 M 坐标，求点 P 坐标. 注意菱形是由等腰三角形以底边所在直线为对称轴对称得到的. 本题即为研究 $\triangle CPN$ 为等腰三角形的情况.

【解答】解：(1) 将 A (-4, 0) 代入 $y=x+c$

$$\therefore c=4$$

将 A (-4, 0) 和 $c=4$ 代入 $y=-x^2+bx+c$

$$\therefore b=-3$$

$$\therefore \text{抛物线解析式为 } y=-x^2-3x+4$$

(2) 做点 C 关于抛物线的对称轴直线 l 的对称点 C'，连 OC'，交直线 l 于点 E.

连 CE，此时 CE+OE 的值最小.

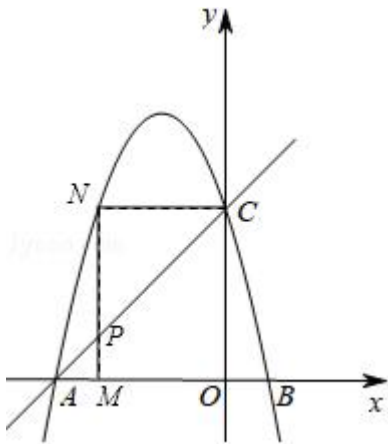
$$\therefore \text{抛物线对称轴位置线 } x=-\frac{3}{2}$$

$$\therefore CC'=3$$

由勾股定理 $OC'=5$

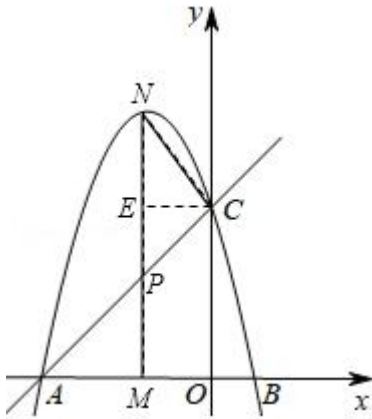
$$\therefore \text{CE+OE 的最小值为 } 5$$

(3) ①当 $\triangle CNP \sim \triangle AMP$ 时，



$\angle CNP=90^\circ$ ，则 NC 关于抛物线对称轴对称

$\therefore NC=NP=3 \therefore \triangle CPN$ 的面积为 $\frac{9}{2}$



当 $\triangle CNP \sim \triangle MAP$ 时

由已知 $\triangle NCP$ 为等腰直角三角形， $\angle NCP=90^\circ$

过点 C 作 $CE \perp MN$ 于点 E，设点 M 坐标为 $(a, 0)$

$\therefore EP=EC=-a$,

则 N 为 $(a, -a^2-3a+4)$ ， $MP=-a^2-3a+4-(-2a)=-a^2-a+4$

$\therefore P(a, -a^2-a+4)$

代入 $y=x+4$

解得 $a=-2$

$\therefore \triangle CPN$ 的面积为 4

故答案为: $\frac{9}{2}$ 或 4

②存在

设 M 坐标为 $(a, 0)$

则 N 为 $(a, -a^2-3a+4)$

则 P 点坐标为 $(a, \frac{-a^2-3a+4}{2})$

把点 P 坐标代入 $y = -x+4$

解得 $a_1 = -4$ (舍去), $a_2 = -1$

当 $PF=FM$ 时, 点 D 在 MN 垂直平分线上, 则 D $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$

当 $PM=PF$ 时, 由菱形性质点 D 坐标为 $(-1+\frac{3\sqrt{2}}{2}, \frac{3\sqrt{2}}{2})$ $(-1-\frac{3\sqrt{2}}{2}, -\frac{3\sqrt{2}}{2})$

当 $MP=MF$ 时, M、D 关于直线 $y = -x+4$ 对称, 点 D 坐标为 $(-4, 3)$

【点评】 本题以二次函数动点问题为背景, 综合考查二次函数图象性质、相似三角形判断以及菱形存在性的判断. 解答时应注意做到数形结合.