

2017 年黑龙江省龙东地区中考数学试卷

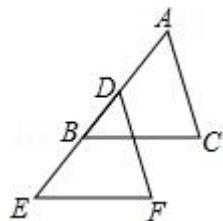
(佳木斯 鹤岗 双鸭山 鸡西 七台河 伊春)

一、填空题 (每题 3 分, 满分 30 分)

1. (3 分) “可燃冰”的开发成功, 拉开了我国开发新能源的大门, 目前发现我国南海“可燃冰”储量达到 800 亿吨, 将 800 亿吨用科学记数法可表示为_____吨.

2. (3 分) 在函数 $y = \frac{1}{x-1}$ 中, 自变量 x 的取值范围是_____.

3. (3 分) 如图, $BC \parallel EF$, $AC \parallel DF$, 添加一个条件_____, 使得 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.

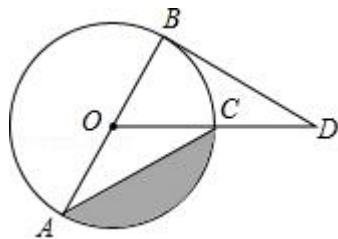


4. (3 分) 在一个不透明的袋子中装有除颜色外完全相同的 3 个白球、若干红球, 从中随机摸取 1 个球, 摸到红球的概率是 $\frac{5}{8}$, 则这个袋子中有红球_____个.

5. (3 分) 若关于 x 的一元一次不等式组 $\begin{cases} x - a > 0 \\ 1 - x > x - 1 \end{cases}$ 无解, 则 a 的取值范围是_____.

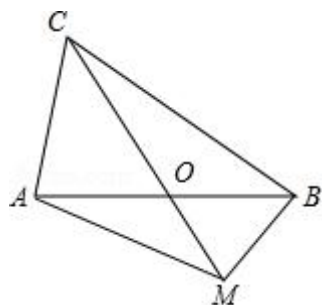
6. (3 分) 为了鼓励居民节约用水, 某自来水公司采取分段计费, 每月每户用水不超过 10 吨, 每吨 2.2 元; 超过 10 吨的部分, 每吨加收 1.3 元. 小明家 4 月份用水 15 吨, 应交水费_____元.

7. (3 分) 如图, BD 是 $\odot O$ 的切线, B 为切点, 连接 DO 与 $\odot O$ 交于点 C , AB 为 $\odot O$ 的直径, 连接 CA , 若 $\angle D = 30^\circ$, $\odot O$ 的半径为 4, 则图中阴影部分的面积为_____.

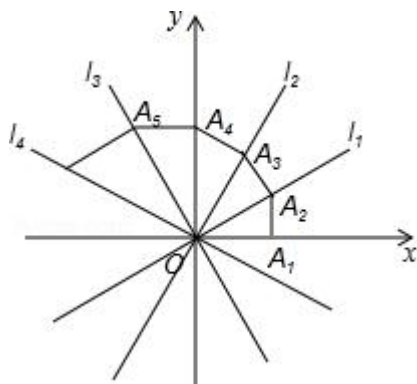


8. (3 分) 圆锥的底面半径为 2cm, 圆锥高为 3cm, 则此圆锥侧面展开图的周长为_____cm.

9. (3 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = BC = 8$, $AO = BO$, 点 M 是射线 CO 上的一个动点, $\angle AOC = 60^\circ$, 则当 $\triangle ABM$ 为直角三角形时, AM 的长为_____.

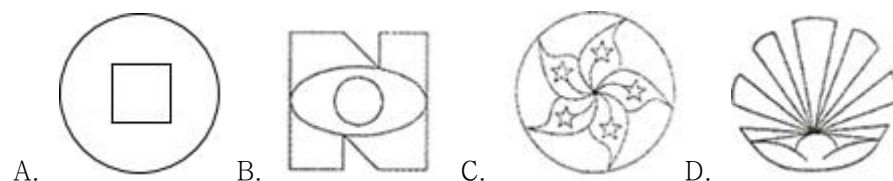


10. (3分) 如图, 四条直线 $l_1: y_1 = \frac{\sqrt{3}}{3}x$, $l_2: y_2 = \sqrt{3}x$, $l_3: y_3 = -\sqrt{3}x$, $l_4: y_4 = -\frac{\sqrt{3}}{3}x$, $OA_1=1$, 过点 A_1 作 $A_1A_2 \perp x$ 轴, 交 l_1 于点 A_2 , 再过点 A_2 作 $A_2A_3 \perp l_1$ 交 l_2 于点 A_3 , 再过点 A_3 作 $A_3A_4 \perp l_2$ 交 l_3 于点 A_4 , 再过点 A_4 作 $A_4A_5 \perp l_3$ 交 y 轴于点 A_5 , 则点 A_{2017} 坐标为_____.

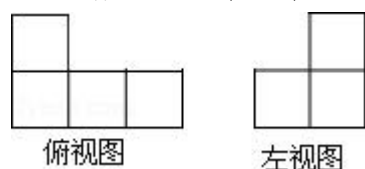


二、选择题 (每题 3 分, 满分 30 分)

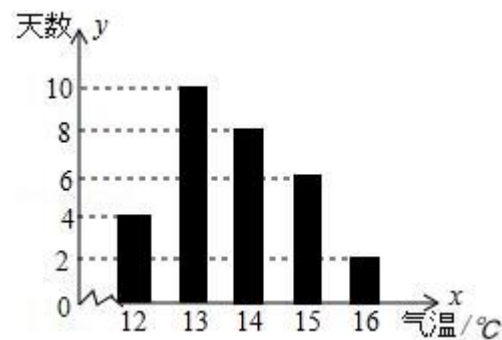
11. (3分) 下列运算中, 计算正确的是 ()
 A. $(a^2b)^3 = a^5b^3$ B. $(3a^2)^3 = 27a^6$ C. $x^6 \div x^2 = x^3$ D. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$
 12. (3分) 下列图形中, 既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



13. (3分) 如图, 是由若干个小立方体搭成的几何体俯视图和左视图. 则小立方体的个数可能是 ()

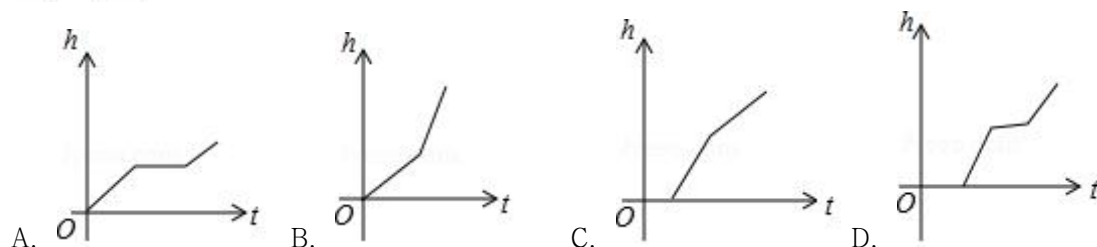


- A. 5 或 6 B. 5 或 7 C. 4 或 5 或 6 D. 5 或 6 或 7
 14. (3分) 某市 4 月份日平均气温统计图情况如图所示, 则在日平均气温这组数据中, 众数和中位数分别是 ()



- A. 13, 13 B. 13, 13.5 C. 13, 14 D. 16, 13
 15. (3分) 如图, 某工厂有甲、乙两个大小相同的蓄水池, 且中间有管道连通, 现要向甲

池中注水，若单位时间内的注水量不变，那么从注水开始，乙水池水面上升的高度 h 与注水时间 t 之间的函数关系图象可能是（ ）



16. (3分) 反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ 图象上三个点的坐标为 (x_1, y_1) 、 (x_2, y_2) 、 (x_3, y_3) ，

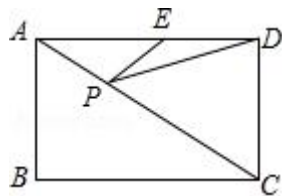
若 $x_1 < x_2 < 0 < x_3$ ，则 y_1, y_2, y_3 的大小关系是（ ）

A. $y_1 < y_2 < y_3$ B. $y_2 < y_1 < y_3$ C. $y_2 < y_3 < y_1$ D. $y_1 < y_3 < y_2$

17. (3分) 已知关于 x 的分式方程 $\frac{3x-a}{x-3} = \frac{1}{3}$ 的解是非负数，那么 a 的取值范围是（ ）

A. $a > 1$ B. $a \geq 1$ C. $a \geq 1$ 且 $a \neq 9$ D. $a \leq 1$

18. (3分) 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AD=4$ ， $\angle DAC=30^\circ$ ，点 P 、 E 分别在 AC 、 AD 上，则 $PE+PD$ 的最小值是（ ）



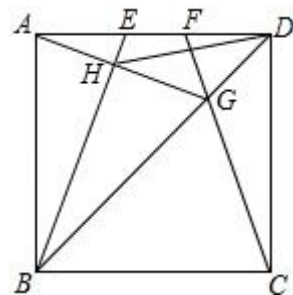
A. 2 B. $2\sqrt{3}$ C. 4 D. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$

19. (3分) “双 11” 促销活动中，小芳的妈妈计划用 1000 元在唯品会购买价格分别为 80 元和 120 元的两种商品，则可供小芳妈妈选择的购买方案有（ ）

A. 4 种 B. 5 种 C. 6 种 D. 7 种

20. (3分) 如图，在边长为 4 的正方形 $ABCD$ 中， E 、 F 是 AD 边上的两个动点，且 $AE=FD$ ，连接 BE 、 CF 、 BD ， CF 与 BD 交于点 G ，连接 AG 交 BE 于点 H ，连接 DH ，下列结论正确的个数是（ ）

① $\triangle ABG \sim \triangle FDG$ ② HD 平分 $\angle EHG$ ③ $AG \perp BE$ ④ $S_{\triangle HDG} : S_{\triangle HBG} = \tan \angle DAG$ ⑤ 线段 DH 的最小值是 $2\sqrt{5}-2$.



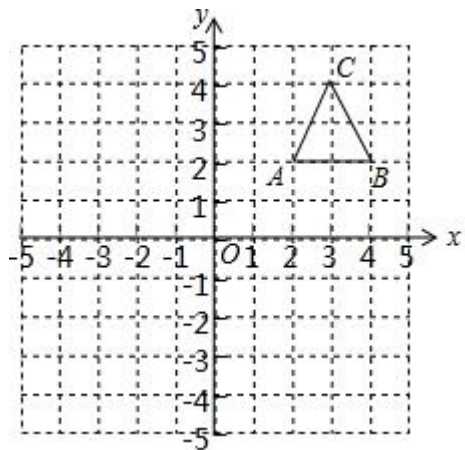
A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

三、解答题 (满分 60 分)

21. (5 分) 先化简, 再求值: $\frac{3a-3}{a} \div \frac{a^2-2a+1}{a^2} - \frac{2a}{a-1}$, 其中 $a=1+2\cos 60^\circ$.

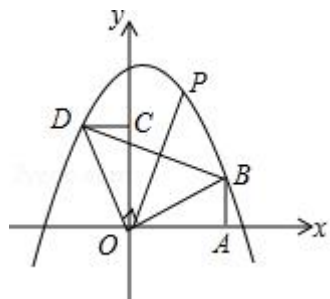
22. (6 分) 如图, 在平面直角坐标系中, $\triangle ABC$ 的三个顶点都在格点上, 点 A 的坐标为 (2, 2). 请解答下列问题:

- (1) 画出 $\triangle ABC$ 关于 y 轴对称的 $\triangle A_1B_1C_1$, 并写出 A_1 的坐标.
- (2) 画出 $\triangle ABC$ 绕点 B 逆时针旋转 90° 后得到的 $\triangle A_2B_2C_2$, 并写出 A_2 的坐标.
- (3) 画出 $\triangle A_2B_2C_2$ 关于原点 O 成中心对称的 $\triangle A_3B_3C_3$, 并写出 A_3 的坐标.



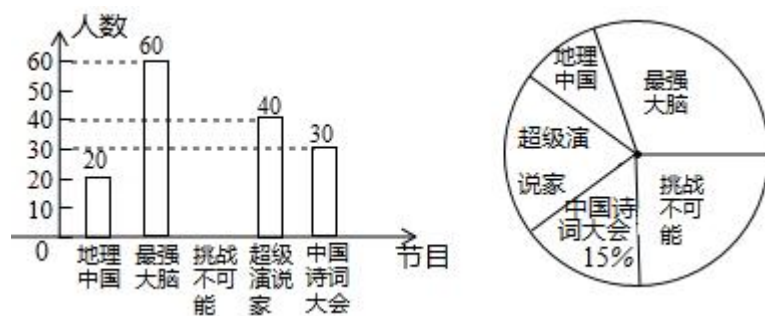
23. (6 分) 如图, $\text{Rt}\triangle AOB$ 的直角边 OA 在 x 轴上, $OA=2$, $AB=1$, 将 $\text{Rt}\triangle AOB$ 绕点 O 逆时针旋转 90° 得到 $\text{Rt}\triangle COD$, 抛物线 $y = -\frac{5}{6}x^2 + bx + c$ 经过 B、D 两点.

- (1) 求二次函数的解析式;
- (2) 连接 BD, 点 P 是抛物线上一点, 直线 OP 把 $\triangle BOD$ 的周长分成相等的两部分, 求点 P 的坐标.



24. (7 分) 我市某中学为了了解孩子们对《中国诗词大会》, 《挑战不可能》, 《最强大脑》, 《超级演说家》, 《地理中国》五种电视节目的喜爱程度, 随机在七、八、九年级抽取了部分学生进行调查 (每人只能选择一种喜爱的电视节目), 并将获得的数据进行整理, 绘制出以下两幅不完整的统计图, 请根据两幅统计图中的信息回答下列问题:

- (1) 本次调查中共抽取了_____名学生.
- (2) 补全条形统计图.
- (3) 在扇形统计图中, 喜爱《地理中国》节目的人数所在的扇形的圆心角是_____度.
- (4) 若该学校有 2000 人, 请你估计该学校喜欢《最强大脑》节目的学生人数是多少人?

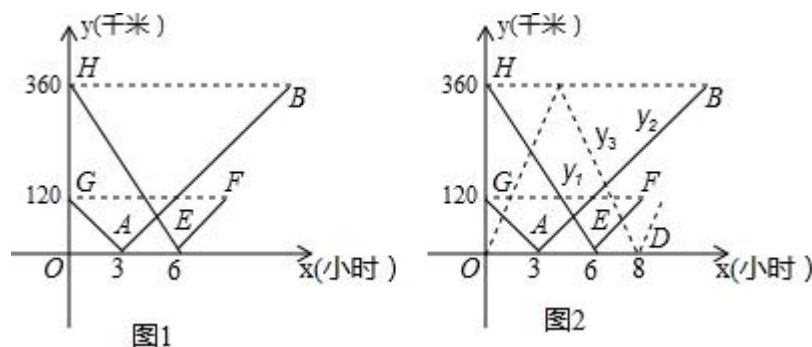


25. (8分) 在甲、乙两城市之间有一服务区，一辆客车从甲地驶往乙地，一辆货车从乙地驶往甲地. 两车同时出发，匀速行驶，客车、货车离服务区的距离 y_1 (千米)， y_2 (千米) 与行驶的时间 x (小时) 的函数关系图象如图 1 所示.

(1) 甲、乙两地相距_____千米.

(2) 求出发 3 小时后，货车离服务区的路程 y_2 (千米) 与行驶时间 x (小时) 之间的函数关系式.

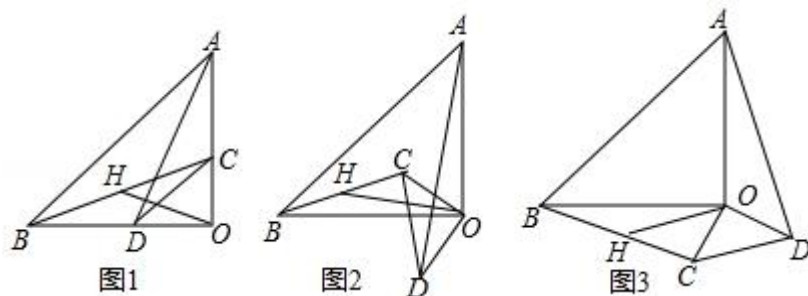
(3) 在客车和货车出发的同时，有一辆邮政车从服务区匀速去甲地取货后返回乙地 (取货的时间忽略不计)，邮政车离服务区的距离 y_3 (千米) 与行驶时间 x (小时) 之间的函数关系图线如图 2 中的虚线所示，直接写出在行驶的过程中，经过多长时间邮政车与客车和货车的距离相等?



26. (8分) 已知: $\triangle AOB$ 和 $\triangle COD$ 均为等腰直角三角形, $\angle AOB = \angle COD = 90^\circ$. 连接 AD , BC , 点 H 为 BC 中点, 连接 OH .

(1) 如图 1 所示, 易证: $OH = \frac{1}{2}AD$ 且 $OH \perp AD$ (不需证明)

(2) 将 $\triangle COD$ 绕点 O 旋转到图 2, 图 3 所示位置时, 线段 OH 与 AD 又有怎样的关系, 并选择一个图形证明你的结论.



27. (10分) 为了推动“龙江经济带”建设, 我省某蔬菜企业决定通过加大种植面积、增加种植种类, 促进经济发展. 2017 年春, 预计种植西红柿、马铃薯、青椒共 100 公顷 (三种蔬菜的种植面积均为整数), 青椒的种植面积是西红柿种植面积的 2 倍, 经预算, 种植西

红柿的利润可达 1 万元/公顷，青椒 1.5 万元/公顷，马铃薯 2 万元/公顷，设种植西红柿 x 公顷，总利润为 y 万元.

(1) 求总利润 y (万元) 与种植西红柿的面积 x (公顷) 之间的关系式.

(2) 若预计总利润不低于 180 万元，西红柿的种植面积不低于 8 公顷，有多少种植方案？

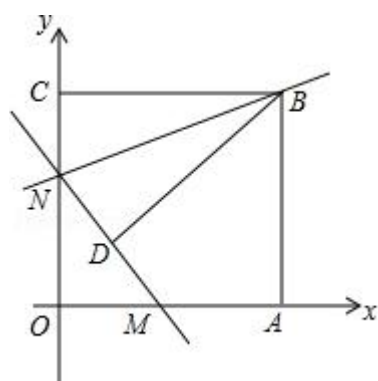
(3) 在 (2) 的前提下，该企业决定投资不超过获得最大利润的 $\frac{1}{8}$ 在冬季同时建造 A、B 两种类型的温室大棚，开辟新的经济增长点，经测算，投资 A 种类型的大棚 5 万元/个，B 种类型的大棚 8 万元/个，请直接写出有哪几种建造方案？

28. (10 分) 如图，矩形 AOCB 的顶点 A、C 分别位于 x 轴和 y 轴的正半轴上，线段 OA、OC 的长度满足方程 $|x - 15| + \sqrt{y - 13} = 0$ ($OA > OC$)，直线 $y = kx + b$ 分别与 x 轴、 y 轴交于 M、N 两点，将 $\triangle BCN$ 沿直线 BN 折叠，点 C 恰好落在直线 MN 上的点 D 处，且 $\tan \angle CBD = \frac{3}{4}$

(1) 求点 B 的坐标；

(2) 求直线 BN 的解析式；

(3) 将直线 BN 以每秒 1 个单位长度的速度沿 y 轴向下平移，求直线 BN 扫过矩形 AOCB 的面积 S 关于运动的时间 t ($0 < t \leq 13$) 的函数关系式.



2017 年黑龙江省龙东地区中考数学试卷

(佳木斯 鹤岗 双鸭山 鸡西 七台河 伊春)

参考答案与试题解析

一、填空题 (每题 3 分, 满分 30 分)

1. (3 分) (2017•黑龙江) “可燃冰”的开发成功, 拉开了我国开发新能源的大门, 目前发现我国南海“可燃冰”储量达到 800 亿吨, 将 800 亿吨用科学记数法可表示为 8×10^{10} 吨.

【考点】1I: 科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

【解答】解: 800 亿 $= 8 \times 10^{10}$.

故答案为: 8×10^{10} .

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

2. (3 分) (2017•黑龙江) 在函数 $y = \frac{1}{x-1}$ 中, 自变量 x 的取值范围是 $x \neq 1$.

【考点】E4: 函数自变量的取值范围.

【分析】根据分母不等于 0 列式计算即可得解.

【解答】解: 由题意得, $x - 1 \neq 0$,

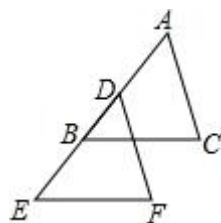
解得 $x \neq 1$.

故答案为: $x \neq 1$.

【点评】本题考查了函数自变量的范围, 一般从三个方面考虑:

- (1) 当函数表达式是整式时, 自变量可取全体实数;
- (2) 当函数表达式是分式时, 考虑分式的分母不能为 0;
- (3) 当函数表达式是二次根式时, 被开方数非负.

3. (3 分) (2017•黑龙江) 如图, $BC \parallel EF$, $AC \parallel DF$, 添加一个条件 $AB=DE$ 或 $BC=EF$ 或 $AC=DF$, 使得 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.



【考点】KB: 全等三角形的判定.

【分析】本题要判定 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 易证 $\angle A = \angle EDF$, $\angle ABC = \angle E$, 故添加 $AB=DE$ 、 $BC=EF$ 或 $AC=DF$ 根据 ASA、AAS 即可解题.

【解答】解: $\because BC \parallel EF$,

$\therefore \angle ABC = \angle E$,

$\because AC \parallel DF$,

$\therefore \angle A = \angle EDF$,

$$\therefore \text{在} \triangle ABC \text{ 和 } \triangle DEF \text{ 中, } \begin{cases} \angle A = \angle EDF \\ AB = DE \\ \angle ABC = \angle E \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$,

同理, $BC=EF$ 或 $AC=DF$ 也可求证 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.

故答案为 $AB=DE$ 或 $BC=EF$ 或 $AC=DF$ 均可.

【点评】 本题考查三角形全等的判定方法, 判定两个三角形全等的一般方法有: SSS、SAS、ASA、AAS、HL. 注意: AAA、SSA 不能判定两个三角形全等, 判定两个三角形全等时, 必须有边的参与, 若有两边一角对应相等时, 角必须是两边的夹角.

4. (3分) (2017•黑龙江) 在一个不透明的袋子中装有除颜色外完全相同的 3 个白球、若干红球, 从中随机摸取 1 个球, 摸到红球的概率是 $\frac{5}{8}$, 则这个袋子中有红球 5 个.

【考点】 X4: 概率公式.

【分析】 设这个袋子中有红球 x 个, 根据已知条件列方程即可得到结论.

【解答】 解: 设这个袋子中有红球 x 个,

$\therefore$ 摸到红球的概率是 $\frac{5}{8}$,

$$\therefore \frac{x}{x+3} = \frac{5}{8},$$

$\therefore x=5$,

故答案为: 5.

【点评】 此题主要考查了概率公式的应用, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确: 随机事件 A 的概率 $P(A) = \frac{\text{事件 A 可能出现的结果数}}{\text{所有可能出现的结果数}}$.

5. (3分) (2017•黑龙江) 若关于 x 的一元一次不等式组 $\begin{cases} x - a > 0 \\ 1 - x > x - 1 \end{cases}$ 无解, 则 a 的取值范围是 $a \geq 2$.

【考点】 CB: 解一元一次不等式组.

【分析】 先求出各不等式的解集, 再与已知解集相比较求出 a 的取值范围.

【解答】 解: 由 $x - a > 0$ 得, $x > a$; 由 $1 - x > x - 1$ 得, $x < 2$,

$\therefore$ 此不等式组的解集是空集,

$\therefore a \geq 2$.

故答案为: $a \geq 2$.

【点评】 本题考查的是解一元一次不等式组, 熟知“同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

6. (3分) (2017•黑龙江) 为了鼓励居民节约用水, 某自来水公司采取分段计费, 每月每户用水不超过 10 吨, 每吨 2.2 元; 超过 10 吨的部分, 每吨加收 1.3 元. 小明家 4 月份用水 15 吨, 应交水费 39.5 元.

【考点】 1G: 有理数的混合运算.

【分析】先根据单价 $\times$ 数量=总价求出 10 吨的水费，再根据单价 $\times$ 数量=总价加上超过 10 吨的部分的水费，再把它们相加即可解答.

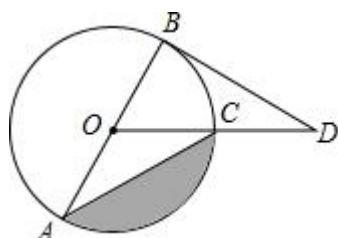
$$\begin{aligned} \text{【解答】解：} & 2.2 \times 10 + (2.2 + 1.3) \times (15 - 10) \\ &= 22 + 3.5 \times 5 \\ &= 22 + 17.5 \\ &= 39.5 \text{ (元)}. \end{aligned}$$

答：应交水费 39.5 元.

故答案为：39.5.

【点评】本题考查了有理数的混合运算. 解题关键是要读懂题目的意思，根据题目给出的条件，找出合适的等量关系列出算式，再求解.

7. (3 分) (2017•黑龙江) 如图，BD 是 $\odot O$ 的切线，B 为切点，连接 DO 与 $\odot O$ 交于点 C，AB 为 $\odot O$ 的直径，连接 CA，若 $\angle D = 30^\circ$ ， $\odot O$ 的半径为 4，则图中阴影部分的面积为 $\frac{16}{3}\pi - 4\sqrt{3}$.



【考点】MC：切线的性质；MO：扇形面积的计算.

【分析】由条件可求得 $\angle COA$ 的度数，过 O 作 $OE \perp CA$ 于点 E，则可求得 OE 的长和 CA 的长，再利用 $S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形 COA}} - S_{\triangle COA}$ 可求得答案.

【解答】解：如图，过 O 作 $OE \perp CA$ 于点 E，

$\because DB$ 为 $\odot O$ 的切线，

$$\therefore \angle DBA = 90^\circ,$$

$$\because \angle D = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BOC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle COA = 120^\circ,$$

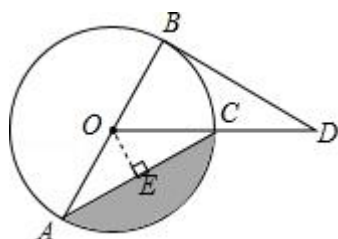
$$\because OC = OA = 4,$$

$$\therefore \angle OAE = 30^\circ,$$

$$\therefore OE = 2, CA = 2AE = 4\sqrt{3}$$

$$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形 COA}} - S_{\triangle COA} = \frac{120\pi \times 4^2}{360} - \frac{1}{2} \times 2 \times 4\sqrt{3} = \frac{16}{3}\pi - 4\sqrt{3},$$

故答案为： $\frac{16}{3}\pi - 4\sqrt{3}$.



【点评】 本题主要考查切线的性质和扇形面积的计算，求得扇形 COA 和 $\triangle COA$ 的面积是解题的关键.

8. (3 分) (2017•黑龙江) 圆锥的底面半径为 2cm, 圆锥高为 3cm, 则此圆锥侧面展开图的周长为 $(2\sqrt{13}+4\pi)$ cm.

【考点】 MP: 圆锥的计算.

【分析】 利用勾股定理易得圆锥的母线长, 圆锥周长=弧长+2 母线长.

【解答】 解: $\because$ 圆锥的底面半径是 2, 高是 3,

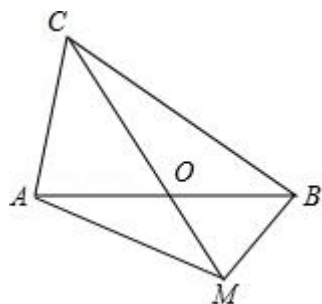
$\therefore$ 圆锥的母线长为: $\sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$,

$\therefore$ 这个圆锥的侧面展开图的周长 $= 2 \times \sqrt{13} + 2\pi \times 2 = 2\sqrt{13} + 4\pi$.

故答案为 $2\sqrt{13} + 4\pi$.

【点评】 考查圆锥的计算, 掌握圆锥的侧面积的计算公式是解决本题的关键.

9. (3 分) (2017•黑龙江) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=BC=8$, $AO=BO$, 点 M 是射线 CO 上的一个动点, $\angle AOC=60^\circ$, 则当 $\triangle ABM$ 为直角三角形时, AM 的长为 $4\sqrt{3}$ 或 $4\sqrt{7}$ 或 4.



【考点】 KQ: 勾股定理; KH: 等腰三角形的性质.

【专题】 32: 分类讨论.

【分析】 分三种情况讨论: ①当 M 在 AB 下方且 $\angle AMB=90^\circ$ 时, ②当 M 在 AB 上方且 $\angle AMB=90^\circ$ 时, ③当 $\angle ABM=90^\circ$ 时, 分别根据含 30° 直角三角形的性质、直角三角形斜边的中线的性质或勾股定理, 进行计算求解即可.

【解答】 解: 如图 1, 当 $\angle AMB=90^\circ$ 时,

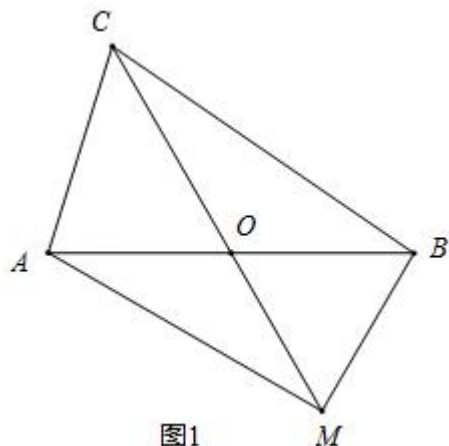


图1

$\because$ O 是 AB 的中点, $AB=8$,

$\therefore OM=OB=4$,

又 $\because \angle AOC = \angle BOM = 60^\circ$,

∴ $\triangle BOM$ 是等边三角形,

∴ $BM=BO=4$,

∴ $\text{Rt}\triangle ABM$ 中, $AM=\sqrt{AB^2-BM^2}=4\sqrt{3}$;

如图 2, 当 $\angle AMB=90^\circ$ 时,

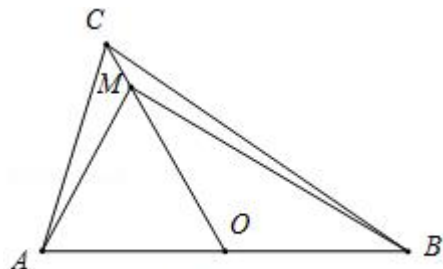


图2

∵ O 是 AB 的中点, $AB=8$,

∴ $OM=OA=4$,

又 $\because \angle AOC=60^\circ$,

∴ $\triangle AOM$ 是等边三角形,

∴ $AM=AO=4$;

如图 3, 当 $\angle ABM=90^\circ$ 时,

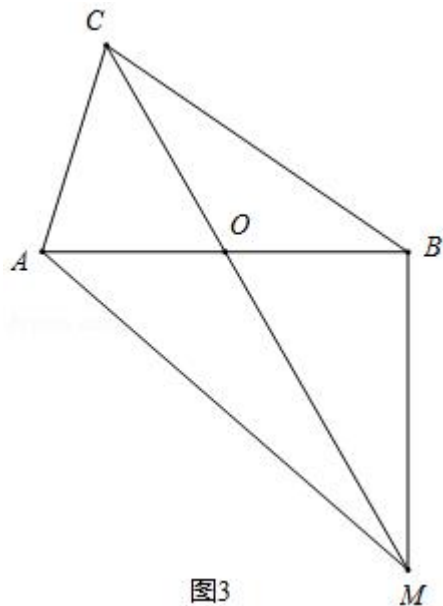


图3

∵ $\angle BOM=\angle AOC=60^\circ$,

∴ $\angle BMO=30^\circ$,

∴ $MO=2BO=2 \times 4=8$,

∴ $\text{Rt}\triangle BOM$ 中, $BM=\sqrt{MO^2-OB^2}=4\sqrt{3}$,

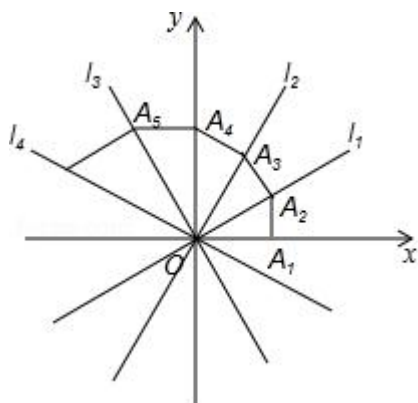
∴ $\text{Rt}\triangle ABM$ 中, $AM=\sqrt{AB^2+BM^2}=4\sqrt{7}$,

综上所述, 当 $\triangle ABM$ 为直角三角形时, AM 的长为 $4\sqrt{3}$ 或 $4\sqrt{7}$ 或 4 .

故答案为： $4\sqrt{3}$ 或 $4\sqrt{7}$ 或 4.

【点评】 本题主要考查了勾股定理，含 30° 直角三角形的性质和直角三角形斜边的中线的综合应用，运用分类讨论以及数形结合思想是解答此题的关键.

10. (3 分) (2017•黑龙江) 如图，四条直线 $l_1: y_1 = \frac{\sqrt{3}}{3}x$, $l_2: y_2 = \sqrt{3}x$, $l_3: y_3 = -\sqrt{3}x$, $l_4: y_4 = -\frac{\sqrt{3}}{3}x$, $OA_1=1$, 过点 A_1 作 $A_1A_2 \perp x$ 轴，交 l_1 于点 A_2 , 再过点 A_1 作 $A_1A_2 \perp l_1$ 交 l_2 于点 A_2 , 再过点 A_2 作 $A_2A_3 \perp l_3$ 交 y 轴于点 $A_3 \cdots$, 则点 A_{2017} 坐标为 $[\frac{2\sqrt{3}}{3}]^{2015}, \frac{1}{2}(\frac{2\sqrt{3}}{3})^{2016}]$.



【考点】 D2: 规律型: 点的坐标.

【专题】 2A : 规律型.

【分析】 先利用各直线的解析式得到 x 轴、 l_1 、 l_2 、 y 轴、 l_3 、 l_4 依次相交为 30° 的角，各点的位置是每 12 个一循环，由于 $2017=168 \times 12+1$ ，则可判定点 A_{2016} 在 x 轴的正半轴上，再规律得到 $OA_{2016} = (\frac{2\sqrt{3}}{3})^{2015}$ ，然后表示出点 A_{2017} 坐标.

【解答】 解: $\because y_1 = \frac{\sqrt{3}}{3}x$, $l_2: y_2 = \sqrt{3}x$, $l_3: y_3 = -\sqrt{3}x$, $l_4: y_4 = -\frac{\sqrt{3}}{3}x$,

$\therefore x$ 轴、 l_1 、 l_2 、 y 轴、 l_3 、 l_4 依次相交为 30° 的角，

$\because 2017=168 \times 12+1$,

$\therefore$ 点 A_{2016} 在 x 轴的正半轴上，

$$\therefore OA_2 = \frac{1}{\cos 30^\circ} = \frac{2\sqrt{3}}{3},$$

$$OA_3 = (\frac{2\sqrt{3}}{3})^2,$$

$$OA_4 = (\frac{2\sqrt{3}}{3})^3,$$

...

$$OA_{2016} = (\frac{2\sqrt{3}}{3})^{2015},$$

$$\therefore \text{点 } A_{2017} \text{ 坐标为 } [(\frac{2\sqrt{3}}{3})^{2015}, \frac{1}{2}(\frac{2\sqrt{3}}{3})^{2016}].$$

故答案为 $[(\frac{2\sqrt{3}}{3})^{2015}, \frac{1}{2}(\frac{2\sqrt{3}}{3})^{2016}]$.

【点评】本题考查了规律型：点的坐标：解答此题的关键是利用三角函数确定各点到原点的距离和点的位置的循环规律.

二、选择题 (每题 3 分, 满分 30 分)

11. (3 分) (2017•黑龙江) 下列运算中, 计算正确的是 ()

A. $(a^2b)^3=a^5b^3$ B. $(3a^2)^3=27a^6$ C. $x^6 \div x^2=x^3$ D. $(a+b)^2=a^2+b^2$

【考点】4I: 整式的混合运算.

【专题】11: 计算题; 512: 整式.

【分析】各项计算得到结果, 即可作出判断.

【解答】解: A、原式= a^6b^3 , 不符合题意;

B、原式= $27a^6$, 符合题意;

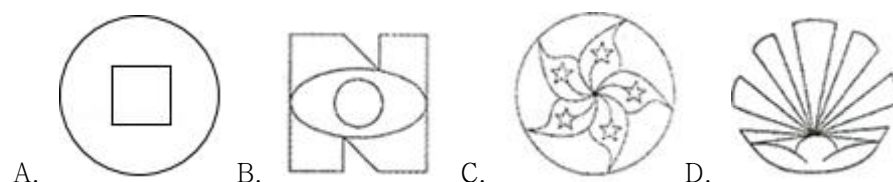
C、原式= x^4 , 不符合题意;

D、原式= $a^2+2ab+b^2$, 不符合题意,

故选 B

【点评】此题考查了整式的混合运算, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

12. (3 分) (2017•黑龙江) 下列图形中, 既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()

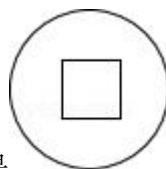


【考点】R5: 中心对称图形; P3: 轴对称图形.

【专题】558: 平移、旋转与对称.

【分析】利用中心对称图形与轴对称图形性质判断即可.

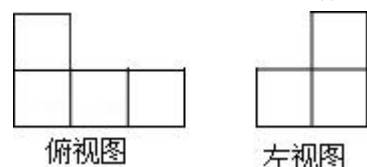
【解答】解: 既是轴对称图形又是中心对称图形的是



故选 A

【点评】此题考查了中心对称图形, 以及轴对称图形, 熟练掌握各自的性质是解本题的关键.

13. (3 分) (2017•黑龙江) 如图, 是由若干个小立方体搭成的几何体体俯视图和左视图. 则小立方体的个数可能是 ()



A. 5 或 6 B. 5 或 7 C. 4 或 5 或 6 D. 5 或 6 或 7

【考点】U3: 由三视图判断几何体.

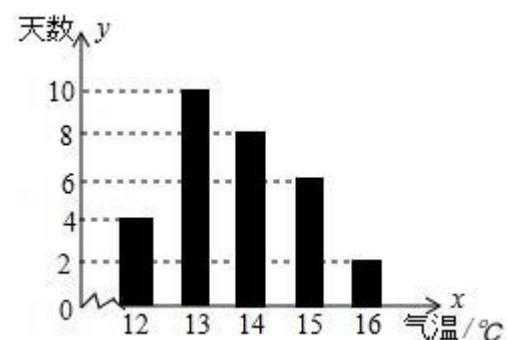
【分析】易得这个几何体共有 2 层, 由俯视图可得第一层立方体的个数, 由左视图可得第二层最多和最少小立方体的个数, 相加即可.

【解答】解: 由俯视图易得最底层有 4 个小立方体, 由左视图易得第二层最多有 3 个小立方

体和最少有 1 个小立方体，
那么小立方体的个数可能是 5 个或 6 个或 7 个。
故选 D.

【点评】 本题考查了由三视图判断几何体，也体现了对空间想象能力方面的考查. 如果掌握口诀“俯视图打地基，主视图疯狂盖，左视图拆违章”就更容易得到答案. 注意俯视图中有几个正方形，底层就有几个小立方体.

14. (3 分) (2017•黑龙江) 某市 4 月份日平均气温统计图情况如图所示，则在日平均气温这组数据中，众数和中位数分别是 ()



A. 13, 13 B. 13, 13.5 C. 13, 14 D. 16, 13

【考点】 W5: 众数; W4: 中位数.

【分析】 根据条形统计图得到各数据的权，然后根据众数和中位数的定义求解.

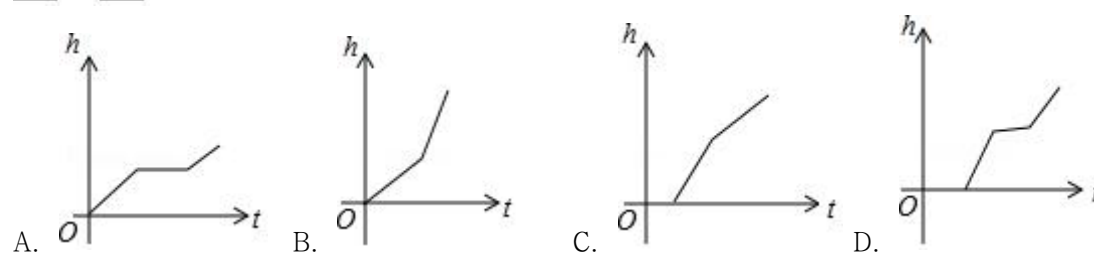
【解答】 解: 这组数据中，13 出现了 10 次，出现次数最多，所以众数为 13，

第 15 个数和第 16 个数都是 14，所以中位数是 14.

故选 C.

【点评】 本题考查了众数和中位数的定义，一组数据中出现次数最多的数据叫做众数；找中位数要把数据按从小到大的顺序排列，位于最中间的一个数 (或两个数的平均数) 为中位数；众数是一组数据中出现次数最多的数据，注意众数可以不止一个. 也考查了条形统计图.

15. (3 分) (2017•黑龙江) 如图，某工厂有甲、乙两个大小相同的蓄水池，且中间有管道连通，现要向甲池中注水，若单位时间内的注水量不变，那么从注水开始，乙水池水面上升的高度 h 与注水时间 t 之间的函数关系图象可能是 ()



【考点】 E6: 函数的图象.

【分析】 根据特殊点的实际意义即可求出答案.

【解答】 解: 先注甲速度较快，水到达连接的地方，水面上升比较慢，最后水面持平后继续

上升,

故选: D.

【点评】主要考查了函数图象的读图能力. 要能根据函数图象的性质和图象上的数据分析得出函数的类型和所需要的条件, 结合实际意义得到正确的结论.

16. (3分) (2017•黑龙江) 反比例函数 $y=\frac{3}{x}$ 图象上三个点的坐标为 (x_1, y_1) 、 (x_2, y_2) 、

(x_3, y_3) , 若 $x_1 < x_2 < 0 < x_3$, 则 y_1, y_2, y_3 的大小关系是 ()

A. $y_1 < y_2 < y_3$ B. $y_2 < y_1 < y_3$ C. $y_2 < y_3 < y_1$ D. $y_1 < y_3 < y_2$

【考点】G6: 反比例函数图象上点的坐标特征.

【分析】先根据反比例函数的解析式判断出函数图象所在的象限及其增减性, 再根据 $x_1 < x_2 < 0 < x_3$ 即可得出结论.

【解答】解: $\because$ 反比例函数 $y=\frac{3}{x}$ 中, $k=3>0$,

$\therefore$ 此函数图象的两个分支分别位于第一三象限, 且在每一象限内 y 随 x 的增大而减小.

$\because x_1 < x_2 < 0 < x_3$,

$\therefore (x_1, y_1)$ 、 (x_2, y_2) 在第三象限, (x_3, y_3) 在第一象限,

$\therefore y_2 < y_1 < 0 < y_3$.

故选 B.

【点评】本题考查的是反比例函数图象上点的坐标特点, 熟知反比例函数图象上各点的坐标一定适合此函数的解析式是解答此题的关键.

17. (3分) (2017•黑龙江) 已知关于 x 的分式方程 $\frac{3x-a}{x-3}=\frac{1}{3}$ 的解是非负数, 那么 a 的取值范围是 ()

A. $a>1$ B. $a\geq 1$ C. $a\geq 1$ 且 $a\neq 9$ D. $a\leq 1$

【考点】B2: 分式方程的解; C6: 解一元一次不等式.

【分析】根据分式方程的解法即可求出 a 的取值范围;

【解答】解: $3(3x-a)=x-3$,

$9x-3a=x-3$,

$8x=3a-3$

$\therefore x=\frac{3a-3}{8}$,

由于该分式方程有解,

令 $x=\frac{3a-3}{8}$ 代入 $x-3\neq 0$,

$\therefore a\neq 9$,

$\because$ 该方程的解是非负数解,

$\therefore \frac{3a-3}{8}\geq 0$,

$\therefore a\geq 1$,

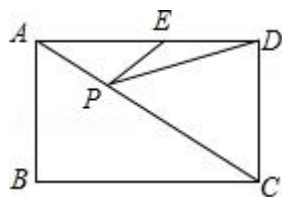
$\therefore a$ 的范围为: $a\geq 1$ 且 $a\neq 9$,

故选 (C)

【点评】本题考查分式方程的解法, 解题的关键是熟练运用分式方程的解法, 本题属于基础

题型.

18. (3分) (2017•黑龙江) 如图, 在矩形 ABCD 中, $AD=4$, $\angle DAC=30^\circ$, 点 P、E 分别在 AC、AD 上, 则 $PE+PD$ 的最小值是 ()



- A. 2 B. $2\sqrt{3}$ C. 4 D. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$

【考点】PA: 轴对称 – 最短路线问题; LB: 矩形的性质.

【分析】作 D 关于直线 AC 的对称点 D' , 过 D' 作 $D'E \perp AD$ 于 E, 则 $D'E = PE + PD$ 的最小值, 解直角三角形得到即可得到结论.

【解答】解: 作 D 关于直线 AC 的对称点 D' , 过 D' 作 $D'E \perp AD$ 于 E, 则 $D'E = PE + PD$ 的最小值,

$\because$ 四边形 ABCD 是矩形,

$\therefore \angle ADC = 90^\circ$,

$\because AD = 4$, $\angle DAC = 30^\circ$,

$$\therefore CD = \frac{4\sqrt{3}}{3},$$

$\because DD' \perp AC$,

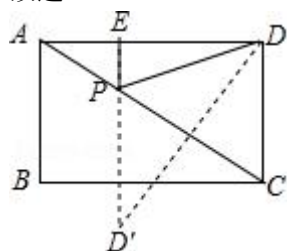
$\therefore \angle CDD' = 30^\circ$,

$\therefore \angle ADD' = 60^\circ$,

$\therefore DD' = 4$,

$\therefore D'E = 2\sqrt{3}$,

故选 B.



【点评】本题考查了轴对称 – 最小距离问题, 矩形的性质, 解直角三角形, 正确的作出辅助线是解题的关键.

19. (3分) (2017•黑龙江) “双 11” 促销活动中, 小芳的妈妈计划用 1000 元在唯品会购买价格分别为 80 元和 120 元的两种商品, 则可供小芳妈妈选择的购买方案有 ()

- A. 4 种 B. 5 种 C. 6 种 D. 7 种

【考点】95: 二元一次方程的应用.

【分析】设购买 80 元的商品数量为 x , 购买 120 元的商品数量为 y , 根据总费用是 1000 元列出方程, 求得正整数 x 、 y 的值即可.

【解答】解: 设购买 80 元的商品数量为 x , 购买 120 元的商品数量为 y , 依题意得: $80x + 120y = 1000$,

整理，得

$$y = \frac{25-2x}{3}.$$

因为 x 是正整数，

所以当 $x=2$ 时， $y=7$.

当 $x=5$ 时， $y=5$.

当 $x=8$ 时， $y=3$.

当 $x=11$ 时， $y=1$.

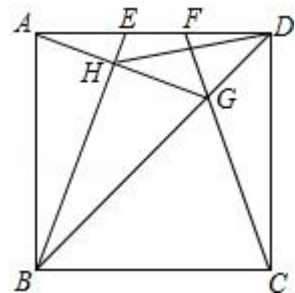
即有 4 种购买方案.

故选：A.

【点评】 本题考查了二元一次方程的应用. 对于此类问题，挖掘题目中的关系，找出等量关系，列出二元一次方程. 然后根据未知数的实际意义求其整数解.

20. (3 分) (2017•黑龙江) 如图，在边长为 4 的正方形 ABCD 中，E、F 是 AD 边上的两个动点，且 $AE=FD$ ，连接 BE、CF、BD，CF 与 BD 交于点 G，连接 AG 交 BE 于点 H，连接 DH，下列结论正确的个数是 ()

① $\triangle ABG \sim \triangle FDG$ ② HD 平分 $\angle EHG$ ③ $AG \perp BE$ ④ $S_{\triangle HDG} : S_{\triangle HBG} = \tan \angle DAG$ ⑤ 线段 DH 的最小值是 $2\sqrt{5}-2$.



A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

【考点】 S9: 相似三角形的判定与性质; KD: 全等三角形的判定与性质; LE: 正方形的性质; T7: 解直角三角形.

【分析】 首先证明 $\triangle ABE \cong \triangle DCF$ ， $\triangle ADG \cong \triangle CDG$ (SAS)， $\triangle AGB \cong \triangle CGB$ ，利用全等三角形的性质，等高模型、三边关系一一判断即可.

【解答】 解： $\because$ 四边形 ABCD 是正方形，
 $\therefore AB=CD$ ， $\angle BAD=\angle ADC=90^\circ$ ， $\angle ADB=\angle CDB=45^\circ$ ，
在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle DCF$ 中，

$$\begin{cases} AB = CD \\ \angle BAD = \angle ADC, \\ AE = DF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle DCF$ (SAS)，

$\therefore \angle ABE = \angle DCF$ ，

在 $\triangle ADG$ 和 $\triangle CDG$ 中，

$$\begin{cases} AD = CD \\ \angle ADB = \angle CDB, \\ DG = DG \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADG \cong \triangle CDG$ (SAS),
 $\therefore \angle DAG = \angle DCF$,
 $\therefore \angle ABE = \angle DAG$,
 $\therefore \angle DAG + \angle BAH = 90^\circ$,
 $\therefore \angle BAE + \angle BAH = 90^\circ$,
 $\therefore \angle AHB = 90^\circ$,
 $\therefore AG \perp BE$, 故③正确,
 同法可证: $\triangle AGB \cong \triangle CGB$,
 $\therefore DF \parallel CB$,
 $\therefore \triangle CBG \sim \triangle FDG$,
 $\therefore \triangle ABG \sim \triangle FDG$, 故①正确,
 $\therefore S_{\triangle HDG} : S_{\triangle HBG} = DG : BG = DF : BC = DF : CD = \tan \angle FCD$,
 又 $\therefore \angle DAG = \angle FCD$,
 $\therefore S_{\triangle HDG} : S_{\triangle HBG} = \tan \angle FCD = \tan \angle DAG$, 故④正确
 取 AB 的中点 O, 连接 OD、OH,
 $\therefore$ 正方形的边长为 4,
 $\therefore AO = OH = \frac{1}{2} \times 4 = 2$,

由勾股定理得, $OD = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$,

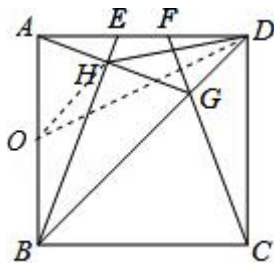
由三角形的三边关系得, O、D、H 三点共线时, DH 最小,

$DH_{\text{最小}} = 2\sqrt{5} - 2$.

无法证明 DH 平分 $\angle EHG$, 故②错误,

故①③④⑤正确,

故选 C.



(2) 题图

【点评】 本题考查了正方形的性质, 全等三角形的判定与性质, 三角形的三边关系, 勾股定理、等高模型等知识, 解题的关键是灵活运用所学知识解决问题, 难点在于⑤作辅助线并确定出 DH 最小时的情况.

三、解答题 (满分 60 分)

21. (5 分) (2017·黑龙江) 先化简, 再求值: $\frac{3a-3}{a} \div \frac{a^2-2a+1}{a^2} - \frac{2a}{a-1}$, 其中 $a=1+2\cos 60^\circ$.

【考点】 6D: 分式的化简求值; T5: 特殊角的三角函数值.

【分析】 根据分式的除法和减法可以化简题目中的式子, 然后将 a 的值代入即可解答本题.

【解答】 解: $\frac{3a-3}{a} \div \frac{a^2-2a+1}{a^2} - \frac{2a}{a-1}$

$$= \frac{3(a-1)}{a} \cdot \frac{a^2}{(a-1)^2} - \frac{2a}{a-1}$$

$$= \frac{3a}{a-1} - \frac{2a}{a-1}$$

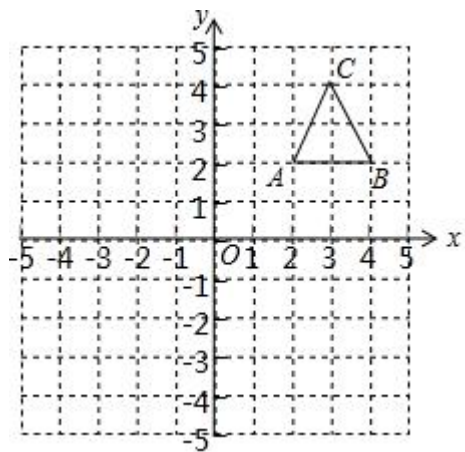
$$= \frac{a}{a-1}$$

当 $a=1+2\cos 60^\circ=1+2\times\frac{1}{2}=1+1=2$ 时，原式 $=\frac{2}{2-1}=2$.

【点评】 本题考查分式的化简求值、特殊角的三角函数值，解答本题的关键是明确分式化简求值的方法.

22. (6分) (2017•黑龙江) 如图，在平面直角坐标系中， $\triangle ABC$ 的三个顶点都在格点上，点 A 的坐标为 (2, 2) 请解答下列问题：

- (1) 画出 $\triangle ABC$ 关于 y 轴对称的 $\triangle A_1B_1C_1$ ，并写出 A_1 的坐标.
- (2) 画出 $\triangle ABC$ 绕点 B 逆时针旋转 90° 后得到的 $\triangle A_2B_2C_2$ ，并写出 A_2 的坐标.
- (3) 画出 $\triangle A_2B_2C_2$ 关于原点 O 成中心对称的 $\triangle A_3B_3C_3$ ，并写出 A_3 的坐标.



【考点】 R8：作图 - 旋转变换；P7：作图 - 轴对称变换.

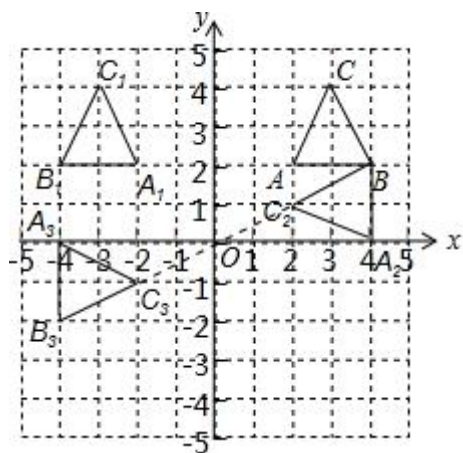
【专题】 11：计算题；13：作图题.

【分析】 根据题意画出相应的三角形，确定出所求点坐标即可.

【解答】 解：(1) 画出 $\triangle ABC$ 关于 y 轴对称的 $\triangle A_1B_1C_1$ ，如图所示，此时 A_1 的坐标为 (-2, 2)；

(2) 画出 $\triangle ABC$ 绕点 B 逆时针旋转 90° 后得到的 $\triangle A_2B_2C_2$ ，如图所示，此时 A_2 的坐标为 (4, 0)；

(3) 画出 $\triangle A_2B_2C_2$ 关于原点 O 成中心对称的 $\triangle A_3B_3C_3$ ，如图所示，此时 A_3 的坐标为 (-4, 0) .

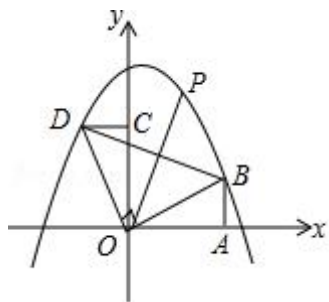


【点评】此题考查了作图—旋转变换，轴对称变换，熟练掌握旋转与轴对称的性质是解本题的关键.

23. (6分) (2017•黑龙江) 如图, Rt△AOB 的直角边 OA 在 x 轴上, OA=2, AB=1, 将 Rt△AOB 绕点 O 逆时针旋转 90° 得到 Rt△COD, 抛物线 $y = -\frac{5}{6}x^2 + bx + c$ 经过 B、D 两点.

(1) 求二次函数的解析式;

(2) 连接 BD, 点 P 是抛物线上一点, 直线 OP 把△BOD 的周长分成相等的两部分, 求点 P 的坐标.



【考点】H8: 待定系数法求二次函数解析式; H5: 二次函数图象上点的坐标特征; R7: 坐标与图形变化—旋转.

【分析】(1) 由旋转性质可得 $CD=AB=1$ 、 $OA=OC=2$, 从而得出点 B、D 坐标, 代入解析式即可得出答案;

(2) 由直线 OP 把△BOD 的周长分成相等的两部分且 $OB=OD$, 知 $DQ=BQ$, 即点 Q 为 BD 的中点, 从而得出点 Q 坐标, 求得直线 OP 解析式, 代入抛物线解析式可得点 P 坐标.

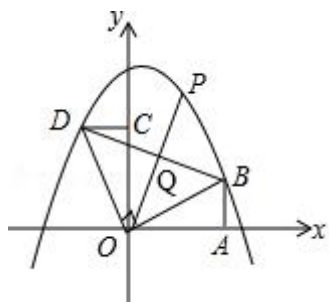
【解答】解: (1) ∵ Rt△AOB 绕点 O 逆时针旋转 90° 得到 Rt△COD,
 $\therefore CD=AB=1$ 、 $OA=OC=2$,
 则点 B (2, 1)、D (-1, 2), 代入解析式, 得:

$$\begin{cases} -\frac{10}{3} + 2b + c = 1 \\ -\frac{5}{6} - b + c = 2 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} b = \frac{1}{2} \\ c = \frac{10}{3} \end{cases}$$

$\therefore$ 二次函数的解析式为 $y = -\frac{5}{6}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{10}{3}$;

(2) 如图,



$\therefore$ 直线 OP 把 $\triangle BOD$ 的周长分成相等的两部分, 且 $OB=OD$,

$\therefore DQ=BQ$, 即点 Q 为 BD 的中点,

$\therefore$ 点 Q 坐标为 $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$,

设直线 OP 解析式为 $y=kx$,

将点 Q 坐标代入, 得: $\frac{1}{2}k=\frac{3}{2}$,

解得: $k=3$,

$\therefore$ 直线 OP 的解析式为 $y=3x$,

代入 $y=-\frac{5}{6}x^2+\frac{1}{2}x+\frac{10}{3}$, 得: $-\frac{5}{6}x^2+\frac{1}{2}x+\frac{10}{3}=3x$,

解得: $x=1$ 或 $x=-4$ (舍),

当 $x=1$ 时, $y=3$,

$\therefore$ 点 P 坐标为 $(1, 3)$.

【点评】 本题主要考查待定系数求函数解析式及二次函数图象上点的坐标特征, 熟练掌握待定系数法求函数解析式及根据周长相等得出点 Q 的坐标是解题的关键.

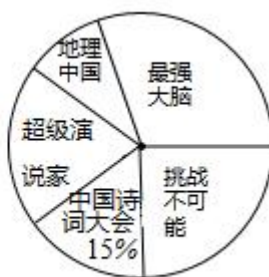
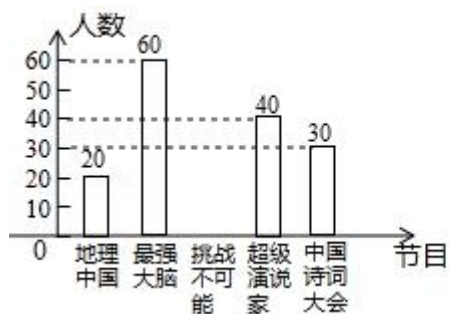
24. (7 分) (2017•黑龙江) 我市某中学为了了解孩子们对《中国诗词大会》, 《挑战不可能》, 《最强大脑》, 《超级演说家》, 《地理中国》五种电视节目的喜爱程度, 随机在七、八、九年级抽取了部分学生进行调查 (每人只能选择一种喜爱的电视节目), 并将获得的数据进行整理, 绘制出以下两幅不完整的统计图, 请根据两幅统计图中的信息回答下列问题:

(1) 本次调查中共抽取了 200 名学生.

(2) 补全条形统计图.

(3) 在扇形统计图中, 喜爱《地理中国》节目的人数所在的扇形的圆心角是 36 度.

(4) 若该学校有 2000 人, 请你估计该学校喜欢《最强大脑》节目的学生人数是多少人?



【考点】VC：条形统计图；V5：用样本估计总体；VB：扇形统计图.

【分析】（1）根据题意列式计算即可；

（2）求得喜爱《挑战不可能》节目的人数，将条形统计图补充完整即可；

（3）用 $360^\circ \times$ 喜爱《地理中国》节目的人数占总人数的百分数即可得到结论；

（4）直接利用样本估计总体的方法求解即可求得答案.

【解答】解：（1） $30 \div 15\% = 200$ 名，

答：本次调查中共抽取了 200 名学生；

故答案为：200；

（2）喜爱《挑战不可能》节目的人数 $= 200 - 20 - 60 - 40 - 30 = 50$ 名，

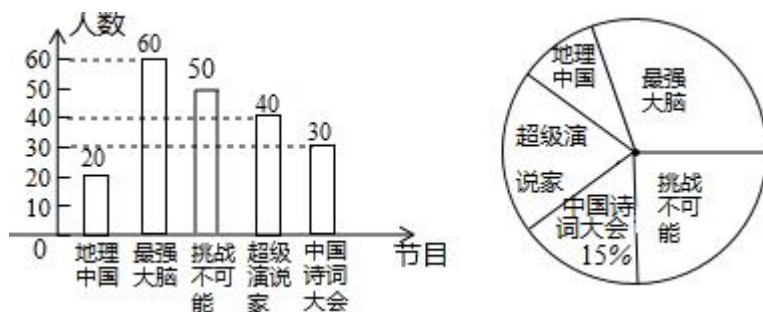
补全条形统计图如图所示；

（3）喜爱《地理中国》节目的人数所在的扇形的圆心角是 $360^\circ \times \frac{20}{200} = 36$ 度；

故答案为：36；

（4） $2000 \times \frac{60}{200} = 600$ 名，

答：该学校喜欢《最强大脑》节目的学生人数是 600 人.



【点评】此题考查了条形统计图与扇形统计图的知识. 注意掌握条形统计图与扇形统计图各量的对应关系是解此题的关键.

25. (8 分) (2017•黑龙江) 在甲、乙两城市之间有一服务区，一辆客车从甲地驶往乙地，一辆货车从乙地驶往甲地. 两车同时出发，匀速行驶，客车、货车离服务区的距离 y_1 (千米)， y_2 (千米) 与行驶的时间 x (小时) 的函数关系图象如图 1 所示.

(1) 甲、乙两地相距 480 千米.

(2) 求出出发 3 小时后，货车离服务区的路程 y_2 (千米) 与行驶时间 x (小时) 之间的函数关系式.

(3) 在客车和货车出发的同时，有一辆邮政车从服务区匀速去甲地取货后返回乙地 (取货的时间忽略不计)，邮政车离服务区的距离 y_3 (千米) 与行驶时间 x (小时) 之间的函数关系图线如图 2 中的虚线所示，直接写出在行驶的过程中，经过多长时间邮政车与客车和货车的距离相等？

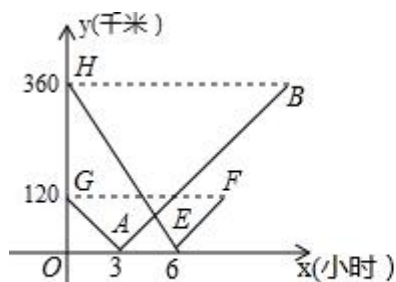


图1

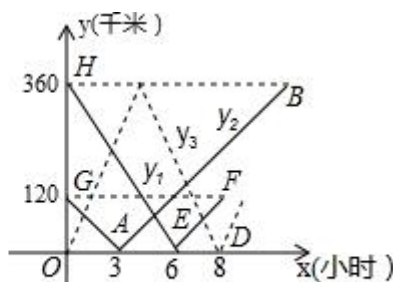


图2

【考点】 FH: 一次函数的应用.

【分析】 (1) 根据图 1, 根据客车、货车离服务区的初始距离可得甲乙两地距离;

(2) 根据图象中的数据可以求得 3 小时后, 货车离服务区的路程 y_2 与行驶时间 x 之间的函数关系式;

(3) 分两种情况讨论, 当邮政车去甲地的途中会有某个时间邮政车与客车和货车的距离相等; 当邮政车从甲地返回乙地时, 货车与客车相遇时, 邮政车与客车和货车的距离相等.

【解答】 解: (1) $360+120=480$ (千米)

故答案为: 480;

(2) 设 3 小时后, 货车离服务区的路程 y_2 与行驶时间 x 之间的函数关系式为 $y_2=kx+b$,

由图象可得, 货车的速度为: $120 \div 3=40$ 千米/时,

则点 B 的横坐标为: $3+360 \div 40=12$,

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(12, 360)$,

$$\begin{cases} 3k + b = 0 \\ 12k + b = 360 \end{cases},$$

$$\text{得} \begin{cases} k = 40 \\ b = -120 \end{cases},$$

即 3 小时后, 货车离服务区的路程 y_2 与行驶时间 x 之间的函数关系式为 $y_2=40x-120$;

(3) $v_{\text{客}}=360 \div 6=60$ 千米/时,

$v_{\text{邮}}=360 \times 2 \div 8=90$ 千米/时,

设当邮政车去甲地的途中时, 经过 t 小时邮政车与客车和货车的距离相等,

$$120 + (90 - 40)t = 360 - (60 + 90)t$$

$$t = 1.2 \text{ (小时)};$$

设当邮政车从甲地返回乙地时, 经过 t 小时邮政车与客车和货车的距离相等,

$$40t + 60t = 480$$

$$\text{解得 } t = 4.8,$$

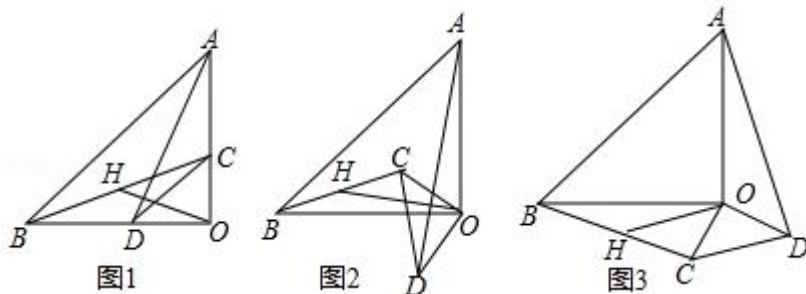
综上所述, 经过 1.2 或 4.8 小时邮政车与客车和货车的距离相等.

【点评】 本题考查了一次函数的应用, 主要利用了时间、路程、速度三者之间的关系, 准确识图理解两车的行驶过程是解题的关键.

26. (8 分) (2017•黑龙江) 已知: $\triangle AOB$ 和 $\triangle COD$ 均为等腰直角三角形, $\angle AOB = \angle COD = 90^\circ$. 连接 AD , BC , 点 H 为 BC 中点, 连接 OH .

(1) 如图 1 所示, 易证: $OH = \frac{1}{2}AD$ 且 $OH \perp AD$ (不需证明)

(2) 将 $\triangle COD$ 绕点 O 旋转到图 2, 图 3 所示位置时, 线段 OH 与 AD 又有怎样的关系, 并选择一个图形证明你的结论.



【考点】 R2: 旋转的性质; KD: 全等三角形的判定与性质; KW: 等腰直角三角形.

【分析】 (1) 只要证明 $\triangle AOD \cong \triangle BOC$, 即可解决问题;

(2) ①如图 2 中, 结论: $OH = \frac{1}{2}AD$, $OH \perp AD$. 延长 OH 到 E , 使得 $HE = OH$, 连接 BE , 由 $\triangle BEO \cong \triangle ODA$ 即可解决问题;

②如图 3 中, 结论不变. 延长 OH 到 E , 使得 $HE = OH$, 连接 BE , 延长 EO 交 AD 于 G . 由 $\triangle BEO \cong \triangle ODA$ 即可解决问题;

【解答】 (1) 证明: 如图 1 中,

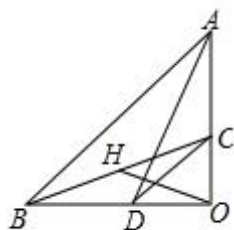


图1

$\because \triangle OAB$ 与 $\triangle OCD$ 为等腰直角三角形, $\angle AOB = \angle COD = 90^\circ$,

$\therefore OC = OD$, $OA = OB$,

$\therefore$ 在 $\triangle AOD$ 与 $\triangle BOC$ 中,

$$\begin{cases} OA = OB \\ \angle AOD = \angle BOC, \\ OD = OC \end{cases}$$

$\therefore \triangle AOD \cong \triangle BOC$ (SAS),

$\therefore \angle ADO = \angle BCO$, $\angle OAD = \angle OBC$,

$\because$ 点 H 为线段 BC 的中点,

$\therefore OH = HB$,

$\therefore \angle OBH = \angle HOB = \angle OAD$,

又因为 $\angle OAD + \angle ADO = 90^\circ$,

所以 $\angle ADO + \angle BOH = 90^\circ$,

所以 $OH \perp AD$

(2) 解: ①结论: $OH = \frac{1}{2}AD$, $OH \perp AD$, 如图 2 中, 延长 OH 到 E , 使得 $HE = OH$, 连接 BE ,

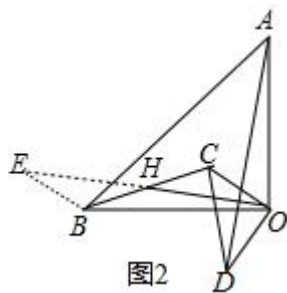


图2

易证 $\triangle BEO \cong \triangle ODA$

$$\therefore OE = AD$$

$$\therefore OH = \frac{1}{2}OE = \frac{1}{2}AD$$

由 $\triangle BEO \cong \triangle ODA$, 知 $\angle EOB = \angle DAO$

$$\therefore \angle DAO + \angle AOH = \angle EOB + \angle AOH = 90^\circ,$$

$$\therefore OH \perp AD.$$

②如图3中, 结论不变. 延长OH到E, 使得HE=OH, 连接BE, 延长EO交AD于G.

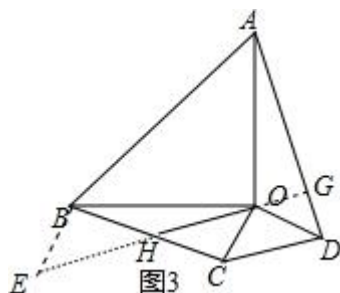


图3

易证 $\triangle BEO \cong \triangle ODA$

$$\therefore OE = AD$$

$$\therefore OH = \frac{1}{2}OE = \frac{1}{2}AD$$

由 $\triangle BEO \cong \triangle ODA$, 知 $\angle EOB = \angle DAO$

$$\therefore \angle DAO + \angle AOF = \angle EOB + \angle AOG = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AGO = 90^\circ$$

$$\therefore OH \perp AD.$$

【点评】本题考查了全等三角形的判定和性质、直角三角形斜边上的中线、等腰直角三角形、三角形中位线定理、旋转的性质, 此题综合性较强, 适用于基础较好的学生.

27. (10分) (2017•黑龙江) 为了推动“龙江经济带”建设, 我省某蔬菜企业决定通过加大种植面积、增加种植种类, 促进经济发展. 2017年春, 预计种植西红柿、马铃薯、青椒共100公顷(三种蔬菜的种植面积均为整数), 青椒的种植面积是西红柿种植面积的2倍, 经预算, 种植西红柿的利润可达1万元/公顷, 青椒1.5万元/公顷, 马铃薯2万元/公顷, 设种植西红柿x公顷, 总利润为y万元.

(1) 求总利润y(万元)与种植西红柿的面积x(公顷)之间的关系式.

(2) 若预计总利润不低于180万元, 西红柿的种植面积不低于8公顷, 有多少种植方案?

(3) 在(2)的前提下, 该企业决定投资不超过获得最大利润的 $\frac{1}{8}$ 在冬季同时建造A、B两

种类型的温室大棚，开辟新的经济增长点，经测算，投资 A 种类型的大棚 5 万元/个，B 种类型的大棚 8 万元/个，请直接写出有哪几种建造方案？

【考点】FH：一次函数的应用；CE：一元一次不等式组的应用.

【分析】（1）根据总利润=三种蔬菜的利润之和，计算即可；

（2）由题意，列出不等式组即可解决问题；

（3）由题意，列出二元一次不等式，求出整数解即可；

【解答】解：（1）由题意 $y = x + 1.5 \times 2x + 2(100 - 3x) = -2x + 200$.

（2）由题意 $-2x + 200 \geq 180$,

解得 $x \leq 10$,

$\therefore x \geq 8$,

$\therefore 8 \leq x \leq 10$.

$\therefore x$ 为整数,

$\therefore x = 8, 9, 10$.

$\therefore$ 有 3 种植方案,

方案一：种植西红柿 8 公顷、马铃薯 76 公顷、青椒 16 公顷.

方案二：种植西红柿 9 公顷、马铃薯 73 公顷、青椒 18 公顷.

方案三：种植西红柿 10 公顷、马铃薯 70 公顷、青椒 20 公顷.

（3） $\therefore y = -2x + 200$,

$-2 < 0$,

$\therefore x = 8$ 时，利润最大，最大利润为 184 万元.

设投资 A 种类型的大棚 a 个，B 种类型的大棚 b 个，

由题意 $5a + 8b \leq \frac{1}{8} \times 184$,

$\therefore 5a + 8b \leq 23$,

$\therefore a = 1, b = 1$ 或 2 ,

$a = 2, b = 1$,

$a = 3, b = 1$,

$\therefore$ 可以投资 A 种类型的大棚 1 个，B 种类型的大棚 1 个，

或投资 A 种类型的大棚 1 个，B 种类型的大棚 2 个，

或投资 A 种类型的大棚 2 个，B 种类型的大棚 1 个，

或投资 A 种类型的大棚 3 个，B 种类型的大棚 1 个.

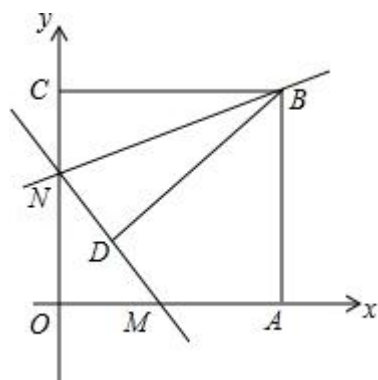
【点评】本题考查一次函数的应用. 一次一次不等式组等知识，解题的关键是学会关键一次函数解决最值问题，学会利用不等式求整数解解决问题，属于中考常考题型.

28. (10 分) (2017•黑龙江) 如图，矩形 AOCB 的顶点 A、C 分别位于 x 轴和 y 轴的正半轴上，线段 OA、OC 的长度满足方程 $|x - 15| + \sqrt{y - 13} = 0$ ($OA > OC$)，直线 $y = kx + b$ 分别与 x 轴、y 轴交于 M、N 两点，将 $\triangle BCN$ 沿直线 BN 折叠，点 C 恰好落在直线 MN 上的点 D 处，且 $\tan \angle CBD = \frac{3}{4}$

(1) 求点 B 的坐标；

(2) 求直线 BN 的解析式；

(3) 将直线 BN 以每秒 1 个单位长度的速度沿 y 轴向下平移，求直线 BN 扫过矩形 AOCB 的面积 S 关于运动的时间 t ($0 < t \leq 13$) 的函数关系式.



【考点】 FI: 一次函数综合题.

【分析】 (1) 由非负数的性质可求得 x、y 的值，则可求得 B 点坐标；

(2) 过 D 作 $EF \perp OA$ 于点 E，交 CB 于点 F，由条件可求得 D 点坐标，且可求得 $\frac{OM}{ON} = \frac{3}{4}$ ，结合 $DE \parallel ON$ ，利用平行线分线段成比例可求得 OM 和 ON 的长，则可求得 N 点坐标，利用待定系数法可求得直线 BN 的解析式；

(3) 设直线 BN 平移后交 y 轴于点 N' ，交 AB 于点 B' ，当点 N' 在 x 轴上方时，可知 S 即为 $\square BNN'B'$ 的面积，当 N' 在 y 轴的负半轴上时，可用 t 表示出直线 $B'N'$ 的解析式，设交 x 轴于点 G，可用 t 表示出 G 点坐标，由 $S = S_{\text{四边形 } BNN'B'} - S_{\triangle OGN'}$ ，可分别得到 S 与 t 的函数关系式.

【解答】 解：

$$(1) \because |x-15| + \sqrt{y-13} = 0,$$

$$\therefore x=15, y=13,$$

$$\therefore OA=BC=15, AB=OC=13,$$

$$\therefore B(15, 13);$$

(2) 如图 1，过 D 作 $EF \perp OA$ 于点 E，交 CB 于点 F，

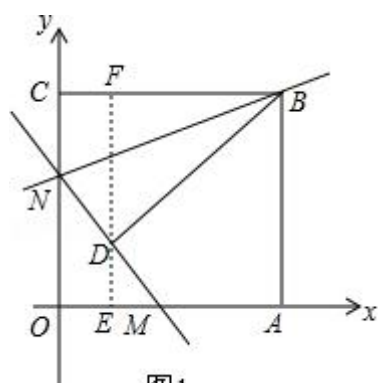


图 1

由折叠的性质可知 $BD=BC=15$ ， $\angle BDN = \angle BCN = 90^\circ$ ，

$$\therefore \tan \angle CBD = \frac{3}{4},$$

$$\therefore \frac{DF}{BF} = \frac{3}{4} \text{ 且 } BF^2 + DF^2 = BD^2 = 15^2, \text{ 解得 } BF=12, DF=9,$$

$\therefore CF=OE=15-12=3$, $DE=EF-DF=13-9=4$,
 $\therefore \angle CND+\angle CBD=360^\circ-90^\circ-90^\circ=180^\circ$, 且 $\angle ONM+\angle CND=180^\circ$,
 $\therefore \angle ONM=\angle CBD$,

$$\therefore \frac{OM}{ON}=\frac{3}{4}$$

$\therefore DE \parallel ON$,

$$\therefore \frac{ME}{DE}=\frac{OM}{ON}=\frac{3}{4}, \text{ 且 } OE=3,$$

$$\therefore \frac{OM-3}{4}=\frac{3}{4}, \text{ 解得 } OM=6,$$

$\therefore ON=8$, 即 $N(0, 8)$,

把 N 、 B 的坐标代入 $y=kx+b$ 可得 $\begin{cases} b=8 \\ 15k+b=13 \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k=-\frac{1}{3} \\ b=8 \end{cases}$

$\therefore$ 直线 BN 的解析式为 $y=-\frac{1}{3}x+8$;

(3) 设直线 BN 平移后交 y 轴于点 N' , 交 AB 于点 B' ,
 当点 N' 在 x 轴上方, 即 $0 < t \leq 8$ 时, 如图 2,

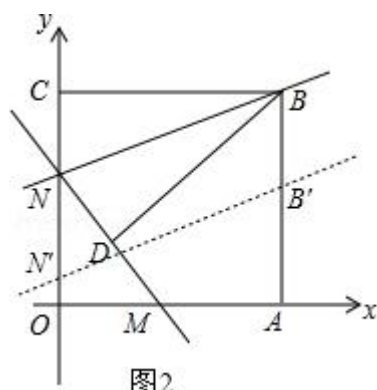


图2

由题意可知四边形 $BNN'B'$ 为平行四边形, 且 $NN'=t$,

$$\therefore S=NN' \cdot OA=15t;$$

当点 N' 在 y 轴负半轴上, 即 $8 < t \leq 13$ 时, 设直线 $B'N'$ 交 x 轴于点 G , 如图 3,

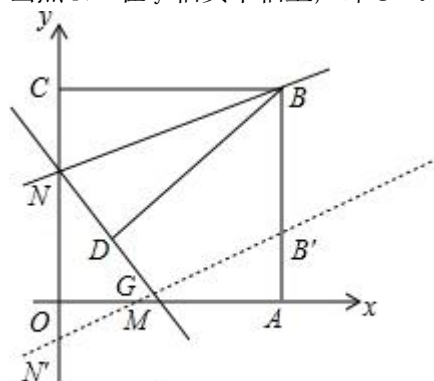


图3

$\therefore NN'=t$,

$\therefore$ 可设直线 $B'N'$ 解析式为 $y=-\frac{1}{3}x+8-t$,

令 $y=0$, 可得 $x=3t-24$,

$\therefore OG=24$,

$\because ON=8, NN'=t$,

$\therefore ON'=t-8$,

$$\therefore S=S_{\text{四边形} BNN'B'} - S_{\triangle OGN'} = 15t - \frac{1}{2}(t-8)(3t-24) = -\frac{3}{2}t^2 + 39t - 96;$$

综上可知 S 与 t 的函数关系式为 $S = \begin{cases} 15t & (0 < t \leq 8) \\ -\frac{3}{2}t^2 + 39t - 96 & (8 < t \leq 13) \end{cases}$.

【点评】 本题为一次函数的综合应用, 涉及非负数的性质、待定系数法、矩形的性质、三角函数的定义、折叠的性质、平行线分线段成比例、平移的性质及分类讨论思想等知识. 在 (1) 中注意非负数的性质的应用, 在 (2) 中求得 N 点的坐标是解题的关键, 在 (3) 中确定出扫过的面积是解题的关键. 本题考查知识点较多, 综合性较强, 难度较大.