

2017 年黑龙江省齐齐哈尔市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. (3 分) -2017 的绝对值是 ()

- A. -2017 B. $-\frac{1}{2017}$ C. 2017 D. $\frac{1}{2017}$

2. (3 分) 下面四个图形分别是节能、节水、低碳和绿色食品标志，在这四个标志中，是轴对称图形的是 ()



3. (3 分) 作为“一带一路”倡议的重大先行项目，中国、巴基斯坦经济走廊建设进展快、成效显著，两年来，已有 18 个项目在建或建成，总投资额达 185 亿美元，185 亿用科学记数法表示为 ()

- A. 1.85×10^9 B. 1.85×10^{10} C. 1.85×10^{11} D. 1.85×10^{12}

4. (3 分) 下列算式运算结果正确的是 ()

- A. $(2x^5)^2 = 2x^{10}$ B. $(-3)^{-2} = \frac{1}{9}$ C. $(a+1)^2 = a^2 + 1$ D. $a - (a - b) = -b$

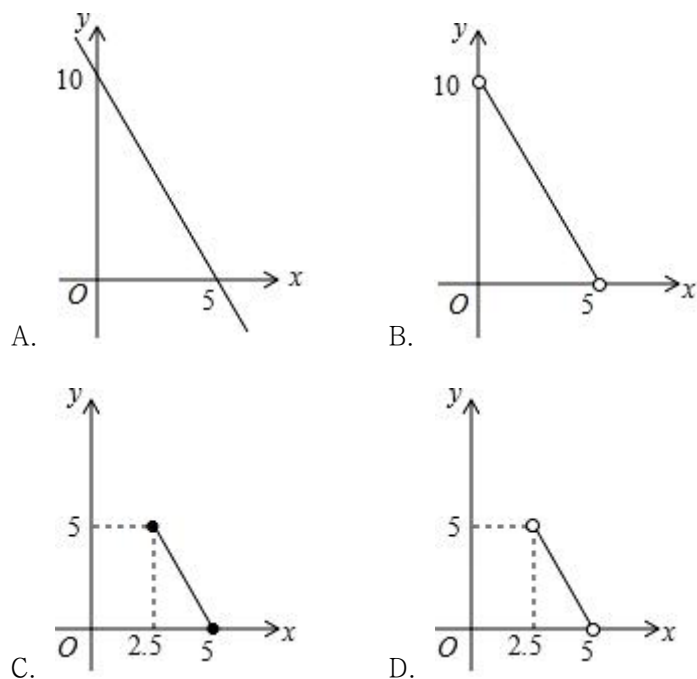
5. (3 分) 为有效开展“阳光体育”活动，某校计划购买篮球和足球共 50 个，购买资金不超过 3000 元. 若每个篮球 80 元，每个足球 50 元，则篮球最多可购买 ()

- A. 16 个 B. 17 个 C. 33 个 D. 34 个

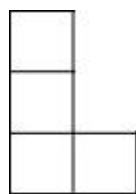
6. (3 分) 若关于 x 的方程 $kx^2 - 3x - \frac{9}{4} = 0$ 有实数根，则实数 k 的取值范围是 ()

- A. $k=0$ B. $k \geq -1$ 且 $k \neq 0$ C. $k \geq -1$ D. $k > -1$

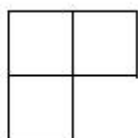
7. (3 分) 已知等腰三角形的周长是 10，底边长 y 是腰长 x 的函数，则下列图象中，能正确反映 y 与 x 之间函数关系的图象是 ()



8. (3分) 一个几何体的主视图和俯视图如图所示, 若这个几何体最多有 a 个小正方体组成, 最少有 b 个小正方体组成, 则 $a+b$ 等于 ()



主视图



俯视图

A. 10 B. 11 C. 12 D. 13

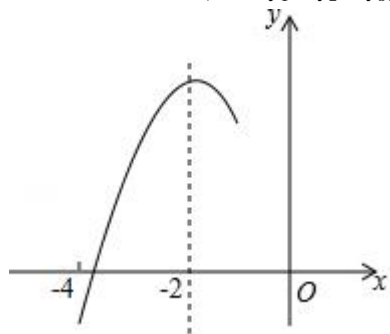
9. (3分) 一个圆锥的侧面积是底面积的 3 倍, 则这个圆锥侧面展开图的圆心角度数为 ()

A. 120° B. 180° C. 240° D. 300°

10. (3分) 如图, 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的对称轴为直线 $x=-2$, 与 x 轴的一个交点在 $(-3, 0)$ 和 $(-4, 0)$ 之间, 其部分图象如图所示, 则下列结论: ① $4a-b=0$; ② $c < 0$;

③ $-3a+c > 0$; ④ $4a-2b > at^2+bt$ (t 为实数); ⑤ 点 $(-\frac{9}{2}, y_1)$, $(-\frac{5}{2}, y_2)$, $(-\frac{1}{2}, y_3)$ 是

该抛物线上的点, 则 $y_1 < y_2 < y_3$, 正确的个数有 ()



A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

二、填空题 (本大题共 9 小题, 每小题 3 分, 共 27 分)

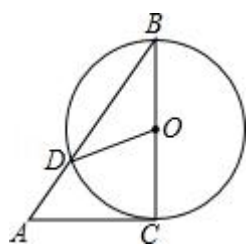
11. (3分) 在某次七年级期末测试中, 甲、乙两个班的数学平均成绩都是 89.5 分, 且方差分别为 $S_{甲}^2=0.15$, $S_{乙}^2=0.2$, 则成绩比较稳定的是_____班.

12. (3分) 在函数 $y=\sqrt{x+4}+x^{-2}$ 中, 自变量 x 的取值范围是_____.

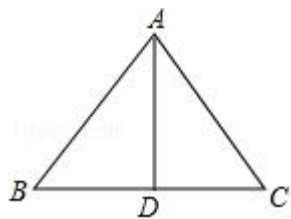
13. (3分) 矩形 ABCD 的对角线 AC, BD 相交于点 O, 请你添加一个适当的条件_____, 使其成为正方形 (只填一个即可)

14. (3分) 因式分解: $4m^2-36=$ _____.

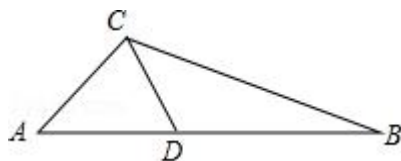
15. (3分) 如图, AC 是 $\odot O$ 的切线, 切点为 C, BC 是 $\odot O$ 的直径, AB 交 $\odot O$ 于点 D, 连接 OD, 若 $\angle A=50^\circ$, 则 $\angle COD$ 的度数为_____.



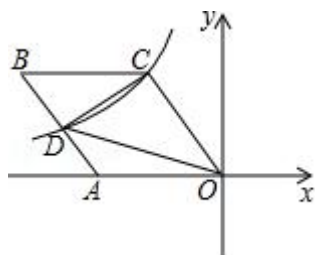
16. (3分) 如图, 在等腰三角形纸片 ABC 中, $AB=AC=10$, $BC=12$, 沿底边 BC 上的高 AD 剪成两个三角形, 用这两个三角形拼成平行四边形, 则这个平行四边形较长的对角线的长是_____.



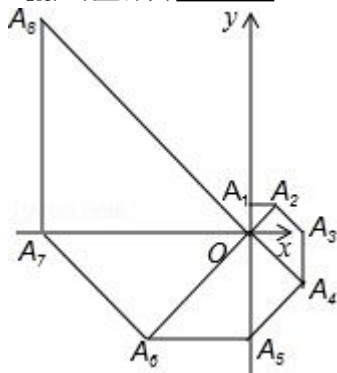
17. (3分) 经过三边都不相等的三角形的一个顶点的线段把三角形分成两个小三角形, 如果其中一个为等腰三角形, 另外一个三角形和原三角形相似, 那么把这条线段定义为原三角形的“和谐分割线”. 如图, 线段 CD 是 $\triangle ABC$ 的“和谐分割线”, $\triangle ACD$ 为等腰三角形, $\triangle CBD$ 和 $\triangle ABC$ 相似, $\angle A = 46^\circ$, 则 $\angle ACB$ 的度数为_____.



18. (3分) 如图, 菱形 $OABC$ 的一边 OA 在 x 轴的负半轴上, O 是坐标原点, $\tan \angle AOC = \frac{4}{3}$, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 C , 与 AB 交于点 D , 若 $\triangle COD$ 的面积为 20, 则 k 的值等于_____.



19. (3分) 如图, 在平面直角坐标系中, 等腰直角三角形 OA_1A_2 的直角边 OA_1 在 y 轴的正半轴上, 且 $OA_1 = A_1A_2 = 1$, 以 OA_2 为直角边作第二个等腰直角三角形 OA_2A_3 , 以 OA_3 为直角边作第三个等腰直角三角形 OA_3A_4 , $\dots$, 依此规律, 得到等腰直角三角形 $OA_{2017}A_{2018}$, 则点 A_{2017} 的坐标为_____.

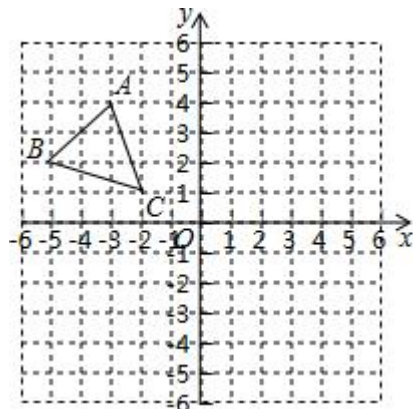


三、解答题 (共 63 分)

20. (7分) 先化简, 再求值: $\frac{x-3}{x^2-1} \cdot \frac{x^2+2x+1}{x-3} - (\frac{1}{x-1} + 1)$, 其中 $x = 2\cos 60^\circ - 3$.

21. (8分) 如图, 平面直角坐标系内, 小正方形网格的边长为1个单位长度, $\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标分别为 $A(-3, 4)$, $B(-5, 2)$, $C(-2, 1)$.

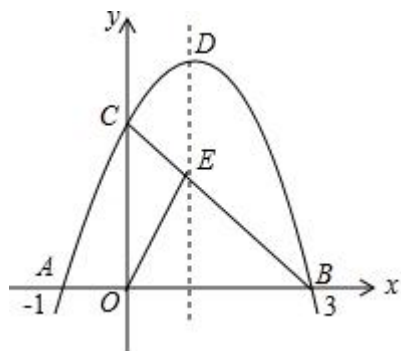
- (1) 画出 $\triangle ABC$ 关于 y 轴对称图形 $\triangle A_1B_1C_1$;
- (2) 画出将 $\triangle ABC$ 绕原点 O 逆时针方向旋转 90° 得到的 $\triangle A_2B_2C_2$;
- (3) 求 (2) 中线段 OA 扫过的图形面积.



22. (8分) 如图, 已知抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$ 和点 $B(3, 0)$, 与 y 轴交于点 C , 连接 BC 交抛物线的对称轴于点 E , D 是抛物线的顶点.

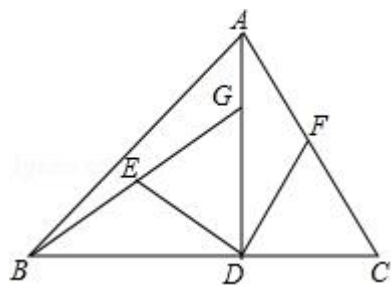
- (1) 求此抛物线的解析式;
- (2) 直接写出点 C 和点 D 的坐标;
- (3) 若点 P 在第一象限内的抛物线上, 且 $S_{\triangle ABP} = 4S_{\triangle COE}$, 求 P 点坐标.

注: 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的顶点坐标为 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$



23. (8分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AD \perp BC$ 于 D , $BD = AD$, $DG = DC$, E , F 分别是 BG , AC 的中点.

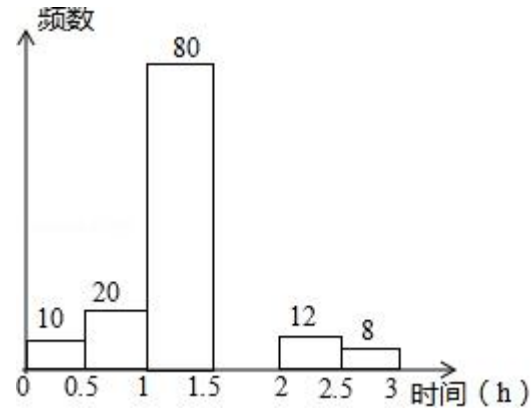
- (1) 求证: $DE = DF$, $DE \perp DF$;
- (2) 连接 EF , 若 $AC = 10$, 求 EF 的长.



24. (10 分) 为养成学生课外阅读的习惯, 各学校普遍开展了“我的梦 中国梦”课外阅读活动, 某校为了解七年级 1200 名学生课外日阅读所用时间情况, 从中随机抽查了部分同学, 进行了相关统计, 整理并绘制出如下不完整的频数分布表和频数分布直方图, 请根据图表信息解答下列问题:

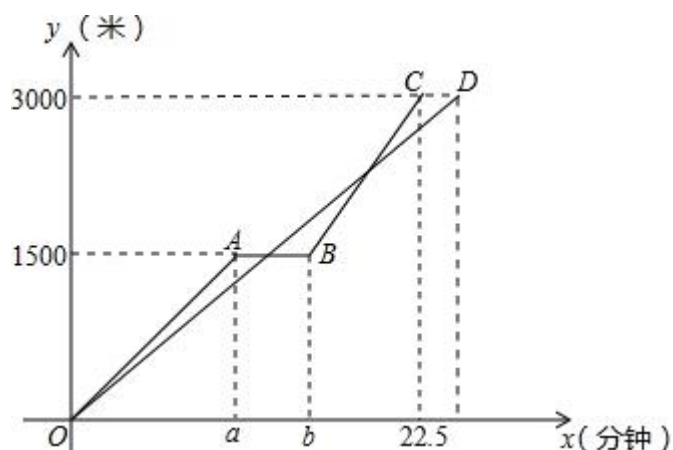
- (1) 表中 $a=$ _____, $b=$ _____;
- (2) 请补全频数分布直方图中空缺的部分;
- (3) 样本中, 学生日阅读所用时间的中位数落在第_____组;
- (4) 请估计该校七年级学生日阅读量不足 1 小时的人数.

组别	时间段 (小时)	频数	频率
1	$0 \leq x < 0.5$	10	0.05
2	$0.5 \leq x < 1.0$	20	0.10
3	$1.0 \leq x < 1.5$	80	b
4	$1.5 \leq x < 2.0$	a	0.35
5	$2.0 \leq x < 2.5$	12	0.06
6	$2.5 \leq x < 3.0$	8	0.04



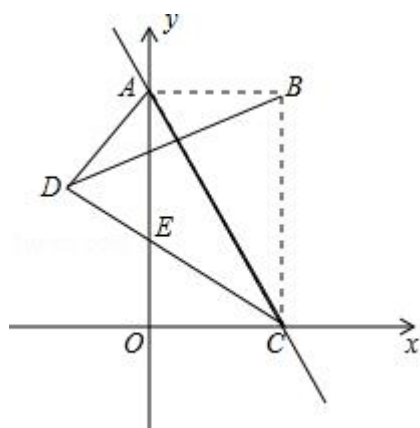
25. (10 分) “低碳环保, 绿色出行”的理念得到广大群众的接受, 越来越多的人再次选择自行车作为出行工具, 小军和爸爸同时从家骑自行车去图书馆, 爸爸先以 150 米/分的速度骑行一段时间, 休息了 5 分钟, 再以 m 米/分的速度到达图书馆, 小军始终以同一速度骑行, 两人行驶的路程 y (米) 与时间 x (分钟) 的关系如图, 请结合图象, 解答下列问题:

- (1) $a=$ _____, $b=$ _____, $m=$ _____;
- (2) 若小军的速度是 120 米/分, 求小军在途中与爸爸第二次相遇时, 距图书馆的距离;
- (3) 在 (2) 的条件下, 爸爸自第二次出发至到达图书馆前, 何时与小军相距 100 米?
- (4) 若小军的行驶速度是 v 米/分, 且在途中与爸爸恰好相遇两次 (不包括家、图书馆两地), 请直接写出 v 的取值范围.



26. (12 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 把矩形 $OABC$ 沿对角线 AC 所在直线折叠, 点 B 落在点 D 处, DC 与 y 轴相交于点 E , 矩形 $OABC$ 的边 OC , OA 的长是关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 12x + 32 = 0$ 的两个根, 且 $OA > OC$.

- (1) 求线段 OA , OC 的长;
- (2) 求证: $\triangle ADE \cong \triangle COE$, 并求出线段 OE 的长;
- (3) 直接写出点 D 的坐标; 945509668制作, 提供全套中考真题、专题
- (4) 若 F 是直线 AC 上一个动点, 在坐标平面内是否存在点 P , 使以点 E , C , P , F 为顶点的四边形是菱形? 若存在, 请直接写出 P 点的坐标; 若不存在, 请说明理由.



2017 年黑龙江省齐齐哈尔市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

1. (3 分) (2017•齐齐哈尔) -2017 的绝对值是 ()

- A. -2017 B. $-\frac{1}{2017}$ C. 2017 D. $\frac{1}{2017}$

【分析】根据绝对值的定义即可解题.

【解答】解: $\because |-2017|=2017$,

$\therefore$ 答案 C 正确,

故选 C. 945509668 制作, 提供全套中考真题、专题

【点评】本题考查了绝对值的定义, 绝对值是指一个数在数轴上所对应点到原点的距离.

2. (3 分) (2017•齐齐哈尔) 下面四个图形分别是节能、节水、低碳和绿色食品标志, 在这四个标志中, 是轴对称图形的是 ()



【分析】根据轴对称图形的概念求解.

【解答】解: A、不是轴对称图形, 故本选项错误;

B、不是轴对称图形, 故本选项错误;

C、不是轴对称图形, 故本选项错误;

D、是轴对称图形, 故本选项正确.

故选 D.

【点评】本题考查了轴对称图形的知识, 轴对称图形的关键是寻找对称轴, 图形两部分沿对称轴折叠后可重合.

3. (3 分) (2017•齐齐哈尔) 作为“一带一路”倡议的重大先行项目, 中国、巴基斯坦经济走廊建设进展快、成效显著, 两年来, 已有 18 个项目在建或建成, 总投资额达 185 亿美元, 185 亿用科学记数法表示为 ()

- A. 1.85×10^9 B. 1.85×10^{10} C. 1.85×10^{11} D. 1.85×10^{12}

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

【解答】解: 185 亿 $= 1.85 \times 10^{10}$.

故选: B.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

4. (3 分) (2017•齐齐哈尔) 下列算式运算结果正确的是 ()

- A. $(2x^5)^2 = 2x^{10}$ B. $(-3)^{-2} = \frac{1}{9}$ C. $(a+1)^2 = a^2 + 1$ D. $a - (a - b) = -b$

【分析】根据合并同类项法则, 同底数幂相乘, 底数不变指数相加; 幂的乘方, 底数不变指

数相乘；同底数幂相除，底数不变指数相减，即可解题.

【解答】解：A、 $(2x^5)^2=4x^{10}$ ，故 A 错误；

B、 $(-3)^{-2}=\frac{3^0}{(-3)^2}=\frac{1}{9}$ ，故 B 正确；

C、 $(a+1)^2=a^2+2a+1$ ，故 C 错误；

D、 $a-(a-b)=a-a+b=b$ ，故 D 错误；

故选：B.

【点评】本题考查合并同类项、同底数幂的乘法、幂的乘方、同底数幂的除法，熟练掌握运算性质和法则是解题的关键.

5. (3 分) (2017•齐齐哈尔) 为有效开展“阳光体育”活动，某校计划购买篮球和足球共 50 个，购买资金不超过 3000 元. 若每个篮球 80 元，每个足球 50 元，则篮球最多可购买 ()

A. 16 个 B. 17 个 C. 33 个 D. 34 个

【分析】设买篮球 m 个，则买足球 $(50-m)$ 个，根据购买足球和篮球的总费用不超过 3000 元建立不等式求出其解即可.

【解答】解：设买篮球 m 个，则买足球 $(50-m)$ 个，根据题意得：

$$80m+50(50-m) \leq 3000,$$

$$\text{解得：} m \leq 16\frac{2}{3},$$

$\therefore m$ 为整数，

$\therefore m$ 最大取 16，

$\therefore$ 最多可以买 16 个篮球.

故选：A.

【点评】本题考查了列一元一次不等式解实际问题的运用，解答本题时找到建立不等式的不等关系是解答本题的关键.

6. (3 分) (2017•齐齐哈尔) 若关于 x 的方程 $kx^2-3x-\frac{9}{4}=0$ 有实数根，则实数 k 的取值范围是 ()

A. $k=0$ B. $k \geq -1$ 且 $k \neq 0$ C. $k \geq -1$ D. $k > -1$

【分析】讨论：当 $k=0$ 时，方程化为 $-3x-\frac{9}{4}=0$ ，方程有一个实数解；当 $k \neq 0$ 时， $\Delta = (-3)^2 - 4k \cdot (-\frac{9}{4}) \geq 0$ ，然后求出两个中情况下的 k 的公共部分即可.

【解答】解：当 $k=0$ 时，方程化为 $-3x-\frac{9}{4}=0$ ，解得 $x=-\frac{3}{4}$ ；

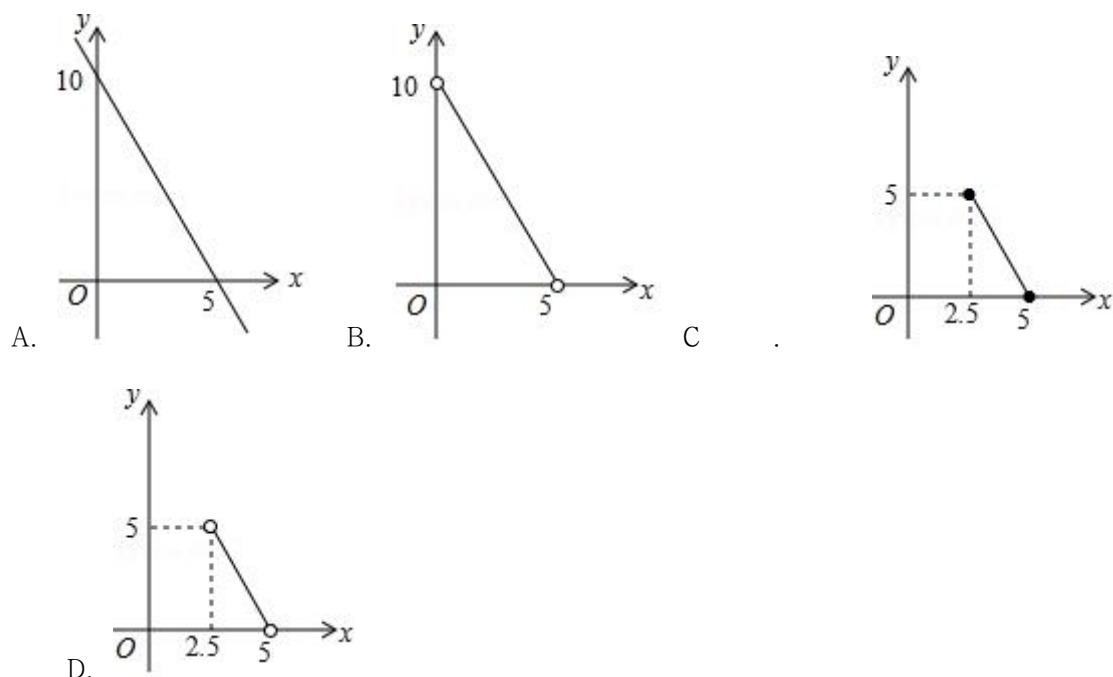
当 $k \neq 0$ 时， $\Delta = (-3)^2 - 4k \cdot (-\frac{9}{4}) \geq 0$ ，解得 $k \geq -1$ ，

所以 k 的范围为 $k \geq -1$.

故选 C.

【点评】本题考查了根的判别式：一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的根与 $\Delta=b^2-4ac$ 有如下关系：当 $\Delta > 0$ 时，方程有两个不相等的实数根；当 $\Delta=0$ 时，方程有两个相等的实数根；当 $\Delta < 0$ 时，方程无实数根.

7. (3分) (2017•齐齐哈尔) 已知等腰三角形的周长是10, 底边长 y 是腰长 x 的函数, 则下列图象中, 能正确反映 y 与 x 之间函数关系的图象是 ()



【分析】 先根据三角形的周长公式求出函数关系式, 再根据三角形的任意两边之和大于第三边, 三角形的任意两边之差小于第三边求出 x 的取值范围, 然后选择即可.

【解答】 解: 由题意得, $2x+y=10$,
所以, $y=-2x+10$,

由三角形的三边关系得,
$$\begin{cases} 2x > -2x+10 \text{ ①} \\ x - (-2x+10) < x \text{ ②} \end{cases}$$

解不等式①得, $x > 2.5$,

解不等式②的, $x < 5$,

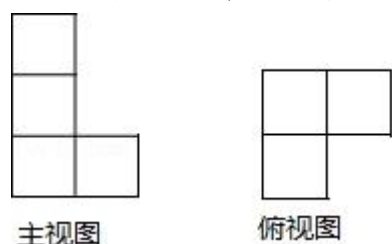
所以, 不等式组的解集是 $2.5 < x < 5$,

正确反映 y 与 x 之间函数关系的图象是 D 选项图象.

故选 D.

【点评】 本题考查了一次函数图象, 三角形的三边关系, 等腰三角形的性质, 难点在于利用三角形的三边关系求自变量的取值范围.

8. (3分) (2017•齐齐哈尔) 一个几何体的主视图和俯视图如图所示, 若这个几何体最多有 a 个小正方体组成, 最少有 b 个小正方体组成, 则 $a+b$ 等于 ()



A. 10 B. 11 C. 12 D. 13

【分析】易得这个几何体共有 2 层，由俯视图可得第一层立方体的个数，由主视图可得第二层立方体的可能的个数，相加即可.

【解答】解：结合主视图和俯视图可知，左边后排最多有 3 个，左边前排最多有 3 个，右边只有一层，且只有 1 个，

所以图中的小正方体最多 7 块，

结合主视图和俯视图可知，左边后排最少有 1 个，左边前排最多有 3 个，右边只有一层，且只有 1 个，

所以图中的小正方体最少 5 块，

$a+b=12$,

故选：C.

【点评】考查学生对三视图掌握程度和灵活运用能力，同时也体现了对空间想象能力方面的考查.

9. (3 分) (2017•齐齐哈尔) 一个圆锥的侧面积是底面积的 3 倍，则这个圆锥侧面展开图的圆心角度数为 ()

A. 120° B. 180° C. 240° D. 300°

【分析】根据圆锥的侧面积是底面积的 3 倍得到圆锥底面半径和母线长的关系，根据圆锥侧面展开图的弧长=底面周长即可求得圆锥侧面展开图的圆心角度数.

【解答】解：设底面圆的半径为 r ，侧面展开扇形的半径为 R ，扇形的圆心角为 n 度.

由题意得 $S_{\text{底面面积}} = \pi r^2$,

$l_{\text{底面周长}} = 2\pi r$,

$S_{\text{扇形}} = 3S_{\text{底面面积}} = 3\pi r^2$,

$l_{\text{扇形弧长}} = l_{\text{底面周长}} = 2\pi r$.

由 $S_{\text{扇形}} = \frac{1}{2} l_{\text{扇形弧长}} \times R$ 得 $3\pi r^2 = \frac{1}{2} \times 2\pi r \times R$,

故 $R=3r$.

由 $l_{\text{扇形弧长}} = \frac{n\pi R}{180}$ 得:

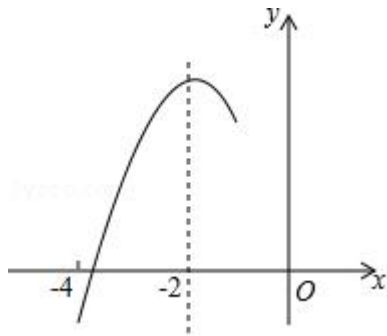
$2\pi r = \frac{n\pi \times 3r}{180}$ 解得 $n=120^\circ$.

故选 A.

【点评】本题考查了圆锥的计算，通过圆锥的底面和侧面，结合有关圆、扇形的一些计算公式，重点考查空间想象能力、综合能力. 熟记圆的面积和周长公式、扇形的面积和两个弧长公式并灵活应用是解答本题的关键.

10. (3 分) (2017•齐齐哈尔) 如图，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的对称轴为直线 $x=-2$ ，与 x 轴的一个交点在 $(-3, 0)$ 和 $(-4, 0)$ 之间，其部分图象如图所示，则下列结论：① $4a - b=0$ ；② $c < 0$ ；③ $-3a+c > 0$ ；④ $4a - 2b > at^2+bt$ (t 为实数)；⑤ 点 $(-\frac{9}{2}, y_1)$ ， $(-\frac{5}{2}, y_2)$ ，

$(-\frac{1}{2}, y_3)$ 是该抛物线上的点，则 $y_1 < y_2 < y_3$ ，正确的个数有 ()



A. 4个 B. 3个 C. 2个 D. 1个

【分析】根据抛物线的对称轴可判断①, 由抛物线与 x 轴的交点及抛物线的对称性可判断②, 由 $x = -1$ 时 $y > 0$ 可判断③, 由 $x = -2$ 时函数取得最大值可判断④, 根据抛物线的开口向下且对称轴为直线 $x = -2$ 知图象上离对称轴水平距离越小函数值越大, 可判断⑤.

【解答】解: $\because$ 抛物线的对称轴为直线 $x = -\frac{b}{2a} = -2$,

$\therefore 4a - b = 0$, 所以①正确;

$\because$ 与 x 轴的一个交点在 $(-3, 0)$ 和 $(-4, 0)$ 之间,

$\therefore$ 由抛物线的对称性知, 另一个交点在 $(-1, 0)$ 和 $(0, 0)$ 之间,

$\therefore$ 抛物线与 y 轴的交点在 y 轴的负半轴, 即 $c < 0$, 故②正确;

$\because$ 由②知, $x = -1$ 时 $y > 0$, 且 $b = 4a$,

即 $a - b + c = a - 4a + c = -3a + c > 0$,

所以③正确;

由函数图象知当 $x = -2$ 时, 函数取得最大值,

$\therefore 4a - 2b + c \geq at^2 + bt + c$,

即 $4a - 2b \geq at^2 + bt$ (t 为实数), 故④错误;

$\because$ 抛物线的开口向下, 且对称轴为直线 $x = -2$,

$\therefore$ 抛物线上离对称轴水平距离越小, 函数值越大,

$\therefore y_1 < y_3 < y_2$, 故⑤错误;

故选: B.

【点评】本题考查了二次函数与系数的关系: 对于二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), 二次项系数 a 决定抛物线的开口方向和大小. 当 $a > 0$ 时, 抛物线向上开口; 当 $a < 0$ 时, 抛物线向下开口; 一次项系数 b 和二次项系数 a 共同决定对称轴的位置: 当 a 与 b 同号时 (即 $ab > 0$), 对称轴在 y 轴左; 当 a 与 b 异号时 (即 $ab < 0$), 对称轴在 y 轴右. 常数项 c 决定抛物线与 y 轴交点: 抛物线与 y 轴交于 $(0, c)$; 抛物线与 x 轴交点个数由 Δ 决定: $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ 时, 抛物线与 x 轴有 2 个交点; $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ 时, 抛物线与 x 轴有 1 个交点; $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ 时, 抛物线与 x 轴没有交点.

二、填空题 (本大题共 9 小题, 每小题 3 分, 共 27 分)

11. (3 分) (2017•齐齐哈尔) 在某次七年级期末测试中, 甲、乙两个班的数学平均成绩都是 89.5 分, 且方差分别为 $S_{\text{甲}}^2 = 0.15$, $S_{\text{乙}}^2 = 0.2$, 则成绩比较稳定的是 甲 班.

【分析】根据方差的意义判断. 方差反映了一组数据的波动大小, 方差越大, 波动性越大,

反之也成立

【解答】解：∵ $s_{甲}^2 < s_{乙}^2$,

∴成绩相对稳定的是甲,

故答案为: 甲.

【点评】本题考查方差的意义: 反映了一组数据的波动大小, 方差越大, 波动性越大, 反之也成立.

12. (3分) (2017•齐齐哈尔) 在函数 $y = \sqrt{x+4} + x^{-2}$ 中, 自变量 x 的取值范围是 $x \geq -4$ 且 $x \neq 0$.

【分析】根据二次根是有意义的条件: 被开方数大于等于 0 进行解答即可.

【解答】解: 由 $x+4 \geq 0$ 且 $x \neq 0$, 得 $x \geq -4$ 且 $x \neq 0$;

故答案为 $x \geq -4$ 且 $x \neq 0$.

【点评】本题考查了函数自变量的取值范围问题, 掌握二次根是有意义的条件: 被开方数大于等于 0 是解题的关键.

13. (3分) (2017•齐齐哈尔) 矩形 ABCD 的对角线 AC, BD 相交于点 O, 请你添加一个适当的条件 AB=BC (答案不唯一), 使其成为正方形 (只填一个即可)

【分析】此题是一道开放型的题目答案不唯一, 证出四边形 ABCD 是菱形, 由正方形的判定方法即可得出结论.

【解答】解: 添加条件: $AB=BC$, 理由如下:

∵ 四边形 ABCD 是矩形, $AB=BC$, ∴ 四边形 ABCD 是菱形,

∴ 四边形 ABCD 是正方形,

故答案为: $AB=BC$ (答案不唯一).

【点评】本题考查了矩形的性质, 菱形的判定, 正方形的判定的应用, 能熟记正方形的判定定理是解此题的关键, 注意: 有一组邻边相等的矩形是正方形, 对角线互相垂直的矩形是正方形.

14. (3分) (2017•齐齐哈尔) 因式分解: $4m^2 - 36 =$ $4(m+3)(m-3)$.

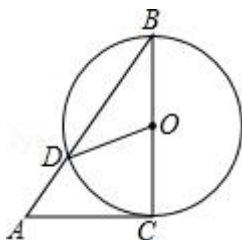
【分析】原式提取 4, 再利用平方差公式计算即可得到结果.

【解答】解: 原式 $= 4(m^2 - 9) = 4(m+3)(m-3)$,

故答案为: $4(m+3)(m-3)$

【点评】此题考查了提公因式法与公式法的综合运用, 熟练掌握因式分解的方法是解本题的关键.

15. (3分) (2017•齐齐哈尔) 如图, AC 是 $\odot O$ 的切线, 切点为 C, BC 是 $\odot O$ 的直径, AB 交 $\odot O$ 于点 D, 连接 OD, 若 $\angle A = 50^\circ$, 则 $\angle COD$ 的度数为 80° .



【分析】根据切线的性质得出 $\angle C = 90^\circ$, 再由已知得出 $\angle ABC$, 由外角的性质得出 $\angle COD$ 的度数.

【解答】解：∵AC 是⊙O 的切线，

$$\therefore \angle C=90^{\circ},$$

$$\therefore \angle A=50^{\circ},$$

$$\therefore \angle B=40^{\circ},$$

$$\therefore OB=OD,$$

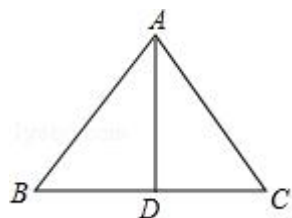
$$\therefore \angle B=\angle ODB=40^{\circ},$$

$$\therefore \angle COD=2 \times 40^{\circ}=80^{\circ},$$

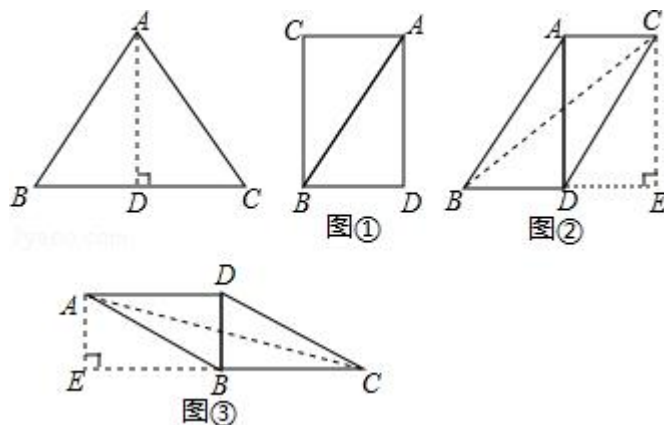
故答案为 80° .

【点评】本题考查了切线的性质，掌握切线的性质、直角三角形的性质以及外角的性质是解题的关键.

16. (3 分) (2017•齐齐哈尔) 如图，在等腰三角形纸片 ABC 中，AB=AC=10，BC=12，沿底边 BC 上的高 AD 剪成两个三角形，用这两个三角形拼成平行四边形，则这个平行四边形较长的对角线的长是 10cm, $2\sqrt{73}$ cm, $4\sqrt{13}$ cm .



【分析】利用等腰三角形的性质，进而重新组合得出平行四边形，进而利用勾股定理求出对角线的长.



【解答】解：如图：

过点 A 作 $AD \perp BC$ 于点 D，

$$\therefore \triangle ABC \text{ 边 } AB=AC=10\text{cm}, BC=12\text{cm},$$

$$\therefore BD=DC=6\text{cm},$$

$$\therefore AD=8\text{cm},$$

如图①所示：

可得四边形 ACBD 是矩形，则其对角线长为：10cm，

如图②所示：AD=8cm，

连接 BC，过点 C 作 $CE \perp BD$ 于点 E，

$$\text{则 } EC=8\text{cm}, BE=2BD=12\text{cm},$$

$$\text{则 } BC=4\sqrt{13}\text{cm},$$

如图③所示: $BD=6\text{cm}$,

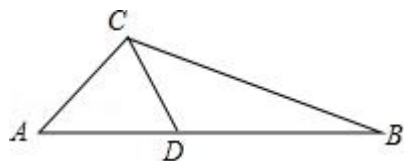
由题意可得: $AE=6\text{cm}$, $EC=2BE=16\text{cm}$,

故 $AC=\sqrt{6^2+16^2}=2\sqrt{73}\text{cm}$,

故答案为: 10cm , $2\sqrt{73}\text{cm}$, $4\sqrt{13}\text{cm}$.

【点评】此题主要考查了图形的剪拼以及勾股定理和等腰三角形的性质等知识, 利用分类讨论得出是解题关键.

17. (3分) (2017•齐齐哈尔) 经过三边都不相等的三角形的一个顶点的线段把三角形分成两个小三角形, 如果其中一个为等腰三角形, 另外一个三角形和原三角形相似, 那么把这条线段定义为原三角形的“和谐分割线”. 如图, 线段 CD 是 $\triangle ABC$ 的“和谐分割线”, $\triangle ACD$ 为等腰三角形, $\triangle CBD$ 和 $\triangle ABC$ 相似, $\angle A=46^\circ$, 则 $\angle ACB$ 的度数为 113° 或 92° .



【分析】由 $\triangle ACD$ 是等腰三角形, $\angle ADC > \angle BCD$, 推出 $\angle ADC > \angle A$, 即 $AC \neq CD$, 分两种情形讨论①当 $AC=AD$ 时, ②当 $DA=DC$ 时, 分别求解即可.

【解答】解: $\because \triangle BCD \sim \triangle BAC$,

$\therefore \angle BCD = \angle A = 46^\circ$,

$\because \triangle ACD$ 是等腰三角形, $\therefore \angle ADC > \angle BCD$,

$\therefore \angle ADC > \angle A$, 即 $AC \neq CD$,

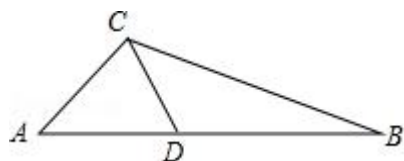
①当 $AC=AD$ 时, $\angle ACD = \angle ADC = \frac{1}{2}(180^\circ - 46^\circ) = 67^\circ$,

$\therefore \angle ACB = 67^\circ + 46^\circ = 113^\circ$,

②当 $DA=DC$ 时, $\angle ACD = \angle A = 46^\circ$,

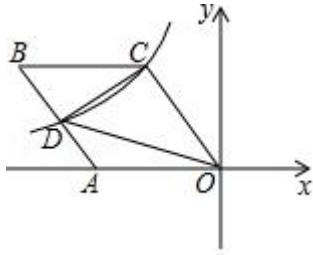
$\therefore \angle ACB = 46^\circ + 46^\circ = 92^\circ$,

故答案为 113° 或 92° .



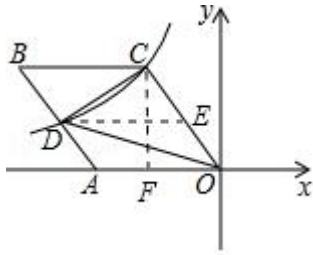
【点评】本题考查相似三角形的性质、等腰三角形的性质等知识, 解题的关键是灵活运用所学知识解决问题, 学会用分类讨论的思想思考问题, 属于中考常考题型.

18. (3分) (2017•齐齐哈尔) 如图, 菱形 $OABC$ 的一边 OA 在 x 轴的负半轴上, O 是坐标原点, $\tan \angle AOC = \frac{4}{3}$, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 C , 与 AB 交于点 D , 若 $\triangle COD$ 的面积为 20, 则 k 的值等于 -24 .



【分析】易证 $S_{\text{菱形}ABCO} = 2S_{\triangle CDO}$ ，再根据 $\tan \angle AOC$ 的值即可求得菱形的边长，即可求得点 C 的坐标，代入反比例函数即可解题.

【解答】解：作 $DE \parallel AO$ ， $CF \perp AO$ ，设 $CF = 4x$ ，



$\because$ 四边形 OABC 为菱形，

$\therefore AB \parallel CO$ ， $AO \parallel BC$ ，

$\therefore DE \parallel AO$ ，

$\therefore S_{\triangle ADO} = S_{\triangle DEO}$ ，

同理 $S_{\triangle BCD} = S_{\triangle CDE}$ ，

$\therefore S_{\text{菱形}ABCO} = S_{\triangle ADO} + S_{\triangle DEO} + S_{\triangle BCD} + S_{\triangle CDE}$ ，

$\therefore S_{\text{菱形}ABCO} = 2(S_{\triangle DEO} + S_{\triangle CDE}) = 2S_{\triangle CDO} = 40$ ，

$\therefore \tan \angle AOC = \frac{4}{3}$ ，

$\therefore OF = 3x$ ，

$\therefore OC = \sqrt{OF^2 + CF^2} = 5x$ ，

$\therefore OA = OC = 5x$ ，

$\therefore S_{\text{菱形}ABCO} = AO \cdot CF = 20x^2$ ，解得： $x = \sqrt{2}$ ，

$\therefore OF = 3\sqrt{2}$ ， $CF = 4\sqrt{2}$ ，

$\therefore$ 点 C 坐标为 $(-3\sqrt{2}, 4\sqrt{2})$ ，

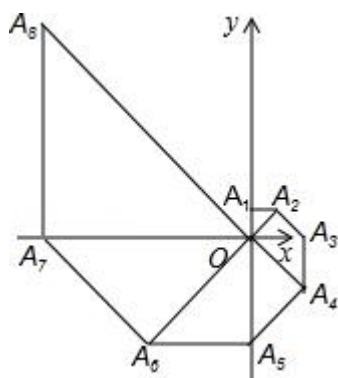
$\therefore$ 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 C，

$\therefore$ 代入点 C 得： $k = -24$ ，

故答案为 -24 。

【点评】本题考查了菱形的性质，考查了菱形面积的计算，本题中求得 $S_{\text{菱形}ABCO} = 2S_{\triangle CDO}$ 是解题的关键。

19. (3 分) (2017•齐齐哈尔) 如图，在平面直角坐标系中，等腰直角三角形 OA_1A_2 的直角边 OA_1 在 y 轴的正半轴上，且 $OA_1 = A_1A_2 = 1$ ，以 OA_2 为直角边作第二个等腰直角三角形 OA_2A_3 ，以 OA_3 为直角边作第三个等腰直角三角形 OA_3A_4 ， $\dots$ ，依此规律，得到等腰直角三角形 $OA_{2017}A_{2018}$ ，则点 A_{2017} 的坐标为 $(0, (\sqrt{2})^{2016})$ 或 $(0, 2^{1008})$ 。



【分析】根据等腰直角三角形的性质得到 $OA_1=1$, $OA_2=\sqrt{2}$, $OA_3=(\sqrt{2})^2$, $\dots$, $OA_{2017}=(\sqrt{2})^{2016}$, 再利用 A_1 、 A_2 、 A_3 、 $\dots$, 每 8 个一循环, 再回到 y 轴的正半轴的特点可得到点 A_{2017} 在 y 轴的正半轴上, 即可确定点 A_{2017} 的坐标.

【解答】解: $\because$ 等腰直角三角形 OA_1A_2 的直角边 OA_1 在 y 轴的正半轴上, 且 $OA_1=A_1A_2=1$, 以 OA_2 为直角边作第二个等腰直角三角形 OA_2A_3 , 以 OA_3 为直角边作第三个等腰直角三角形 OA_3A_4 , $\dots$,

$$\therefore OA_1=1, OA_2=\sqrt{2}, OA_3=(\sqrt{2})^2, \dots, OA_{2017}=(\sqrt{2})^{2016},$$

$\because A_1$ 、 A_2 、 A_3 、 $\dots$, 每 8 个一循环, 再回到 y 轴的正半轴,

$$2017 \div 8 = 252 \dots 1,$$

$\therefore$ 点 A_{2017} 在第一象限,

$$\because OA_{2017}=(\sqrt{2})^{2016},$$

$\therefore$ 点 A_{2017} 的坐标为 $(0, (\sqrt{2})^{2016})$ 即 $(0, 2^{1008})$.

故答案为 $(0, (\sqrt{2})^{2016})$ 或 $(0, 2^{1008})$.

【点评】本题考查了规律型: 点的坐标, 等腰直角三角形的性质: 等腰直角三角形的两底角都等于 45° ; 斜边等于直角边的 $\sqrt{2}$ 倍. 也考查了直角坐标系中各象限内点的坐标特征.

三、解答题 (共 63 分)

20. (7 分) (2017•齐齐哈尔) 先化简, 再求值: $\frac{x-3}{x^2-1} \cdot \frac{x^2+2x+1}{x-3} - (\frac{1}{x-1}+1)$, 其中 $x=2\cos 60^\circ$

- 3.

【分析】根据分式的乘法和减法可以化简题目中的式子, 然后将 x 的值代入即可解答本题.

$$\text{【解答】解: } \frac{x-3}{x^2-1} \cdot \frac{x^2+2x+1}{x-3} - (\frac{1}{x-1}+1)$$

$$= \frac{x-3}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{(x+1)^2}{x-3} - \frac{1+x-1}{x-1}$$

$$= \frac{x+1}{x-1} - \frac{x}{x-1}$$

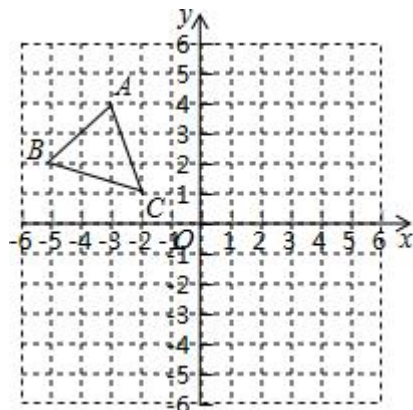
$$= \frac{1}{x-1},$$

$$\text{当 } x=2\cos 60^\circ - 3 = 2 \times \frac{1}{2} - 3 = 1 - 3 = -2 \text{ 时, 原式} = \frac{1}{-2-1} = -\frac{1}{3}.$$

【点评】本题考查分式的化简求值、特殊角的三角函数值, 解答本题的关键是明确分式化简求值的方法.

21. (8分) (2017•齐齐哈尔) 如图, 平面直角坐标系内, 小正方形网格的边长为 1 个单位长度, $\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标分别为 $A(-3, 4)$, $B(-5, 2)$, $C(-2, 1)$.

- (1) 画出 $\triangle ABC$ 关于 y 轴对称图形 $\triangle A_1B_1C_1$;
- (2) 画出将 $\triangle ABC$ 绕原点 O 逆时针方向旋转 90° 得到的 $\triangle A_2B_2C_2$;
- (3) 求 (2) 中线段 OA 扫过的图形面积.



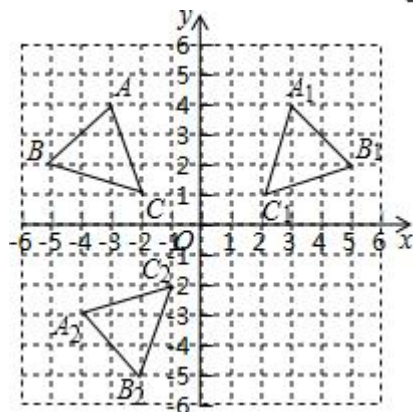
- 【分析】** (1) 分别作出各点关于 y 轴的对称点, 再顺次连接即可;
 (2) 根据图形旋转的性质画出旋转后的图形 $\triangle A_2B_2C_2$ 即可;
 (3) 利用扇形的面积公式即可得出结论.

【解答】 解: (1) 如图, $\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求;

(2) 如图, $\triangle A_2B_2C_2$ 即为所求;

$$(3) \because OA = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5,$$

$$\therefore \text{线段 } OA \text{ 扫过的图形面积} = \frac{90\pi \times 5^2}{360} = \frac{25}{4}\pi.$$

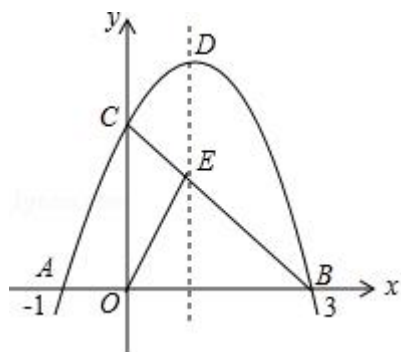


【点评】 本题考查的是作图 - 旋转变换, 熟知图形旋转不变性的性质是解答此题的关键.

22. (8分) (2017•齐齐哈尔) 如图, 已知抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$ 和点 $B(3, 0)$, 与 y 轴交于点 C , 连接 BC 交抛物线的对称轴于点 E , D 是抛物线的顶点.

- (1) 求此抛物线的解析式;
- (2) 直接写出点 C 和点 D 的坐标;
- (3) 若点 P 在第一象限内的抛物线上, 且 $S_{\triangle ABP} = 4S_{\triangle COE}$, 求 P 点坐标.

注：二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的顶点坐标为 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$



【分析】 (1) 将 A、B 的坐标代入抛物线的解析式中，即可求出待定系数 b、c 的值，进而可得到抛物线的对称轴方程；

(2) 令 $x=0$ ，可得 C 点坐标，将函数解析式配方即得抛物线的顶点 C 的坐标；

(3) 设 P (x , y) ($x > 0$, $y > 0$)，根据题意列出方程即可求得 y ，即得 D 点坐标.

【解答】 解：(1) 由点 A (-1, 0) 和点 B (3, 0) 得 $\begin{cases} -1-b+c=0 \\ -9+3b+c=0 \end{cases}$,

解得： $\begin{cases} b=2 \\ c=3 \end{cases}$,

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y = -x^2 + 2x + 3$;

(2) 令 $x=0$ ，则 $y=3$,

$\therefore C(0, 3)$,

$\therefore y = -x^2 + 2x + 3 = -(x-1)^2 + 4$,

$\therefore D(1, 4)$;

(3) 设 P (x , y) ($x > 0$, $y > 0$),

$S_{\triangle COE} = \frac{1}{2} \times 1 \times 3 = \frac{3}{2}$, $S_{\triangle ABP} = \frac{1}{2} \times 4y = 2y$,

$\therefore S_{\triangle ABP} = 4S_{\triangle COE}$, $\therefore 2y = 4 \times \frac{3}{2}$,

$\therefore y=3$, $\therefore -x^2 + 2x + 3 = 3$,

解得： $x_1=0$ (不合题意，舍去), $x_2=2$,

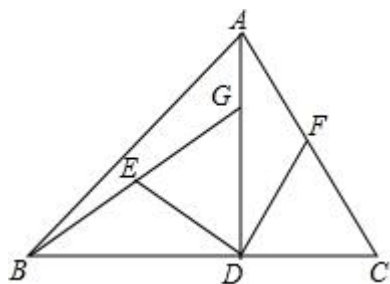
$\therefore P(2, 3)$.

【点评】 此题主要考查了二次函数解析式的确定、抛物线的顶点坐标求法，图形面积的求法等知识，根据 $S_{\triangle ABP} = 4S_{\triangle COE}$ 列出方程是解决问题的关键.

23. (8 分) (2017•齐齐哈尔) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AD \perp BC$ 于 D， $BD=AD$ ， $DG=DC$ ，E，F 分别是 BG，AC 的中点.

(1) 求证： $DE=DF$ ， $DE \perp DF$;

(2) 连接 EF，若 $AC=10$ ，求 EF 的长.



【分析】(1) 证明 $\triangle BDG \cong \triangle ADC$ ，根据全等三角形的性质、直角三角形的性质证明；
(2) 根据直角三角形的性质分别求出 DE、DF，根据勾股定理计算即可.

【解答】(1) 证明： $\because AD \perp BC$,

$$\therefore \angle ADB = \angle ADC = 90^\circ,$$

在 $\triangle BDG$ 和 $\triangle ADC$ 中,

$$\begin{cases} BD=AD \\ \angle BDG=\angle ADC, \\ DG=DC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BDG \cong \triangle ADC,$$

$$\therefore BG=AC, \angle BGD=\angle C,$$

$$\because \angle ADB=\angle ADC=90^\circ, E, F \text{ 分别是 } BG, AC \text{ 的中点},$$

$$\therefore DE=\frac{1}{2}BG=EG, DF=\frac{1}{2}AC=AF,$$

$$\therefore DE=DF, \angle EDG=\angle EGD, \angle FDA=\angle FAD,$$

$$\therefore \angle EDG+\angle FDA=90^\circ,$$

$$\therefore DE \perp DF;$$

$$(2) \text{ 解: } \because AC=10,$$

$$\therefore DE=DF=5,$$

$$\text{由勾股定理得, } EF=\sqrt{DE^2+DF^2}=5\sqrt{2}.$$

【点评】 本题考查的是全等三角形的判定和性质、直角三角形的性质以及勾股定理的应用，掌握全等三角形的判定定理和性质定理是解题的关键.

24. (10 分) (2017•齐齐哈尔) 为养成学生课外阅读的习惯，各学校普遍开展了“我的梦 中国梦”课外阅读活动，某校为了解七年级 1200 名学生课外日阅读所用时间情况，从中随机抽查了部分同学，进行了相关统计，整理并绘制出如下不完整的频数分布表和频数分布直方图，请根据图表信息解答下列问题：

$$(1) \text{ 表中 } a=\underline{70}, b=\underline{0.40};$$

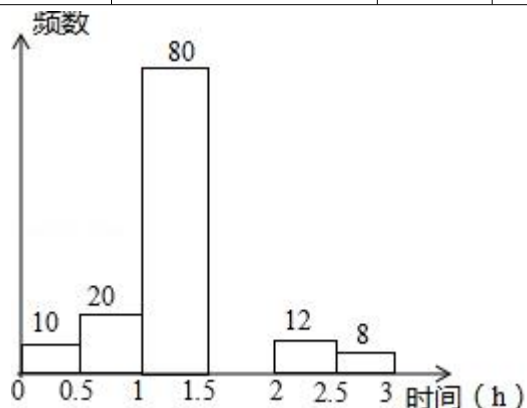
(2) 请补全频数分布直方图中空缺的部分；

(3) 样本中，学生日阅读所用时间的中位数落在第 3 组；

(4) 请估计该校七年级学生日阅读量不足 1 小时的人数.

组别	时间段 (小时)	频数	频率
1	$0 \leq x < 0.5$	10	0.05
2	$0.5 \leq x < 1.0$	20	0.10
3	$1.0 \leq x < 1.5$	80	b
4	$1.5 \leq x < 2.0$	a	0.35
5	$2.0 \leq x < 2.5$	12	0.06

6	$2.5 \leq x < 3.0$	8	0.04
---	--------------------	---	------



【分析】(1) 根据“频数÷百分比=数据总数”先计算总数为 200 人，再根据表中的数分别求 a 和 b；

(2) 补全直方图；

(3) 第 100 和第 101 个学生读书时间都在第 3 组；

(4) 前两组的读书时间不足 1 小时，用总数 2000 乘以这两组的百分比的和即可。

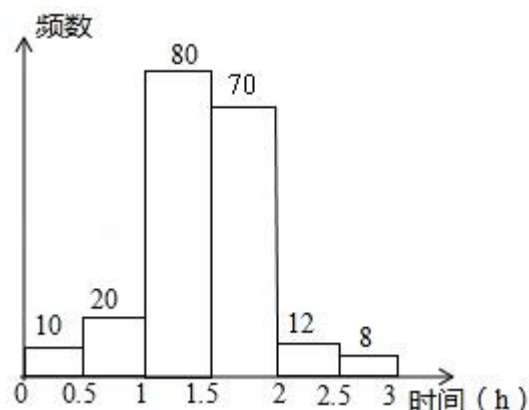
【解答】解：(1) $10 \div 0.05 = 200$ ，

$$\therefore a = 200 \times 0.35 = 70,$$

$$b = 80 \div 200 = 0.40,$$

故答案为：70，0.40；

(2) 补全直方图，如下图：



(3) 样本中一共有 200 人，中位数是第 100 和 101 人的读书时间的平均数，即第 3 组：1 ~ 1.5 小时；

故答案为：3；

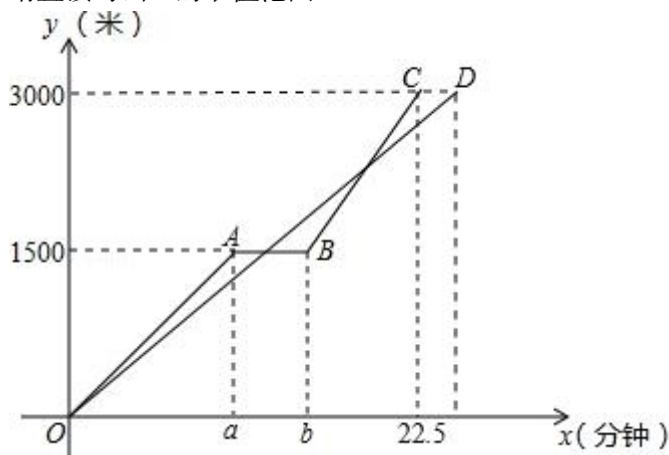
$$(4) 1200 \times (0.05 + 0.1) = 1200 \times 0.15 = 180 \text{ (人)},$$

答：估计该校七年级学生日阅读量不足 1 小时的人数为 180 人。

【点评】本题主要考查频率分布直方图和频率分布表的知识和分析问题以及解决问题的能力，解题的关键是能够读懂统计图，并从中读出有关信息。

25. (10 分) (2017•齐齐哈尔) “低碳环保，绿色出行”的理念得到广大群众的接受，越来越多的人再次选择自行车作为出行工具，小军和爸爸同时从家骑自行车去图书馆，爸爸先以 150 米/分的速度骑行一段时间，休息了 5 分钟，再以 m 米/分的速度到达图书馆，小军始终以同一速度骑行，两人行驶的路程 y (米) 与时间 x (分钟) 的关系如图，请结合图象，解答下列问题：

- (1) $a=10$, $b=15$, $m=200$;
 (2) 若小军的速度是 120 米/分, 求小军在途中与爸爸第二次相遇时, 距图书馆的距离;
 (3) 在 (2) 的条件下, 爸爸自第二次出发至到达图书馆前, 何时与小军相距 100 米?
 (4) 若小军的行驶速度是 v 米/分, 且在途中与爸爸恰好相遇两次 (不包括家、图书馆两地), 请直接写出 v 的取值范围.



【分析】 (1) 根据时间=路程÷速度, 即可求出 a 值, 结合休息的时间为 5 分钟, 即可得出 b 值, 再根据速度=路程÷时间, 即可求出 m 的值;

(2) 根据数量关系找出线段 BC、OD 所在直线的函数解析式, 联立两函数解析式成方程组, 通过解方程组求出交点的坐标, 再用 3000 去减交点的纵坐标, 即可得出结论;

(3) 根据 (2) 结论结合二者之间相距 100 米, 即可得出关于 x 的含绝对值符号的一元一次方程, 解之即可得出结论;

(4) 分别求出当 OD 过点 B、C 时, 小军的速度, 结合图形, 利用数形结合即可得出结论.

【解答】 解: (1) $1500 \div 150 = 10$ (分钟),
 $10 + 5 = 15$ (分钟),
 $(3000 - 1500) \div (22.5 - 15) = 200$ (米/分).
 故答案为: 10; 15; 200.

(2) 线段 BC 所在直线的函数解析式为 $y = 1500 + 200(x - 15) = 200x - 1500$;
 线段 OD 所在的直线的函数解析式为 $y = 120x$.
 联立两函数解析式成方程组,

$$\begin{cases} y = 200x - 1500 \\ y = 120x \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} x = \frac{75}{4} \\ y = 2250 \end{cases}$$

$\therefore 3000 - 2250 = 750$ (米).

答: 小军在途中与爸爸第二次相遇时, 距图书馆的距离是 750 米.

(3) 根据题意得: $|200x - 1500 - 120x| = 100$,

解得: $x_1 = \frac{35}{2} = 17.5$, $x_2 = 20$.

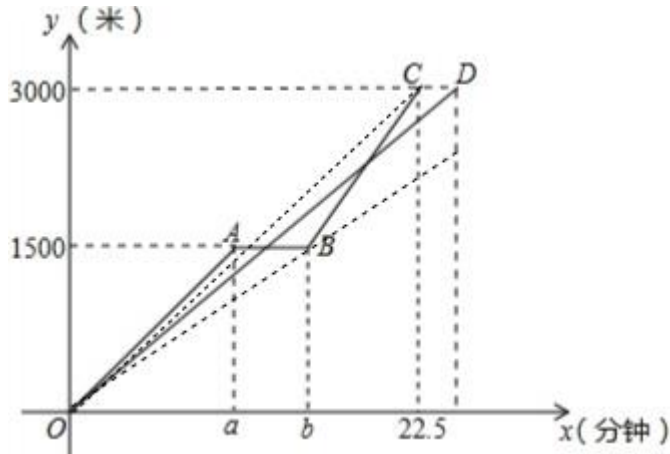
答: 爸爸自第二次出发至到达图书馆前, 17.5 分钟时和 20 分钟时与小军相距 100 米.

(4) 当线段 OD 过点 B 时, 小军的速度为 $1500 \div 15 = 100$ (米/分钟);

当线段 OD 过点 C 时, 小军的速度为 $3000 \div 22.5 = \frac{400}{3}$ (米/分钟).

结合图形可知, 当 $100 < v < \frac{400}{3}$ 时, 小军在途中与爸爸恰好相遇两次 (不包括家、图书馆

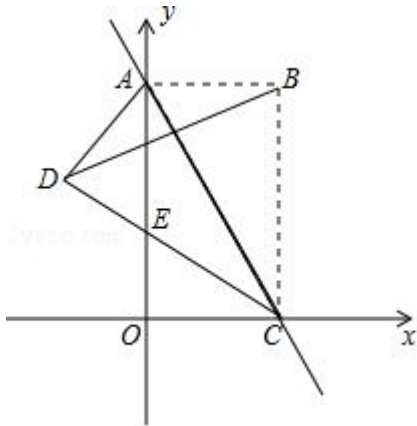
两地).



【点评】 本题考查了一次函数的应用、解含绝对值符号的一元一次方程以及解二元一次方程组，解题的关键是：(1) 根据数量关系，列式计算；(2) 根据数量关系找出线段 BC、OD 所在直线的函数解析式；(3) 结合 (2) 找出关于 x 的含绝对值符号的一元一次方程；(4) 画出图形，利用数形结合解决问题.

26. (12 分) (2017•齐齐哈尔) 如图，在平面直角坐标系中，把矩形 OABC 沿对角线 AC 所在直线折叠，点 B 落在点 D 处，DC 与 y 轴相交于点 E，矩形 OABC 的边 OC，OA 的长是关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 12x + 32 = 0$ 的两个根，且 $OA > OC$.

- (1) 求线段 OA，OC 的长；
- (2) 求证： $\triangle ADE \cong \triangle COE$ ，并求出线段 OE 的长；
- (3) 直接写出点 D 的坐标；
- (4) 若 F 是直线 AC 上一个动点，在坐标平面内是否存在点 P，使以点 E，C，P，F 为顶点的四边形是菱形？若存在，请直接写出 P 点的坐标；若不存在，请说明理由.



【分析】 (1) 解方程即可得到结论；

(2) 由四边形 ABCO 是矩形，得到 $AB = OC$ ， $\angle ABC = \angle AOC = 90^\circ$ ，根据折叠的性质得到 $AD = AB$ ， $\angle ADE = \angle ABC = 90^\circ$ ，根据全等三角形的判定得到 $\triangle ADE \cong \triangle COE$ ；根据勾股定理得到 $OE = 3$ ；

(3) 过 D 作 $DM \perp x$ 轴于 M，则 $OE \parallel DM$ ，根据相似三角形的性质得到 $CM = \frac{32}{5}$ ， $DM = \frac{24}{5}$ ，于是得到结论.

(4) 过 P_1 作 $P_1H \perp AO$ 于 H，根据菱形的性质得到 $P_1E = CE = 5$ ， $P_1E \parallel AC$ ，设 $P_1H = k$ ， $HE = 2k$ ，

根据勾股定理得到 $P_1E = \sqrt{5}k = 5$ ，于是得到 $P_1(-\sqrt{5}, 2\sqrt{5}+3)$ ，同理 $P_3(\sqrt{5}, 3-2\sqrt{5})$ ，当 A 与 F 重合时，得到 $P_2(4, 5)$ ；当 CE 是菱形 EP_4CF_4 的对角线时，四边形 EP_4CF_4 是菱形，得到 $EP_4=5$ ， $EP_4 \parallel AC$ ，如图 2，过 P_4 作 $P_4G \perp x$ 轴于 G，过 P_4 作 $P_4N \perp OE$ 于 N，根据勾股定理即可得到结论。

【解答】解：(1) 解方程 $x^2 - 12x + 32 = 0$ 得， $x_1 = 8$ ， $x_2 = 4$ ， $\therefore OA > OC$ ，

$\therefore OA = 8$ ， $OC = 4$ ；

(2) $\because$ 四边形 ABCO 是矩形，

$\therefore AB = OC$ ， $\angle ABC = \angle AOC = 90^\circ$ ，

$\therefore$ 把矩形 OABC 沿对角线 AC 所在直线折叠，点 B 落在点 D 处，

$\therefore AD = AB$ ， $\angle ADE = \angle ABC = 90^\circ$ ，

$\therefore AD = OC$ ， $\angle ADE = \angle COE$ ，

在 $\triangle ADE$ 与 $\triangle COE$ 中，
$$\begin{cases} \angle ADE = \angle COE \\ \angle AED = \angle CEO, \\ AD = OC \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle COE$ ；

$\therefore CE^2 = OE^2 + OC^2$ ，即 $(8 - OE)^2 = OE^2 + 4^2$ ，

$\therefore OE = 3$ ；

(3) 过 D 作 $DM \perp x$ 轴于 M，

则 $OE \parallel DM$ ，

$\therefore \triangle OCE \sim \triangle MCD$ ，

$\therefore \frac{OC}{CM} = \frac{OE}{DM} = \frac{CE}{CD} = \frac{5}{8}$ ，

$\therefore CM = \frac{32}{5}$ ， $DM = \frac{24}{5}$ ，

$\therefore OM = \frac{12}{5}$ ，

$\therefore D(-\frac{12}{5}, \frac{24}{5})$ ；

(4) 存在； $\because OE = 3$ ， $OC = 4$ ，

$\therefore CE = 5$ ，

过 P_1 作 $P_1H \perp AO$ 于 H，

$\therefore$ 四边形 P_1ECF_1 是菱形，

$\therefore P_1E = CE = 5$ ， $P_1E \parallel AC$ ，

$\therefore \angle P_1EH = \angle OAC$ ，

$\therefore \frac{P_1H}{EH} = \frac{OC}{AO} = \frac{1}{2}$ ，

$\therefore$ 设 $P_1H = k$ ， $HE = 2k$ ，

$\therefore P_1E = \sqrt{5}k = 5$ ，

$\therefore P_1H = \sqrt{5}$ ， $HE = 2\sqrt{5}$ ，

$\therefore OH = 2\sqrt{5} + 3$ ，

$\therefore P_1(-\sqrt{5}, 2\sqrt{5} + 3)$ ，

同理 $P_3(\sqrt{5}, 3 - 2\sqrt{5})$ ，

当 A 与 F 重合时，四边形 F_2ECP_2 是菱形，

$\therefore EF_2 \parallel CP_2$ ， $EF_2 = CP_2 = 5$ ，

$$\therefore P_2 (4, 5);$$

当 CE 是菱形 EP_4CF_4 的对角线时, 四边形 EP_4CF_4 是菱形,

$$\therefore EP_4=5, EP_4 \parallel AC,$$

如图 2, 过 P_4 作 $P_4G \perp x$ 轴于 G , 过 P_4 作 $P_4N \perp OE$ 于 N ,

则 $P_4N=OG$, $P_4G=ON$,

$EP_4 \parallel AC$,

$$\therefore \frac{P_4N}{EN} = \frac{1}{2},$$

设 $P_4N=x$, $EN=2x$,

$$\therefore P_4E=CP_4=\sqrt{5}x,$$

$$\therefore P_4G=ON=3-2x, CG=4-x,$$

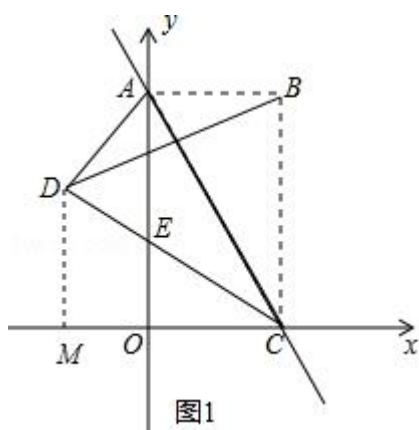
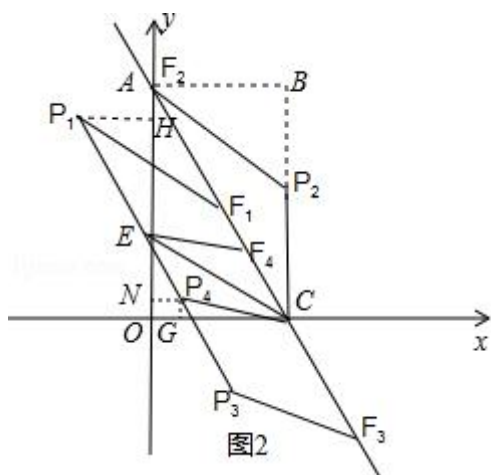
$$\therefore (3-2x)^2 + (4-x)^2 = (\sqrt{5}x)^2,$$

$$\therefore x = \frac{5}{4},$$

$$\therefore 3-2x = \frac{1}{2},$$

$$\therefore P_4 \left(\frac{5}{4}, \frac{1}{2} \right),$$

综上所述: 存在以点 E, C, P, F 为顶点的四边形是菱形, $P(-\sqrt{5}, 2\sqrt{5}+3)$, $(\sqrt{5}, 3-2\sqrt{5})$, $(4, 5)$, $\left(\frac{5}{4}, \frac{1}{2}\right)$.



【点评】 本题考查了相似三角形的判定和性质，全等三角形的判定和性质，矩形的性质，折叠的性质，菱形的判定和性质，正确的作出辅助线是解题的关键.