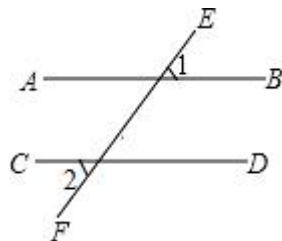


2017 年黑龙江省绥化市中考数学试卷

一、选择题 (每小题 3 分, 共 30 分)

1. (3 分) 如图, 直线 AB, CD 被直线 EF 所截, $\angle 1=55^\circ$, 下列条件中能判定 $AB \parallel CD$ 的是 ()



A. $\angle 2=35^\circ$ B. $\angle 2=45^\circ$ C. $\angle 2=55^\circ$ D. $\angle 2=125^\circ$

2. (3 分) 某企业的年收入约为 700000 元, 数据 “700000” 用科学记数法可表示为 ()

A. 0.7×10^6 B. 7×10^5 C. 7×10^4 D. 70×10^4

3. (3 分) 下列运算正确的是 ()

A. $3a+2a=5a^2$ B. $3a+3b=3ab$

C. $2a^2bc - a^2bc = a^2bc$ D. $a^5 - a^2 = a^3$

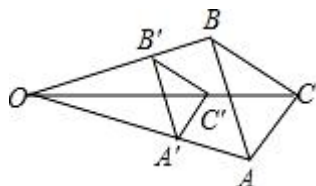
4. (3 分) 正方形的正投影不可能是 ()

A. 线段 B. 矩形 C. 正方形 D. 梯形

5. (3 分) 不等式组 $\begin{cases} x-1 \leq 3 \\ x+1 > 3 \end{cases}$ 的解集是 ()

A. $x \leq 4$ B. $2 < x \leq 4$ C. $2 \leq x \leq 4$ D. $x > 2$

6. (3 分) 如图, $\triangle A'B'C'$ 是 $\triangle ABC$ 以点 O 为位似中心经过位似变换得到的, 若 $\triangle A'B'C'$ 的面积与 $\triangle ABC$ 的面积比是 4: 9, 则 $OB' : OB$ 为 ()



A. 2: 3 B. 3: 2 C. 4: 5 D. 4: 9

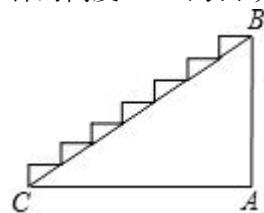
7. (3 分) 从一副洗匀的普通扑克牌中随机抽取一张, 则抽出红桃的概率是 ()

A. $\frac{1}{54}$ B. $\frac{13}{54}$ C. $\frac{1}{13}$ D. $\frac{1}{4}$

8. (3 分) 在同一平面直角坐标系中, 直线 $y=4x+1$ 与直线 $y=-x+b$ 的交点不可能在 ()

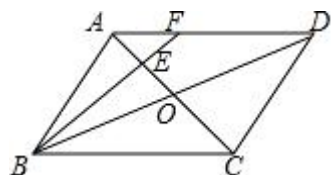
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

9. (3 分) 某楼梯的侧面如图所示, 已测得 BC 的长约为 3.5 米, $\angle BCA$ 约为 29° , 则该楼梯的高度 AB 可表示为 ()



- A. $3.5\sin 29^\circ$ 米 B. $3.5\cos 29^\circ$ 米 C. $3.5\tan 29^\circ$ 米 D. $\frac{3.5}{\cos 29^\circ}$ 米

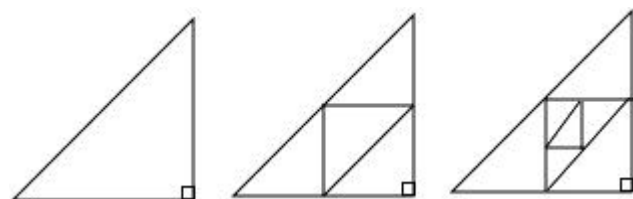
10. (3分) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, AC , BD 相交于点 O , 点 E 是 OA 的中点, 连接 BE 并延长交 AD 于点 F , 已知 $S_{\triangle AEF}=4$, 则下列结论: ① $\frac{AF}{FD}=\frac{1}{2}$; ② $S_{\triangle BCE}=36$; ③ $S_{\triangle ABE}=12$; ④ $\triangle AEF \sim \triangle ACD$, 其中一定正确的是 ()



- A. ①②③④ B. ①④ C. ②③④ D. ①②③

二、填空题 (每小题 3 分, 共 33 分)

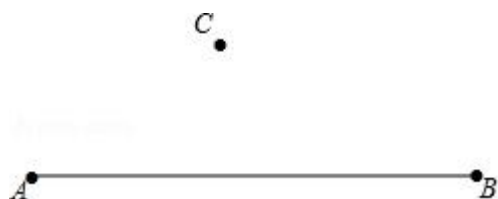
11. (3分) $-\frac{1}{5}$ 的绝对值是_____.
12. (3分) 函数 $y=\sqrt{2-x}$ 中, 自变量 x 的取值范围是_____.
13. (3分) 一个多边形的内角和等于 900° , 则这个多边形是_____边形.
14. (3分) 因式分解: $x^2-9=$ _____.
15. (3分) 计算: $(\frac{a}{a+b} + \frac{2b}{a+b}) \cdot \frac{a}{a+2b} =$ _____.
16. (3分) 一个扇形的半径为 3cm , 弧长为 $2\pi\text{cm}$, 则此扇形的面积为_____ cm^2 (用含 π 的式子表示)
17. (3分) 在一次射击训练中, 某位选手五次射击的环数分别为 5, 8, 7, 6, 9, 则这位选手五次射击环数的方差为_____.
18. (3分) 半径为 2 的圆内接正三角形, 正四边形, 正六边形的边心距之比为_____.
19. (3分) 已知反比例函数 $y=\frac{6}{x}$, 当 $x>3$ 时, y 的取值范围是_____.
20. (3分) 在等腰 $\triangle ABC$ 中, $AD \perp BC$ 交直线 BC 于点 D , 若 $AD=\frac{1}{2}BC$, 则 $\triangle ABC$ 的顶角的度数为_____.
21. (3分) 如图, 顺次连接腰长为 2 的等腰直角三角形各边中点得到第 1 个小三角形, 再顺次连接所得的小三角形各边中点得到第 2 个小三角形, 如此操作下去, 则第 n 个小三角形的面积为_____.



三、解答题 (本题共 8 小题, 共 57 分)

22. (5分) 如图, A 、 B 、 C 为某公园的三个景点, 景点 A 和景点 B 之间有一条笔直的小路, 现在小路上建一个凉亭 P , 使景点 B 、景点 C 到凉亭 P 的距离之和等于景点 B 到景点 A

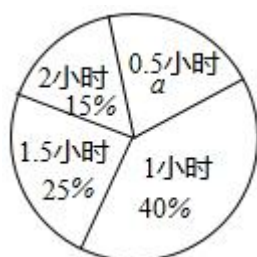
的距离，请用直尺和圆规在所给的图中作出点 P.（不写作法和证明，只保留作图痕迹）



23. (6分) 某校为了解学生每天参加户外活动的情况，随机抽查了 100 名学生每天参加户外活动的情况，并将抽查结果绘制成如图所示的扇形统计图.

请你根据图中提供的信息解答下列问题:

- (1) 请直接写出图 a 的值，并求出本次抽查中学生每天参加户外活动时间的中位数;
- (2) 求本次抽查中学生每天参加户外活动的平均时间.



24. (6分) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (2m+1)x + m^2 - 4 = 0$

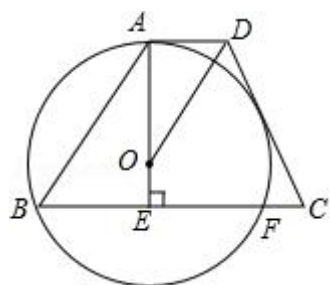
- (1) 当 m 为何值时，方程有两个不相等的实数根?
- (2) 若边长为 5 的菱形的两条对角线的长分别为方程两根的 2 倍，求 m 的值.

25. (6分) 甲、乙两个工程队计划修建一条长 15 千米的乡村公路，已知甲工程队每天比乙工程队每天多修路 0.5 千米，乙工程队单独完成修路任务所需天数是甲工程队单独完成修路任务所需天数的 1.5 倍.

- (1) 求甲、乙两个工程队每天各修路多少千米?
- (2) 若甲工程队每天的修路费用为 0.5 万元，乙工程队每天的修路费用为 0.4 万元，要使两个工程队修路总费用不超过 5.2 万元，甲工程队至少修路多少天?

26. (7分) 如图，梯形 ABCD 中， $AD \parallel BC$ ， $AE \perp BC$ 于 E， $\angle ADC$ 的平分线交 AE 于点 O，以点 O 为圆心，OA 为半径的圆经过点 B，交 BC 于另一点 F.

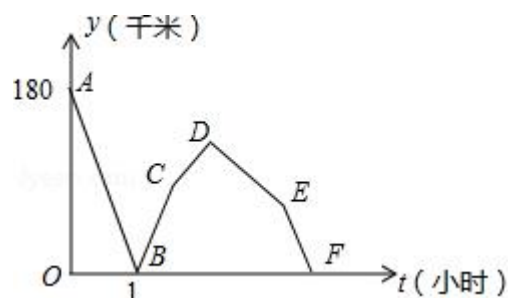
- (1) 求证: CD 与 $\odot O$ 相切;
- (2) 若 $BF=24$ ， $OE=5$ ，求 $\tan \angle ABC$ 的值.



27. (8分) 一辆轿车从甲城驶往乙城，同时一辆卡车从乙城驶往甲城，两车沿相同路线匀速行驶，轿车到达乙城停留一段时间后，按原路原速返回甲城；卡车到达甲城比轿车返回甲城早 0.5 小时，轿车比卡车每小时多行驶 60 千米，两车到达甲城后均停止行驶，两车之间的路程 y (千米) 与轿车行驶时间 t (小时) 的函数图象如图所示，请结合图象提供的信息解答下列问题:

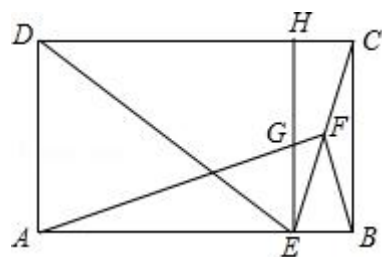
- (1) 请直接写出甲城和乙城之间的路程，并求出轿车和卡车的速度;

- (2) 求轿车在乙城停留的时间，并直接写出点 D 的坐标；
 (3) 请直接写出轿车从乙城返回甲城过程中离甲城的路程 s (千米) 与轿车行驶时间 t (小时) 之间的函数关系式 (不要求写出自变量的取值范围)。



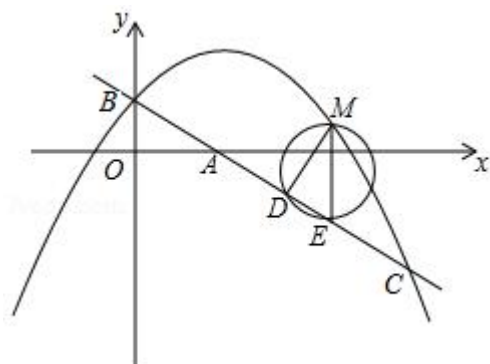
28. (9分) 如图，在矩形 ABCD 中，E 为 AB 边上一点，EC 平分 $\angle DEB$ ，F 为 CE 的中点，连接 AF，BF，过点 E 作 $EH \parallel BC$ 分别交 AF，CD 于 G，H 两点。

- (1) 求证：DE=DC；
 (2) 求证：AF $\perp$ BF；
 (3) 当 $AF \cdot GF = 28$ 时，请直接写出 CE 的长。



29. (10分) 在平面直角坐标系中，直线 $y = -\frac{3}{4}x + 1$ 交 y 轴于点 B，交 x 轴于点 A，抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 经过点 B，与直线 $y = -\frac{3}{4}x + 1$ 交于点 C (4, -2)。

- (1) 求抛物线的解析式；
 (2) 如图，横坐标为 m 的点 M 在直线 BC 上方的抛物线上，过点 M 作 $ME \parallel y$ 轴交直线 BC 于点 E，以 ME 为直径的圆交直线 BC 于另一点 D，当点 E 在 x 轴上时，求 $\triangle DEM$ 的周长。
 (3) 将 $\triangle AOB$ 绕坐标平面内的某一点按顺时针方向旋转 90° ，得到 $\triangle A_1O_1B_1$ ，点 A，O，B 的对应点分别是点 A_1 ， O_1 ， B_1 ，若 $\triangle A_1O_1B_1$ 的两个顶点恰好落在抛物线上，请直接写出点 A_1 的坐标。

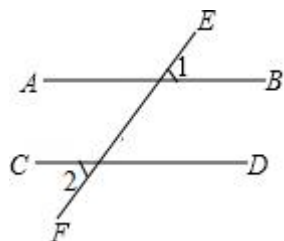


2017 年黑龙江省绥化市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题 (每小题 3 分, 共 30 分)

1. (3 分) (2017•绥化) 如图, 直线 AB, CD 被直线 EF 所截, $\angle 1=55^\circ$, 下列条件中能判定 $AB \parallel CD$ 的是 ()



A. $\angle 2=35^\circ$ B. $\angle 2=45^\circ$ C. $\angle 2=55^\circ$ D. $\angle 2=125^\circ$

【考点】J9: 平行线的判定.

【分析】根据平行线的判定定理对各选项进行逐一判断即可.

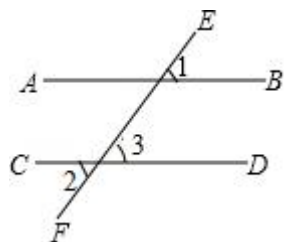
【解答】解: A、由 $\angle 3=\angle 2=35^\circ$, $\angle 1=55^\circ$ 推知 $\angle 1 \neq \angle 3$, 故不能判定 $AB \parallel CD$, 故本选项错误;

B、由 $\angle 3=\angle 2=45^\circ$, $\angle 1=55^\circ$ 推知 $\angle 1 \neq \angle 3$, 故不能判定 $AB \parallel CD$, 故本选项错误;

C、由 $\angle 3=\angle 2=55^\circ$, $\angle 1=55^\circ$ 推知 $\angle 1=\angle 3$, 故能判定 $AB \parallel CD$, 故本选项正确;

D、由 $\angle 3=\angle 2=125^\circ$, $\angle 1=55^\circ$ 推知 $\angle 1 \neq \angle 3$, 故不能判定 $AB \parallel CD$, 故本选项错误;

故选: C. 945509668制作, 提供全套中考真题、专题



【点评】本题考查了平行线的判定定理, 正确识别“三线八角”中的同位角、内错角、同旁内角是正确答题的关键, 不能遇到相等或互补关系的角就误认为具有平行关系, 只有同位角相等、内错角相等、同旁内角互补, 才能推出两被截直线平行.

2. (3 分) (2017•绥化) 某企业的年收入约为 700000 元, 数据“700000”用科学记数法可表示为 ()

A. 0.7×10^6 B. 7×10^5 C. 7×10^4 D. 70×10^4

【考点】1I: 科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

【解答】解: 数据“700000”用科学记数法可表示为 7×10^5 .

故选: B.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

3. (3 分) (2017•绥化) 下列运算正确的是 ()

- A. $3a+2a=5a^2$ B. $3a+3b=3ab$
C. $2a^2bc - a^2bc=a^2bc$ D. $a^5 - a^2=a^3$

【考点】35: 合并同类项.

【分析】分别对每一个选项进行合并同类项, 即可解题.

【解答】解: A、 $3a+2a=5a$, A 选项错误;

B、 $3a+3b=3(a+b)$, B 选项错误;

C、 $2a^2bc - a^2bc=a^2bc$, C 选项正确;

D、 $a^5 - a^2=a^2(a^3 - 1)$, D 选项错误;

故选 C.

【点评】本题考查了合并同类项, 合并同类项就是利用乘法分配律, 熟练运用是解题的关键.

4. (3 分) (2017•绥化) 正方形的正投影不可能是 ()

A. 线段 B. 矩形 C. 正方形 D. 梯形

【考点】U5: 平行投影.

【分析】根据平行投影的特点: 在同一时刻, 平行物体的投影仍旧平行, 即可得出答案.

【解答】解: 在同一时刻, 平行物体的投影仍旧平行. 得到的应是平行四边形或特殊的平行四边形或线段.

故正方形纸板 ABCD 的正投影不可能是梯形,

故选: D.

【点评】此题主要考查了平行投影的性质, 利用太阳光线是平行的, 那么对边平行的图形得到的投影仍旧平行是解题关键.

5. (3 分) (2017•绥化) 不等式组 $\begin{cases} x - 1 \leq 3 \\ x + 1 > 3 \end{cases}$ 的解集是 ()

A. $x \leq 4$ B. $2 < x \leq 4$ C. $2 \leq x \leq 4$ D. $x > 2$

【考点】CB: 解一元一次不等式组.

【分析】分别求出每一个不等式的解集, 根据口诀: 同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小无解了确定不等式组的解集.

【解答】解: 解不等式 $x - 1 \leq 3$, 得: $x \leq 4$,

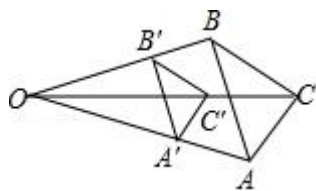
解不等式 $x + 1 > 3$, 得: $x > 2$,

$\therefore$ 不等式组的解集为 $2 < x \leq 4$,

故选: B.

【点评】本题考查的是解一元一次不等式组, 正确求出每一个不等式解集是基础, 熟知“同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

6. (3 分) (2017•绥化) 如图, $\triangle A'B'C'$ 是 $\triangle ABC$ 以点 O 为位似中心经过位似变换得到的, 若 $\triangle A'B'C'$ 的面积与 $\triangle ABC$ 的面积比是 4: 9, 则 $OB' : OB$ 为 ()



A. 2: 3 B. 3: 2 C. 4: 5 D. 4: 9

【考点】SC: 位似变换.

【分析】先求出位似比, 根据位似比等于相似比, 再由相似三角形的面积比等于相似比的平方即可.

【解答】解: 由位似变换的性质可知, $A'B' \parallel AB$, $A'C' \parallel AC$,

$\therefore \triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$.

$\therefore \triangle A'B'C'$ 与 $\triangle ABC$ 的面积比 4: 9,

$\therefore \triangle A'B'C'$ 与 $\triangle ABC$ 的相似比为 2: 3,

$$\therefore \frac{OB'}{OB} = \frac{2}{3}$$

故选: A.

【点评】本题考查的是位似变换的概念和性质, 如果两个图形不仅是相似图形, 而且对应顶点的连线相交于一点, 对应边互相平行, 那么这样的两个图形叫做位似图形, 这个点叫做位似中心.

7. (3分) (2017•绥化) 从一副洗匀的普通扑克牌中随机抽取一张, 则抽出红桃的概率是 ()

A. $\frac{1}{54}$ B. $\frac{13}{54}$ C. $\frac{1}{13}$ D. $\frac{1}{4}$

【考点】X4: 概率公式.

【分析】让红桃的张数除以扑克牌的总张数即为所求的概率.

【解答】解: $\because$ 一副扑克牌共 54 张, 其中红桃 13 张, $\therefore$ 随机抽出一张牌得到红桃的概率是

$$\frac{13}{54}$$

故选 B.

【点评】本题考查的是随机事件概率的求法, 如果一个事件有 n 种可能, 而且这些事件的可能性相同, 其中事件 A 出现 m 种结果, 那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

8. (3分) (2017•绥化) 在同一平面直角坐标系中, 直线 $y=4x+1$ 与直线 $y=-x+b$ 的交点不可能在 ()

A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【考点】FF: 两条直线相交或平行问题.

【分析】根据一次函数的性质确定两条直线所经过的象限可得结果.

【解答】解: 直线 $y=4x+1$ 过一、二、三象限;

当 $b > 0$ 时, 直线 $y=-x+b$ 过一、二、四象限,

两直线交点可能在一或二象限;

当 $b < 0$ 时, 直线 $y=-x+b$ 过二、三、四象限,

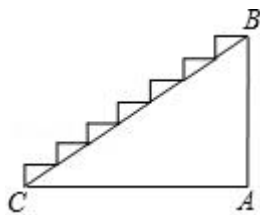
两直线交点可能在二或三象限;

综上所述, 直线 $y=4x+1$ 与直线 $y=-x+b$ 的交点不可能在第四象限,

故选 D.

【点评】本题主要考查了两直线相交问题, 熟记一次函数图象与系数的关系是解答此题的关键.

9. (3分) (2017•绥化) 某楼梯的侧面如图所示, 已测得 BC 的长约为 3.5 米, $\angle BCA$ 约为 29° , 则该楼梯的高度 AB 可表示为 ()



- A. $3.5\sin 29^\circ$ 米 B. $3.5\cos 29^\circ$ 米 C. $3.5\tan 29^\circ$ 米 D. $\frac{3.5}{\cos 29^\circ}$ 米

【考点】T9: 解直角三角形的应用 – 坡度坡角问题.

【分析】由 $\sin \angle ACB = \frac{AB}{BC}$ 得 $AB = BC \sin \angle ACB = 3.5 \sin 29^\circ$.

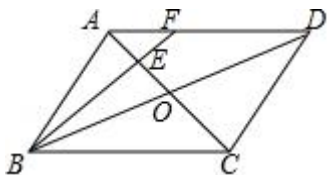
【解答】解: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\therefore \sin \angle ACB = \frac{AB}{BC}$,

$\therefore AB = BC \sin \angle ACB = 3.5 \sin 29^\circ$,

故选: A.

【点评】本题主要考查解直角三角形的应用, 熟练掌握正弦函数的定义是解题的关键.

10. (3分) (2017•绥化) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, AC , BD 相交于点 O , 点 E 是 OA 的中点, 连接 BE 并延长交 AD 于点 F , 已知 $S_{\triangle AEF} = 4$, 则下列结论: ① $\frac{AF}{FD} = \frac{1}{2}$; ② $S_{\triangle BCE} = 36$; ③ $S_{\triangle ABE} = 12$; ④ $\triangle AEF \sim \triangle ACD$, 其中一定正确的是 ()



- A. ①②③④ B. ①④ C. ②③④ D. ①②③

【考点】S9: 相似三角形的判定与性质; L5: 平行四边形的性质.

【分析】根据平行四边形的性质得到 $AE = \frac{1}{3}CE$, 根据相似三角形的性质得到 $\frac{AF}{BC} = \frac{AE}{CE} = \frac{1}{3}$, 等量

代换得到 $AF = \frac{1}{3}AD$, 于是得到 $\frac{AF}{FD} = \frac{1}{2}$, 故①正确; 根据相似三角形的性质得到 $S_{\triangle BCE} = 36$; 故②

正确; 根据三角形的面积公式得到 $S_{\triangle ABE} = 12$, 故③正确; 由于 $\triangle AEF$ 与 $\triangle ADC$ 只有一个角相等, 于是得到 $\triangle AEF$ 与 $\triangle ACD$ 不一定相似, 故④错误.

【解答】解: $\therefore$ 在 $\square ABCD$ 中, $AO = \frac{1}{2}AC$,

$\therefore$ 点 E 是 OA 的中点,

$\therefore AE = \frac{1}{3}CE$,

$\therefore AD \parallel BC$,

$\therefore \triangle AFE \sim \triangle CBE$,

$\therefore \frac{AF}{BC} = \frac{AE}{CE} = \frac{1}{3}$

$\therefore AD = BC$,

$\therefore AF = \frac{1}{3}AD$,

$\therefore \frac{AF}{FD} = \frac{1}{2}$; 故①正确;

$\therefore S_{\triangle AEF} = 4$, $\frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle BCE}} = \left(\frac{AF}{BC}\right)^2 = \frac{1}{9}$,

$\therefore S_{\triangle BCE} = 36$; 故②正确;

$\therefore \frac{EF}{BE} = \frac{AE}{CE} = \frac{1}{3}$

$\therefore \frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABE}} = \frac{1}{3}$,

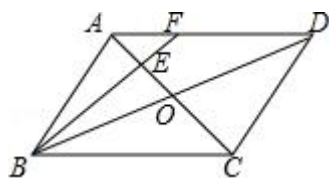
$\therefore S_{\triangle ABE} = 12$, 故③正确;

$\therefore BF$ 不平行于 CD ,

$\therefore \triangle AEF$ 与 $\triangle ADC$ 只有一个角相等,

$\therefore \triangle AEF$ 与 $\triangle ACD$ 不一定相似, 故④错误,

故选 D.



【点评】 本题考查了相似三角形的判定和性质, 平行四边形的性质, 熟练掌握相似三角形的判定和性质是解题的关键.

二、填空题 (每小题 3 分, 共 33 分)

11. (3 分) (2017•绥化) $-\frac{1}{5}$ 的绝对值是 $\frac{1}{5}$.

【考点】 15: 绝对值.

【分析】 根据绝对值的性质求解.

【解答】 解: 根据负数的绝对值等于它的相反数, 得 $|- \frac{1}{5}| = \frac{1}{5}$

【点评】 绝对值的性质: 一个正数的绝对值是它本身; 一个负数的绝对值是它的相反数; 0 的绝对值是 0.

12. (3 分) (2017•绥化) 函数 $y = \sqrt{2-x}$ 中, 自变量 x 的取值范围是 $x \leq 2$.

【考点】 E4: 函数自变量的取值范围.

【分析】 根据二次根式的性质, 被开方数大于或等于 0, 可以求出 x 的范围.

【解答】 解: 根据题意得: $2-x \geq 0$, 解得: $x \leq 2$.

故答案是: $x \leq 2$.

【点评】 函数自变量的范围一般从三个方面考虑:

- (1) 当函数表达式是整式时, 自变量可取全体实数;
- (2) 当函数表达式是分式时, 考虑分式的分母不能为 0;
- (3) 当函数表达式是二次根式时, 被开方数非负.

13. (3 分) (2017•绥化) 一个多边形的内角和等于 900° , 则这个多边形是 七 边形.

【考点】L3: 多边形内角与外角.

【分析】根据多边形的内角和, 可得答案.

【解答】解: 设多边形为 n 边形, 由题意, 得

$$(n-2) \cdot 180^\circ = 900,$$

解得 $n=7$,

故答案为: 七.

【点评】本题考查了多边形的内角与外角, 利用多边形的内角和公式是解题关键.

14. (3分) (2017•绥化) 因式分解: $x^2 - 9 = \underline{(x+3)(x-3)}$.

【考点】54: 因式分解 – 运用公式法.

【专题】11 : 计算题; 44 : 因式分解.

【分析】原式利用平方差公式分解即可.

【解答】解: 原式 $= (x+3)(x-3)$,

故答案为: $(x+3)(x-3)$.

【点评】此题考查了因式分解 – 运用公式法, 熟练掌握平方差公式是解本题的关键.

15. (3分) (2017•绥化) 计算: $(\frac{a}{a+b} + \frac{2b}{a+b}) \cdot \frac{a}{a+2b} = \underline{\frac{a}{a+b}}$.

【考点】6C: 分式的混合运算.

【分析】根据分式的运算法则即可求出答案.

【解答】解: 原式 $= \frac{a+2b}{a+b} \times \frac{a}{a+2b}$

$$= \frac{a}{a+b}$$

故答案为: $\frac{a}{a+b}$

【点评】本题考查分式的运算法则, 解题的关键是熟练运用分式的运算法则, 本题属于基础题型

16. (3分) (2017•绥化) 一个扇形的半径为 3cm, 弧长为 2π cm, 则此扇形的面积为 $\underline{3\pi}$ cm^2 (用含 π 的式子表示)

【考点】MO: 扇形面积的计算; MN: 弧长的计算.

【专题】11 : 计算题; 559: 圆的有关概念及性质.

【分析】利用扇形面积公式计算即可得到结果.

【解答】解: 根据题意得: $S = \frac{l}{2} R = \frac{1}{2} \times 2\pi \times 3 = 3\pi$,

则此扇形的面积为 $3\pi \text{ cm}^2$,

故答案为: 3π

【点评】此题考查了扇形面积的计算, 以及弧长的计算, 熟练掌握扇形面积公式是解本题的关键.

17. (3分) (2017•绥化) 在一次射击训练中, 某位选手五次射击的环数分别为 5, 8, 7, 6, 9, 则这位选手五次射击环数的方差为 $\underline{2}$.

【考点】W7: 方差.

【分析】运用方差公式 $S^2 = \frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2]$ ，代入数据求出即可。

【解答】解：五次射击的平均成绩为 $\bar{x} = \frac{1}{5}(5+7+8+6+9) = 7$ ，

方差 $S^2 = \frac{1}{5}[(5-7)^2 + (8-7)^2 + (7-7)^2 + (6-7)^2 + (9-7)^2] = 2$ 。

故答案为：2。

【点评】本题考查了方差的定义。一般地设 n 个数据， $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 的平均数为 $\bar{x}$ ，则方差 $S^2 = \frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2]$ ，它反映了一组数据的波动大小，方差越大，波动性越大，反之也成立。

18. (3分) (2017•绥化) 半径为 2 的圆内接正三角形，正四边形，正六边形的边心距之比为 1: $\sqrt{2}$: $\sqrt{3}$ 。

【考点】MM：正多边形和圆。

【分析】根据题意可以求得半径为 2 的圆内接正三角形，正四边形，正六边形的边心距，从而可以求得它们的比值。

【解答】解：由题意可得，

正三角形的边心距是： $2 \times \sin 30^\circ = 2 \times \frac{1}{2} = 1$ ，

正四边形的边心距是： $2 \times \sin 45^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$ ，

正六边形的边心距是： $2 \times \sin 60^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$ ，

$\therefore$ 半径为 2 的圆内接正三角形，正四边形，正六边形的边心距之比为：1: $\sqrt{2}$: $\sqrt{3}$ ，

故答案为：1: $\sqrt{2}$: $\sqrt{3}$ 。

【点评】本题考查正多边形和圆，解答本题的关键是明确题意，求出相应的图形的边心距。

19. (3分) (2017•绥化) 已知反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ ，当 $x > 3$ 时， y 的取值范围是 $0 < y < 2$ 。

【考点】G4：反比例函数的性质。

【分析】根据反比例函数的性质可以得到反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ ，当 $x > 3$ 时， y 的取值范围。

【解答】解： $\because y = \frac{6}{x}$ ， $6 > 0$ ，

$\therefore$ 当 $x > 0$ 时， y 随 x 的增大而减小，当 $x = 3$ 时， $y = 2$ ，

$\therefore$ 当 $x > 3$ 时， y 的取值范围是 $0 < y < 2$ ，

故答案为： $0 < y < 2$ 。

【点评】本题考查反比例函数的性质，解答本题的关键是明确题意，利用反比例函数的性质解答。

20. (3分) (2017•绥化) 在等腰 $\triangle ABC$ 中， $AD \perp BC$ 交直线 BC 于点 D ，若 $AD = \frac{1}{2}BC$ ，则 $\triangle$

ABC 的顶角的度数为 30° 或 150° 或 90° .

【考点】KO: 含 30° 度角的直角三角形; KH: 等腰三角形的性质.

【分析】分两种情况; ①BC 为腰, ②BC 为底, 根据直角三角形 30° 角所对的直角边等于斜边的一半判断出 $\angle ACD=30^\circ$, 然后分 AD 在 $\triangle ABC$ 内部和外部两种情况求解即可.

【解答】解: ①BC 为腰,

$$\because AD \perp BC \text{ 于点 } D, AD = \frac{1}{2}BC,$$

$$\therefore \angle ACD = 30^\circ,$$

如图 1, AD 在 $\triangle ABC$ 内部时, 顶角 $\angle C = 30^\circ$,

如图 2, AD 在 $\triangle ABC$ 外部时, 顶角 $\angle ACB = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$,

②BC 为底, 如图 3,

$$\because AD \perp BC \text{ 于点 } D, AD = \frac{1}{2}BC,$$

$$\therefore AD = BD = CD,$$

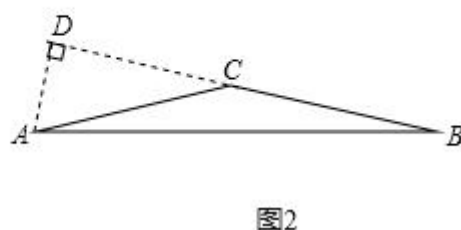
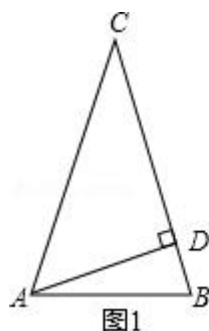
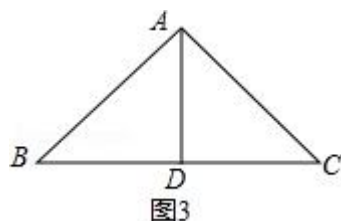
$$\therefore \angle B = \angle BAD, \angle C = \angle CAD,$$

$$\therefore \angle BAD + \angle CAD = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ,$$

$$\therefore \text{顶角 } \angle BAC = 90^\circ,$$

综上所述, 等腰三角形 ABC 的顶角度数为 30° 或 150° 或 90° .

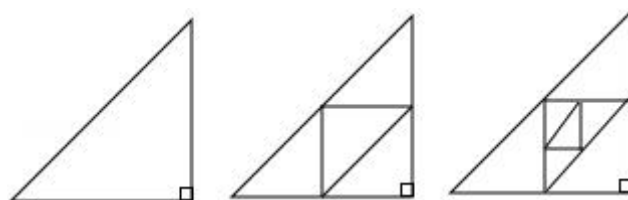
故答案为: 30° 或 150° 或 90° .



【点评】本题考查了含 30° 角直角三角形的性质, 等腰三角形的性质, 分类讨论是解题的关键.

21. (3 分) (2017•绥化) 如图, 顺次连接腰长为 2 的等腰直角三角形各边中点得到第 1 个小三角形, 再顺次连接所得的小三角形各边中点得到第 2 个小三角形, 如此操作下去, 则第

n 个小三角形的面积为 $\frac{1}{2^{2n-1}}$.



【考点】KX：三角形中位线定理；KW：等腰直角三角形.

【分析】记原来三角形的面积为 s ，第一个小三角形的面积为 s_1 ，第二个小三角形的面积为 s_2 ， $\dots$ ，求出 s_1 ， s_2 ， s_3 ，探究规律后即可解决问题.

【解答】解：记原来三角形的面积为 s ，第一个小三角形的面积为 s_1 ，第二个小三角形的面积为 s_2 ， $\dots$ ，

$$\because s_1 = \frac{1}{4} \cdot s = \frac{1}{2^2} \cdot s,$$

$$s_2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot s = \frac{1}{2^4} \cdot s,$$

$$s_3 = \frac{1}{2^6} \cdot s,$$

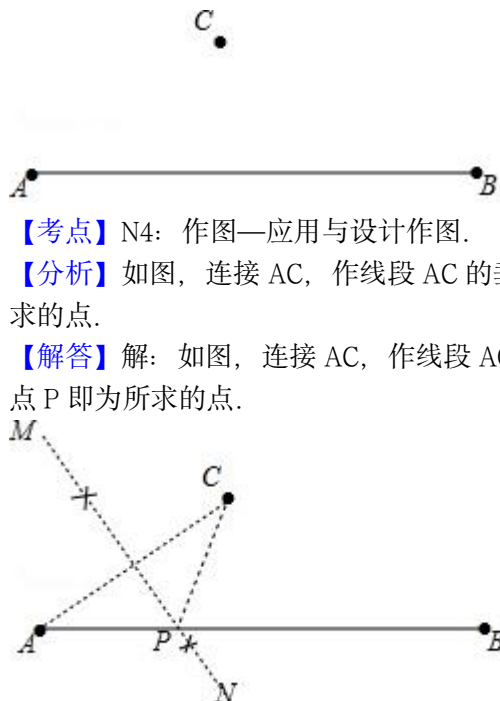
$$\therefore s_n = \frac{1}{2^{2n}} \cdot s = \frac{1}{2^{2n}} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 = \frac{1}{2^{2n-1}},$$

故答案为 $\frac{1}{2^{2n-1}}$.

【点评】本题考查三角形的中位线定理，三角形的面积等知识，解题的关键是循环从特殊到一般的探究方法，寻找规律，利用规律即可解决问题.

三、解答题（本题共 8 小题，共 57 分）

22. (5 分) (2017·绥化) 如图，A、B、C 为某公园的三个景点，景点 A 和景点 B 之间有一条笔直的小路，现要在小路上建一个凉亭 P，使景点 B、景点 C 到凉亭 P 的距离之和等于景点 B 到景点 A 的距离，请用直尺和圆规在所给的图中作出点 P. (不写作法和证明，只保留作图痕迹)



【考点】N4：作图—应用与设计作图.

【分析】如图，连接 AC，作线段 AC 的垂直平分线 MN，直线 MN 交 AB 于 P. 点 P 即为所求的点.

【解答】解：如图，连接 AC，作线段 AC 的垂直平分线 MN，直线 MN 交 AB 于 P. 点 P 即为所求的点.

理由： $\because$ MN 垂直平分线段 AC，

$$\therefore PA = PC,$$

$$\therefore PC + PB = PA + PB = AB.$$

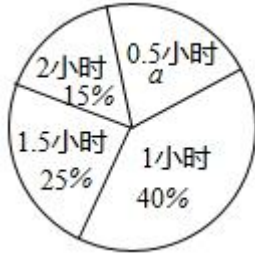
【点评】本题考查基本作图、线段的垂直平分线的性质等知识，解题的关键是熟练掌握五种

基本作图，属于中考常考题型.

23. (6分) (2017•绥化) 某校为了了解学生每天参加户外活动的情况，随机抽查了 100 名学生每天参加户外活动的情况，并将抽查结果绘制成如图所示的扇形统计图.

请你根据图中提供的信息解答下列问题:

- (1) 请直接写出图 a 的值，并求出本次抽查中学生每天参加户外活动时间的中位数;
- (2) 求本次抽查中学生每天参加户外活动的平均时间.



【考点】VB: 扇形统计图; W2: 加权平均数; W4: 中位数.

【分析】(1) 用 1 减去其它组的百分比即可求得 a 的值，然后求得各组的人数，根据中位数定义求得中位数;

(2) 利用加权平均数公式即可求解.

【解答】解: (1) $a = 1 - 15\% - 25\% - 40\% = 20\%$.

$100 \times 20\% = 20$ (人),

$100 \times 40\% = 40$ (人),

$100 \times 25\% = 25$ (人),

$100 \times 15\% = 15$ (人).

则本次抽查中学生每天参加活动时间的中位数是 1;

(2) $\frac{20 \times 0.5 + 40 \times 1 + 25 \times 1.5 + 15 \times 2}{100} = 1.175$ (小时).

答: 本次抽查中学生每天参加户外活动的平均时间是 1.175 小时.

【点评】本题考查读扇形统计图获取信息的能力，扇形统计图是用整个圆表示总数用圆内各个扇形的大小表示各部分数量占总数的百分数. 通过扇形统计图可以很清楚地表示出各部分数量同总数之间的关系. 用整个圆的面积表示总数 (单位 1)，用圆的扇形面积表示各部分占总数的百分数.

24. (6分) (2017•绥化) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (2m+1)x + m^2 - 4 = 0$

(1) 当 m 为何值时，方程有两个不相等的实数根?

(2) 若边长为 5 的菱形的两条对角线的长分别为方程两根的 2 倍，求 m 的值.

【考点】AA: 根的判别式; AB: 根与系数的关系; L8: 菱形的性质.

【分析】(1) 根据方程的系数结合根的判别式，即可得出 $\Delta = 4m + 17 > 0$ ，解之即可得出结论;

(2) 设方程的两根分别为 a、b，根据根与系数的关系结合菱形的性质，即可得出关于 m 的一元二次方程，解之即可得出 m 的值，再根据 $a + b = -2m - 1 > 0$ ，即可确定 m 的值.

【解答】解: (1) $\because$ 方程 $x^2 + (2m+1)x + m^2 - 4 = 0$ 有两个不相等的实数根，

$\therefore \Delta = (2m+1)^2 - 4(m^2 - 4) = 4m + 17 > 0$,

解得: $m > -\frac{17}{4}$.

$\therefore$ 当 $m > -\frac{17}{4}$ 时，方程有两个不相等的实数根.

(2) 设方程的两根分别为 a 、 b ,

根据题意得: $a+b=-2m-1$, $ab=m^2-4$.

$\therefore 2a$ 、 $2b$ 为边长为 5 的菱形的两条对角线的长,

$$\therefore a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=(-2m-1)^2-2(m^2-4)=2m^2+4m+9=5^2=25,$$

解得: $m=-4$ 或 $m=2$.

$\therefore a>0$, $b>0$,

$\therefore a+b=-2m-1>0$,

$\therefore m=-4$.

若边长为 5 的菱形的两条对角线的长分别为方程两根的 2 倍, 则 m 的值为 -4 .

【点评】 本题考查了根的判别式、根与系数的关系、菱形的性质以及解一元二次方程, 解题的关键是: (1) 根据方程的系数结合根的判别式, 找出 $\Delta=4m+17>0$; (2) 根据根与系数的关系结合菱形的性质, 找出关于 m 的一元二次方程.

25. (6 分) (2017•绥化) 甲、乙两个工程队计划修建一条长 15 千米的乡村公路, 已知甲工程队每天比乙工程队每天多修路 0.5 千米, 乙工程队单独完成修路任务所需天数是甲工程队单独完成修路任务所需天数的 1.5 倍.

(1) 求甲、乙两个工程队每天各修路多少千米?

(2) 若甲工程队每天的修路费用为 0.5 万元, 乙工程队每天的修路费用为 0.4 万元, 要使两个工程队修路总费用不超过 5.2 万元, 甲工程队至少修路多少天?

【考点】 B7: 分式方程的应用; C9: 一元一次不等式的应用.

【分析】 (1) 可设甲每天修路 x 千米, 则乙每天修路 $(x-0.5)$ 千米, 则可表示出修路所用的时间, 可列分式方程, 求解即可;

(2) 设甲修路 a 天, 则可表示出乙修路的天数, 从而可表示出两个工程队修路的总费用, 由题意可列不等式, 求解即可.

【解答】 解:

(1) 设甲每天修路 x 千米, 则乙每天修路 $(x-0.5)$ 千米,

根据题意, 可列方程: $1.5 \times \frac{15}{x} = \frac{15}{x-0.5}$

解得 $x=1.5$,

经检验 $x=1.5$ 是原方程的解, 且 $x-0.5=1$,

答: 甲每天修路 1.5 千米, 则乙每天修路 1 千米;

(2) 设甲修路 a 天, 则乙需要修 $(15-1.5a)$ 千米,

$$\therefore \text{乙需要修路} \frac{15-1.5a}{1} = 15-1.5a \text{ (天)},$$

由题意可得 $0.5a+0.4(15-1.5a) \leq 5.2$,

解得 $a \geq 8$,

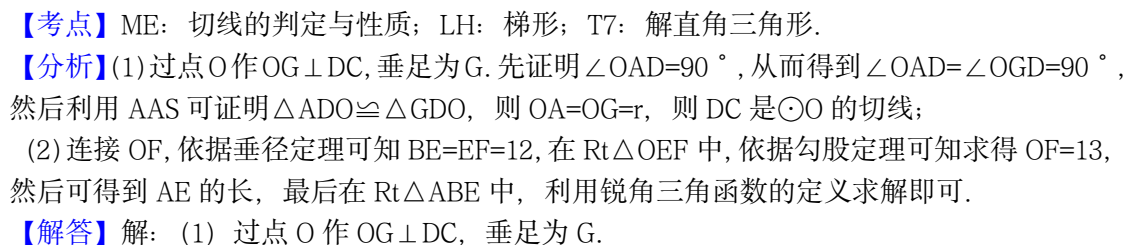
答: 甲工程队至少修路 8 天.

【点评】 本题主要考查分式方程及一元一次不等式的应用, 找出题目中的等量 (或不等) 关系是解题的关键, 注意分式方程需要检验.

26. (7 分) (2017•绥化) 如图, 梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AE \perp BC$ 于 E , $\angle ADC$ 的平分线交 AE 于点 O , 以点 O 为圆心, OA 为半径的圆经过点 B , 交 BC 于另一点 F .

(1) 求证: CD 与 $\odot O$ 相切;

(2) 若 $BF=24$, $OE=5$, 求 $\tan \angle ABC$ 的值.



【分析】(1) 过点 O 作 $OG \perp DC$, 垂足为 G . 先证明 $\angle OAD = 90^\circ$, 从而得到 $\angle OAD = \angle OGD = 90^\circ$, 然后利用 AAS 可证明 $\triangle ADO \cong \triangle GDO$, 则 $OA = OG = r$, 则 DC 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 连接 OF , 依据垂径定理可知 $BE=EF=12$, 在 $Rt\triangle OEF$ 中, 依据勾股定理可知求得 $OF=13$, 然后可得到 AE 的长, 最后在 $Rt\triangle ABE$ 中, 利用锐角三角函数的定义求解即可.

$$\therefore OA \perp AD.$$
$$\text{在}\triangle ADO\text{ 和}\triangle GDO\text{ 中}\left\{\begin{array}{l}\angle OAD=\angle OGD \\ \angle ADO=\angle GDO, \\ OD=OD\end{array}\right.$$
$$\therefore OA=OG.$$

(2) 如图所示: 连接 OF .



在 $\text{Rt}\triangle OEF$ 中, $OE=5$, $EF=12$,

第 16 页 (共 22 页)

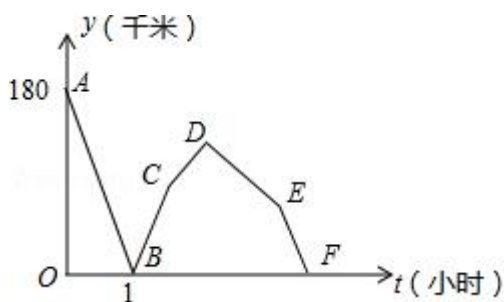
$$\therefore AE=OA+OE=13+5=18.$$

$$\therefore \tan \angle ABC = \frac{AE}{BE} = \frac{3}{2}.$$

【点评】 本题主要考查的是切线的判定、垂径定理、勾股定理的应用、锐角三角函数的定义，掌握本题的辅助线的作法是解题的关键.

27. (8分) (2017•绥化) 一辆轿车从甲城驶往乙城，同时一辆卡车从乙城驶往甲城，两车沿相同路线匀速行驶，轿车到达乙城停留一段时间后，按原路原速返回甲城；卡车到达甲城比轿车返回甲城早 0.5 小时，轿车比卡车每小时多行驶 60 千米，两车到达甲城后均停止行驶，两车之间的路程 y (千米) 与轿车行驶时间 t (小时) 的函数图象如图所示，请结合图象提供的信息解答下列问题：

- (1) 请直接写出甲城和乙城之间的路程，并求出轿车和卡车的速度；
- (2) 求轿车在乙城停留的时间，并直接写出点 D 的坐标；
- (3) 请直接写出轿车从乙城返回甲城过程中离甲城的路程 s (千米) 与轿车行驶时间 t (小时) 之间的函数关系式 (不要求写出自变量的取值范围).



【考点】 FH：一次函数的应用.

【分析】 (1) 根据图象可知甲城和乙城之间的路程为 180 千米，设卡车的速度为 x 千米/时，则轿车的速度为 $(x+60)$ 千米/时，由 $B(1, 0)$ 可得 $x + (x+60) = 180$ 可得结果；

(2) 根据 (1) 中所得速度可得卡车和轿车全程所用的时间，利用卡车所用的总时间减去轿车来回所用时间可得结论；

(3) 根据 $s = 180 - 120 \times (t - 0.5 - 0.5)$ 可得结果.

【解答】 解：(1) 甲城和乙城之间的路程为 180 千米，
设卡车的速度为 x 千米/时，则轿车的速度为 $(x+60)$ 千米/时，由 $B(1, 0)$ 得， $x + (x+60) = 180$
解得 $x=60$,

$$\therefore x+60=120,$$

$\therefore$ 轿车和卡车的速度分别为 120 千米/时和 60 千米/时；

(2) 卡车到达甲城需 $180 \div 60 = 3$ (小时)
轿车从甲城到乙城需 $180 \div 120 = 1.5$ (小时)
 $3 + 0.5 - 1.5 \times 2 = 0.5$ (小时)

$\therefore$ 轿车在乙城停留了 0.5 小时，

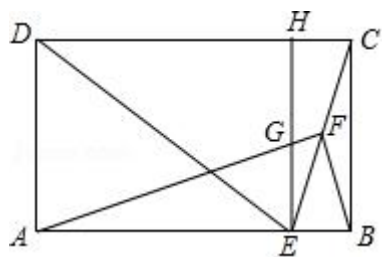
点 D 的坐标为 $(2, 120)$ ；

$$(3) s = 180 - 120 \times (t - 0.5 - 0.5) = -120t + 420.$$

【点评】此题主要考查了一次函数的应用以及待定系数法求一次函数解析式等知识，利用数形结合得出函数解析式是解题关键.

28. (9分) (2017·绥化) 如图，在矩形ABCD中，E为AB边上一点，EC平分 $\angle DEB$ ，F为CE的中点，连接AF，BF，过点E作EH//BC分别交AF，CD于G，H两点.

- (1) 求证: $DE=DC$;
- (2) 求证: $AF \perp BF$;
- (3) 当 $AF \cdot GF=28$ 时，请直接写出CE的长.



【考点】S9: 相似三角形的判定与性质; KD: 全等三角形的判定与性质; LB: 矩形的性质.

【专题】152: 几何综合题.

【分析】(1) 根据平行线的性质以及角平分线的定义，即可得到 $\angle DCE=\angle DEC$ ，进而得出 $DE=DC$;

(2) 连接DF，根据等腰三角形的性质得出 $\angle DFC=90^\circ$ ，再根据直角三角形斜边上中线的性质得出 $BF=CF=EF=\frac{1}{2}EC$ ，再根据SAS判定 $\triangle ABF \cong \triangle DCF$ ，即可得出 $\angle AFB=\angle DFC=90^\circ$ ，据此可得 $AF \perp BF$;

(3) 根据等角的余角相等可得 $\angle BAF=\angle FEH$ ，再根据公共角 $\angle EFG=\angle AFE$ ，即可判定 $\triangle EFG \sim \triangle AFE$ ，进而得出 $EF^2=AF \cdot GF=28$ ，求得 $EF=2\sqrt{7}$ ，即可得到 $CE=2EF=4\sqrt{7}$.

【解答】解: (1) $\because$ 四边形ABCD是矩形,

$\therefore AB \parallel CD$,

$\therefore \angle DCE=\angle CEB$,

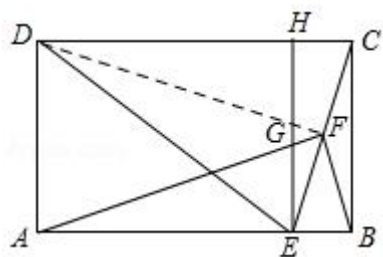
$\because EC$ 平分 $\angle DEB$,

$\therefore \angle DEC=\angle CEB$,

$\therefore \angle DCE=\angle DEC$,

$\therefore DE=DC$;

(2) 如图，连接DF，



$\because DE=DC$, F 为 CE 的中点,

$\therefore DF \perp EC$,

$\therefore \angle DFC = 90^\circ$,
在矩形 ABCD 中, $AB = DC$, $\angle ABC = 90^\circ$,

$$\therefore BF = CF = EF = \frac{1}{2}EC,$$

$$\therefore \angle ABF = \angle CEB,$$

$$\therefore \angle DCE = \angle CEB,$$

$$\therefore \angle ABF = \angle DCF,$$

在 $\triangle ABF$ 和 $\triangle DCF$ 中,

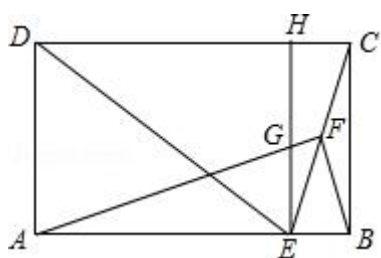
$$\begin{cases} BF = CF \\ \angle ABF = \angle DCF, \\ AB = DC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABF \cong \triangle DCF \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle AFB = \angle DFC = 90^\circ,$$

$$\therefore AF \perp BF;$$

$$(3) CE = 4\sqrt{7}.$$



理由如下: $\because AF \perp BF$,

$$\therefore \angle BAF + \angle ABF = 90^\circ,$$

$$\because EH \parallel BC, \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BEH = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle FEH + \angle CEB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABF = \angle CEB,$$

$$\therefore \angle BAF = \angle FEH,$$

$$\therefore \angle EFG = \angle AFE,$$

$$\therefore \triangle EFG \sim \triangle AFE,$$

$$\therefore \frac{GF}{EF} = \frac{EF}{AF}, \text{ 即 } EF^2 = AF \cdot GF,$$

$$\therefore AF \cdot GF = 28,$$

$$\therefore EF = 2\sqrt{7},$$

$$\therefore CE = 2EF = 4\sqrt{7}.$$

【点评】 本题属于四边形综合题, 主要考查了矩形的性质、全等三角形的判定与性质、相似三角形的判定与性质、等腰三角形的性质以及直角三角形的性质的综合应用, 解决问题的关键是作辅助线, 构造全等三角形. 在判定两个三角形相似时, 应注意利用图形中已有的公共角、公共边等隐含条件, 以充分发挥基本图形的作用.

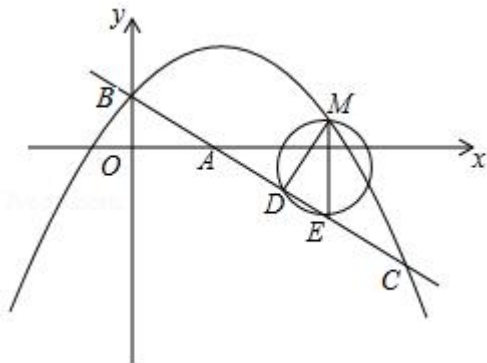
29. (10 分) (2017·绥化) 在平面直角坐标系中, 直线 $y = -\frac{3}{4}x + 1$ 交 y 轴于点 B, 交 x 轴于点

A, 抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 经过点 B, 与直线 $y = -\frac{3}{4}x + 1$ 交于点 C (4, -2).

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 如图, 横坐标为 m 的点 M 在直线 BC 上方的抛物线上, 过点 M 作 $ME \parallel y$ 轴交直线 BC 于点 E, 以 ME 为直径的圆交直线 BC 于另一点 D, 当点 E 在 x 轴上时, 求 $\triangle DEM$ 的周长.

(3) 将 $\triangle AOB$ 绕坐标平面内的某一点按顺时针方向旋转 90° , 得到 $\triangle A_1O_1B_1$, 点 A, O, B 的对应点分别是点 A_1, O_1, B_1 , 若 $\triangle A_1O_1B_1$ 的两个顶点恰好落在抛物线上, 请直接写出点 A_1 的坐标.



【考点】 HF: 二次函数综合题.

【分析】 (1) 利用待定系数法求抛物线的解析式;

(2) 如图 1, A 与 E 重合, 根据直线 $y = -\frac{3}{4}x + 1$ 求得与 x 轴交点坐标可得 OA 的长, 由勾股

定理得 AB 的长, 利用等角的三角函数得: $\sin \angle ABO = \frac{OA}{AB} = \frac{4}{5}$, $\cos \angle ABO = \frac{OB}{AB} = \frac{3}{5}$, 则可得 DE 和 DM 的长, 根据 M 的横坐标代入抛物线的解析式可得纵坐标, 即 ME 的长, 相加得 $\triangle DEM$ 的周长;

(3) 由旋转可知: $O_1A_1 \perp x$ 轴, $O_1B_1 \perp y$ 轴, 设点 A_1 的横坐标为 x , 则点 B_1 的横坐标为 $x+1$, 所以点 O_1, A_1 不可能同时落在抛物线上, 分以下两种情况:

①如图 2, 当点 O_1, B_1 同时落在抛物线上时, 根据点 O_1, B_1 的纵坐标相等列方程可得结论;

②如图 3, 当点 A_1, B_1 同时落在抛物线上时, 根据点 B_1 的纵坐标比点 A_1 的纵坐标大 $\frac{4}{3}$, 列方程可得结论.

【解答】 解: (1) $\because$ 直线 $y = -\frac{3}{4}x + 1$ 交 y 轴于点 B,

$\therefore B(0, 1)$,

$\because$ 抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 经过点 B 和点 C (4, -2).

$$\therefore \begin{cases} c = 1 \\ -8 + 4b + c = -2 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} b = \frac{5}{4} \\ c = 1 \end{cases}$$

$\therefore$ 抛物线的解析式为: $y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{4}x + 1$;

(2) 如图 1, $\because$ 直线 $y = -\frac{3}{4}x + 1$ 交 x 轴于点 A,

当 $y=0$ 时, $-\frac{3}{4}x+1=0$,

$$x=\frac{4}{3},$$

$$\therefore A\left(\frac{4}{3}, 0\right),$$

$$\therefore OA=\frac{4}{3},$$

在 $Rt\triangle AOB$ 中,

$$\therefore OB=1,$$

$$\therefore AB=\frac{5}{3},$$

$$\therefore \sin \angle ABO=\frac{OA}{AB}=\frac{4}{5}, \quad \cos \angle ABO=\frac{OB}{AB}=\frac{3}{5},$$

$\therefore ME \parallel x$ 轴,

$$\therefore \angle DEM=\angle ABO,$$

$\therefore$ 以 ME 为直径的圆交直线 BC 于另一点 D ,

$$\therefore \angle EDM=90^\circ,$$

$$\therefore DE=ME \cdot \cos \angle DEM=\frac{3}{5}ME,$$

$$DM=ME \cdot \sin \angle DEM=\frac{4}{5}ME,$$

当点 E 在 x 轴上时, E 和 A 重合, 则 $m=OA=\frac{4}{3}$,

$$\text{当 } x=\frac{4}{3} \text{ 时, } y=-\frac{1}{2} \times \left(\frac{4}{3}\right)^2 + \frac{5}{4} \times \frac{4}{3} + 1 = \frac{16}{9},$$

$$\therefore ME=\frac{16}{9},$$

$$\therefore DE=\frac{3}{5} \times \frac{16}{9} = \frac{16}{15}, \quad DM=\frac{4}{5} \times \frac{16}{9} = \frac{64}{45},$$

$$\therefore \triangle DEM \text{ 的周长} = DE + DM + ME = \frac{16}{15} + \frac{64}{45} + \frac{16}{9} = \frac{64}{15},$$

(3) 由旋转可知: $O_1A_1 \perp x$ 轴, $O_1B_1 \perp y$ 轴, 设点 A_1 的横坐标为 x , 则点 B_1 的横坐标为 $x+1$,

$\therefore O_1A_1 \perp x$ 轴,

$\therefore$ 点 O_1, A_1 不可能同时落在抛物线上, 分以下两种情况:

①如图 2, 当点 O_1, B_1 同时落在抛物线上时,

点 O_1, B_1 的纵坐标相等,

$$\therefore -\frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{4}x + 1 = -\frac{1}{2}(x+1)^2 + \frac{5}{4}(x+1) + 1,$$

$$\text{解得: } x=\frac{3}{4},$$

$$\text{此时点 } A_1 \text{ 的坐标为 } \left(\frac{3}{4}, \frac{31}{96}\right),$$

②如图 3, 当点 A_1, B_1 同时落在抛物线上时,

点 B_1 的纵坐标比点 A_1 的纵坐标大 $\frac{4}{3}$

$$-\frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{4}x + 1 + \frac{4}{3} = -\frac{1}{2}(x+1)^2 + \frac{5}{4}(x+1) + 1,$$

解得: $x = -\frac{7}{12}$,

此时 $A_1(-\frac{7}{12}, \frac{29}{288})$,

综上所述, 点 $A_1(\frac{3}{4}, \frac{31}{96})$ 或 $(-\frac{7}{12}, \frac{29}{288})$.

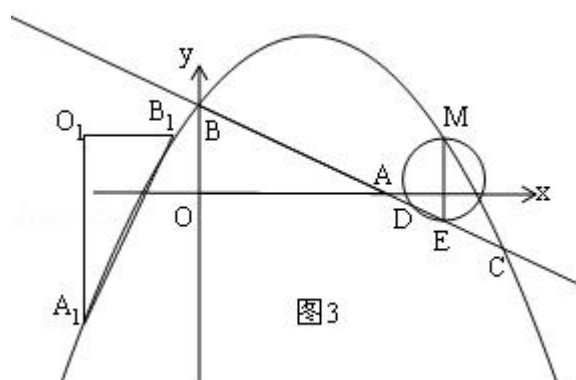


图3

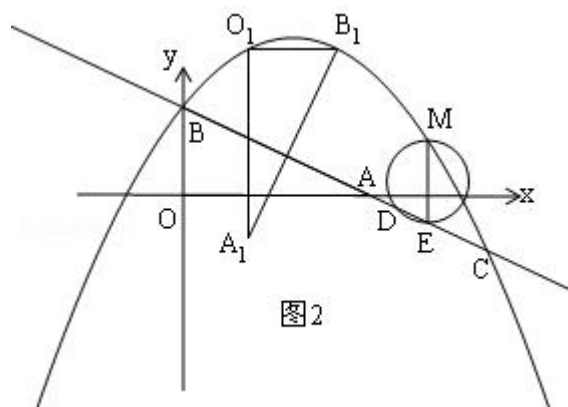


图2

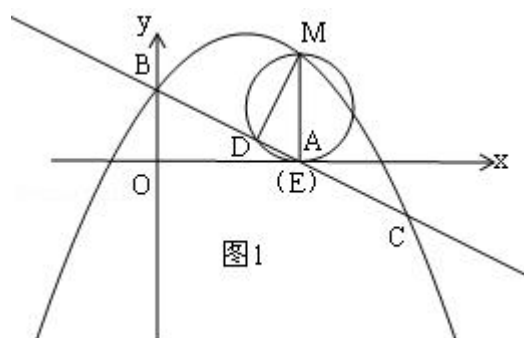


图1

【点评】 本题是二次函数与圆的综合题, 考查了利用待定系数法求二次函数的解析式、圆周角定理、三角函数、与坐标轴的交点, 第三问有难度, 准确地画出图形是关键, 与方程相结合, 找等量关系列方程解决问题, 并采用了分类讨论思想, 不要丢解.