

2017 年黑龙江省大庆市中考数学试卷

一、选择题：(每小题 3 分，共 30 分)

- (3 分) 若 a 的相反数是 -3 ，则 a 的值为 ()
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
- (3 分) 数字 150000 用科学记数法表示为 ()
A. 1.5×10^4 B. 0.15×10^6 C. 15×10^4 D. 1.5×10^5
- (3 分) 下列说法中，正确的是 ()
A. 若 $a \neq b$ ，则 $a^2 \neq b^2$ B. 若 $a > |b|$ ，则 $a > b$
C. 若 $|a| = |b|$ ，则 $a = b$ D. 若 $|a| > |b|$ ，则 $a > b$
- (3 分) 对于函数 $y = 2x - 1$ ，下列说法正确的是 ()
A. 它的图象过点 $(1, 0)$ B. y 值随着 x 值增大而减小
C. 它的图象经过第二象限 D. 当 $x > 1$ 时， $y > 0$
- (3 分) 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A$ ， $\angle B$ ， $\angle C$ 的度数之比为 2: 3: 4，则 $\angle B$ 的度数为 ()
A. 120° B. 80° C. 60° D. 40°
- (3 分) 将一枚质地均匀的硬币先后抛掷两次，则至少出现一次正面向上的概率为 ()
A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{2}{3}$
- (3 分) 由若干个相同的正方体组成的几何体，如图 (1) 所示，其左视图如图 (2) 所示，则这个几何体的俯视图为 ()

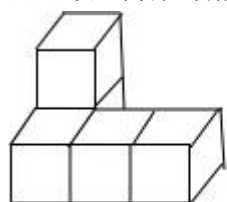


图 (1)

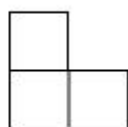
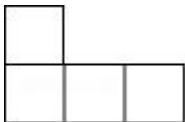
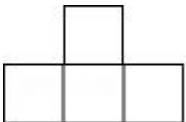
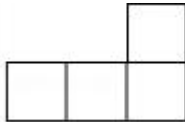
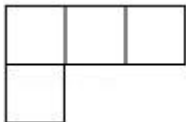
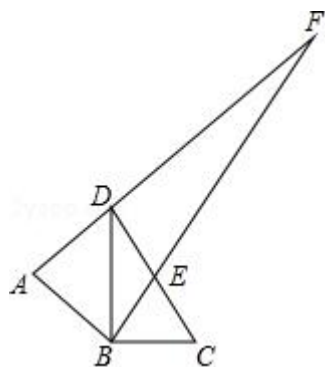


图 (2)

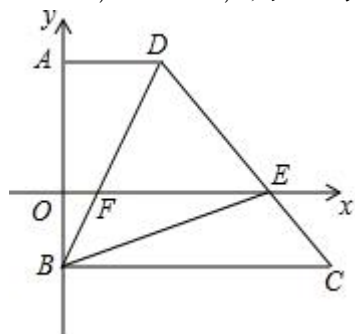
- A.  B.  C.  D. 

- (3 分) 如图， $\triangle ABD$ 是以 BD 为斜边的等腰直角三角形， $\triangle BCD$ 中， $\angle DBC = 90^\circ$ ， $\angle BCD = 60^\circ$ ， DC 中点为 E ， AD 与 BE 的延长线交于点 F ，则 $\angle AFB$ 的度数为 ()



- A. 30° B. 15° C. 45° D. 25°
- (3 分) 若实数 3 是不等式 $2x - a - 2 < 0$ 的一个解，则 a 可取的最小正整数为 ()
A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

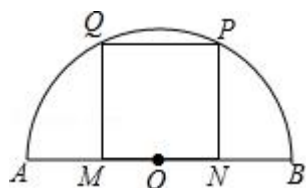
10. (3分) 如图, $AD \parallel BC$, $AD \perp AB$, 点 A, B 在 y 轴上, CD 与 x 轴交于点 E (2, 0), 且 $AD = DE$, $BC = 2CE$, 则 BD 与 x 轴交点 F 的横坐标为 ()



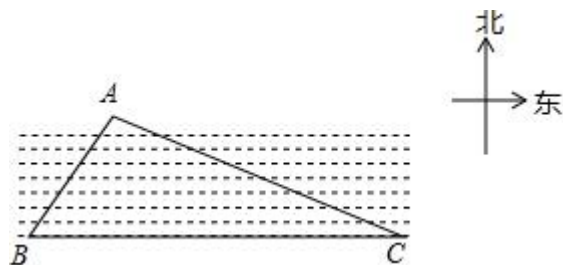
- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{5}{6}$

二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

11. (3分) 计算: $2\sin 60^\circ =$ _____.
12. (3分) 分解因式: $x^3 - 4x =$ _____.
13. (3分) 已知一组数据: 3, 5, x, 7, 9 的平均数为 6, 则 $x =$ _____.
14. (3分) $\triangle ABC$ 中, $\angle C$ 为直角, $AB = 2$, 则这个三角形的外接圆半径为 _____.
15. (3分) 若点 M (3, $a - 2$), N (b, a) 关于原点对称, 则 $a + b =$ _____.
16. (3分) 如图, 点 M, N 在半圆的直径 AB 上, 点 P, Q 在 $\widehat{AB}$ 上, 四边形 MNPQ 为正方形. 若半圆的半径为 $\sqrt{5}$, 则正方形的边长为 _____.



17. (3分) 圆锥的底面半径为 1, 它的侧面展开图的圆心角为 180° , 则这个圆锥的侧面积为 _____.
18. (3分) 如图, 已知一条东西走向的河流, 在河流对岸有一点 A, 小明在岸边点 B 处测得点 A 在点 B 的北偏东 30° 方向上, 小明沿河岸向东走 80m 后到达点 C, 测得点 A 在点 C 的北偏西 60° 方向上, 则点 A 到河岸 BC 的距离为 _____.



三、解答题 (本大题共 10 小题, 共 66 分)

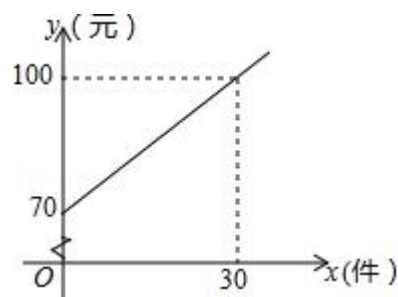
19. (4分) 计算: $(-1)^{2017} + \tan 45^\circ + \sqrt[3]{27} + |3 - \pi|$.

20. (4分) 解方程: $\frac{x}{x+2} + \frac{7}{x} = 1$.

21. (5分) 已知非零实数 a, b 满足 $a+b=3$, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{3}{2}$, 求代数式 a^2b+ab^2 的值.

22. (6分) 某快递公司的每位“快递小哥”日收入与每日的派送量成一次函数关系, 如图所示.

- (1) 求每位“快递小哥”的日收入 y (元) 与日派送量 x (件) 之间的函数关系式;
- (2) 已知某“快递小哥”的日收入不少于 110 元, 则他至少要派送多少件?



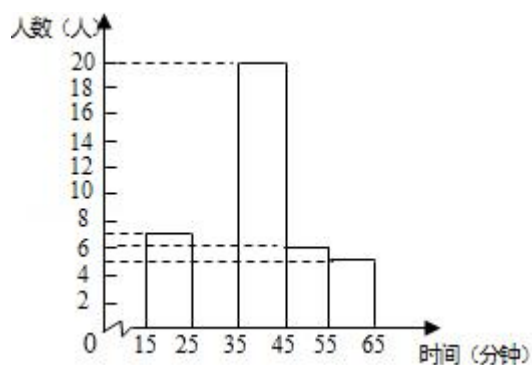
23. (7分) 某校为了解学生平均每天课外阅读的时间, 随机调查了该校部分学生一周内平均每天课外阅读的时间 (以分钟为单位, 并取整数), 将有关数据统计整理并绘制成尚未完成的频率分布表和频数分布直方图. 请你根据图表中所提供的信息, 解答下列问题.

频率分布表

组别	分组	频数	频率
1	15 ~ 25	7	0.14
2	25 ~ 35	a	0.24
3	35 ~ 45	20	0.40
4	45 ~ 55	6	b
5	55 ~ 65	5	0.10

注: 这里的 15 ~ 25 表示大于等于 15 同时小于 25.

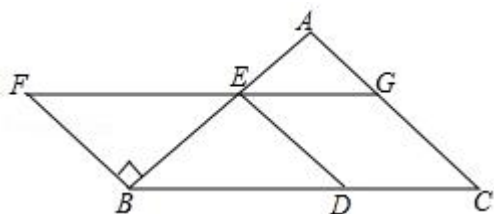
- (1) 求被调查的学生人数;
- (2) 直接写出频率分布表中的 a 和 b 的值, 并补全频数分布直方图;
- (3) 若该校共有学生 500 名, 则平均每天课外阅读的时间不少于 35 分钟的学生大约有多少名?



24. (7分) 如图, 以 BC 为底边的等腰 $\triangle ABC$, 点 D, E, G 分别在 BC, AB, AC 上, 且 $EG \parallel BC, DE \parallel AC$, 延长 GE 至点 F , 使得 $BE=BF$.

(1) 求证: 四边形 $BDEF$ 为平行四边形;

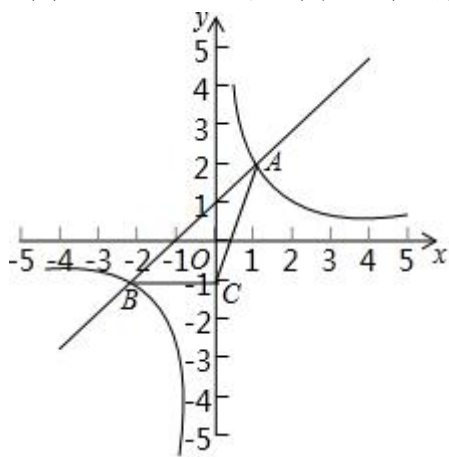
(2) 当 $\angle C=45^\circ$, $BD=2$ 时, 求 D, F 两点间的距离.



25. (7分) 如图, 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象与一次函数 $y=x+b$ 的图象交于 A, B 两点, 点 A 和点 B 的横坐标分别为 1 和 -2 , 这两点的纵坐标之和为 1 .

(1) 求反比例函数的表达式与一次函数的表达式;

(2) 当点 C 的坐标为 $(0, -1)$ 时, 求 $\triangle ABC$ 的面积.



26. (8分) 已知二次函数的表达式为 $y=x^2+mx+n$.

(1) 若这个二次函数的图象与 x 轴交于点 $A(1, 0)$, 点 $B(3, 0)$, 求实数 m, n 的值;

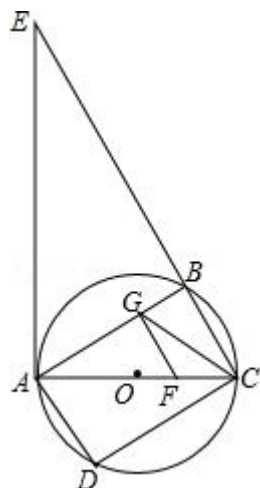
(2) 若 $\triangle ABC$ 是有一个内角为 30° 的直角三角形, $\angle C$ 为直角, $\sin A, \cos B$ 是方程 $x^2+mx+n=0$ 的两个根, 求实数 m, n 的值.

27. (9分) 如图, 四边形 ABCD 内接于圆 O, $\angle BAD=90^\circ$, AC 为直径, 过点 A 作圆 O 的切线交 CB 的延长线于点 E, 过 AC 的三等分点 F (靠近点 C) 作 CE 的平行线交 AB 于点 G, 连结 CG.

(1) 求证: $AB=CD$;

(2) 求证: $CD^2=BE \cdot BC$;

(3) 当 $CG=\sqrt{3}$, $BE=\frac{9}{2}$ 时, 求 CD 的长.

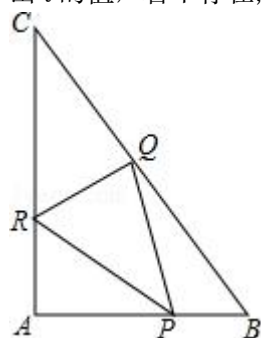


28. (9分) 如图, 直角 $\triangle ABC$ 中, $\angle A$ 为直角, $AB=6$, $AC=8$. 点 P, Q, R 分别在 AB, BC, CA 边上同时开始作匀速运动, 2 秒后三个点同时停止运动, 点 P 由点 A 出发以每秒 3 个单位的速度向点 B 运动, 点 Q 由点 B 出发以每秒 5 个单位的速度向点 C 运动, 点 R 由点 C 出发以每秒 4 个单位的速度向点 A 运动, 在运动过程中:

(1) 求证: $\triangle APR$, $\triangle BPQ$, $\triangle CQR$ 的面积相等;

(2) 求 $\triangle PQR$ 面积的最小值; 945509668 制作, 提供全套中考真题、专题

(3) 用 t (秒) ($0 \leq t \leq 2$) 表示运动时间, 是否存在 t , 使 $\angle PQR=90^\circ$? 若存在, 请直接写出 t 的值; 若不存在, 请说明理由.



2017 年黑龙江省大庆市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：(每小题 3 分，共 30 分)

1. (3 分) (2017•大庆) 若 a 的相反数是 -3 ，则 a 的值为 ()

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【考点】14: 相反数.

【分析】根据一个数的相反数就是在这个数前面添上“ $-$ ”号，求解即可.

【解答】解： a 的相反数是 -3 ，则 a 的值为 3，

故选：C. 945509668 制作，提供全套中考真题、专题

【点评】本题考查了相反数的意义，一个数的相反数就是在这个数前面添上“ $-$ ”号：一个正数的相反数是负数，一个负数的相反数是正数，0 的相反数是 0. 不要把相反数的意义与倒数的意义混淆.

2. (3 分) (2017•大庆) 数字 150000 用科学记数法表示为 ()

A. 1.5×10^4 B. 0.15×10^6 C. 15×10^4 D. 1.5×10^5

【考点】1I: 科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】解：数字 150000 用科学记数法表示为 1.5×10^5 .

故选：D.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

3. (3 分) (2017•大庆) 下列说法中，正确的是 ()

A. 若 $a \neq b$ ，则 $a^2 \neq b^2$ B. 若 $a > |b|$ ，则 $a > b$

C. 若 $|a| = |b|$ ，则 $a = b$ D. 若 $|a| > |b|$ ，则 $a > b$

【考点】1E: 有理数的乘方；15: 绝对值.

【分析】根据有理数的乘方和绝对值的性质对各选项分析判断即可得解.

【解答】解：A、若 $a = 2$ ， $b = -2$ ， $a \neq b$ ，但 $a^2 = b^2$ ，故本选项错误；

B、若 $a > |b|$ ，则 $a > b$ ，故本选项正确；

C、若 $|a| = |b|$ ，则 $a = b$ 或 $a = -b$ ，故本选项错误；

D、若 $a = -2$ ， $b = 1$ ， $|a| > |b|$ ，但 $a < b$ ，故本选项错误.

故选 B.

【点评】本题考查了有理数的乘方，绝对值的性质，理解有理数乘方的意义是解题的关键.

4. (3 分) (2017•大庆) 对于函数 $y = 2x - 1$ ，下列说法正确的是 ()

A. 它的图象过点 $(1, 0)$ B. y 值随着 x 值增大而减小

C. 它的图象经过第二象限 D. 当 $x > 1$ 时， $y > 0$

【考点】F5: 一次函数的性质.

【分析】根据一次函数的性质进行计算即可.

【解答】解：A、把 $x = 1$ 代入解析式得到 $y = 1$ ，即函数图象经过 $(1, 1)$ ，不经过点 $(1, 0)$ ，故本选项错误；

B、函数 $y=2x-1$ 中， $k=2>0$ ，则该函数图象 y 值随着 x 值增大而增大，故本选项错误；
 C、函数 $y=2x-1$ 中， $k=2>0$ ， $b=-1<0$ ，则该函数图象经过第一、三、四象限，故本选项错误；

D、当 $x>1$ 时， $2x-1>1$ ，则 $y>1$ ，故 $y>0$ 正确，故本选项正确。

故选：D.

【点评】本题考查了一次函数的性质，掌握一次函数的性质是解题的关键.

5. (3分) (2017•大庆) 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A$ ， $\angle B$ ， $\angle C$ 的度数之比为 2: 3: 4，则 $\angle B$ 的度数为 ()

A. 120° B. 80° C. 60° D. 40°

【考点】K7: 三角形内角和定理.

【分析】直接用一个未知数表示出 $\angle A$ ， $\angle B$ ， $\angle C$ 的度数，再利用三角形内角和定理得出答案.

【解答】解： $\because \angle A: \angle B: \angle C=2: 3: 4$,

$\therefore$ 设 $\angle A=2x$ ， $\angle B=3x$ ， $\angle C=4x$,

$\therefore \angle A+\angle B+\angle C=180^\circ$,

$\therefore 2x+3x+4x=180^\circ$,

解得： $x=20^\circ$,

$\therefore \angle B$ 的度数为： 60° .

故选 C.

【点评】此题主要考查了三角形内角和定理，正确表示出各角度数是解题关键.

6. (3分) (2017•大庆) 将一枚质地均匀的硬币先后抛掷两次，则至少出现一次正面向上的概率为 ()

A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{2}{3}$

【考点】X6: 列表法与树状图法.

【分析】根据题意可以写出所有的可能性，从而可以得到至少出现一次正面向上的概率.

【解答】解：由题意可得，

出现的所有可能性是：(正，正)、(正，反)、(反，正)、(反，反)，

$\therefore$ 至少一次正面向上的概率为： $\frac{3}{4}$.

故选 C.

【点评】本题考查列表法与树状图法，解答本题的关键是明确题意，写出所有的可能性.

7. (3分) (2017•大庆) 由若干个相同的正方体组成的几何体，如图 (1) 所示，其左视图如图 (2) 所示，则这个几何体的俯视图为 ()

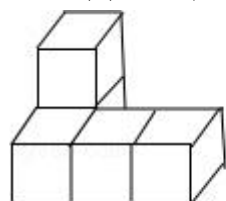


图 (1)

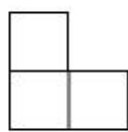
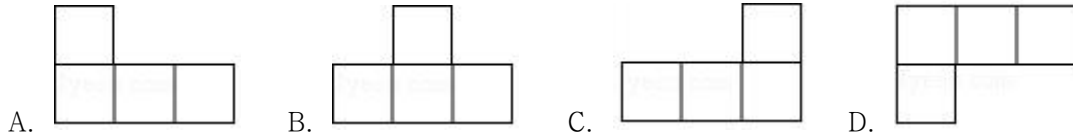


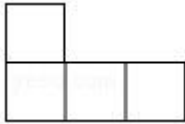
图 (2)



【考点】U3：由三视图判断几何体.

【分析】根据题目中的几何体，可以得到它的俯视图，从而可以解答本题.

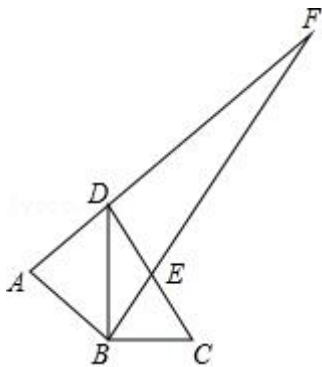
【解答】解：由图可得，
这个几何体的俯视图是：



故选 A.

【点评】本题考查由三视图判断几何体，解答本题的关键是明确题意，画出几何体的俯视图.

8. (3分) (2017•大庆) 如图, $\triangle ABD$ 是以 BD 为斜边的等腰直角三角形, $\triangle BCD$ 中, $\angle DBC=90^\circ$, $\angle BCD=60^\circ$, DC 中点为 E , AD 与 BE 的延长线交于点 F , 则 $\angle AFB$ 的度数为 ()



A. 30° B. 15° C. 45° D. 25°

【考点】KP：直角三角形斜边上的中线；KW：等腰直角三角形.

【分析】根据直角三角形的性质得到 $BE=CE$ ，求得 $\angle CBE=60^\circ$ ，得到 $\angle DBF=30^\circ$ ，根据等腰直角三角形的性质得到 $\angle ABD=45^\circ$ ，求得 $\angle ABF=75^\circ$ ，根据三角形的内角和即可得到结论.

【解答】解： $\because \angle DBC=90^\circ$ ， E 为 DC 中点，

$$\therefore BE=CE=\frac{1}{2}CD,$$

$$\because \angle BCD=60^\circ,$$

$$\therefore \angle CBE=60^\circ, \therefore \angle DBF=30^\circ,$$

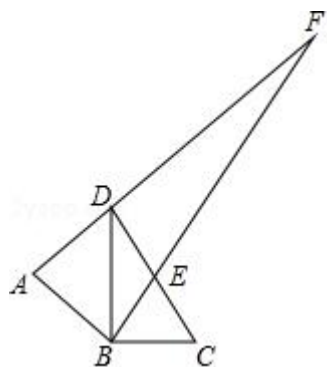
$\because \triangle ABD$ 是等腰直角三角形，

$$\therefore \angle ABD=45^\circ,$$

$$\therefore \angle ABF=75^\circ,$$

$$\therefore \angle AFB=180^\circ - 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ,$$

故选 B.



【点评】本题考查了直角三角形的性质，等腰直角三角形的性质，熟练掌握直角三角形的性质是解题的关键.

9. (3分) (2017•大庆) 若实数3是不等式 $2x - a - 2 < 0$ 的一个解, 则a可取的最小正整数为 ()

A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

【考点】C7: 一元一次不等式的整数解.

【分析】将 $x=3$ 代入不等式得到关于a的不等式, 解之求得a的范围即可.

【解答】解: 根据题意, $x=3$ 是不等式的一个解,

$\therefore$ 将 $x=3$ 代入不等式, 得: $6 - a - 2 < 0$,

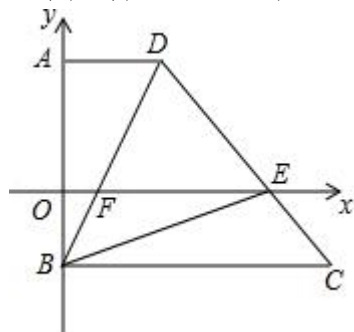
解得: $a > 4$,

则a可取的最小正整数为5,

故选: D.

【点评】本题主要考查不等式的整数解, 熟练掌握不等式解得定义及解不等式的能力是解题的关键.

10. (3分) (2017•大庆) 如图, $AD \parallel BC$, $AD \perp AB$, 点A, B在y轴上, CD与x轴交于点E(2, 0), 且 $AD=DE$, $BC=2CE$, 则BD与x轴交点F的横坐标为 ()



A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{5}{6}$

【考点】KD: 全等三角形的判定与性质; D5: 坐标与图形性质.

【分析】如图, 设 $OF=a$, $AD=DE=x$, $CE=y$, 则 $BC=2y$, 根据平行线分线段成比例可得 $xy=a(x+y)$, $2xy=(2-a)(x+y)$, 联立得到 $2a(x+y)=(2-a)(x+y)$ 且 $x+y \neq 0$, 即 $2a=(2-a)$, 解方程求得a, 从而求解.

【解答】解: 如图, 设 $OF=a$, $AD=DE=x$, $CE=y$, 则 $BC=2y$,

$$\text{则 } \frac{OF}{AD} = \frac{BF}{BD} = \frac{EC}{CD},$$

$$\text{即 } \frac{a}{x} = \frac{y}{x+y},$$

$$xy = a(x+y),$$

$$\text{又 } \because \frac{EF}{BC} = \frac{DE}{CD}, \text{ 即 } \frac{2-a}{2y} = \frac{x}{x+y},$$

$$2xy = (2-a)(x+y),$$

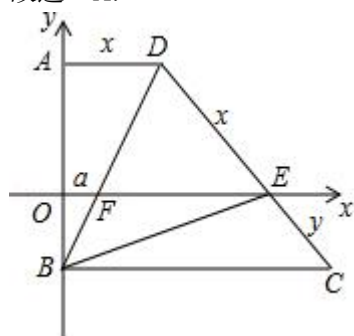
$$\therefore 2a(x+y) = (2-a)(x+y) \text{ 且 } x+y \neq 0,$$

$$\therefore 2a = (2-a),$$

$$\text{解得 } a = \frac{2}{3}$$

故点 F 的横坐标为 $\frac{2}{3}$

故选: A.



【点评】考查了坐标与图形性质, 平行线分线段成比例, 关键是熟练掌握平行线分线段成比例的性质, 注意方程思想的运用.

二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

11. (3 分) (2017•大庆) 计算: $2\sin 60^\circ = \underline{\sqrt{3}}$.

【考点】T5: 特殊角的三角函数值.

【分析】根据特殊角的三角函数值计算.

【解答】解: $2\sin 60^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$.

【点评】本题考查特殊角三角函数值的计算, 特殊角三角函数值计算在中考中经常出现, 题型以选择题、填空题为主.

【相关链接】特殊角三角函数值:

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}, \cot 30^\circ = \sqrt{3};$$

$$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}, \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}, \tan 45^\circ = 1, \cot 45^\circ = 1;$$

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \cos 60^\circ = \frac{1}{2}, \tan 60^\circ = \sqrt{3}, \cot 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

12. (3 分) (2017•大庆) 分解因式: $x^3 - 4x = \underline{x(x+2)(x-2)}$.

【考点】55: 提公因式法与公式法的综合运用.

【分析】应先提取公因式 x, 再对余下的多项式利用平方差公式继续分解.

【解答】解: $x^3 - 4x$,

$$=x(x^2-4),$$

$$=x(x+2)(x-2).$$

故答案为: $x(x+2)(x-2)$.

【点评】本题考查了提公因式法, 公式法分解因式, 提取公因式后利用平方差公式进行二次因式分解, 分解因式一定要彻底, 直到不能再分解为止.

13. (3分) (2017•大庆) 已知一组数据: 3, 5, x , 7, 9 的平均数为 6, 则 $x=$ 6.

【考点】W1: 算术平均数.

【分析】根据算术平均数的定义列式计算即可得解.

【解答】解: 由题意知, $(3+5+x+7+9) \div 5=6$,

解得: $x=6$.

故答案为 6.

【点评】本题考查的是算术平均数的求法. 熟记公式是解决本题的关键.

14. (3分) (2017•大庆) $\triangle ABC$ 中, $\angle C$ 为直角, $AB=2$, 则这个三角形的外接圆半径为 1.

【考点】MA: 三角形的外接圆与外心.

【分析】这个直角三角形的外接圆直径是斜边长, 把斜边长除以 2 可求这个三角形的外接圆半径.

【解答】解: $\because \triangle ABC$ 中, $\angle C$ 为直角, $AB=2$,

$\therefore$ 这个三角形的外接圆半径为 $2 \div 2=1$.

故答案为: 1.

【点评】本题考查的是直角三角形的外接圆半径, 重点在于理解直角三角形的外接圆是以斜边中点为圆心, 斜边长的一半为半径的圆.

15. (3分) (2017•大庆) 若点 $M(3, a-2)$, $N(b, a)$ 关于原点对称, 则 $a+b=$ -2.

【考点】R6: 关于原点对称的点的坐标.

【分析】根据关于原点对称的点, 横坐标与纵坐标都互为相反数, 可得答案.

【解答】解: 由题意, 得

$$b=-3, a-2+a=0,$$

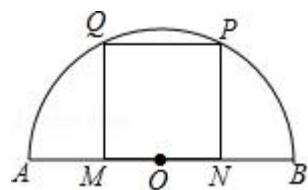
解得 $a=1$,

$$a+b=-3+1=-2,$$

故答案为: -2.

【点评】本题考查了关于原点对称的点的坐标, 解决本题的关键是掌握好对称点的坐标规律: 关于 x 轴对称的点, 横坐标相同, 纵坐标互为相反数; 关于 y 轴对称的点, 纵坐标相同, 横坐标互为相反数; 关于原点对称的点, 横坐标与纵坐标都互为相反数.

16. (3分) (2017•大庆) 如图, 点 M, N 在半圆的直径 AB 上, 点 P, Q 在 $\widehat{AB}$ 上, 四边形 $MNPQ$ 为正方形. 若半圆的半径为 $\sqrt{5}$, 则正方形的边长为 2.



【考点】LE：正方形的性质；KQ：勾股定理；M1：圆的认识.

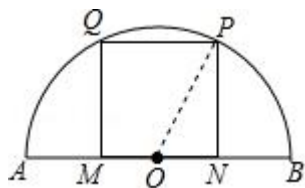
【分析】连接 OP，设正方形的边长为 a，则 $ON=\frac{a}{2}$ ， $PN=a$ ，再由勾股定理求出 a 的值即可.

【解答】解：连接 OP，设正方形的边长为 a，则 $ON=\frac{a}{2}$ ， $PN=a$ ，

在 $Rt\triangle OPN$ 中，

$$ON^2+PN^2=OP^2, \text{ 即 } (\frac{a}{2})^2+a^2=(\sqrt{5})^2, \text{ 解得 } a=2.$$

故答案为：2.



【点评】本题考查的是正方形的性质，根据题意作出辅助线，构造出直角三角形是解答此题的关键.

17. (3 分) (2017•大庆) 圆锥的底面半径为 1，它的侧面展开图的圆心角为 180° ，则这个圆锥的侧面积为 2π .

【考点】MP：圆锥的计算.

【分析】设圆锥的母线长为 R，利用圆锥的侧面展开图为一扇形，这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长，扇形的半径等于圆锥的母线长和弧长公式得到 $2\pi \cdot 1 = \frac{180 \cdot \pi \cdot R}{180}$ ，解得 $R=2$ ，然后利用扇形的面积公式计算圆锥的侧面积.

【解答】解：设圆锥的母线长为 R，

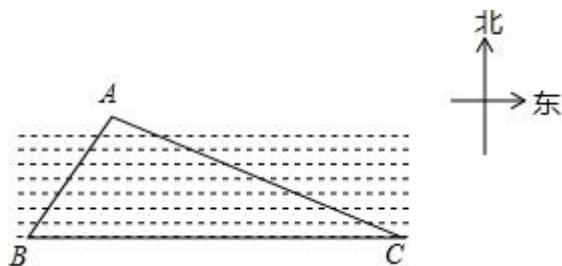
$$\text{根据题意得 } 2\pi \cdot 1 = \frac{180 \cdot \pi \cdot R}{180}, \text{ 解得 } R=2,$$

$$\text{所以圆锥的侧面积} = \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot 1 \cdot 2 = 2\pi.$$

故答案为 2π .

【点评】本题考查了圆锥的计算：圆锥的侧面展开图为一扇形，这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长，扇形的半径等于圆锥的母线长.

18. (3 分) (2017•大庆) 如图，已知一条东西走向的河流，在河流对岸有一点 A，小明在岸边点 B 处测得点 A 在点 B 的北偏东 30° 方向上，小明沿河岸向东走 80m 后到达点 C，测得点 A 在点 C 的北偏西 60° 方向上，则点 A 到河岸 BC 的距离为 $20\sqrt{3}$ 米.



【考点】TB：解直角三角形的应用 - 方向角问题；KU：勾股定理的应用.

【分析】方法 1、作 $AD \perp BC$ 于点 D ，设出 $AD=x$ 米，在 $Rt\triangle ACD$ 中，得出 $CD=\sqrt{3}x$ ，在 $Rt\triangle ABD$ 中，得出 $BD=\frac{\sqrt{3}}{3}x$ ，最后用 $CD+BD=80$ 建立方程即可得出结论；

方法 2、先判断出 $\triangle ABC$ 是直角三角形，利用含 30° 的直角三角形的性质得出 AB ， AC ，再利用同一个直角三角形，两直角边的积的一半和斜边乘以斜边上的高的一半建立方程求解即可。

【解答】解：方法 1、过点 A 作 $AD \perp BC$ 于点 D 。
根据题意， $\angle ABC=90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ ， $\angle ACD=30^\circ$ ，
设 $AD=x$ 米，

在 $Rt\triangle ACD$ 中， $\tan \angle ACD = \frac{AD}{CD}$ ，

$$\therefore CD = \frac{AD}{\tan \angle ACD} = \frac{x}{\tan 30^\circ} = \sqrt{3}x,$$

在 $Rt\triangle ABD$ 中， $\tan \angle ABC = \frac{AD}{BD}$ ，

$$\therefore BD = \frac{AD}{\tan \angle ABC} = \frac{x}{\tan 60^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{3}x,$$

$$\therefore BC = CD + BD = \sqrt{3}x + \frac{\sqrt{3}}{3}x = 80$$

$$\therefore x = 20\sqrt{3}$$

答：该河段的宽度为 $20\sqrt{3}$ 米。

故答案是： $20\sqrt{3}$ 米。

方法 2、过点 A 作 $AD \perp BC$ 于点 D 。

根据题意， $\angle ABC=90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ ， $\angle ACD=30^\circ$ ，

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle ABC - \angle ACB = 90^\circ,$$

在 $Rt\triangle ABC$ 中， $BC=80m$ ， $\angle ACB=30^\circ$ ，

$$\therefore AB=40m, AC=40\sqrt{3}m,$$

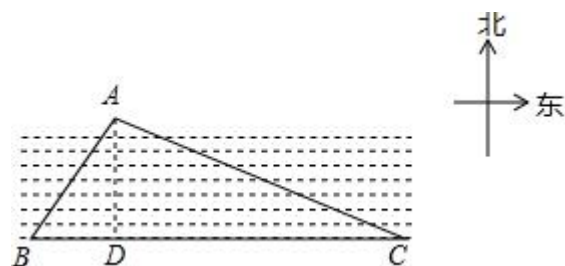
$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \times AC = \frac{1}{2} \times 40 \times 40\sqrt{3} = 800\sqrt{3},$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BC \times AD = \frac{1}{2} \times 80 \times AD = 40AD = 800\sqrt{3},$$

$$\therefore AD = 20\sqrt{3} \text{ 米}$$

答：该河段的宽度为 $20\sqrt{3}$ 米。

故答案是： $20\sqrt{3}$ 米。



【点评】此题考查了解直角三角形及勾股定理的应用，用到的知识点是方向角，关键是根据题意画出图形，作出辅助线，构造直角三角形，“化斜为直”是解三角形的基本思路，常需

作垂线（高），原则上不破坏特殊角.

三、解答题（本大题共 10 小题，共 66 分）

19. (4 分) (2017•大庆) 计算: $(-1)^{2017} + \tan 45^\circ + \sqrt[3]{27} + |3 - \pi|$.

【考点】2C: 实数的运算; T5: 特殊角的三角函数值.

【分析】直接利用特殊角的三角函数值以及立方根的性质和绝对值的性质分别化简求出答案.

【解答】解: 原式 $= -1 + 1 + 3 + \pi - 3$

$= \pi$.

【点评】此题主要考查了实数运算, 正确化简各数是解题关键.

20. (4 分) (2017•大庆) 解方程: $\frac{x}{x+2} + \frac{1}{x} = 1$.

【考点】B3: 解分式方程.

【分析】分式方程去分母转化为整式方程, 求出整式方程的解得到 x 的值, 经检验即可得到分式方程的解.

【解答】解: 去分母得: $x^2 + x + 2 = x^2 + 2x$,

解得: $x = 2$,

经检验 $x = 2$ 是分式方程的解.

【点评】此题考查了解分式方程, 利用了转化的思想, 解分式方程注意要检验.

21. (5 分) (2017•大庆) 已知非零实数 a, b 满足 $a + b = 3$, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{3}{2}$, 求代数式 $a^2b + ab^2$ 的值.

【考点】59: 因式分解的应用; 6B: 分式的加减法.

【分析】将 $a + b = 3$ 代入 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab} = \frac{3}{2}$ 求得 ab 的值, 然后将其代入所求的代数式进行求值.

【解答】解: $\because \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab} = \frac{3}{2}$, $a + b = 3$,

$\therefore ab = 2$,

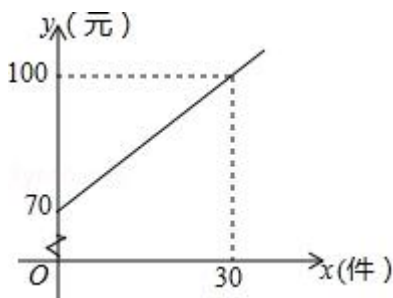
$\therefore a^2b + ab^2 = ab(a + b) = 2 \times 3 = 6$.

【点评】本题考查了因式分解的应用, 分式的加减运算, 熟练掌握因式分解的方法是解题的关键.

22. (6 分) (2017•大庆) 某快递公司的每位“快递小哥”日收入与每日的派送量成一次函数关系, 如图所示.

(1) 求每位“快递小哥”的日收入 y (元) 与日派送量 x (件) 之间的函数关系式;

(2) 已知某“快递小哥”的日收入不少于 110 元, 则他至少要派送多少件?



【考点】FH：一次函数的应用；C9：一元一次不等式的应用.

【分析】(1) 观察函数图象，找出点的坐标，再利用待定系数法求出 y 与 x 之间的函数关系式；

(2) 由日收入不少于 110 元，可得出关于 x 的一元一次不等式，解之即可得出结论.

【解答】解：(1) 设每位“快递小哥”的日收入 y (元) 与日派送量 x (件) 之间的函数关系式为 $y=kx+b$,

将 $(0, 70)$ 、 $(30, 100)$ 代入 $y=kx+b$,

$$\begin{cases} b = 70 \\ 30k + b = 100 \end{cases} \text{ 解得: } \begin{cases} k = 1 \\ b = 70 \end{cases}$$

$\therefore$ 每位“快递小哥”的日收入 y (元) 与日派送量 x (件) 之间的函数关系式为 $y=x+70$.

(2) 根据题意得: $x+70 \geq 110$,

解得: $x \geq 40$.

答: 某“快递小哥”的日收入不少于 110 元, 则他至少要派送 40 件.

【点评】本题考查了一次函数的应用、待定系数法求一次函数解析式以及一元一次不等式的应用, 解题的关键是: (1) 根据点的坐标, 利用待定系数法求出 y 与 x 之间的函数关系式;

(2) 根据日收入不少于 110 元, 列出关于 x 的一元一次不等式.

23. (7 分) (2017•大庆) 某校为了了解学生平均每天课外阅读的时间, 随机调查了该校部分学生一周内平均每天课外阅读的时间 (以分钟为单位, 并取整数), 将有关数据统计整理并绘制成尚未完成的频率分布表和频数分布直方图. 请你根据图表中所提供的信息, 解答下列问题.

频率分布表

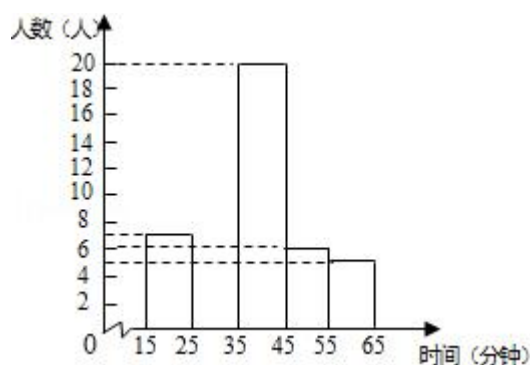
组别	分组	频数	频率
1	15 ~ 25	7	0.14
2	25 ~ 35	a	0.24
3	35 ~ 45	20	0.40
4	45 ~ 55	6	b
5	55 ~ 65	5	0.10

注: 这里的 15 ~ 25 表示大于等于 15 同时小于 25.

(1) 求被调查的学生人数;

(2) 直接写出频率分布表中的 a 和 b 的值, 并补全频数分布直方图;

(3) 若该校共有学生 500 名, 则平均每天课外阅读的时间不少于 35 分钟的学生大约有多少名?



【考点】V8：频数（率）分布直方图；V5：用样本估计总体；V7：频数（率）分布表.

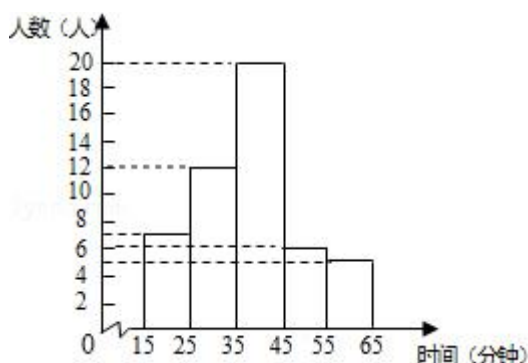
【分析】(1) 根据第一组频数是 7, 频率是 0.14 即可求得被调查的人数;

- (2) 利用频率公式即可求得 a 和 b 的值, 再补全频数分布直方图;
 (3) 利用总人数 500 乘以对应的频率即可求解.

【解答】解: (1) 被调查的人数是 $7 \div 0.14 = 50$;

(2) $a = 50 \times 0.24 = 12$, $b = \frac{6}{50} = 0.12$,

如图所示:

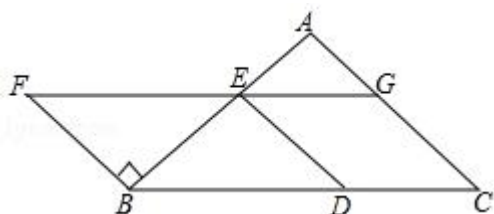


- (3) 平均每天课外阅读的时间不少于 35 分钟的学生大约有 $500 \times (0.40 + 0.12 + 0.10) = 310$ (人).

【点评】本题考查了频率分布直方图的知识, 解题的关键是弄清频数、频率及样本容量的关系.

24. (7 分) (2017•大庆) 如图, 以 BC 为底边的等腰 $\triangle ABC$, 点 D , E , G 分别在 BC , AB , AC 上, 且 $EG \parallel BC$, $DE \parallel AC$, 延长 GE 至点 F , 使得 $BE = BF$.

- (1) 求证: 四边形 $BDEF$ 为平行四边形;
 (2) 当 $\angle C = 45^\circ$, $BD = 2$ 时, 求 D , F 两点间的距离.



【考点】L7: 平行四边形的判定与性质; KH: 等腰三角形的性质.

【分析】(1) 由等腰三角形的性质得出 $\angle ABC = \angle C$, 证出 $\angle AEG = \angle ABC = \angle C$, 四边形 $CDEG$ 是平行四边形, 得出 $\angle DEG = \angle C$, 证出 $\angle F = \angle DEG$, 得出 $BF \parallel DE$, 即可得出结论;

(2) 证出 $\triangle BDE$ 、 $\triangle BEF$ 是等腰直角三角形, 由勾股定理得出 $BF = BE = \frac{\sqrt{2}}{2}BD = \sqrt{2}$, 作 $FM \perp BD$ 于 M , 连接 DF , 则 $\triangle BFM$ 是等腰直角三角形, 由勾股定理得出 $FM = BM = \frac{\sqrt{2}}{2}BF = 1$, 得出 $DM = 3$, 在 $Rt\triangle DFM$ 中, 由勾股定理求出 DF 即可.

【解答】(1) 证明: $\because \triangle ABC$ 是等腰三角形,
 $\therefore \angle ABC = \angle C$,
 $\because EG \parallel BC$, $DE \parallel AC$,
 $\therefore \angle AEG = \angle ABC = \angle C$, 四边形 $CDEG$ 是平行四边形,
 $\therefore \angle DEG = \angle C$,
 $\because BE = BF$,

$\therefore \angle BFE = \angle BEF = \angle AEG = \angle ABC$,
 $\therefore \angle F = \angle DEG$,
 $\therefore BF \parallel DE$,
 $\therefore$ 四边形 BDEF 为平行四边形;
 (2) 解: $\because \angle C = 45^\circ$,
 $\therefore \angle ABC = \angle BFE = \angle BEF = 45^\circ$,
 $\therefore \triangle BDE$ 、 $\triangle BEF$ 是等腰直角三角形,
 $\therefore BF = BE = \frac{\sqrt{2}}{2}BD = \sqrt{2}$,

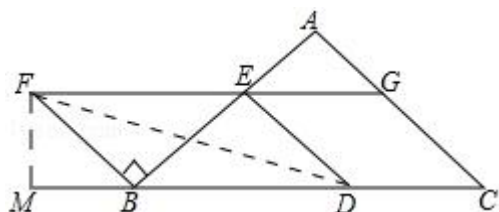
作 $FM \perp BD$ 于 M, 连接 DF, 如图所示:
 则 $\triangle BFM$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore FM = BM = \frac{\sqrt{2}}{2}BF = 1,$$

$$\therefore DM = 3,$$

在 $Rt\triangle DFM$ 中, 由勾股定理得: $DF = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$,

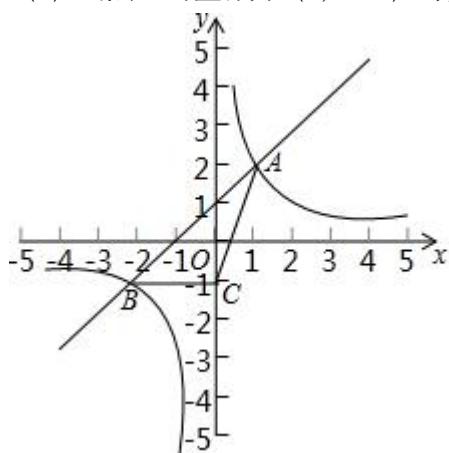
即 D, F 两点间的距离为 $\sqrt{10}$.



【点评】 本题考查了平行四边形的判定与性质、等腰三角形的性质、等腰直角三角形的判定与性质、勾股定理等知识; 熟练掌握平行四边形的判定与性质和勾股定理是解决问题的关键.

25. (7 分) (2017•大庆) 如图, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象与一次函数 $y = x + b$ 的图象交于 A, B 两点, 点 A 和点 B 的横坐标分别为 1 和 -2, 这两点的纵坐标之和为 1.

- (1) 求反比例函数的表达式与一次函数的表达式;
- (2) 当点 C 的坐标为 (0, -1) 时, 求 $\triangle ABC$ 的面积.



【考点】 G8: 反比例函数与一次函数的交点问题.

【分析】 (1) 根据两点纵坐标的和, 可得 b 的值, 根据自变量与函数的值得对关系, 可得 A

点坐标, 根据待定系数法, 可得反比例函数的解析式;

(2) 根据自变量与函数值的对应关系, 可得 B 点坐标, 根据三角形的面积公式, 可得答案.

【解答】解: (1) 由题意, 得

$$1+b+(-2)+b=1,$$

解得 $b=1$,

一次函数的解析式为 $y=x+1$,

当 $x=1$ 时, $y=x+1=2$, 即 A (1, 2),

将 A 点坐标代入, 得 $\frac{k}{1}=2$,

即 $k=2$,

反比例函数的解析式为 $y=\frac{2}{x}$;

(2) 当 $x=-2$ 时, $y=-1$, 即 B (-2, -1).

$BC=2$,

$$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}BC \cdot (y_A - y_C) = \frac{1}{2} \times 2 \times [2 - (-1)] = 3.$$

【点评】本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题, 利用纵坐标的和得出 b 的值是解 (1) 题关键; 利用三角形的面积公式是解 (2) 的关键.

26. (8 分) (2017•大庆) 已知二次函数的表达式为 $y=x^2+mx+n$.

(1) 若这个二次函数的图象与 x 轴交于点 A (1, 0), 点 B (3, 0), 求实数 m, n 的值;

(2) 若 $\triangle ABC$ 是有一个内角为 30° 的直角三角形, $\angle C$ 为直角, $\sin A, \cos B$ 是方程 $x^2+mx+n=0$ 的两个根, 求实数 m, n 的值.

【考点】HA: 抛物线与 x 轴的交点; T7: 解直角三角形.

【分析】(1) 根据点 A、B 的坐标, 利用待定系数法即可求出 m、n 的值;

(2) 分 $\angle A=30^\circ$ 或 $\angle B=30^\circ$ 两种情况考虑: 当 $\angle A=30^\circ$ 时, 求出 $\sin A, \cos B$ 的值, 利用根与系数的关系即可求出 m、n 的值; 当 $\angle B=30^\circ$ 时, 求出 $\sin A, \cos B$ 的值, 利用根与系数的关系即可求出 m、n 的值.

【解答】解: (1) 将 A (1, 0)、B (3, 0) 代入 $y=x^2+mx+n$ 中,

$$\begin{cases} 1+m+n=0 \\ 9+3m+n=0 \end{cases} \text{ 解得: } \begin{cases} m=-4 \\ n=3 \end{cases},$$

$\therefore$ 实数 $m=-4$ 、 $n=3$.

(2) 当 $\angle A=30^\circ$ 时, $\sin A=\cos B=\frac{1}{2}$,

$$\therefore -m=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}, \quad n=\frac{1}{2} \times \frac{1}{2},$$

$$\therefore m=-1, \quad n=\frac{1}{4};$$

当 $\angle B=30^\circ$ 时, $\sin A=\cos B=\frac{\sqrt{3}}{2}$,

$$\therefore -m=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad n=\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore m=-\sqrt{3}, \quad n=\frac{3}{4}.$$

综上所述: $m = -1$ 、 $n = \frac{1}{4}$ 或 $m = -\sqrt{3}$ 、 $n = \frac{3}{4}$.

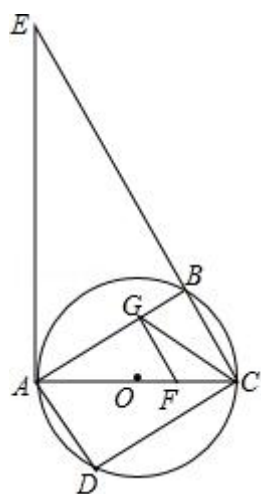
【点评】 本题考查了抛物线与 x 轴的交点、待定系数法求二次函数解析式、解直角三角形以及根与系数的关系, 解题的关键是: (1) 根据点的坐标, 利用待定系数法求出 m 、 n 的值; (2) 分 $\angle A = 30^\circ$ 或 $\angle B = 30^\circ$ 两种情况, 求出 m 、 n 的值.

27. (9 分) (2017•大庆) 如图, 四边形 $ABCD$ 内接于圆 O , $\angle BAD = 90^\circ$, AC 为直径, 过点 A 作圆 O 的切线交 CB 的延长线于点 E , 过 AC 的三等分点 F (靠近点 C) 作 CE 的平行线交 AB 于点 G , 连结 CG .

(1) 求证: $AB = CD$;

(2) 求证: $CD^2 = BE \cdot BC$;

(3) 当 $CG = \sqrt{3}$, $BE = \frac{9}{2}$ 时, 求 CD 的长.



【考点】 MR: 圆的综合题.

【分析】 (1) 根据三个角是直角的四边形是矩形证明四边形 $ABCD$ 是矩形, 可得结论;

(2) 证明 $\triangle ABE \sim \triangle CBA$, 列比例式可得结论;

(3) 根据 F 是 AC 的三等分点得: $AG = 2BG$, 设 $BG = x$, 则 $AG = 2x$, 代入 (2) 的结论解出 x 的值, 可得 CD 的长.

【解答】 证明: (1) $\because AC$ 为 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \angle ABC = \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\because \angle BAD = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore AB = CD;$$

(2) $\because AE$ 为 $\odot O$ 的切线,

$$\therefore AE \perp AC,$$

$$\therefore \angle EAB + \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\because \angle BAC + \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EAB = \angle ACB,$$

$$\because \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle ABE \sim \triangle CBA,$$

$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{BE}{AB},$$

$$\therefore AB^2 = BE \cdot BC,$$

由 (1) 知: $AB = CD$,

$$\therefore CD^2 = BE \cdot BC;$$

(3) $\because F$ 是 AC 的三等分点,

$$\therefore AF = 2FC,$$

$$\therefore FG \parallel BE,$$

$$\therefore \triangle AFG \sim \triangle ACB,$$

$$\therefore \frac{AF}{FC} = \frac{AG}{BG} = 2,$$

设 $BG = x$, 则 $AG = 2x$,

$$\therefore AB = 3x,$$

在 $Rt\triangle BCG$ 中, $CG = \sqrt{3}$,

$$\therefore BC^2 = (\sqrt{3})^2 - x^2,$$

$$BC = \sqrt{3 - x^2},$$

由 (2) 得: $AB^2 = BE \cdot BC$,

$$(3x)^2 = \frac{9}{2} \sqrt{3 - x^2},$$

$$4x^4 + x^2 - 3 = 0,$$

$$(x^2 + 1)(4x^2 - 3) = 0,$$

$$x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\because x > 0,$$

$$\therefore x = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore CD = AB = 3x = \frac{3\sqrt{3}}{2}.$$

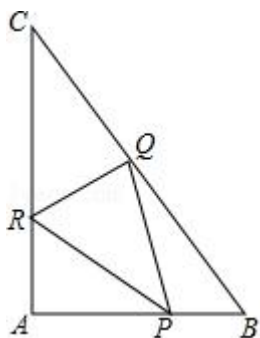
【点评】 本题是圆和四边形的综合题, 难度适中, 考查了矩形的性质和判定、平行相似的判定、三角形相似的性质、圆周角定理、切线的性质、勾股定理等知识, 注意第 2 和 3 问都应用了上一问的结论, 与方程相结合, 熟练掌握一元高次方程的解法.

28. (9 分) (2017•大庆) 如图, 直角 $\triangle ABC$ 中, $\angle A$ 为直角, $AB = 6$, $AC = 8$. 点 P , Q , R 分别在 AB , BC , CA 边上同时开始作匀速运动, 2 秒后三个点同时停止运动, 点 P 由点 A 出发以每秒 3 个单位的速度向点 B 运动, 点 Q 由点 B 出发以每秒 5 个单位的速度向点 C 运动, 点 R 由点 C 出发以每秒 4 个单位的速度向点 A 运动, 在运动过程中:

(1) 求证: $\triangle APR$, $\triangle BPQ$, $\triangle CQR$ 的面积相等;

(2) 求 $\triangle PQR$ 面积的最小值;

(3) 用 t (秒) ($0 \leq t \leq 2$) 表示运动时间, 是否存在 t , 使 $\angle PQR = 90^\circ$? 若存在, 请直接写出 t 的值; 若不存在, 请说明理由.



【考点】KY：三角形综合题.

【分析】(1) 先利用锐角三角函数表示出 $QE=4t$, $QD=3(2-t)$, 再由运动得出 $AP=3t$, $CR=4t$, $BP=3(2-t)$, $AR=4(2-t)$, 最后用三角形的面积公式即可得出结论;

(2) 借助 (1) 得出的结论, 利用面积差得出 $S_{\triangle PQR}=18(t-1)^2+6$, 即可得出结论;

(3) 先判断出 $\angle DQR=\angle EQP$, 用此两角的正切值建立方程求解即可.

【解答】解: (1) 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $AB=6$, $AC=8$, 根据勾股定理得, $BC=10$, $\sin \angle B = \frac{AC}{AB} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$,

$$\sin \angle C = \frac{3}{4},$$

过点 Q 作 $QE \perp AB$ 于 E ,

在 $Rt\triangle BQE$ 中, $BQ=5t$,

$$\therefore \sin \angle B = \frac{QE}{BQ} = \frac{4}{5},$$

$$\therefore QE=4t,$$

过点 Q 作 $QD \perp AC$ 于 D ,

在 $Rt\triangle CDQ$ 中, $CQ=BC-BQ=10-5t$,

$$\therefore QD=CQ \cdot \sin \angle C = \frac{3}{5}(10-5t) = 3(2-t),$$

由运动知, $AP=3t$, $CR=4t$,

$$\therefore BP=AB-AP=6-3t=3(2-t), \quad AR=AC-CR=8-4t=4(2-t),$$

$$\therefore S_{\triangle APR} = \frac{1}{2}AP \cdot AR = \frac{1}{2} \times 3t \times 4(2-t) = 6t(2-t),$$

$$S_{\triangle BPQ} = \frac{1}{2}BP \cdot QE = \frac{1}{2} \times 3(2-t) \times 4t = 6t(2-t),$$

$$S_{\triangle CQR} = \frac{1}{2}CR \cdot QD = \frac{1}{2} \times 4t \times 3(2-t) = 6t(2-t),$$

$$\therefore S_{\triangle APR} = S_{\triangle BPQ} = S_{\triangle CQR},$$

$\therefore \triangle APR$, $\triangle BPQ$, $\triangle CQR$ 的面积相等;

(2) 由 (1) 知, $S_{\triangle APR} = S_{\triangle BPQ} = S_{\triangle CQR} = 6t(2-t)$,

$$\because AB=6, \quad AC=8,$$

$$\therefore S_{\triangle PQR} = S_{\triangle ABC} - (S_{\triangle APR} + S_{\triangle BPQ} + S_{\triangle CQR})$$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times 8 - 3 \times 6t(2-t) = 24 - 18(2t-t^2) = 18(t-1)^2 + 6,$$

$$\therefore 0 \leq t \leq 2,$$

$\therefore$ 当 $t=1$ 时, $S_{\triangle PQR}$ 最小 $=6$;

(3) 存在, 由点 P, Q, R 的运动速度知, 运动 1 秒时, 点 P, Q, R 分别在 AB, BC, AC 的中点, 此时, 四边形 APQR 是矩形, 即: $t=1$ 秒时, $\angle PQR=90^\circ$,

由 (1) 知, $QE=4t$, $QD=3(2-t)$, $AP=3t$, $CR=4t$, $AR=4(2-t)$,

$\therefore BP=AB-AP=6-3t=3(2-t)$, $AR=AC-CR=8-4t=4(2-t)$,

过点 Q 作 $QD \perp AC$ 于 D, 作 $QE \perp AB$ 于 E, $\therefore \angle A=90^\circ$,

$\therefore$ 四边形 APQD 是矩形,

$\therefore AE=DQ=3(2-t)$, $AD=QE=4t$,

$\therefore DR=|AD-AR|=|4t-4(2-t)|=4|2t-2|$, $PE=|AP-AE|=|3t-3(2-t)|=3|2t-2|$

$\therefore \angle DQE=90^\circ$, $\angle PQR=90^\circ$,

$\therefore \angle DQR=\angle EQP$,

$\therefore \tan \angle DQR=\tan \angle EQP$,

在 $Rt\triangle DQR$ 中, $\tan \angle DQR=\frac{DR}{DQ}=\frac{4|2t-2|}{3(2-t)}$,

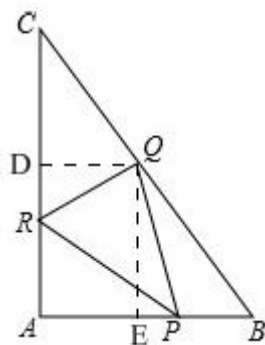
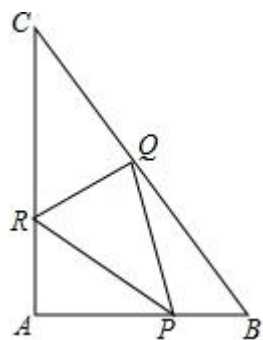
在 $Rt\triangle EQP$ 中, $\tan \angle EQP=\frac{PE}{QE}=\frac{3|2t-2|}{4t}$,

$$\therefore \frac{4|2t-2|}{3(2-t)}=\frac{3|2t-2|}{4t},$$

$$\therefore 16t=9(2-t),$$

$$\therefore t=\frac{18}{25}$$

即: $t=1$ 或 $\frac{18}{25}$ 秒时, $\angle PQR=90^\circ$.



【点评】 此题是三角形综合题, 主要考查了勾股定理, 锐角三角函数, 矩形的判定和性质, 三角形的面积公式, 解 (1) 的关键是求出 QD, QE, 解 (2) 的关键是建立函数关系式, 解 (3) 的关键是用 $\tan \angle DQR=\tan \angle EQP$ 建立方程, 是一道中等难度的题目.

