

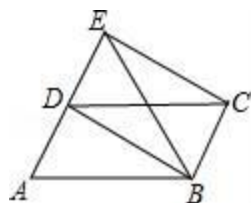
2016 年黑龙江省龙东地区中考数学试卷

一、填空题（共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分）

1. 2015 年 12 月 6 日第十届全球孔子学院大会在上海召开，截止到会前，网络孔子学院注册用户达 800 万人，数据 800 万人用科学记数法表示为_____人.

2. 在函数 $y = \sqrt{3x - 6}$ 中，自变量 x 的取值范围是_____.

3. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，延长 AD 到点 E ，使 $DE = AD$ ，连接 EB ， EC ， DB 请你添加一个条件_____，使四边形 $DBCE$ 是矩形.

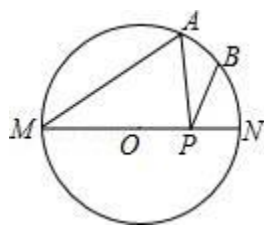


4. 在一个不透明的袋子中装有除颜色外其他均相同的 4 个红球，3 个白球，2 个绿球，则摸出绿球的概率是_____.

5. 不等式组 $\begin{cases} x > -1 \\ x < m \end{cases}$ 有 3 个整数解，则 m 的取值范围是_____.

6. 一件服装的标价为 300 元，打八折销售后可获利 60 元，则该件服装的成本价是_____元.

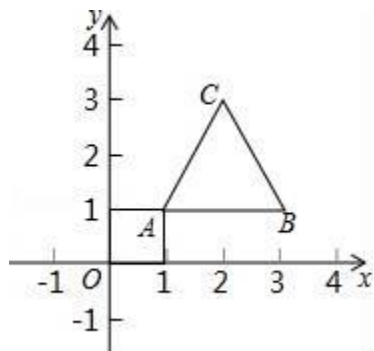
7. 如图， MN 是 $\odot O$ 的直径， $MN = 4$ ， $\angle AMN = 40^\circ$ ，点 B 为弧 AN 的中点，点 P 是直径 MN 上的一个动点，则 $PA + PB$ 的最小值为_____.



8. 小丽在手工制作课上，想用扇形卡纸制作一个圣诞帽，卡纸的半径为 30cm，面积为 $300\pi \text{ cm}^2$ ，则这个圣诞帽的底面半径为_____cm.

9. 已知：在平行四边形 $ABCD$ 中，点 E 在直线 AD 上， $AE = \frac{1}{3}AD$ ，连接 CE 交 BD 于点 F ，则 $EF : FC$ 的值是_____.

10. 如图，等边三角形的顶点 $A(1, 1)$ 、 $B(3, 1)$ ，规定把等边 $\triangle ABC$ “先沿 x 轴翻折，再向左平移 1 个单位”为一次变换，如果这样连续经过 2016 次变换后，等边 $\triangle ABC$ 的顶点 C 的坐标为_____.

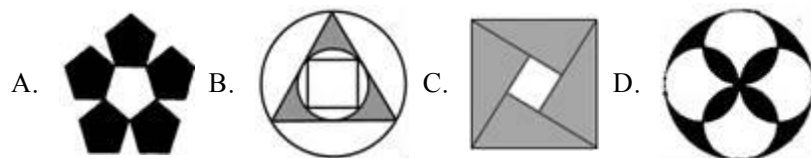


二、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分）

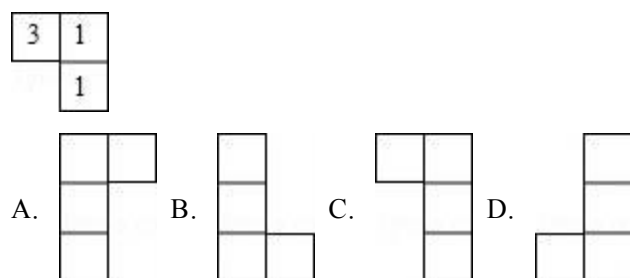
11. 下列运算中，计算正确的是（ ）

- A. $2a \cdot 3a = 6a$ B. $(3a^2)^3 = 27a^6$
C. $a^4 \div a^2 = 2a$ D. $(a+b)^2 = a^2 + ab + b^2$

12. 下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（ ）



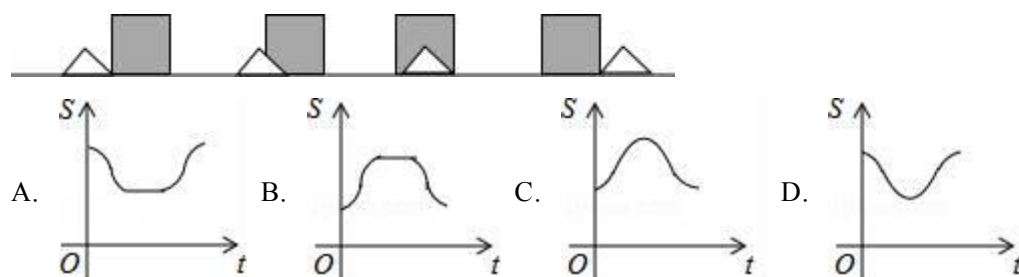
13. 如图，由 5 块完全相同的小正方体所搭成的几何体的俯视图，小正方形中的数字表示在该位置小正方体的个数，其主视图是（ ）



14. 一次招聘活动中，共有 8 人进入复试，他们的复试成绩（百分制）如下：70，100，90，80，70，90，90，80. 对于这组数据，下列说法正确的是（ ）

- A. 平均数是 80 B. 众数是 90 C. 中位数是 80 D. 极差是 70

15. 如图，直角边长为 1 的等腰直角三角形与边长为 2 的正方形在同一水平线上，三角形沿水平线从左向右匀速穿过正方形. 设穿过时间为 t ，正方形与三角形不重合部分的面积为 s （阴影部分），则 s 与 t 的大致图象为（ ）



16. 关于 x 的分式方程 $\frac{2x-m}{x+1} = 3$ 的解是正数，则字母 m 的取值范围是（ ）

- A. $m > 3$ B. $m > -3$ C. $m > -3$ D. $m < -3$

17. 若点 O 是等腰 $\triangle ABC$ 的外心，且 $\angle BOC = 60^\circ$ ，底边 $BC = 2$ ，则 $\triangle ABC$ 的面积为（ ）

- A. $2 + \sqrt{3}$ B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ C. $2 + \sqrt{3}$ 或 $2 - \sqrt{3}$ D. $4 + 2\sqrt{3}$ 或 $2 - \sqrt{3}$

18. 已知反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ ，当 $1 < x < 3$ 时， y 的最小整数值是（ ）

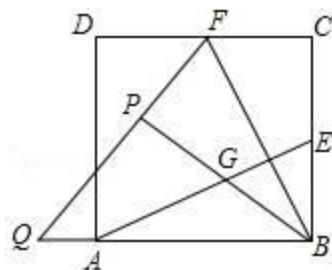
- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

19. 为了丰富学生课外小组活动，培养学生动手操作能力，王老师让学生把 5m 长的彩绳截成 2m 或 1m 的彩绳，用来做手工编织，在不造成浪费的前提下，你有几种不同的截法（ ）

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

20. 如图，在正方形 ABCD 中，E、F 分别为 BC、CD 的中点，连接 AE，BF 交于点 G，将 $\triangle BCF$ 沿 BF 对折，得到 $\triangle BPF$ ，延长 FP 交 BA 延长线于点 Q，下列结论正确的个数是 ()

① $AE=BF$ ；② $AE \perp BF$ ；③ $\sin \angle BQP = \frac{4}{5}$ ；④ $S_{\text{四边形 ECFG}} = 2S_{\triangle BGE}$.



A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

三、解答题 (满分 60 分)

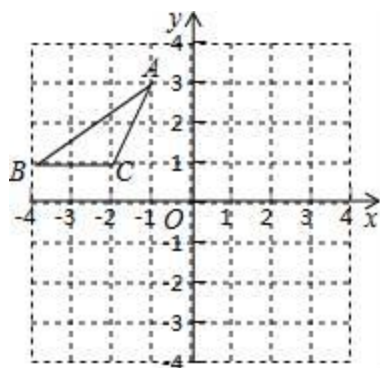
21. 先化简，再求值： $(1 + \frac{1}{x-2}) \div \frac{x^2 - 2x + 1}{x-2}$ ，其中 $x = 4 - \tan 45^\circ$.

22. 如图，在平面直角坐标系中，点 A、B、C 的坐标分别为 $(-1, 3)$ 、 $(-4, 1)$ 、 $(-2, 1)$ ，先将 $\triangle ABC$ 沿一确定方向平移得到 $\triangle A_1B_1C_1$ ，点 B 的对应点 B_1 的坐标是 $(1, 2)$ ，再将 $\triangle A_1B_1C_1$ 绕原点 O 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle A_2B_2C_2$ ，点 A_1 的对应点为点 A_2 .

(1) 画出 $\triangle A_1B_1C_1$ ；

(2) 画出 $\triangle A_2B_2C_2$ ；

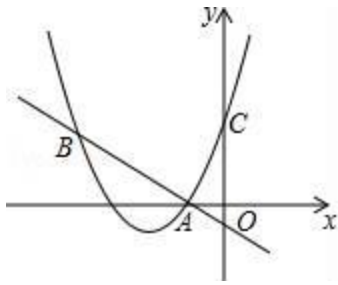
(3) 求出在这两次变换过程中，点 A 经过点 A_1 到达 A_2 的路径总长.



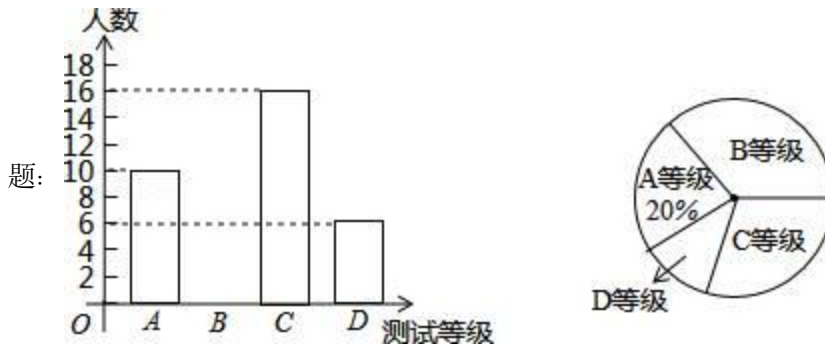
23. 如图，二次函数 $y = (x+2)^2 + m$ 的图象与 y 轴交于点 C，点 B 在抛物线上，且与点 C 关于抛物线的对称轴对称，已知一次函数 $y = kx + b$ 的图象经过该二次函数图象上的点 A $(-1, 0)$ 及点 B.

(1) 求二次函数与一次函数的解析式；

(2) 根据图象，写出满足 $(x+2)^2 + m \geq kx + b$ 的 x 的取值范围.



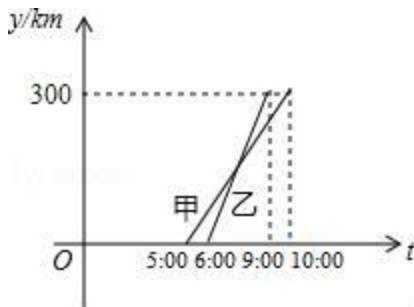
24. 某学校为了解八年级学生的体能状况，从八年级学生中随机抽取部分学生进行八百米跑体能测试，测试结果分为 A、B、C、D 四个等级，请根据两幅统计图中的信息回答下列问题：



- (1) 求本次测试共调查了多少名学生？
- (2) 求本次测试结果为 B 等级的学生数，并补全条形统计图；
- (3) 若该中学八年级共有 900 名学生，请你估计八年级学生中体能测试结果为 D 等级的学生有多少人？

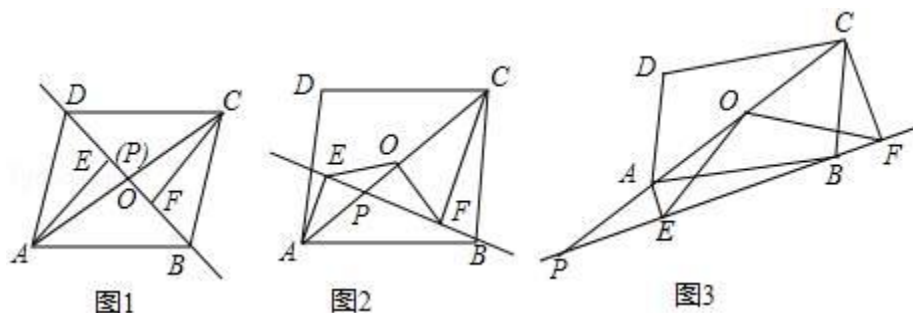
25. 甲、乙两车从 A 城出发前往 B 城，在整个行程中，两车离开 A 城的距离 y 与 t 的对应关系如图所示：

- (1) A、B 两城之间距离是多少千米？
- (2) 求乙车出发多长时间追上甲车？
- (3) 直接写出甲车出发多长时间，两车相距 20 千米.



26. 已知：点 P 是平行四边形 ABCD 对角线 AC 所在直线上的一个动点（点 P 不与点 A、C 重合），分别过点 A、C 向直线 BP 作垂线，垂足分别为点 E、F，点 O 为 AC 的中点.

- (1) 当点 P 与点 O 重合时如图 1，易证 $OE=OF$ （不需证明）
- (2) 直线 BP 绕点 B 逆时针方向旋转，当 $\angle OFE=30^\circ$ 时，如图 2、图 3 的位置，猜想线段 CF、AE、OE 之间有怎样的数量关系？请写出你对图 2、图 3 的猜想，并选择一种情况给予证明.



27. 某中学开学初到商场购买 A、B 两种品牌的足球，购买 A 种品牌的足球 50 个，B 种品牌的足球 25 个，共花费 4500 元，已知购买一个 B 种品牌的足球比购买一个 A 种品牌的足球多花 30 元。

(1) 求购买一个 A 种品牌、一个 B 种品牌的足球各需多少元。

(2) 学校为了响应习总书记“足球进校园”的号召，决定再次购进 A、B 两种品牌足球共 50 个，正好赶上商场对商品价格进行调整，A 品牌足球售价比第一次购买时提高 4 元，B 品牌足球按第一次购买时售价的 9 折出售，如果学校此次购买 A、B 两种品牌足球的总费用不超过第一次花费的 70%，且保证这次购买的 B 种品牌足球不少于 23 个，则这次学校有哪几种购买方案？

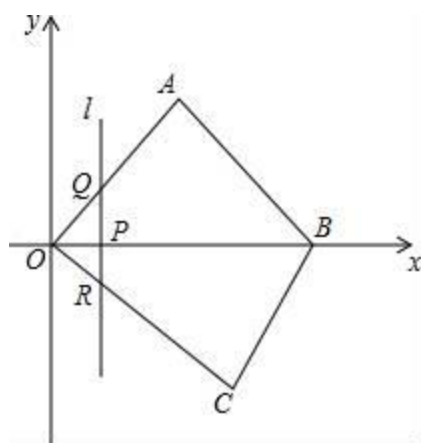
(3) 请你求出学校在第二次购买活动中最多需要多少资金？

28. 如图，在平面直角坐标系中，四边形 OABC 的顶点 O 是坐标原点，点 A 在第一象限，点 C 在第四象限，点 B 在 x 轴的正半轴上。 $\angle OAB = 90^\circ$ 且 $OA = AB$ ，OB、OC 的长分别是一元二次方程 $x^2 - 11x + 30 = 0$ 的两个根 ($OB > OC$)。

(1) 求点 A 和点 B 的坐标。

(2) 点 P 是线段 OB 上的一个动点 (点 P 不与点 O、B 重合)，过点 P 的直线 l 与 y 轴平行，直线 l 交边 OA 或边 AB 于点 Q，交边 OC 或边 BC 于点 R。设点 P 的横坐标为 t，线段 QR 的长度为 m。已知 $t = 4$ 时，直线 l 恰好过点 C。当 $0 < t < 3$ 时，求 m 关于 t 的函数关系式。

(3) 当 $m = 3.5$ 时，请直接写出点 P 的坐标。



2016 年黑龙江省龙东地区中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、填空题（共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分）

1. 2015 年 12 月 6 日第十届全球孔子学院大会在上海召开，截止到会前，网络孔子学院注册用户达 800 万人，数据 800 万人用科学记数法表示为 8×10^6 人.

【考点】科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】解：将 800 万用科学记数法表示为： 8×10^6 .

故答案为： 8×10^6 .

2. 在函数 $y = \sqrt{3x - 6}$ 中，自变量 x 的取值范围是 $x \geq 2$.

【考点】函数自变量的取值范围.

【分析】根据被开方数是非负数，可得答案.

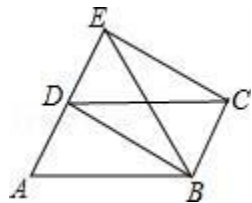
【解答】解：由题意，得

$$3x - 6 \geq 0,$$

$$\text{解得 } x \geq 2,$$

故答案为： $x \geq 2$.

3. 如图，在平行四边形 ABCD 中，延长 AD 到点 E，使 $DE = AD$ ，连接 EB，EC，DB 请你添加一个条件 $EB = DC$ ，使四边形 DBCE 是矩形.



【考点】矩形的判定；平行四边形的性质.

【分析】利用平行四边形的判定与性质得到四边形 DBCE 为平行四边形，结合“对角线相等的平行四边形为矩形”来添加条件即可.

【解答】解：添加 $EB = DC$. 理由如下：

$\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形，

$\therefore AD \parallel BC$ ，且 $AD = BC$ ，

$\therefore DE \parallel BC$ ，

又 $\because DE = AD$ ，

$\therefore DE = BC$ ，

$\therefore$ 四边形 DBCE 为平行四边形.

又 $\because EB = DC$ ，

$\therefore$ 四边形 DBCE 是矩形.

故答案是： $EB = DC$.

4. 在一个不透明的袋子中装有除颜色外其他均相同的 4 个红球, 3 个白球, 2 个绿球, 则摸出绿球的概率是 $\frac{2}{9}$.

【考点】概率公式.

【分析】由在一个不透明的袋子中装有除颜色外其他均相同的 4 个红球, 3 个白球, 2 个绿球, 直接利用概率公式求解即可求得答案.

【解答】解: $\because$ 在一个不透明的袋子中装有除颜色外其他均相同的 4 个红球, 3 个白球, 2 个绿球,

$\therefore$ 摸出绿球的概率是: $\frac{2}{4+3+2} = \frac{2}{9}$.

故答案为: $\frac{2}{9}$.

5. 不等式组 $\begin{cases} x > -1 \\ x < m \end{cases}$ 有 3 个整数解, 则 m 的取值范围是 $2 < x \leq 3$.

【考点】一元一次不等式组的整数解.

【分析】首先确定不等式组的整数解, 然后根据只有这三个整数解即可确定.

【解答】解: 不等式的整数解是 0, 1, 2. 则 m 的取值范围是 $2 < x \leq 3$.

故答案是: $2 < x \leq 3$.

6. 一件服装的标价为 300 元, 打八折销售后可获利 60 元, 则该件服装的成本价是 180 元.

【考点】一元一次方程的应用.

【分析】设该件服装的成本价是 x 元. 根据“利润=标价 $\times$ 折扣-进价”即可得出关于 x 的一元一次方程, 解方程即可得出结论.

【解答】解: 设该件服装的成本价是 x 元,

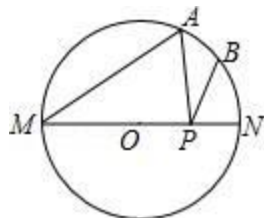
依题意得: $300 \times \frac{8}{10} - x = 60$,

解得: $x = 180$.

$\therefore$ 该件服装的成本价是 180 元.

故答案为: 180.

7. 如图, MN 是 $\odot O$ 的直径, $MN=4$, $\angle AMN=40^\circ$, 点 B 为弧 AN 的中点, 点 P 是直径 MN 上的一个动点, 则 $PA+PB$ 的最小值为 $2\sqrt{3}$.



【考点】轴对称-最短路线问题; 圆周角定理.

【分析】过 A 作关于直线 MN 的对称点 A' , 连接 $A'B$, 由轴对称的性质可知 $A'B$ 即为 $PA+PB$ 的最小值, 由对称的性质可知 $\widehat{AN} = \widehat{A'N}$, 再由圆周角定理可求出 $\angle A'ON$ 的度数, 再由勾股定理即可求解.

【解答】解：过 A 作关于直线 MN 的对称点 A'，连接 A'B，由轴对称的性质可知 A'B 即为 PA+PB 的最小值，

连接 OB，OA'，AA'，

∵ AA' 关于直线 MN 对称，

∴ $\widehat{AN} = \widehat{A'N}$ ，

∴ $\angle AMN = 40^\circ$ ，

∴ $\angle A'ON = 80^\circ$ ， $\angle BON = 40^\circ$ ，

∴ $\angle A'OB = 120^\circ$ ，

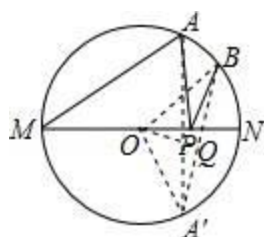
过 O 作 $OQ \perp A'B$ 于 Q，

在 $Rt\triangle A'OQ$ 中， $OA' = 2$ ，

∴ $A'B = 2A'Q = 2\sqrt{3}$ ，

即 PA+PB 的最小值 $2\sqrt{3}$ 。

故答案为： $2\sqrt{3}$ 。



8. 小丽在手工制作课上，想用扇形卡纸制作一个圣诞帽，卡纸的半径为 30cm，面积为 $300\pi\text{cm}^2$ ，则这个圣诞帽的底面半径为 10 cm.

【考点】圆锥的计算.

【分析】由圆锥的几何特征，我们可得用半径为 30cm，面积为 $300\pi\text{cm}^2$ 的扇形卡纸制作一个圣诞帽，则圆锥的底面周长等于扇形的弧长，据此求得圆锥的底面圆的半径.

【解答】解：设卡纸扇形的半径和弧长分别为 R、l，圣诞帽底面半径为 r，

则由题意得 $R=30$ ，由 $\frac{1}{2}Rl=300\pi$ 得 $l=20\pi$ ；

由 $2\pi r=l$ 得 $r=10\text{cm}$.

故答案是：10.

9. 已知：在平行四边形 ABCD 中，点 E 在直线 AD 上， $AE=\frac{1}{3}AD$ ，连接 CE 交 BD 于点 F，

则 EF：FC 的值是 $\frac{2}{3}$ 或 $\frac{4}{3}$ 。

【考点】相似三角形的判定与性质；平行四边形的性质.

【分析】分两种情况：①当点 E 在线段 AD 上时，由四边形 ABCD 是平行四边形，可证得 $\triangle EFD \sim \triangle CFB$ ，求出 DE：BC=2：3，即可求得 EF：FC 的值；

②当点 E 在射线 DA 上时，同①得： $\triangle EFD \sim \triangle CFB$ ，求出 DE：BC=4：3，即可求得 EF：FC 的值.

【解答】解：∵ $AE=\frac{1}{3}AD$ ，

∴ 分两种情况：

①当点 E 在线段 AD 上时，如图 1 所示

∵ 四边形 ABCD 是平行四边形,

∴ AD ∥ BC, AD=BC,

∴ △EFD ∽ △CFB,

∴ EF: FC=DE: BC,

∴ AE = $\frac{1}{3}$ AD,

∴ DE = 2AE = $\frac{2}{3}$ AD = $\frac{2}{3}$ BC,

∴ DE: BC = 2: 3,

∴ EF: FC = 2: 3;

② 当点 E 在线段 DA 的延长线上时, 如图 2 所示:

同①得: △EFD ∽ △CFB,

∴ EF: FC=DE: BC,

∴ AE = $\frac{1}{3}$ AD,

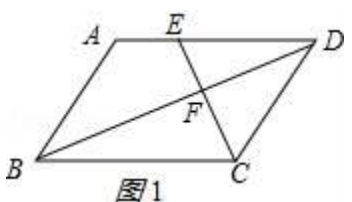
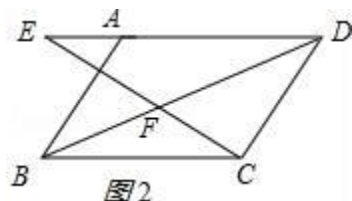
∴ DE = 4AE = $\frac{4}{3}$ AD = $\frac{4}{3}$ BC,

∴ DE: BC = 4: 3,

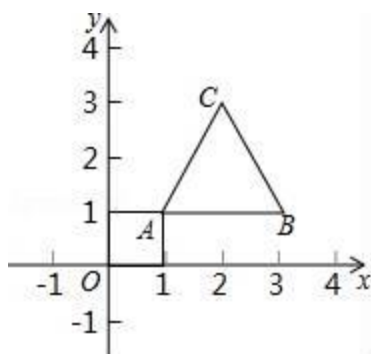
∴ EF: FC = 4: 3;

综上所述: EF: FC 的值是 $\frac{2}{3}$ 或 $\frac{4}{3}$;

故答案为: $\frac{2}{3}$ 或 $\frac{4}{3}$.



10. 如图, 等边三角形的顶点 A (1, 1)、B (3, 1), 规定把等边△ABC“先沿 x 轴翻折, 再向左平移 1 个单位”为一次变换, 如果这样连续经过 2016 次变换后, 等边△ABC 的顶点 C 的坐标为_____.



【考点】翻折变换（折叠问题）；等边三角形的性质；坐标与图形变化-平移.

【分析】据轴对称判断出点 A 变换后在 x 轴上方，然后求出点 A 纵坐标，再根据平移的距离求出点 A 变换后的横坐标，最后写出即可.

【解答】解：解： $\because \triangle ABC$ 是等边三角形 $AB=3-1=2$,

$\therefore$ 点 C 到 x 轴的距离为 $1+2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}+1$,

横坐标为 2,

$\therefore A(2, \sqrt{3}+1)$,

第 2016 次变换后的三角形在 x 轴上方,

点 A 的纵坐标为 $\sqrt{3}+1$,

横坐标为 $2+2016\times 1=2018$,

所以, 点 A 的对应点 A' 的坐标是,

故答案为:.

二、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分）

11. 下列运算中，计算正确的是（ ）

A. $2a\cdot 3a=6a$ B. $(3a^2)^3=27a^6$

C. $a^4\div a^2=2a$ D. $(a+b)^2=a^2+ab+b^2$

【考点】整式的混合运算.

【分析】分别利用积的乘方运算法则以及同底数幂的除法运算法则、完全平方公式、单项式乘以单项式运算法则化简求出答案.

【解答】解：A、 $2a\cdot 3a=6a^2$ ，故此选项错误；

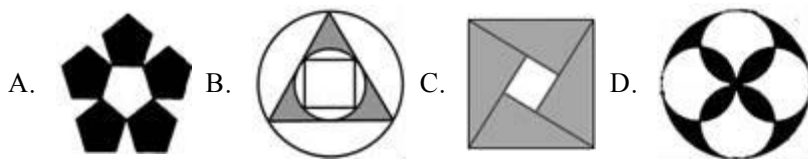
B、 $(3a^2)^3=27a^6$ ，正确；

C、 $a^4\div a^2=2a^2$ ，故此选项错误；

D、 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ ，故此选项错误；

故选：B.

12. 下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（ ）

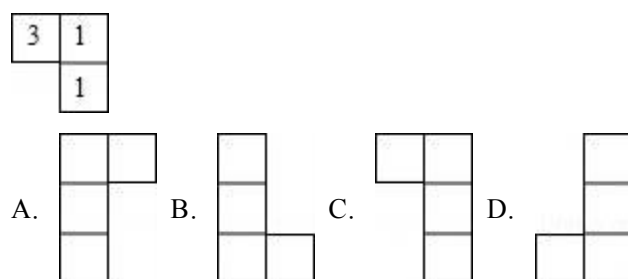


【考点】中心对称图形；轴对称图形.

【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解.

【解答】解：A、是轴对称图形，不是中心对称图形，因为找不到任何这样的一点，旋转 180 度后它的两部分能够重合；即不满足中心对称图形的定义，故此选项错误；
 B、是轴对称图形，不是中心对称图形，因为找不到任何这样的一点，旋转 180 度后它的两部分能够重合；即不满足中心对称图形的定义，故此选项错误；
 C、不是轴对称图形，是中心对称图形，故此选项错误；
 D、是轴对称图形，又是中心对称图形，故此选项正确。
 故选：D.

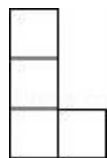
13. 如图，由 5 块完全相同的小正方体所搭成的几何体的俯视图，小正方形中的数字表示在该位置小正方体的个数，其主视图是（ ）



【考点】由三视图判断几何体；简单组合体的三视图.

【分析】由已知条件可知，主视图有 2 列，每列小正方形数目分别为 3，1，从而确定正确的选项.

【解答】解：由分析得该组合体的主视图为：



故选 B.

14. 一次招聘活动中，共有 8 人进入复试，他们的复试成绩（百分制）如下：70，100，90，80，70，90，90，80. 对于这组数据，下列说法正确的是（ ）
 A. 平均数是 80 B. 众数是 90 C. 中位数是 80 D. 极差是 70

【考点】极差；算术平均数；中位数；众数.

【分析】根据表中数据，分别利用中位数、众数、极差、平均数的定义即可求出它们，然后就可以作出判断.

【解答】解：依题意得众数为 90；

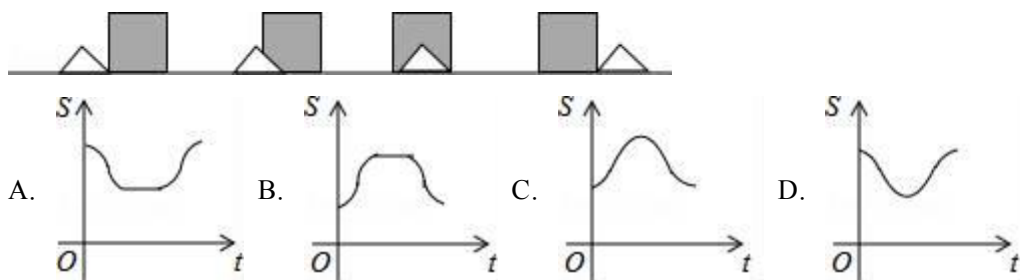
中位数为 $\frac{1}{2} (80+90) = 85$ ；

极差为 $100 - 70 = 30$ ；

平均数为 $\frac{1}{8} (70 \times 2 + 80 \times 2 + 90 \times 3 + 100) = 83.75$. 故 B 正确.

故选 B.

15. 如图，直角边长为 1 的等腰直角三角形与边长为 2 的正方形在同一水平线上，三角形沿水平线从左向右匀速穿过正方形. 设穿过时间为 t ，正方形与三角形不重合部分的面积为 s （阴影部分），则 s 与 t 的大致图象为（ ）



【考点】动点问题的函数图象.

【分析】根据直角边长为 1 的等腰直角三角形与边长为 2 的正方形在同一水平线上, 三角形沿水平线从左向右匀速穿过正方形可知, 当 $0 \leq t \leq \sqrt{2}$ 时, 以及当 $\sqrt{2} < t \leq 2$ 时, 当 $2 < t \leq 3$ 时, 求出函数关系式, 即可得出答案.

【解答】解: $\because$ 直角边长为 1 的等腰直角三角形与边长为 2 的正方形在同一水平线上, 三角形沿水平线从左向右匀速穿过正方形. 设穿过时间为 t , 正方形与三角形不重合部分的面积为 s ,

$\therefore s$ 关于 t 的函数大致图象应为: 三角形进入正方形以前 s 增大,

$$\text{当 } 0 \leq t \leq \sqrt{2} \text{ 时, } s = \frac{1}{2} \times 1 \times 1 + 2 \times 2 - \frac{1}{2} \times t^2 = \frac{9}{2} - \frac{1}{2} t^2;$$

$$\text{当 } \sqrt{2} < t \leq 2 \text{ 时, } s = 2^2 - \frac{1}{2} \times 1^2 = \frac{7}{2};$$

$$\text{当 } 2 < t \leq 3 \text{ 时, } s = \frac{9}{2} - \frac{1}{2} (3-t)^2 = -\frac{1}{2} t^2 + 3t,$$

$\therefore A$ 符合要求, 故选 A.

16. 关于 x 的分式方程 $\frac{2x-m}{x+1} = 3$ 的解是正数, 则字母 m 的取值范围是 ()

A. $m > 3$ B. $m > -3$ C. $m > -3$ D. $m < -3$

【考点】分式方程的解.

【分析】分式方程去分母转化为整式方程, 由分式方程解为正数确定出 m 的范围即可.

【解答】解: 分式方程去分母得: $2x - m = 3x + 3$,

解得: $x = -m - 3$,

由分式方程的解为正数, 得到 $-m - 3 > 0$, 且 $-m - 3 \neq -1$,

解得: $m < -3$,

故选 D

17. 若点 O 是等腰 $\triangle ABC$ 的外心, 且 $\angle BOC = 60^\circ$, 底边 $BC = 2$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为 ()

A. $2 + \sqrt{3}$ B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ C. $2 + \sqrt{3}$ 或 $2 - \sqrt{3}$ D. $4 + 2\sqrt{3}$ 或 $2 - \sqrt{3}$

【考点】三角形的外接圆与外心; 等腰三角形的性质.

【分析】根据题意可以画出相应的图形, 然后根据不同情况, 求出相应的边的长度, 从而可以求出不同情况下 $\triangle ABC$ 的面积, 本题得以解决.

【解答】解: 由题意可得, 如右图所示,

存在两种情况,

当 $\triangle ABC$ 为 $\triangle A_1BC$ 时, 连接 OB 、 OC ,

$\because$ 点 O 是等腰 $\triangle ABC$ 的外心, 且 $\angle BOC = 60^\circ$, 底边 $BC = 2$, $OB = OC$,

∴ $\triangle OBC$ 为等边三角形, $OB=OC=BC=2$, $OA_1 \perp BC$ 于点 D ,

$$\therefore CD=1, OD=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3},$$

$$\therefore S_{\triangle A_1BC} = \frac{BC \cdot A_1D}{2} = \frac{2 \times (2-\sqrt{3})}{2} = 2-\sqrt{3},$$

当 $\triangle ABC$ 为 $\triangle A_2BC$ 时, 连接 OB 、 OC ,

∵ 点 O 是等腰 $\triangle ABC$ 的外心, 且 $\angle BOC=60^\circ$, 底边 $BC=2$, $OB=OC$,

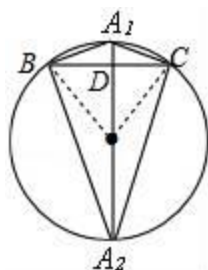
∴ $\triangle OBC$ 为等边三角形, $OB=OC=BC=2$, $OA_1 \perp BC$ 于点 D ,

$$\therefore CD=1, OD=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3},$$

$$\therefore S_{\triangle A_2BC} = \frac{BC \cdot DA_2}{2} = \frac{2 \times (2+\sqrt{3})}{2} = 2+\sqrt{3},$$

由上可得, $\triangle ABC$ 的面积为 $2-\sqrt{3}$ 或 $2+\sqrt{3}$,

故选 C.



18. 已知反比例函数 $y=\frac{6}{x}$, 当 $1 < x < 3$ 时, y 的最小整数值是 ()

A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

【考点】反比例函数的性质.

【分析】根据反比例函数系数 $k > 0$, 结合反比例函数的性质即可得知该反比例函数在 $x > 0$ 中单调递减, 再结合 x 的取值范围, 可得出 y 的取值范围, 取其内的最小整数, 本题得解.

【解答】解: 在反比例函数 $y=\frac{6}{x}$ 中 $k=6 > 0$,

∴ 该反比例函数在 $x > 0$ 内, y 随 x 的增大而减小,

$$\text{当 } x=3 \text{ 时, } y=\frac{6}{3}=2; \text{ 当 } x=1 \text{ 时, } y=\frac{6}{1}=6.$$

∴ 当 $1 < x < 3$ 时, $2 < y < 6$.

∴ y 的最小整数值是 3.

故选 A.

19. 为了丰富学生课外小组活动, 培养学生动手操作能力, 王老师让学生把 5m 长的彩绳截成 2m 或 1m 的彩绳, 用来做手工编织, 在不造成浪费的前提下, 你有几种不同的截法 ()

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【考点】二元一次方程的应用.

【分析】截下来的符合条件的彩绳长度之和刚好等于总长 9 米时, 不造成浪费, 设截成 2 米长的彩绳 x 根, 1 米长的 y 根, 由题意得到关于 x 与 y 的方程, 求出方程的正整数解即可得到结果.

【解答】解：截下来的符合条件的彩绳长度之和刚好等于总长 5 米时，不造成浪费，
 设截成 2 米长的彩绳 x 根，1 米长的 y 根，
 由题意得， $2x+y=5$ ，

因为 x, y 都是正整数，所以符合条件的解为：

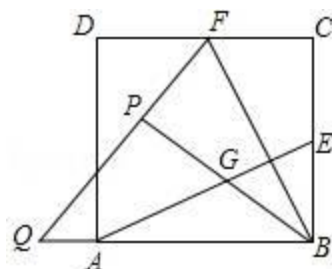
$$\begin{cases} x=0 \\ y=5 \end{cases}, \begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}, \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases},$$

则共有 3 种不同截法，

故选：C.

20. 如图，在正方形 ABCD 中，E、F 分别为 BC、CD 的中点，连接 AE，BF 交于点 G，将 $\triangle BCF$ 沿 BF 对折，得到 $\triangle BPF$ ，延长 FP 交 BA 延长线于点 Q，下列结论正确的个数是 ()

① $AE=BF$ ；② $AE \perp BF$ ；③ $\sin \angle BQP = \frac{4}{5}$ ；④ $S_{\text{四边形 ECFG}} = 2S_{\triangle BGE}$.



A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

【考点】 四边形综合题.

【分析】 首先证明 $\triangle ABE \cong \triangle BCF$ ，再利用角的关系求得 $\angle BGE = 90^\circ$ ，即可得到① $AE=BF$ ；
 ② $AE \perp BF$ ； $\triangle BCF$ 沿 BF 对折，得到 $\triangle BPF$ ，利用角的关系求出 $QF=QB$ ，解出 BP，QB，
 根据正弦的定义即可求解；根据 AA 可证 $\triangle BGE$ 与 $\triangle BCF$ 相似，进一步得到相似比，再根据相似三角形的性质即可求解.

【解答】解： $\because E, F$ 分别是正方形 ABCD 边 BC，CD 的中点，
 $\therefore CF=BE$ ，

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle BCF$ 中，

$$\begin{cases} AB=BC \\ \angle ABE=\angle BCF, \\ BE=CF \end{cases}$$

$\therefore \text{Rt} \triangle ABE \cong \text{Rt} \triangle BCF$ (SAS),

$\therefore \angle BAE = \angle CBF$, $AE=BF$, 故①正确；

又 $\because \angle BAE + \angle BEA = 90^\circ$,

$\therefore \angle CBF + \angle BEA = 90^\circ$,

$\therefore \angle BGE = 90^\circ$,

$\therefore AE \perp BF$, 故②正确；

根据题意得， $FP=FC$, $\angle PFB = \angle BFC$, $\angle FPB = 90^\circ$

$\because CD \parallel AB$,

$\therefore \angle CFB = \angle ABF$,

$\therefore \angle ABF = \angle PFB$,

$\therefore QF=QB$,

令 $PF=k$ ($k>0$), 则 $PB=2k$

在 $Rt\triangle BPQ$ 中, 设 $QB=x$,

$$\therefore x^2 = (x-k)^2 + 4k^2,$$

$$\therefore x = \frac{5k}{2},$$

$$\therefore \sin \angle BQP = \frac{BP}{QB} = \frac{4}{5}, \text{ 故③正确;}$$

$$\because \angle BGE = \angle BCF, \quad \angle GBE = \angle CBF,$$

$$\therefore \triangle BGE \sim \triangle BCF,$$

$$\because BE = \frac{1}{2}BC, \quad BF = \frac{\sqrt{5}}{2}BC,$$

$$\therefore BE:BF = 1:\sqrt{5},$$

$$\therefore \triangle BGE \text{ 的面积} : \triangle BCF \text{ 的面积} = 1:5,$$

$$\therefore S_{\text{四边形 ECFG}} = 4S_{\triangle BGE}, \text{ 故④错误.}$$

故选: B.

三、解答题 (满分 60 分)

21. 先化简, 再求值: $(1 + \frac{1}{x-2}) \div \frac{x^2 - 2x + 1}{x-2}$, 其中 $x = 4 - \tan 45^\circ$.

【考点】 分式的化简求值; 特殊角的三角函数值.

【分析】 先算括号里面的, 再算除法, 求出 x 的值代入进行计算即可.

【解答】 解: 原式 $= \frac{x-1}{x-2} \cdot \frac{x-2}{(x-1)^2}$

$$= \frac{1}{x-1},$$

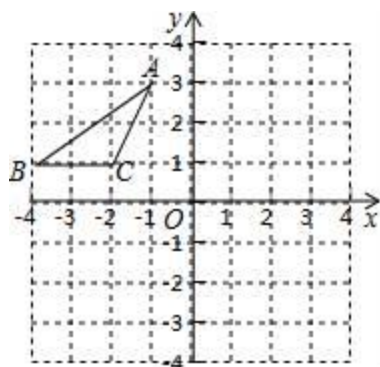
当 $x = 4 - \tan 45^\circ = 4 - 1 = 3$ 时, 原式 $= \frac{1}{3-1} = \frac{1}{2}$.

22. 如图, 在平面直角坐标系中, 点 A、B、C 的坐标分别为 $(-1, 3)$ 、 $(-4, 1)$ 、 $(-2, 1)$, 先将 $\triangle ABC$ 沿一确定方向平移得到 $\triangle A_1B_1C_1$, 点 B 的对应点 B_1 的坐标是 $(1, 2)$, 再将 $\triangle A_1B_1C_1$ 绕原点 O 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle A_2B_2C_2$, 点 A_1 的对应点为点 A_2 .

(1) 画出 $\triangle A_1B_1C_1$;

(2) 画出 $\triangle A_2B_2C_2$;

(3) 求出在这两次变换过程中, 点 A 经过点 A_1 到达 A_2 的路径总长.



【考点】 作图-旋转变换；作图-平移变换.

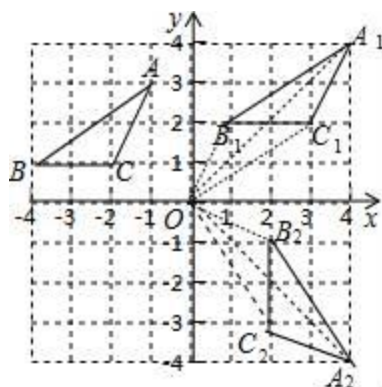
【分析】 (1) 由 B 点坐标和 B_1 的坐标得到 $\triangle ABC$ 向右平移 5 个单位，再向上平移 1 个单位得到 $\triangle A_1B_1C_1$ ，则根据点平移的规律写出 A_1 和 C_1 的坐标，然后描点即可得到 $\triangle A_1B_1C_1$ ；

(2) 利用网格特点和旋转的性质画出点 A_1 的对应点为点 A_2 ，点 B_1 的对应点为点 B_2 ，点 C_1 的对应点为点 C_2 ，从而得到 $\triangle A_2B_2C_2$ ；

(3) 先利用勾股定理计算平移的距离，再计算以 OA_1 为半径，圆心角为 90° 的弧长，然后把它们相加即可得到这两次变换过程中，点 A 经过点 A_1 到达 A_2 的路径总长.

【解答】 解：(1) 如图， $\triangle A_1B_1C_1$ 为所作；

(2) 如图， $\triangle A_2B_2C_2$ 为所作；



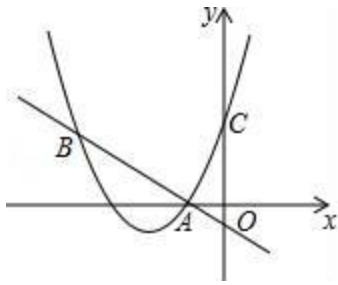
$$(3) OA = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}.$$

$$\text{点 A 经过点 } A_1 \text{ 到达 } A_2 \text{ 的路径总长} = \sqrt{5^2 + 1^2} + \frac{90 \cdot \pi \cdot 4\sqrt{2}}{180} = \sqrt{26} + 2\sqrt{2}\pi.$$

23. 如图，二次函数 $y = (x+2)^2 + m$ 的图象与 y 轴交于点 C，点 B 在抛物线上，且与点 C 关于抛物线的对称轴对称，已知一次函数 $y = kx + b$ 的图象经过该二次函数图象上的点 A (-1, 0) 及点 B.

(1) 求二次函数与一次函数的解析式；

(2) 根据图象，写出满足 $(x+2)^2 + m \geq kx + b$ 的 x 的取值范围.



【考点】二次函数与不等式（组）；待定系数法求一次函数解析式；待定系数法求二次函数解析式.

【分析】（1）先利用待定系数法先求出 m ，再求出点 B 坐标，利用方程组求出太阳还是解析式.

（2）根据二次函数的图象在一次函数的图象上面即可写出自变量 x 的取值范围.

【解答】解：（1） $\because$ 抛物线 $y = (x+2)^2 + m$ 经过点 $A(-1, 0)$,

$$\therefore 0 = 1 + m,$$

$$\therefore m = -1,$$

$$\therefore \text{抛物线解析式为 } y = (x+2)^2 - 1 = x^2 + 4x + 3,$$

$$\therefore \text{点 } C \text{ 坐标 } (0, 3),$$

$$\therefore \text{对称轴 } x = -2, B、C \text{ 关于对称轴对称},$$

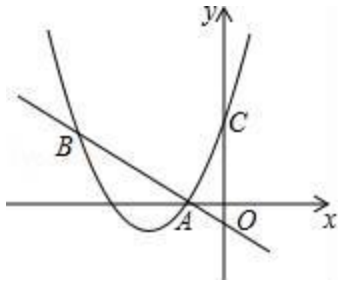
$$\therefore \text{点 } B \text{ 坐标 } (-4, 3),$$

$$\therefore y = kx + b \text{ 经过点 } A、B,$$

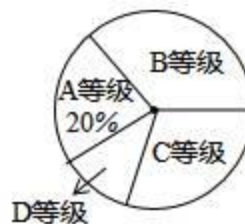
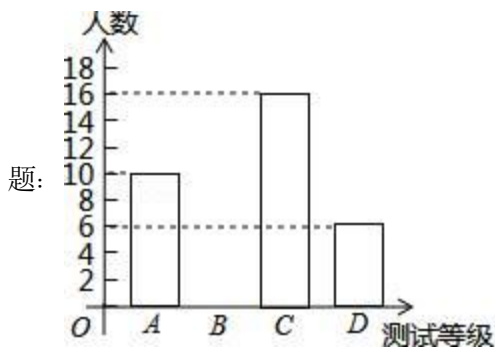
$$\therefore \begin{cases} -4k + b = 3 \\ -k + b = 0 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k = -1 \\ b = - \end{cases},$$

$$\therefore \text{一次函数解析式为 } y = -x - 1,$$

（2）由图象可知，写出满足 $(x+2)^2 + m \geq kx + b$ 的 x 的取值范围为 $x < -4$ 或 $x > -1$.



24. 某学校为了了解八年级学生的体能状况，从八年级学生中随机抽取部分学生进行八百米跑体能测试，测试结果分为 A、B、C、D 四个等级，请根据两幅统计图中的信息回答下列问



- (1) 求本次测试共调查了多少名学生？
- (2) 求本次测试结果为 B 等级的学生数，并补全条形统计图；
- (3) 若该中学八年级共有 900 名学生，请你估计八年级学生中体能测试结果为 D 等级的学生有多少人？

【考点】条形统计图；用样本估计总体；扇形统计图.

【分析】(1) 设本次测试共调查了 x 名学生，根据总体、个体、百分比之间的关系列出方程即可解决.

(2) 用总数减去 A、C、D 中的人数，即可解决，画出条形图即可.

(3) 用样本估计总体的思想解决问题.

【解答】解：(1) 设本次测试共调查了 x 名学生.

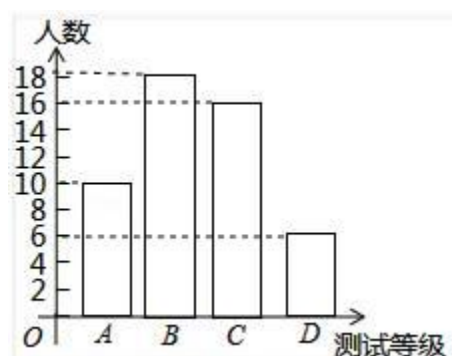
由题意 $x \cdot 20\% = 10$,

$x = 50$.

$\therefore$ 本次测试共调查了 50 名学生.

(2) 测试结果为 B 等级的学生数 $= 50 - 10 - 16 - 6 = 18$ 人.

条形统计图如图所示，

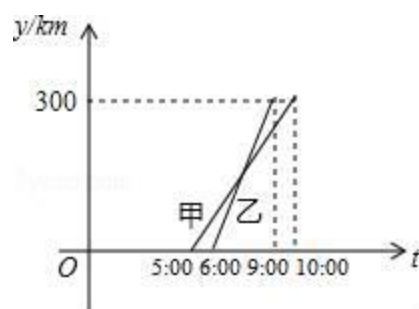


(3) $\because$ 本次测试等级为 D 所占的百分比为 $\frac{6}{50} = 12\%$,

$\therefore$ 该中学八年级共有 900 名学生中测试结果为 D 等级的学生有 $900 \times 12\% = 108$ 人.

25. 甲、乙两车从 A 城出发前往 B 城，在整个行程中，两车离开 A 城的距离 y 与 t 的对应关系如图所示：

- (1) A、B 两城之间距离是多少千米？
- (2) 求乙车出发多长时间追上甲车？
- (3) 直接写出甲车出发多长时间，两车相距 20 千米.



【考点】一次函数的应用.

【分析】(1) 根据图象即可得出结论.

(2) 先求出甲乙两人的速度，再列出方程即可解决问题.

(3) 根据 $y_{\text{甲}} - y_{\text{乙}} = 20$ 或 $y_{\text{乙}} - y_{\text{甲}} = 20$, 列出方程即可解决.

【解答】解: (1) 由图象可知 A、B 两城之间距离是 300 千米.

(2) 设乙车出发 x 小时追上甲车.

由图象可知, 甲的速度 $= \frac{300}{5} = 60$ 千米/小时.

乙的速度 $= \frac{300}{4} = 75$ 千米/小时.

由题意 $(75 - 60)x = 60$

解得 $x = 4$ 小时.

(3) 设 $y_{\text{甲}} = kx + b$, 则 $\begin{cases} 5k + b = 0 \\ 10k + b = 300 \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k = 60 \\ b = -300 \end{cases}$

$\therefore y_{\text{甲}} = 60x - 300$,

设 $y_{\text{乙}} = k'x + b'$, 则 $\begin{cases} 6k' + b' = 0 \\ 9k' + b' = 300 \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k' = 100 \\ b' = -600 \end{cases}$

$\therefore y_{\text{乙}} = 100x - 600$,

$\therefore$ 两车相距 20 千米,

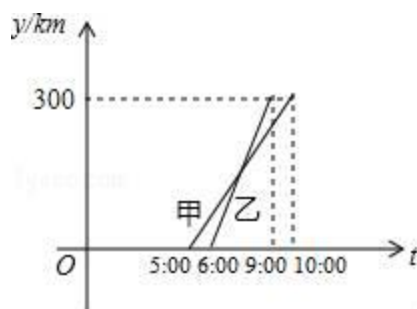
$\therefore y_{\text{甲}} - y_{\text{乙}} = 20$ 或 $y_{\text{乙}} - y_{\text{甲}} = 20$ 或 $y_{\text{甲}} = 20$ 或 $y_{\text{甲}} = 280$,

即 $60x - 300 - 20 = 20$ 或 $100x - 600 - (60x - 300) = 20$ 或 $60x - 300 = 20$ 或 $60x - 300 = 280$

解得 $x = 7$ 或 8 或 $\frac{16}{3}$ 或 $\frac{29}{3}$,

$\therefore 7 - 5 = 2, 8 - 5 = 3, \frac{16}{3} - 5 = \frac{1}{3}, \frac{29}{3} - (\quad) = \frac{14}{3}$

$\therefore$ 甲车出发 2 小时或 3 小时或 $\frac{1}{3}$ 小时或 $\frac{14}{3}$ 小时, 两车相距 20 千米.



26. 已知: 点 P 是平行四边形 ABCD 对角线 AC 所在直线上的一个动点 (点 P 不与点 A、C 重合), 分别过点 A、C 向直线 BP 作垂线, 垂足分别为点 E、F, 点 O 为 AC 的中点.

(1) 当点 P 与点 O 重合时如图 1, 易证 $OE = OF$ (不需证明)

(2) 直线 BP 绕点 B 逆时针方向旋转, 当 $\angle OFE = 30^\circ$ 时, 如图 2、图 3 的位置, 猜想线段 CF、AE、OE 之间有怎样的数量关系? 请写出你对图 2、图 3 的猜想, 并选择一种情况给予证明.

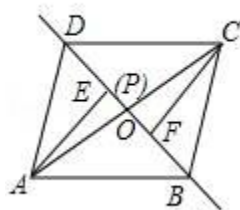


图1

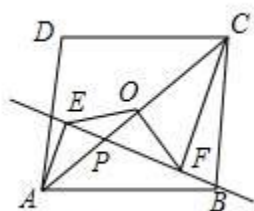


图2

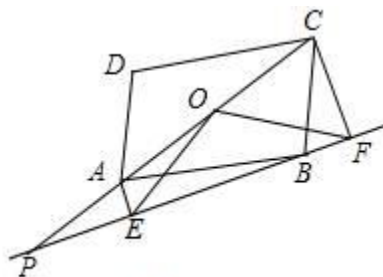


图3

【考点】 四边形综合题.

【分析】 (1) 由 $\triangle AOE \cong \triangle COF$ 即可得出结论.

(2) 图 2 中的结论为: $CF = OE + AE$, 延长 EO 交 CF 于点 G , 只要证明 $\triangle EOA \cong \triangle GOC$, $\triangle OFG$ 是等边三角形, 即可解决问题.

图 3 中的结论为: $CF = OE - AE$, 延长 EO 交 FC 的延长线于点 G , 证明方法类似.

【解答】 解: (1) $\because AE \perp PB$, $CF \perp BP$,

$\therefore \angle AEO = \angle CFO = 90^\circ$,

在 $\triangle AEO$ 和 $\triangle CFO$ 中,

$$\begin{cases} \angle AEO = \angle CFO \\ \angle AOE = \angle COF, \\ AO = OC \end{cases}$$

$\therefore \triangle AOE \cong \triangle COF$,

$\therefore OE = OF$.

(2) 图 2 中的结论为: $CF = OE + AE$.

图 3 中的结论为: $CF = OE - AE$.

选图 2 中的结论证明如下:

延长 EO 交 CF 于点 G ,

$\because AE \perp BP$, $CF \perp BP$,

$\therefore AE \parallel CF$,

$\therefore \angle EAO = \angle GCO$,

在 $\triangle EOA$ 和 $\triangle GOC$ 中,

$$\begin{cases} \angle EAO = \angle GCO \\ AO = OC \\ \angle AOE = \angle COG \end{cases},$$

$\therefore \triangle EOA \cong \triangle GOC$,

$\therefore EO = GO$, $AE = CG$,

在 $RT\triangle EFG$ 中, $\because EO = OG$,

$\therefore OE = OF = GO$,

$\because \angle OFE = 30^\circ$,

$\therefore \angle OFG = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$,

$\therefore \triangle OFG$ 是等边三角形,

$\therefore OF = GF$,

$\because OE = OF$,

$\therefore OE = FG$,

$\because CF = FG + CG$,

$\therefore CF = OE + AE$.

选图 3 的结论证明如下:

延长 EO 交 FC 的延长线于点 G,

$\because AE \perp BP, CF \perp BP,$

$\therefore AE \parallel CF,$

$\therefore \angle AEO = \angle G,$

在 $\triangle AOE$ 和 $\triangle COG$ 中,

$$\begin{cases} \angle AEO = \angle G \\ \angle AOE = \angle GOC, \\ AO = OC \end{cases}$$

$\therefore \triangle AOE \cong \triangle COG,$

$\therefore OE = OG, AE = CG,$

在 $RT\triangle EFG$ 中, $\because OE = OG,$

$\therefore OE = OF = OG,$

$\because \angle OFE = 30^\circ,$

$\therefore \angle OFG = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ,$

$\therefore \triangle OFG$ 是等边三角形,

$\therefore OF = FG,$

$\because OE = OF,$

$\therefore OE = FG,$

$\because CF = FG - CG,$

$\therefore CF = OE - AE.$

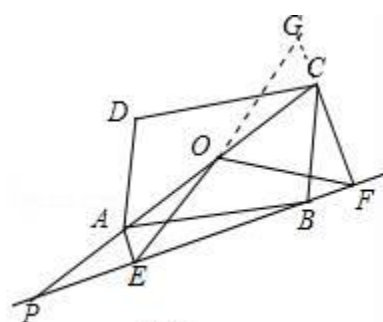


图3

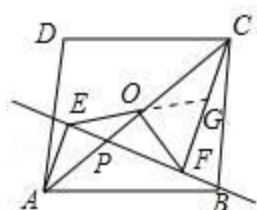


图2

27. 某中学开学初到商场购买 A、B 两种品牌的足球, 购买 A 种品牌的足球 50 个, B 种品牌的足球 25 个, 共花费 4500 元, 已知购买一个 B 种品牌的足球比购买一个 A 种品牌的足球多花 30 元.

(1) 求购买一个 A 种品牌、一个 B 种品牌的足球各需多少元.

(2) 学校为了响应习总书记“足球进校园”的号召, 决定再次购进 A、B 两种品牌足球共 50 个, 正好赶上商场对商品价格进行调整, A 品牌足球售价比第一次购买时提高 4 元, B 品牌

足球按第一次购买时售价的 9 折出售，如果学校此次购买 A、B 两种品牌足球的总费用不超过第一次花费的 70%，且保证这次购买的 B 种品牌足球不少于 23 个，则这次学校有哪几种购买方案？

(3) 请你求出学校在第二次购买活动中最多需要多少资金？

【考点】一元一次不等式组的应用；二元一次方程组的应用.

【分析】(1) 设 A 种品牌足球的单价为 x 元，B 种品牌足球的单价为 y 元，根据“总费用=买 A 种足球费用+买 B 种足球费用，以及 B 种足球单价比 A 种足球贵 30 元”可得出关于 x 、 y 的二元一次方程组，解方程组即可得出结论；

(2) 设第二次购买 A 种足球 m 个，则购买 B 种足球 $(50-m)$ 个，根据“总费用=买 A 种足球费用+买 B 种足球费用，以及 B 种足球不小于 23 个”可得出关于 m 的一元一次不等式组，解不等式组可得出 m 的取值范围，由此即可得出结论；

(3) 分析第二次购买时，A、B 种足球的单价，即可得出那种方案花钱最多，求出花费最大值即可得出结论.

【解答】解：(1) 设 A 种品牌足球的单价为 x 元，B 种品牌足球的单价为 y 元，

$$\text{依题意得：} \begin{cases} 50x+25y=4500 \\ y=x+30 \end{cases}, \text{解得：} \begin{cases} x=50 \\ y=80 \end{cases}.$$

答：购买一个 A 种品牌的足球需要 50 元，购买一个 B 种品牌的足球需要 80 元.

(2) 设第二次购买 A 种足球 m 个，则购买 B 种足球 $(50-m)$ 个，

$$\text{依题意得：} \begin{cases} (50+4)m+80 \times 0.9(50-m) \leq 4500 \times 70\% \\ 50-m \geq 23 \end{cases},$$

解得： $25 \leq m \leq 27$.

故这次学校购买足球有三种方案：

方案一：购买 A 种足球 25 个，B 种足球 25 个；

方案二：购买 A 种足球 26 个，B 种足球 24 个；

方案三：购买 A 种足球 27 个，B 种足球 23 个.

(3) $\because$ 第二次购买足球时，A 种足球单价为 $50+4=54$ (元)，B 种足球单价为 $80 \times 0.9=72$ (元)，
 $\therefore$ 当购买方案中 B 种足球最多时，费用最高，即方案一花钱最多.

$\therefore 25 \times 54 + 25 \times 72 = 3150$ (元).

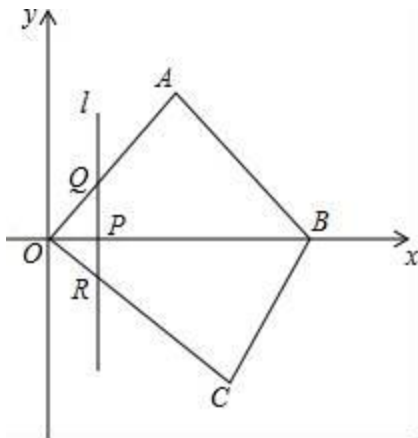
答：学校在第二次购买活动中最多需要 3150 元资金.

28. 如图，在平面直角坐标系中，四边形 OABC 的顶点 O 是坐标原点，点 A 在第一象限，点 C 在第四象限，点 B 在 x 轴的正半轴上. $\angle OAB=90^\circ$ 且 $OA=AB$ ，OB、OC 的长分别是一元二次方程 $x^2 - 11x + 30 = 0$ 的两个根 ($OB > OC$).

(1) 求点 A 和点 B 的坐标.

(2) 点 P 是线段 OB 上的一个动点 (点 P 不与点 O、B 重合)，过点 P 的直线 l 与 y 轴平行，直线 l 交边 OA 或边 AB 于点 Q，交边 OC 或边 BC 于点 R. 设点 P 的横坐标为 t ，线段 QR 的长度为 m . 已知 $t=4$ 时，直线 l 恰好过点 C. 当 $0 < t < 3$ 时，求 m 关于 t 的函数关系式.

(3) 当 $m=3.5$ 时，请直接写出点 P 的坐标.



【考点】四边形综合题.

【分析】(1) 先利用因式分解法解方程 $x^2 - 11x + 30 = 0$ 可得到 $OB = 6$, $OC = 5$, 则 B 点坐标为

$(6, 0)$, 作 $AM \perp x$ 轴于 M, 如图, 利用等腰直角三角形的性质得 $OM = BM = AM = \frac{1}{2}OB = 3$,

于是可写出 B 点坐标;

(2) 作 $CN \perp x$ 轴于 N, 如图, 先利用勾股定理计算出 CN 得到 C 点坐标为 $(4, -3)$, 再利用待定系数法分别求出直线 OC 的解析式为 $y = -\frac{3}{4}x$, 直线 OA 的解析式为 $y = x$, 则根据

一次函数图象上点的坐标特征得到 $Q(t, t)$, $R(t, -\frac{3}{4}t)$, 所以 $QR = t - (-\frac{3}{4}t)$, 从而得到 m 关于 t 的函数关系式.

(3) 利用待定系数法求出直线 AB 的解析式为 $y = -x + 6$, 直线 BC 的解析式为 $y = \frac{3}{2}x - 9$,

然后分类讨论: 当 $0 < t < 3$ 时, 利用 $\frac{7}{4}t = 3.5$ 可求出 t 得到 P 点坐标;

当 $3 \leq t < 4$ 时, 则 $Q(t, -t + 6)$, $R(t, -\frac{3}{4}t)$, 于是得到 $-t + 6 - (-\frac{3}{4}t) = 3.5$, 解得 $t = 10$,

不满足 t 的范围舍去; 当 $4 \leq t < 6$ 时, 则 $Q(t, -t + 6)$, $R(t, \frac{3}{2}t - 9)$, 所以 $-t + 6 - (\frac{3}{2}t - 9) = 3.5$, 然后解方程求出 t 得到 P 点坐标.

【解答】解: (1) $\because$ 方程 $x^2 - 11x + 30 = 0$ 的解为 $x_1 = 5$, $x_2 = 6$,

$\therefore OB = 6$, $OC = 5$,

$\therefore$ B 点坐标为 $(6, 0)$,

作 $AM \perp x$ 轴于 M, 如图,

$\because \angle OAB = 90^\circ$ 且 $OA = AB$,

$\therefore \triangle AOB$ 为等腰直角三角形,

$\therefore OM = BM = AM = \frac{1}{2}OB = 3$,

$\therefore$ B 点坐标为 $(3, 3)$;

(2) 作 $CN \perp x$ 轴于 N, 如图,

$\because t = 4$ 时, 直线 l 恰好过点 C,

$\therefore ON = 4$,

在 $Rt\triangle OCN$ 中, $CN = \sqrt{OC^2 - ON^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$,

∴C 点坐标为 (4, -3),

设直线 OC 的解析式为 $y=kx$,

把 C (4, -3) 代入得 $4k=-3$, 解得 $k=-\frac{3}{4}$,

∴直线 OC 的解析式为 $y=-\frac{3}{4}x$,

设直线 OA 的解析式为 $y=ax$,

把 A (3, 3) 代入得 $3a=3$, 解得 $a=1$,

∴直线 OA 的解析式为 $y=x$,

∵P (t, 0) ($0 < t < 3$),

∴Q (t, t), R (t, $-\frac{3}{4}t$),

∴ $QR=t - (-\frac{3}{4}t) = \frac{7}{4}t$,

即 $m=\frac{7}{4}t$ ($0 < t < 3$);

(3) 设直线 AB 的解析式为 $y=px+q$,

把 A (3, 3), B (6, 0) 代入得 $\begin{cases} 3p+q=3 \\ 6p+q=0 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} p=-1 \\ q=6 \end{cases}$,

∴直线 AB 的解析式为 $y=-x+6$,

同理可得直线 BC 的解析式为 $y=\frac{3}{2}x-9$,

当 $0 < t < 3$ 时, $m=\frac{7}{4}t$, 若 $m=3.5$, 则 $\frac{7}{4}t=3.5$, 解得 $t=2$, 此时 P 点坐标为 (2, 0);

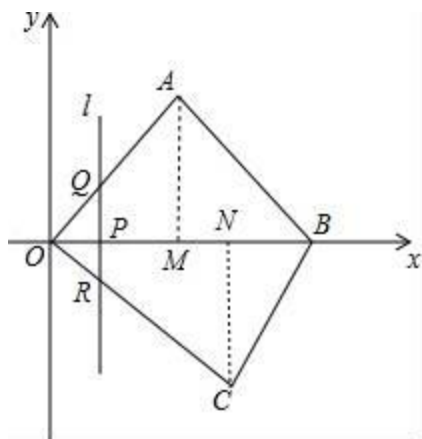
当 $3 \leq t < 4$ 时, Q (t, $-t+6$), R (t, $-\frac{3}{4}t$),

∴ $m=-t+6 - (-\frac{3}{4}t) = -\frac{1}{4}t+6$, 若 $m=3.5$, 则 $-\frac{1}{4}t+6=3.5$, 解得 $t=10$ (不合题意舍去);

当 $4 \leq t < 6$ 时, Q (t, $-t+6$), R (t, $\frac{3}{2}t-9$),

∴ $m=-t+6 - (\frac{3}{2}t-9) = -\frac{5}{2}t+15$, 若 $m=3.5$, 则 $-\frac{5}{2}t+15=3.5$, 解得 $t=\frac{23}{5}$, 此时 P 点坐标为 $(\frac{23}{5}, 0)$,

综上所述, 满足条件的 P 点坐标为 (2, 0) 或 $(\frac{23}{5}, 0)$.



2016 年 7 月 12 日