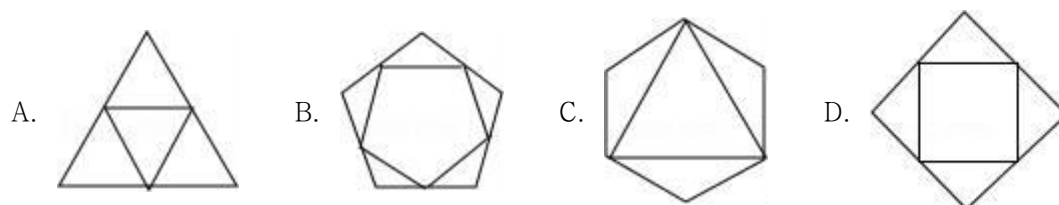


2016 年黑龙江省齐齐哈尔市中考数学试卷

一、单项选择题：每小题 3 分，共 30 分

1. -1 是 1 的 ()
 A. 倒数 B. 相反数 C. 绝对值 D. 立方根
2. 下列图形中既是中心对称图形又是轴对称图形的是 ()



3. 九年级一班和二班每班选 8 名同学进行投篮比赛，每名同学投篮 10 次，对每名同学投中的次数进行统计，甲说：“一班同学投中次数为 6 个的最多”乙说：“二班同学投中次数最多与最少的相差 6 个。”上面两名同学的议论能反映出的统计量是 ()

- A. 平均数和众数 B. 众数和极差 C. 众数和方差 D. 中位数和极差
4. 下列算式

① $\sqrt{9} = \pm 3$; ② $(-\frac{1}{3})^{-2} = 9$; ③ $2^6 \div 2^3 = 4$; ④ $(\sqrt{-2016})^2 = 2016$; ⑤ $a+a=a^2$.

运算结果正确的概率是 ()

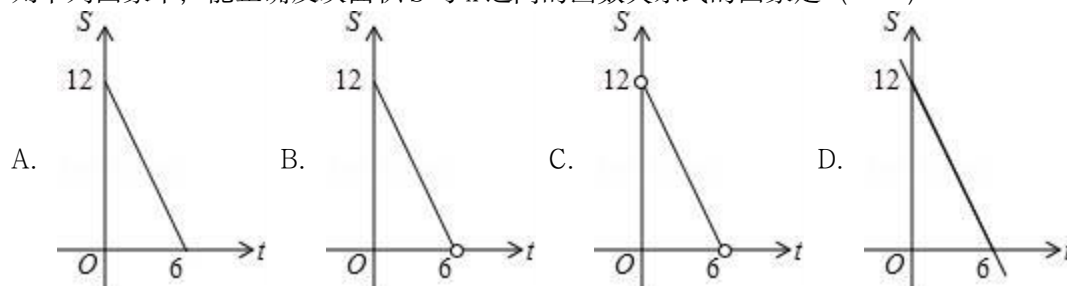
- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

5. 下列命题中，真命题的个数是 ()

- ①同位角相等
 ②经过一点有且只有一条直线与这条直线平行
 ③长度相等的弧是等弧
 ④顺次连接菱形各边中点得到的四边形是矩形.

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

6. 点 $P(x, y)$ 在第一象限内，且 $x+y=6$ ，点 A 的坐标为 $(4, 0)$ 。设 $\triangle OPA$ 的面积为 S ，则下列图象中，能正确反映面积 S 与 x 之间的函数关系式的图象是 ()



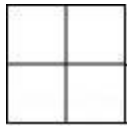
7. 若关于 x 的分式方程 $\frac{x}{x-2} - 2 = \frac{m}{2-x}$ 的解为正数，则满足条件的正整数 m 的值为 ()

- A. 1, 2, 3 B. 1, 2 C. 1, 3 D. 2, 3

8. 足球比赛规定：胜一场得 3 分，平一场得 1 分，负一场得 0 分。某足球队共进行了 6 场比赛，得了 12 分，该队获胜的场数可能是 ()

- A. 1 或 2 B. 2 或 3 C. 3 或 4 D. 4 或 5

9. 如图是由一些完全相同的小正方体搭成的几何体的主视图和左视图，组成这个几何体的小正方体的个数最少是 ()



主视图



左视图

A. 5个 B. 6个 C. 7个 D. 8个

10. 如图, 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的对称轴为直线 $x=1$, 与 x 轴的一个交点坐标为 $(-1, 0)$, 其部分图象如图所示, 下列结论:

① $4ac < b^2$;

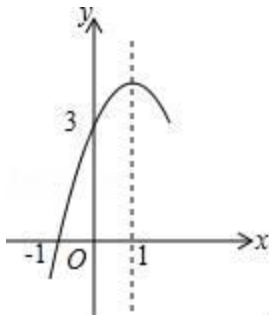
② 方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两个根是 $x_1=-1$, $x_2=3$;

③ $3a+c > 0$

④ 当 $y > 0$ 时, x 的取值范围是 $-1 \leq x < 3$

⑤ 当 $x < 0$ 时, y 随 x 增大而增大

其中结论正确的个数是 ()



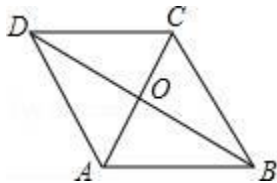
A. 4个 B. 3个 C. 2个 D. 1个

二、填空题: 每小题3分, 共27分

11. 某种电子元件的面积大约为 0.00000069 平方毫米, 将 0.00000069 这个数用科学记数法表示为_____.

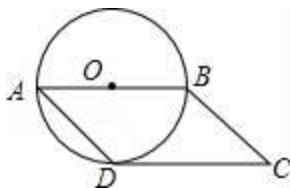
12. 在函数 $y = \frac{\sqrt{3x+1}}{x-2}$ 中, 自变量 x 的取值范围是_____.

13. 如图, 平行四边形 ABCD 的对角线 AC, BD 相交于点 O, 请你添加一个适当的条件____使其成为菱形 (只填一个即可).

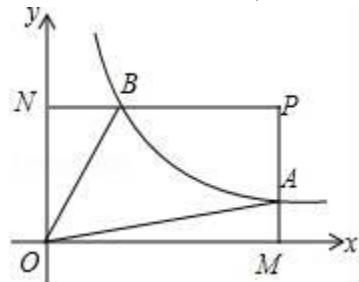


14. 一个侧面积为 $16\sqrt{2}\pi \text{ cm}^2$ 的圆锥, 其主视图为等腰直角三角形, 则这个圆锥的高为____cm.

15. 如图, 若以平行四边形一边 AB 为直径的圆恰好与对边 CD 相切于点 D, 则 $\angle C =$ _____度.

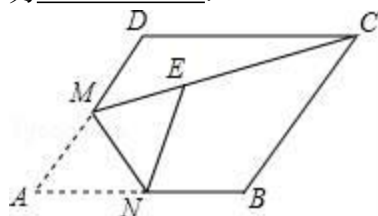


16. 如图, 已知点 $P(6, 3)$, 过点 P 作 $PM \perp x$ 轴于点 M , $PN \perp y$ 轴于点 N , 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象交 PM 于点 A , 交 PN 于点 B . 若四边形 $OAPB$ 的面积为 12, 则 $k =$ _____.

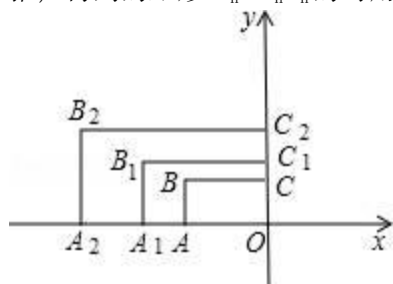


17. 有一面积为 $5\sqrt{3}$ 的等腰三角形, 它的一个内角是 30° , 则以它的腰长为边的正方形的面积为_____.

18. 如图, 在边长为 2 的菱形 $ABCD$ 中, $\angle A = 60^\circ$, 点 M 是 AD 边的中点, 连接 MC , 将菱形 $ABCD$ 翻折, 使点 A 落在线段 CM 上的点 E 处, 折痕交 AB 于点 N , 则线段 EC 的长为_____.



19. 如图, 在平面直角坐标系中, 矩形 $AOCB$ 的两边 OA 、 OC 分别在 x 轴和 y 轴上, 且 $OA=2$, $OC=1$. 在第二象限内, 将矩形 $AOCB$ 以原点 O 为位似中心放大为原来的 $\frac{3}{2}$ 倍, 得到矩形 $A_1OC_1B_1$, 再将矩形 $A_1OC_1B_1$ 以原点 O 为位似中心放大 $\frac{3}{2}$ 倍, 得到矩形 $A_2OC_2B_2 \cdots$, 以此类推, 得到的矩形 $A_nOC_nB_n$ 的对角线交点的坐标为_____.

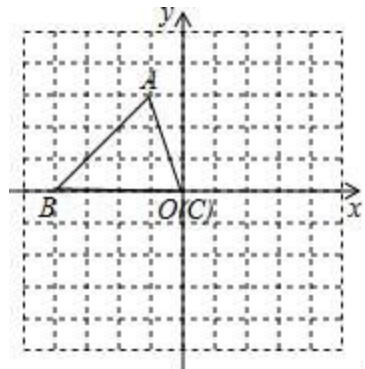


三、解答题: 共 63 分

20. 先化简, 再求值: $(1 - \frac{2}{x}) \div \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4} - \frac{x+4}{x+2}$, 其中 $x^2 + 2x - 15 = 0$.

21. 如图，平面直角坐标系内，小正方形网格的边长为 1 个单位长度， $\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标分别为 $A(-1, 3)$ ， $B(-4, 0)$ ， $C(0, 0)$

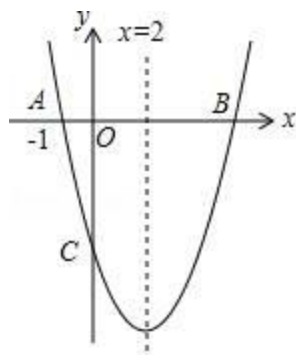
- (1) 画出将 $\triangle ABC$ 向上平移 1 个单位长度，再向右平移 5 个单位长度后得到的 $\triangle A_1B_1C_1$ ；
- (2) 画出将 $\triangle ABC$ 绕原点 O 顺时针方向旋转 90° 得到 $\triangle A_2B_2O$ ；
- (3) 在 x 轴上存在一点 P ，满足点 P 到 A_1 与点 A_2 距离之和最小，请直接写出 P 点的坐标.



22. 如图，对称轴为直线 $x=2$ 的抛物线 $y=x^2+bx+c$ 与 x 轴交于点 A 和点 B ，与 y 轴交于点 C ，且点 A 的坐标为 $(-1, 0)$

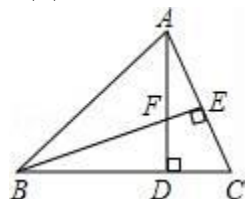
- (1) 求抛物线的解析式；
- (2) 直接写出 B 、 C 两点的坐标；
- (3) 求过 O ， B ， C 三点的圆的面积. (结果用含 π 的代数式表示)

注：二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的顶点坐标为 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$



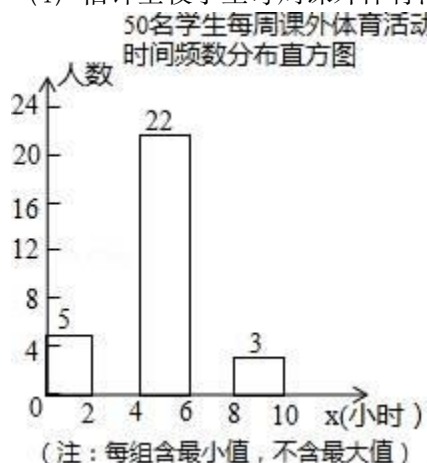
23. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AD \perp BC$ ， $BE \perp AC$ ，垂足分别为 D ， E ， AD 与 BE 相交于点 F .

- (1) 求证： $\triangle ACD \sim \triangle BFD$ ；
- (2) 当 $\tan \angle ABD=1$ ， $AC=3$ 时，求 BF 的长.



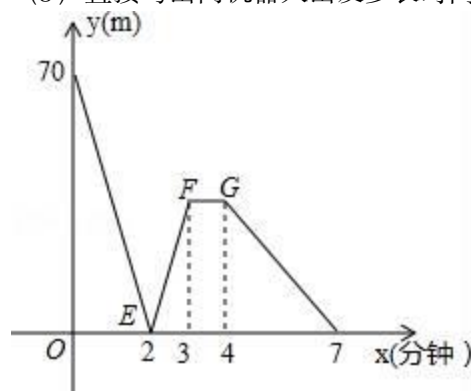
24. 为增强学生体质，各学校普遍开展了阳光体育活动，某校为了解全校 1000 名学生每周课外体育活动时间的情况，随机调查了其中的 50 名学生，对这 50 名学生每周课外体育活动时间 x （单位：小时）进行了统计．根据所得数据绘制了一幅不完整的统计图，并知道每周课外体育活动时间在 $6 \leq x < 8$ 小时的学生人数占 24%．根据以上信息及统计图解答下列问题：

- (1) 本次调查属于_____调查，样本容量是_____；
- (2) 请补全频数分布直方图中空缺的部分；
- (3) 求这 50 名学生每周课外体育活动时间的平均数；
- (4) 估计全校学生每周课外体育活动时间不少于 6 小时的人数．



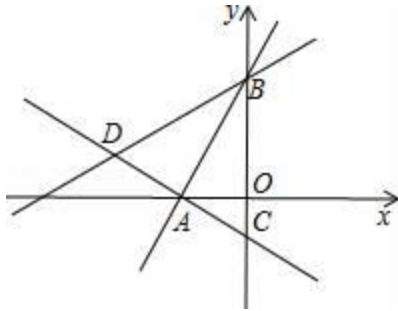
25. 有一科技小组进行了机器人行走性能试验，在试验场地有 A、B、C 三点顺次在同一笔直的赛道上，甲、乙两机器人分别从 A、B 两点同时同向出发，历时 7 分钟同时到达 C 点，乙机器人始终以 60 米/分的速度行走，如图是甲、乙两机器人之间的距离 y （米）与他们的行走时间 x （分钟）之间的函数图象，请结合图象，回答下列问题：

- (1) A、B 两点之间的距离是_____米，甲机器人前 2 分钟的速度为_____米/分；
- (2) 若前 3 分钟甲机器人的速度不变，求线段 EF 所在直线的函数解析式；
- (3) 若线段 $FG \parallel x$ 轴，则此段时间，甲机器人的速度为_____米/分；
- (4) 求 A、C 两点之间的距离；
- (5) 直接写出两机器人出发多长时间相距 28 米．



26. 如图所示，在平面直角坐标系中，过点 $A(-\sqrt{3}, 0)$ 的两条直线分别交 y 轴于 B 、 C 两点，且 B 、 C 两点的纵坐标分别是一元二次方程 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 的两个根

- (1) 求线段 BC 的长度；
- (2) 试问：直线 AC 与直线 AB 是否垂直？请说明理由；
- (3) 若点 D 在直线 AC 上，且 $DB = DC$ ，求点 D 的坐标；
- (4) 在 (3) 的条件下，直线 BD 上是否存在点 P ，使以 A 、 B 、 P 三点为顶点的三角形是等腰三角形？若存在，请直接写出 P 点的坐标；若不存在，请说明理由。



2016 年黑龙江省齐齐哈尔市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、单项选择题：每小题 3 分，共 30 分

1. -1 是 1 的 ()

A. 倒数 B. 相反数 C. 绝对值 D. 立方根

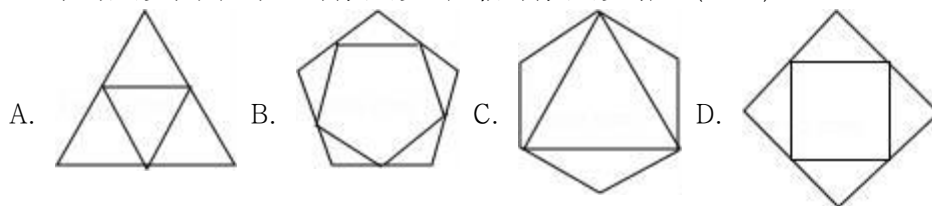
【考点】立方根；相反数；绝对值；倒数.

【分析】根据相反数的定义：只有符号不同的两个数叫互为相反数. 即 a 的相反数是 $-a$.

【解答】解： -1 是 1 的相反数.

故选 B.

2. 下列图形中既是中心对称图形又是轴对称图形的是 ()



【考点】中心对称图形；轴对称图形.

【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解.

【解答】解：A、是轴对称图形. 不是中心对称图形，因为找不到任何这样的一点，旋转 180 度后它的两部分能够重合；即不满足中心对称图形的定义，故此选项错误；

B、是轴对称图形. 不是中心对称图形，因为找不到任何这样的一点，旋转 180 度后它的两部分能够重合；即不满足中心对称图形的定义，故此选项错误；

C、是轴对称图形. 不是中心对称图形，因为找不到任何这样的一点，旋转 180 度后它的两部分能够重合；即不满足中心对称图形的定义，故此选项错误；

D、是轴对称图形，又是中心对称图形. 故此选项正确.

故选：D.

3. 九年级一班和二班每班选 8 名同学进行投篮比赛，每名同学投篮 10 次，对每名同学投中的次数进行统计，甲说：“一班同学投中次数为 6 个的最多”乙说：“二班同学投中次数最多与最少的相差 6 个.” 上面两名同学的议论能反映出的统计量是 ()

A. 平均数和众数 B. 众数和极差 C. 众数和方差 D. 中位数和极差

【考点】统计量的选择.

【分析】根据众数和极差的概念进行判断即可.

【解答】解：一班同学投中次数为 6 个的最多反映出的统计量是众数，二班同学投中次数最多与最少的相差 6 个能反映出的统计量极差，

故选：B.

4. 下列算式

① $\sqrt{9} = \pm 3$; ② $(-\frac{1}{3})^{-2} = 9$; ③ $2^6 \div 2^3 = 4$; ④ $(\sqrt{-2016})^2 = 2016$; ⑤ $a+a=a^2$.

运算结果正确的概率是 ()

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

【考点】概率公式.

【分析】分别利用二次根式的性质以及负整数指数幂的性质、同底数幂的除法运算法则、合并同类项法则进行判断，再利用概率公式求出答案.

【解答】解：① $\sqrt{9}=3$ ，故此选项错误；

$$\textcircled{2} \left(-\frac{1}{3}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(-\frac{1}{3}\right)^2} = 9, \text{ 正确};$$

③ $2^6 \div 2^3 = 2^3 = 8$ ，故此选项错误；

$$\textcircled{4} (\sqrt{-2016})^2 = 2016, \text{ 正确};$$

⑤ $a+a=2a$ ，故此选项错误，

故运算结果正确的概率是： $\frac{2}{5}$.

故选：B.

5. 下列命题中，真命题的个数是（ ）

- ①同位角相等
②经过一点有且只有一条直线与这条直线平行
③长度相等的弧是等弧
④顺次连接菱形各边中点得到的四边形是矩形.

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【考点】命题与定理.

【分析】根据平行线的性质对①进行判断；根据平行公理对②进行判断；根据等弧的定义对③进行判断；根据中点四边的判定方法可判断顺次连接菱形各边中点得到的四边形为平行四边形，加上菱形的对角线垂直可判断中点四边形为矩形.

【解答】解：两直线平行，同位角相等，所以①错误；

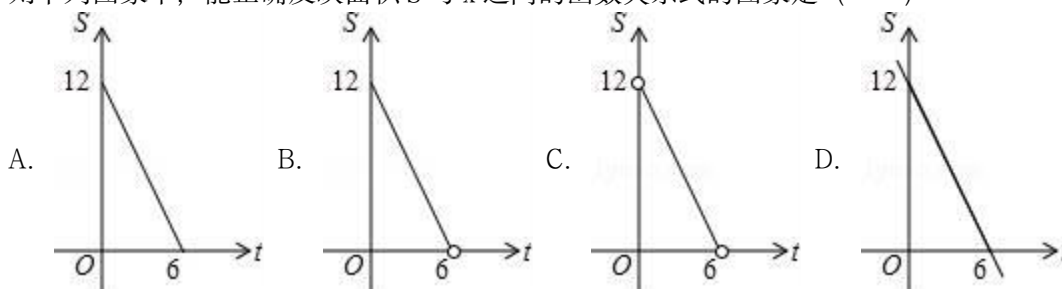
经过直线外一点有且只有一条直线与这条直线平行，所以②错误；

在同圆或等圆中，长度相等的弧是等弧，所以③选项错误；

顺次连接菱形各边中点得到的四边形是矩形，所以④正确.

故选 A.

6. 点 P (x, y) 在第一象限内，且 $x+y=6$ ，点 A 的坐标为 (4, 0). 设 $\triangle OPA$ 的面积为 S, 则下列图象中，能正确反映面积 S 与 x 之间的函数关系式的图象是（ ）



【考点】一次函数的图象.

【分析】先用 x 表示出 y，再利用三角形的面积公式即可得出结论.

【解答】解：∵点P (x, y) 在第一象限内，且 $x+y=6$,

∴ $y=6-x$ ($0 < x < 6$, $0 < y < 6$).

∴点A 的坐标为 (4, 0),

∴ $S = \frac{1}{2} \times 4 \times (6-x) = 12 - 2x$ ($0 < x < 6$),

∴C 符合.

故选 C.

7. 若关于 x 的分式方程 $\frac{x}{x-2} = 2 - \frac{m}{2-x}$ 的解为正数，则满足条件的正整数 m 的值为 ()

A. 1, 2, 3 B. 1, 2 C. 1, 3 D. 2, 3

【考点】分式方程的解.

【分析】根据等式的性质，可得整式方程，根据解整式方程，可得答案.

【解答】解：等式的两边都乘以 $(x-2)$ ，得

$x = 2(x-2) + m$,

解得 $x = 4 - m$,

$x = 4 - m \neq 2$,

由关于 x 的分式方程 $\frac{x}{x-2} = 2 - \frac{m}{2-x}$ 的解为正数，得

$m=1$, $m=3$,

故选: C.

8. 足球比赛规定：胜一场得 3 分，平一场得 1 分，负一场得 0 分. 某足球队共进行了 6 场比赛，得了 12 分，该队获胜的场数可能是 ()

A. 1 或 2 B. 2 或 3 C. 3 或 4 D. 4 或 5

【考点】二元一次方程的应用.

【分析】设该队胜 x 场，平 y 场，则负 $(6-x-y)$ 场，根据：胜场得分+平场得分+负场得分=最终得分，列出二元一次方程，根据 x、y 的范围可得 x 的可能取值.

【解答】解：设该队胜 x 场，平 y 场，则负 $(6-x-y)$ 场，

根据题意，得： $3x+y=12$ ，即： $x = \frac{12-y}{3}$,

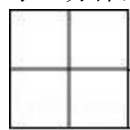
∵x、y 均为非负整数，且 $x+y \leq 6$,

∴当 $y=0$ 时， $x=4$ ；当 $y=3$ 时， $x=3$ ；

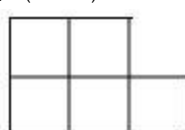
即该队获胜的场数可能是 3 场或 4 场，

故选: C.

9. 如图是由一些完全相同的小正方体搭成的几何体的主视图和左视图，组成这个几何体的小正方体的个数最少是 ()



主视图



左视图

A. 5 个 B. 6 个 C. 7 个 D. 8 个

【考点】由三视图判断几何体.

【分析】由主视图和左视图确定俯视图的形状，再判断最少的正方体的个数.

【解答】解：由题中所给出的主视图知物体共 2 列，且都是最高两层；由左视图知共行，所以小正方体的个数最少的几何体为：第一列第一行 1 个小正方体，第一列第二行 2 个小正方体，第二列第三行 2 个小正方体，其余位置没有小正方体. 即组成这个几何体的小正方体的个数最少为：1+2+2=5 个.

故选 A.

10. 如图，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的对称轴为直线 $x=1$ ，与 x 轴的一个交点坐标为 $(-1, 0)$ ，其部分图象如图所示，下列结论：

① $4ac < b^2$;

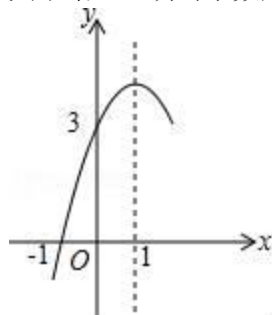
② 方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两个根是 $x_1=-1$, $x_2=3$;

③ $3a+c > 0$

④ 当 $y > 0$ 时， x 的取值范围是 $-1 \leq x < 3$

⑤ 当 $x < 0$ 时， y 随 x 增大而增大

其中结论正确的个数是 ()



A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

【考点】二次函数图象与系数的关系.

【分析】利用抛物线与 x 轴的交点个数可对①进行判断；利用抛物线的对称性得到抛物线与 x 轴的一个交点坐标为 $(3, 0)$ ，则可对②进行判断；由对称轴方程得到 $b = -2a$ ，然后根据 $x = -1$ 时函数值为负数可得到 $3a + c < 0$ ，则可对③进行判断；根据抛物线在 x 轴上方所对应的自变量的范围可对④进行判断；根据二次函数的性质对⑤进行判断.

【解答】解：∵ 抛物线与 x 轴有 2 个交点，

∴ $b^2 - 4ac > 0$ ，所以①正确；

∵ 抛物线的对称轴为直线 $x=1$ ，

而点 $(-1, 0)$ 关于直线 $x=1$ 的对称点的坐标为 $(3, 0)$ ，

∴ 方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两个根是 $x_1=-1$, $x_2=3$ ，所以②正确；

∵ $x = -\frac{b}{2a} = 1$ ，即 $b = -2a$ ，

而 $x = -1$ 时， $y < 0$ ，即 $a - b + c < 0$ ，

∴ $a + 2a + c < 0$ ，所以③错误；

∵ 抛物线与 x 轴的两点坐标为 $(-1, 0)$, $(3, 0)$ ，

∴ 当 $-1 < x < 3$ 时， $y > 0$ ，所以④错误；

∵ 抛物线的对称轴为直线 $x=1$ ，

∴ 当 $x < 1$ 时， y 随 x 增大而增大，所以⑤正确.

故选 B.

二、填空题：每小题 3 分，共 27 分

11. 某种电子元件的面积大约为 0.00000069 平方毫米，将 0.00000069 这个数用科学记数法表示为 6.9×10^{-7} .

【考点】科学记数法—表示较小的数.

【分析】对值小于 1 的正数也可以利用科学记数法表示，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂，指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

【解答】解：0.00000069 = 6.9×10^{-7} .

故答案为： 6.9×10^{-7} .

12. 在函数 $y = \frac{\sqrt{3x+1}}{x-2}$ 中，自变量 x 的取值范围是 $x \geq -\frac{1}{3}$ ，且 $x \neq 2$.

【考点】函数自变量的取值范围.

【分析】根据被开方数是非负数，分母不能为零，可得答案.

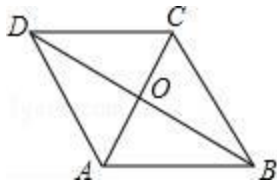
【解答】解：由题意，得

$$3x+1 \geq 0 \text{ 且 } x-2 \neq 0,$$

$$\text{解得 } x \geq -\frac{1}{3}, \text{ 且 } x \neq 2,$$

$$\text{故答案为： } x \geq -\frac{1}{3}, \text{ 且 } x \neq 2.$$

13. 如图，平行四边形 ABCD 的对角线 AC，BD 相交于点 O，请你添加一个适当的条件 $AC \perp BC$ 或 $\angle AOB = 90^\circ$ 或 $AB = BC$ 使其成为菱形（只填一个即可）.



【考点】菱形的判定；平行四边形的性质.

【分析】利用菱形的判定方法确定出适当的条件即可.

【解答】解：如图，平行四边形 ABCD 的对角线 AC，BD 相交于点 O，添加一个适当的条件为： $AC \perp BC$ 或 $\angle AOB = 90^\circ$ 或 $AB = BC$ 使其成为菱形.

故答案为： $AC \perp BC$ 或 $\angle AOB = 90^\circ$ 或 $AB = BC$

14. 一个侧面积为 $16\sqrt{2}\pi \text{ cm}^2$ 的圆锥，其主视图为等腰直角三角形，则这个圆锥的高为 4 cm.

【考点】圆锥的计算；等腰直角三角形；由三视图判断几何体.

【分析】设底面半径为 r ，母线为 l ，由轴截面是等腰直角三角形，得出 $2r = \sqrt{2}l$ ，代入 $S_{\text{侧}} = \pi rl$ ，求出 r ， l ，从而求得圆锥的高.

【解答】解：设底面半径为 r ，母线为 l ，

$\because$ 主视图为等腰直角三角形，

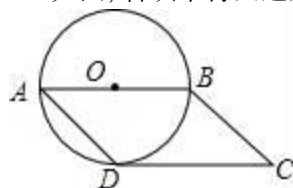
$$\therefore 2r = \sqrt{2}l,$$

$$\therefore \text{侧面积 } S_{\text{侧}} = \pi rl = 2\pi r^2 = 16\sqrt{2}\pi \text{ cm}^2,$$

$$\text{解得 } r = 4, l = 4\sqrt{2},$$

∴圆锥的高 $h=4\text{cm}$,
故答案为: 4.

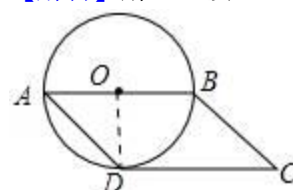
15. 如图, 若以平行四边形一边 AB 为直径的圆恰好与对边 CD 相切于点 D , 则 $\angle C = \underline{45}$ 度.



【考点】切线的性质; 平行四边形的性质.

【分析】连接 OD , 只要证明 $\triangle AOD$ 是等腰直角三角形即可推出 $\angle A=45^\circ$, 再根据平行四边形的对角相等即可解决问题.

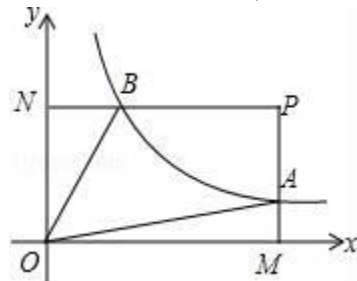
【解答】解: 连接 OD .



∵ CD 是 $\odot O$ 切线,
∴ $OD \perp CD$,
∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,
∴ $AB \parallel CD$,
∴ $AB \perp OD$,
∴ $\angle AOD=90^\circ$,
∵ $OA=OD$,
∴ $\angle A=\angle ADO=45^\circ$,
∴ $\angle C=\angle A=45^\circ$.

故答案为 45.

16. 如图, 已知点 $P(6, 3)$, 过点 P 作 $PM \perp x$ 轴于点 M , $PN \perp y$ 轴于点 N , 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象交 PM 于点 A , 交 PN 于点 B . 若四边形 $OAPB$ 的面积为 12, 则 $k = \underline{6}$.



【考点】反比例函数系数 k 的几何意义.

【分析】根据点 $P(6, 3)$, 可得点 A 的横坐标为 6, 点 B 的纵坐标为 3, 代入函数解析式分别求出点 A 的纵坐标和点 B 的横坐标, 然后根据四边形 $OAPB$ 的面积为 12, 列出方程求出 k 的值.

【解答】解: ∵ 点 $P(6, 3)$,

∴ 点 A 的横坐标为 6, 点 B 的纵坐标为 3,

代入反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 得,

点 A 的纵坐标为 $\frac{k}{6}$, 点 B 的横坐标为 $\frac{k}{3}$,

即 $AM = \frac{k}{6}$, $NB = \frac{k}{3}$,

∵ $S_{\text{四边形 OAPB}} = 12$,

即 $S_{\text{矩形 OMPN}} - S_{\triangle OAM} - S_{\triangle NBO} = 12$,

$$6 \times 3 - \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{k}{6} - \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{k}{3} = 12,$$

解得: $k = 6$.

故答案为: 6.

17. 有一面积为 $5\sqrt{3}$ 的等腰三角形, 它的一个内角是 30° , 则以它的腰长为边的正方形的面积为 $20\sqrt{3}$ 和 20.

【考点】 正方形的性质; 等腰三角形的性质.

【分析】 分两种情形讨论①当 30° 角是等腰三角形的顶角, ②当 30° 角是底角, 分别作腰上的高即可.

【解答】 解: 如图 1 中, 当 $\angle A = 30^\circ$, $AB = AC$ 时, 设 $AB = AC = a$,
作 $BD \perp AC$ 于 D, $\therefore \angle A = 30^\circ$,

$$\therefore BD = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}a,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{1}{2}a = 5\sqrt{3},$$

$$\therefore a^2 = 20\sqrt{3},$$

∴ $\triangle ABC$ 的腰长为边的正方形的面积为 $20\sqrt{3}$.

如图 2 中, 当 $\angle ABC = 30^\circ$, $AB = AC$ 时, 作 $BD \perp CA$ 交 CA 的延长线于 D, 设 $AB = AC = a$,

∵ $AB = AC$,

$$\therefore \angle ABC = \angle C = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 120^\circ, \angle BAD = 60^\circ,$$

在 $RT\triangle ABD$ 中, $\therefore \angle D = 90^\circ$, $\angle BAD = 60^\circ$,

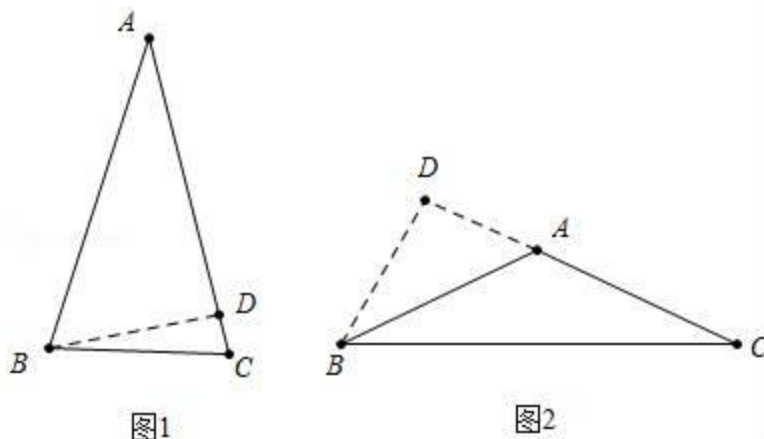
$$\therefore BD = \frac{\sqrt{3}}{2}a,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}a = 5\sqrt{3},$$

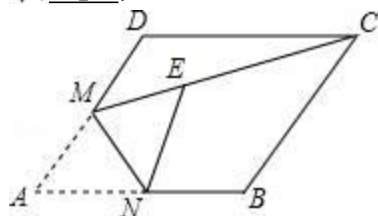
$$\therefore a^2 = 20,$$

∴ $\triangle ABC$ 的腰长为边的正方形的面积为 20.

故答案为 $20\sqrt{3}$ 或 20.



18. 如图，在边长为 2 的菱形 ABCD 中， $\angle A=60^\circ$ ，点 M 是 AD 边的中点，连接 MC，将菱形 ABCD 翻折，使点 A 落在线段 CM 上的点 E 处，折痕交 AB 于点 N，则线段 EC 的长为 $\sqrt{7}-1$ 。



【考点】翻折变换（折叠问题）；菱形的性质.

【分析】过点 M 作 $MF \perp DC$ 于点 F，根据在边长为 2 的菱形 ABCD 中， $\angle A=60^\circ$ ，M 为 AD 中点，得到 $2MD=AD=CD=2$ ，从而得到 $\angle FDM=60^\circ$ ， $\angle FMD=30^\circ$ ，进而利用锐角三角函数关系求出 EC 的长即可.

【解答】解：如图所示：过点 M 作 $MF \perp DC$ 于点 F，

$\because$ 在边长为 2 的菱形 ABCD 中， $\angle A=60^\circ$ ，M 为 AD 中点，

$\therefore 2MD=AD=CD=2$ ， $\angle FDM=60^\circ$ ，

$\therefore \angle FMD=30^\circ$ ，

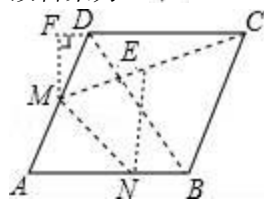
$\therefore FD=\frac{1}{2}MD=\frac{1}{2}$ ，

$\therefore FM=DM \times \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，

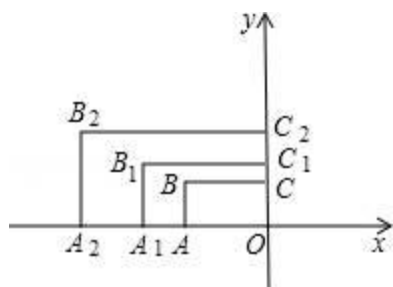
$\therefore MC=\sqrt{FM^2+CF^2}=\sqrt{7}$ ，

$\therefore EC=MC-ME=\sqrt{7}-1$.

故答案为： $\sqrt{7}-1$.



19. 如图, 在平面直角坐标系中, 矩形 AOCB 的两边 OA、OC 分别在 x 轴和 y 轴上, 且 OA=2, OC=1. 在第二象限内, 将矩形 AOCB 以原点 O 为位似中心放大为原来的 $\frac{3}{2}$ 倍, 得到矩形 $A_1OC_1B_1$, 再将矩形 $A_1OC_1B_1$ 以原点 O 为位似中心放大 $\frac{3}{2}$ 倍, 得到矩形 $A_2OC_2B_2\cdots$, 以此类推, 得到的矩形 $A_nOC_nB_n$ 的对角线交点的坐标为 $\left(-\frac{3^n}{2^n}, \frac{3^n}{2^{n+1}}\right)$.



【考点】位似变换；坐标与图形性质；矩形的性质.

【分析】根据在平面直角坐标系中, 如果位似变换是以原点为位似中心, 相似比为 k , 那么位似图形对应点的坐标的比等于 k 或 $-k$, 即可求得 B_n 的坐标, 然后根据矩形的性质即可求得对角线交点的坐标.

【解答】解: $\because$ 在第二象限内, 将矩形 AOCB 以原点 O 为位似中心放大为原来的 $\frac{3}{2}$ 倍,

$\therefore$ 矩形 $A_1OC_1B_1$ 与矩形 AOCB 是位似图形, 点 B 与点 B_1 是对应点,

$\because$ OA=2, OC=1.

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(-2, 1)$,

$\therefore$ 点 B_1 的坐标为 $(-2 \times \frac{3}{2}, 1 \times \frac{3}{2})$,

$\therefore$ 将矩形 $A_1OC_1B_1$ 以原点 O 为位似中心放大 $\frac{3}{2}$ 倍, 得到矩形 $A_2OC_2B_2\cdots$,

$\therefore B_2 (-2 \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2}, 1 \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2})$,

$\therefore B_n (-2 \times \frac{3^n}{2^n}, 1 \times \frac{3^n}{2^n})$,

$\therefore$ 矩形 $A_nOC_nB_n$ 的对角线交点 $(-2 \times \frac{3^n}{2^n} \times \frac{1}{2}, 1 \times \frac{3^n}{2^n} \times \frac{1}{2})$, 即 $(-\frac{3^n}{2^n}, \frac{3^n}{2^{n+1}})$,

故答案为: $(-\frac{3^n}{2^n}, \frac{3^n}{2^{n+1}})$.

三、解答题: 共 63 分

20. 先化简, 再求值: $(1 - \frac{2}{x}) \div \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4} - \frac{x+4}{x+2}$, 其中 $x^2 + 2x - 15 = 0$.

【考点】分式的化简求值.

【分析】先算括号里面的,再算除法,最后算减法,根据 $x^2+2x-15=0$ 得出 $x^2+2x=15$,代入代数式进行计算即可.

【解答】解: 原式 $= \frac{x-2}{x} \cdot \frac{x+2}{x-2} - \frac{x+4}{x+2}$

$$= \frac{x+2}{x} - \frac{x+4}{x+2}$$
$$= \frac{4}{x^2+2x},$$

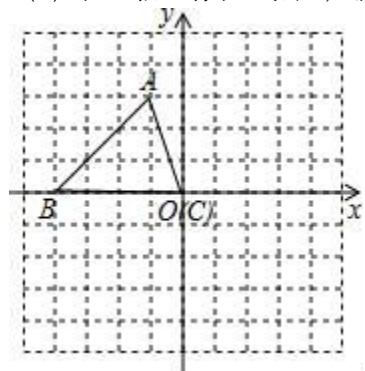
$\because x^2+2x-15=0,$

$\therefore x^2+2x=15,$

$\therefore$ 原式 $= \frac{4}{15}.$

21. 如图, 平面直角坐标系内, 小正方形网格的边长为 1 个单位长度, $\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标分别为 A (-1, 3), B (-4, 0), C (0, 0)

- (1) 画出将 $\triangle ABC$ 向上平移 1 个单位长度, 再向右平移 5 个单位长度后得到的 $\triangle A_1B_1C_1$;
- (2) 画出将 $\triangle ABC$ 绕原点 O 顺时针方向旋转 90° 得到 $\triangle A_2B_2O$;
- (3) 在 x 轴上存在一点 P, 满足点 P 到 A_1 与点 A_2 距离之和最小, 请直接写出 P 点的坐标.



【考点】作图-旋转变换; 轴对称-最短路线问题; 作图-平移变换.

【分析】(1) 分别将点 A、B、C 向上平移 1 个单位, 再向右平移 5 个单位, 然后顺次连接;
(2) 根据网格结构找出点 A、B、C 以点 O 为旋转中心顺时针旋转 90° 后的对应点, 然后顺次连接即可;

(3) 利用最短路径问题解决, 首先作 A_1 点关于 x 轴的对称点 A_3 , 再连接 A_2A_3 与 x 轴的交点即为所求.

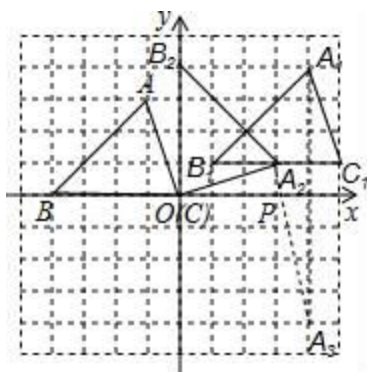
【解答】解: (1) 如图所示, $\triangle A_1B_1C_1$ 为所求做的三角形;

(2) 如图所示, $\triangle A_2B_2O$ 为所求做的三角形;

(3) $\because A_2$ 坐标为 (3, 1), A_3 坐标为 (4, -4),
 $\therefore A_2A_3$ 所在直线的解析式为: $y = -5x + 16$,

令 $y=0$, 则 $x = \frac{16}{5}$,

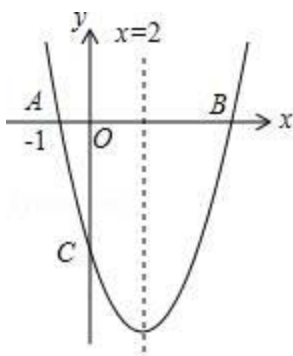
$\therefore$ P 点的坐标 $(\frac{16}{5}, 0).$



22. 如图，对称轴为直线 $x=2$ 的抛物线 $y=x^2+bx+c$ 与 x 轴交于点 A 和点 B ，与 y 轴交于点 C ，且点 A 的坐标为 $(-1, 0)$

- (1) 求抛物线的解析式；
- (2) 直接写出 B 、 C 两点的坐标；
- (3) 求过 O 、 B 、 C 三点的圆的面积. (结果用含 π 的代数式表示)

注：二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的顶点坐标为 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$



【考点】 二次函数综合题.

【分析】 (1) 利用对称轴方程可求得 b ，把点 A 的坐标代入可求得 c ，可求得抛物线的解析式；

(2) 根据 A 、 B 关于对称轴对称可求得点 B 的坐标，利用抛物线的解析式可求得 B 点坐标；

(3) 根据 B 、 C 坐标可求得 BC 长度，由条件可知 BC 为过 O 、 B 、 C 三点的圆的直径，可求得圆的面积.

【解答】 解：

$$(1) \text{ 由 } A(-1, 0), \text{ 对称轴为 } x=2, \text{ 可得 } \begin{cases} -\frac{b}{2}=2 \\ 1-b+c=0 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} b=-4 \\ c=-5 \end{cases},$$

$\therefore$ 抛物线解析式为 $y=x^2-4x-5$;

(2) 由 A 点坐标为 $(-1, 0)$ ，且对称轴方程为 $x=2$ ，可知 $AB=6$ ，

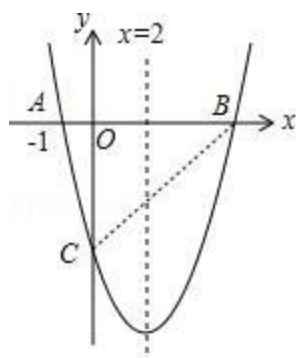
$\therefore OB=5$ ，

$\therefore B$ 点坐标为 $(5, 0)$ ，

$\therefore y=x^2-4x-5$ ，

$\therefore C$ 点坐标为 $(0, -5)$ ；

(3) 如图，连接 BC ，则 $\triangle OBC$ 是直角三角形，



∴过 O、B、C 三点的圆的直径是线段 BC 的长度,

在 Rt△OBC 中, OB=OC=5,

$$\therefore BC=5\sqrt{2},$$

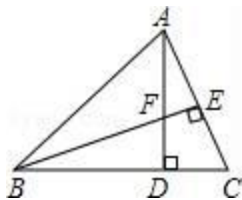
$$\therefore \text{圆的半径为 } \frac{5\sqrt{2}}{2},$$

$$\therefore \text{圆的面积为 } \pi \left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{25}{2}\pi.$$

23. 如图, 在△ABC 中, AD⊥BC, BE⊥AC, 垂足分别为 D, E, AD 与 BE 相交于点 F.

(1) 求证: △ACD∽△BFD;

(2) 当 tan∠ABD=1, AC=3 时, 求 BF 的长.



【考点】相似三角形的判定与性质.

【分析】(1) 由∠C+∠DBF=90°, ∠C+∠DAC=90°, 推出∠DBF=∠DAC, 由此即可证明.

(2) 先证明 AD=BD, 由△ACD∽△BFD, 得 $\frac{AC}{BF} = \frac{AD}{BD} = 1$, 即可解决问题.

【解答】(1) 证明: ∵AD⊥BC, BE⊥AC,

$$\therefore \angle BDF = \angle ADC = \angle BEC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle C + \angle DBF = 90^\circ, \angle C + \angle DAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DBF = \angle DAC,$$

$$\therefore \triangle ACD \sim \triangle BFD.$$

(2) ∵tan∠ABD=1, ∠ADB=90°

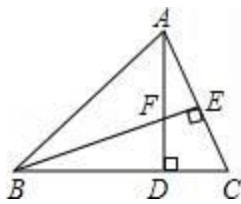
$$\therefore \frac{AD}{BD} = 1,$$

$$\therefore AD = BD,$$

$$\therefore \triangle ACD \sim \triangle BFD,$$

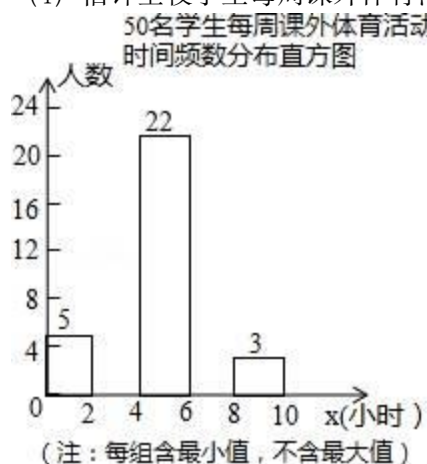
$$\therefore \frac{AC}{BF} = \frac{AD}{BD} = 1,$$

$$\therefore BF = AC = 3.$$



24. 为增强学生体质,各学校普遍开展了阳光体育活动,某校为了解全校 1000 名学生每周课外体育活动时间的情况,随机调查了其中的 50 名学生,对这 50 名学生每周课外体育活动时间 x (单位: 小时) 进行了统计. 根据所得数据绘制了一幅不完整的统计图, 并知道每周课外体育活动时间在 $6 \leq x < 8$ 小时的学生人数占 24%. 根据以上信息及统计图解答下列问题:

- (1) 本次调查属于 抽样 调查, 样本容量是 50;
- (2) 请补全频数分布直方图中空缺的部分;
- (3) 求这 50 名学生每周课外体育活动时间的平均数;
- (4) 估计全校学生每周课外体育活动时间不少于 6 小时的人数.



【考点】 频数 (率) 分布直方图; 总体、个体、样本、样本容量; 用样本估计总体; 加权平均数.

【分析】 (1) 根据题目中的信息可知本次调查为抽样调查, 也可以得到样本容量;

(2) 根据每周课外体育活动时间在 $6 \leq x < 8$ 小时的学生人数占 24%, 可以求得每周课外体育活动时间在 $6 \leq x < 8$ 小时的学生人数, 从而可以求得 $2 \leq x < 4$ 的学生数, 从而可以将条形统计图补充完整;

(3) 根据条形统计图可以得到这 50 名学生每周课外体育活动时间的平均数;

(4) 根据条形统计图, 可以估计全校学生每周课外体育活动时间不少于 6 小时的人数.

【解答】 解: (1) 由题意可得,

本次调查属于抽样调查, 样本容量是 50,

故答案为: 抽样, 50;

(2) 由题意可得,

每周课外体育活动时间在 $6 \leq x < 8$ 小时的学生有: $50 \times 24\% = 12$ (人),

则每周课外体育活动时间在 $2 \leq x < 4$ 小时的学生有: $50 - 5 - 22 - 12 - 3 = 8$ (人),

补全的频数分布直方图如右图所示,

(3) 由题意可得,

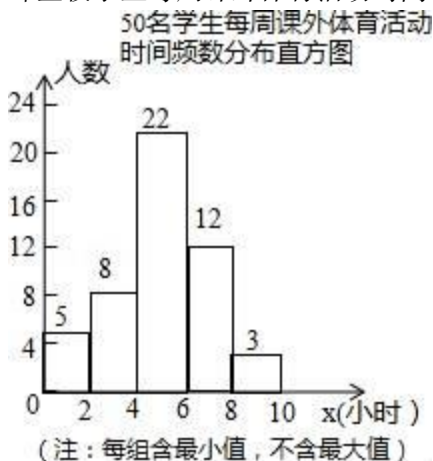
$$\frac{1 \times 5 + 3 \times 8 + 5 \times 22 + 7 \times 12 + 9 \times 3}{50} = 5,$$

即这 50 名学生每周课外体育活动时间的平均数是 5;

(4) 由题意可得,

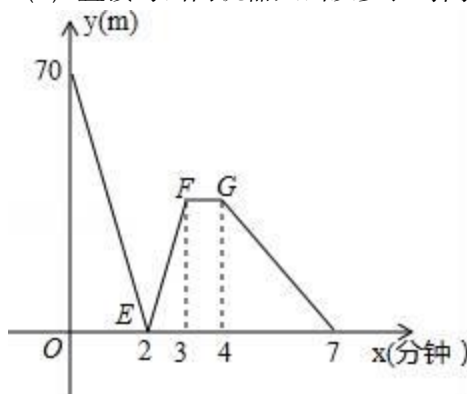
全校学生每周课外体育活动时间不少于 6 小时的学生有: $1000 \times \frac{12+3}{50} = 300$ (人),

即全校学生每周课外体育活动时间不少于 6 小时的学生有 300 人.



25. 有一科技小组进行了机器人行走性能试验, 在试验场地有 A、B、C 三点顺次在同一笔直的赛道上, 甲、乙两机器人分别从 A、B 两点同时同向出发, 历时 7 分钟同时到达 C 点, 乙机器人始终以 60 米/分的速度行走, 如图是甲、乙两机器人之间的距离 y (米) 与他们的行走时间 x (分钟) 之间的函数图象, 请结合图象, 回答下列问题:

- (1) A、B 两点之间的距离是 70 米, 甲机器人前 2 分钟的速度为 95 米/分;
- (2) 若前 3 分钟甲机器人的速度不变, 求线段 EF 所在直线的函数解析式;
- (3) 若线段 $FG \parallel x$ 轴, 则此段时间, 甲机器人的速度为 60 米/分;
- (4) 求 A、C 两点之间的距离;
- (5) 直接写出两机器人出发多长时间相距 28 米.



【考点】 一次函数的应用.

【分析】 (1) 结合图象得到 A、B 两点之间的距离, 甲机器人前 2 分钟的速度;

(2) 根据题意求出点 F 的坐标, 利用待定系数法求出 EF 所在直线的函数解析式;

(3) 根据一次函数的图象和性质解答;

(4) 根据速度和时间的关系计算即可;

(5) 分前 2 分钟、2 分钟 - 3 分钟、4 分钟 - 7 分钟三个时间段解答.

【解答】 解: (1) 由图象可知, A、B 两点之间的距离是 70 米,

甲机器人前 2 分钟的速度为: $(70+60 \times 2) \div 2 = 95$ 米/分;

(2) 设线段 EF 所在直线的函数解析式为: $y=kx+b$,

$$\therefore 1 \times (95 - 60) = 35,$$

$\therefore$ 点 F 的坐标为 (3, 35),

$$\text{则} \begin{cases} 2k+b=0 \\ 3k+b=35 \end{cases},$$

$$\text{解得,} \begin{cases} k=35 \\ b=70 \end{cases},$$

$\therefore$ 线段 EF 所在直线的函数解析式为 $y=35x-70$;

(3) $\therefore$ 线段 FG $\parallel$ x 轴,

$\therefore$ 甲、乙两机器人的速度都是 60 米/分;

(4) A、C 两点之间的距离为 $70+60 \times 7=490$ 米;

(5) 设前 2 分钟, 两机器人出发 x s 相距 28 米,

由题意得, $60x+70-95x=28$,

解得, $x=1.2$,

前 2 分钟 - 3 分钟, 两机器人相距 28 米时,

$$35x-70=28,$$

解得, $x=2.8$,

4 分钟 - 7 分钟, 两机器人相距 28 米时,

$$(95-60)x=28,$$

解得, $x=0.8$,

$$0.8+4=4.8,$$

答: 两机器人出发 1.2s 或 2.8s 或 4.8s 相距 28 米.

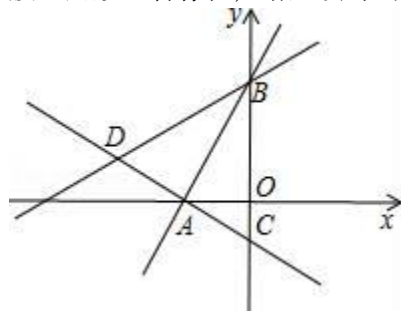
26. 如图所示, 在平面直角坐标系中, 过点 A $(-\sqrt{3}, 0)$ 的两条直线分别交 y 轴于 B、C 两点, 且 B、C 两点的纵坐标分别是一元二次方程 $x^2-2x-3=0$ 的两个根

(1) 求线段 BC 的长度;

(2) 试问: 直线 AC 与直线 AB 是否垂直? 请说明理由;

(3) 若点 D 在直线 AC 上, 且 $DB=DC$, 求点 D 的坐标;

(4) 在 (3) 的条件下, 直线 BD 上是否存在点 P, 使以 A、B、P 三点为顶点的三角形是等腰三角形? 若存在, 请直接写出 P 点的坐标; 若不存在, 请说明理由.



【考点】 三角形综合题.

【分析】 (1) 解出方程后, 即可求出 B、C 两点的坐标, 即可求出 BC 的长度;

(2) 由 A、B、C 三点坐标可知 $OA^2=OC \cdot OB$, 所以可证明 $\triangle AOC \sim \triangle BOA$, 利用对应角相等即可求出 $\angle CAB=90^\circ$;

(3) 容易求得直线 AC 的解析式, 由 $DB=DC$ 可知, 点 D 在 BC 的垂直平分线上, 所以 D 的纵坐标为 1, 将其代入直线 AC 的解析式即可求出 D 的坐标;

(4) A、B、P 三点为顶点的三角形是等腰三角形, 可分为以下三种情况: ①AB=AP; ②AB=BP; ③AP=BP; 然后分别求出 P 的坐标即可.

【解答】(1) $\because x^2 - 2x - 3 = 0$,

$$\therefore x=3 \text{ 或 } x=-1,$$

$$\therefore B(0, 3), C(0, -1),$$

$$\therefore BC=4,$$

$$(2) \because A(-\sqrt{3}, 0), B(0, 3), C(0, -1),$$

$$\therefore OA=\sqrt{3}, OB=3, OC=1,$$

$$\therefore OA^2=OB \cdot OC,$$

$$\therefore \angle AOC = \angle BOA = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle AOC \sim \triangle BOA,$$

$$\therefore \angle CAO = \angle ABO,$$

$$\therefore \angle CAO + \angle BAO = \angle ABO + \angle BAO = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\therefore AC \perp AB;$$

(3) 设直线 AC 的解析式为 $y=kx+b$,

把 A $(-\sqrt{3}, 0)$ 和 C $(0, -1)$ 代入 $y=kx+b$,

$$\therefore \begin{cases} -1=b \\ 0=-\sqrt{3}k+b \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k=-\frac{\sqrt{3}}{3} \\ b=-1 \end{cases}$$

$$\therefore \text{直线 AC 的解析式为: } y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x-1,$$

$$\because DB=DC,$$

$\therefore$ 点 D 在线段 BC 的垂直平分线上,

$$\therefore D \text{ 的纵坐标为 } 1,$$

$$\therefore \text{把 } y=1 \text{ 代入 } y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x-1,$$

$$\therefore x=-2\sqrt{3},$$

$$\therefore D \text{ 的坐标为 } (-2\sqrt{3}, 1),$$

(4) 设直线 BD 的解析式为: $y=mx+n$, 直线 BD 与 x 轴交于点 E,

把 B $(0, 3)$ 和 D $(-2\sqrt{3}, 1)$ 代入 $y=mx+n$,

$$\therefore \begin{cases} n=3 \\ 1=-2\sqrt{3}m+n \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} m=-\frac{\sqrt{3}}{3} \\ n=3 \end{cases}$$

∴ 直线 BD 的解析式为: $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 3$,

令 $y=0$ 代入 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 3$,

$$\therefore x = -3\sqrt{3},$$

$$\therefore E(-3\sqrt{3}, 0),$$

$$\therefore OE = 3\sqrt{3},$$

$$\therefore \tan \angle BEC = \frac{OB}{OE} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore \angle BEO = 30^\circ,$$

同理可求得: $\angle ABO = 30^\circ$,

$$\therefore \angle ABE = 30^\circ,$$

当 $PA=AB$ 时, 如图 1,

此时, $\angle BEA = \angle ABE = 30^\circ$,

$$\therefore EA = AB,$$

∴ P 与 E 重合,

$$\therefore P \text{ 的坐标为 } (-3\sqrt{3}, 0),$$

当 $PA=PB$ 时, 如图 2,

此时, $\angle PAB = \angle PBA = 30^\circ$,

$$\because \angle ABE = \angle ABO = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle PAB = \angle ABO,$$

$$\therefore PA \parallel BC,$$

$$\therefore \angle PAO = 90^\circ,$$

$$\therefore \text{点 P 的横坐标为 } -\sqrt{3},$$

令 $x = -\sqrt{3}$ 代入 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 3$,

$$\therefore y = 2,$$

$$\therefore P(-\sqrt{3}, 2),$$

当 $PB=AB$ 时, 如图 3,

$$\therefore \text{由勾股定理可求得: } AB = 2\sqrt{3}, EB = 6,$$

若点 P 在 y 轴左侧时, 记此时点 P 为 P_1 ,

过点 P_1 作 $P_1F \perp x$ 轴于点 F,

$$\therefore P_1B = AB = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore EP_1 = 6 - 2\sqrt{3},$$

$$\therefore \sin \angle BEO = \frac{FP_1}{EP_1},$$

$$\therefore FP_1 = 3 - \sqrt{3},$$

令 $y = 3 - \sqrt{3}$ 代入 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 3$,

$$\therefore x = -3,$$

$$\therefore P_1(-3, 3 - \sqrt{3}),$$

若点 P 在 y 轴的右侧时, 记此时点 P 为 P_2 ,

过点 P_2 作 $P_2G \perp x$ 轴于点 G,

$$\therefore P_2B=AB=2\sqrt{3},$$

$$\therefore EP_2=6+2\sqrt{3},$$

$$\therefore \sin \angle BEO = \frac{GP_2}{EP_2},$$

$$\therefore GP_2=3+\sqrt{3},$$

$$\text{令 } y=3+\sqrt{3} \text{ 代入 } y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+3,$$

$$\therefore x=3,$$

$$\therefore P_2(3, 3+\sqrt{3}),$$

综上所述，当 A、B、P 三点为顶点的三角形是等腰三角形时，点 P 的坐标为 $(-3\sqrt{3}, 0)$ ， $(-\sqrt{3}, 2)$ ， $(-3, 3-\sqrt{3})$ ， $(3, 3+\sqrt{3})$ 。

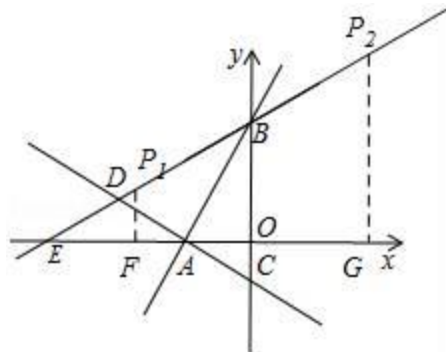


图3

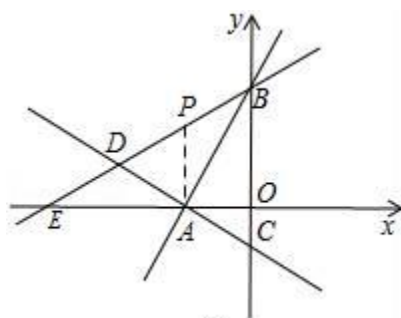


图2

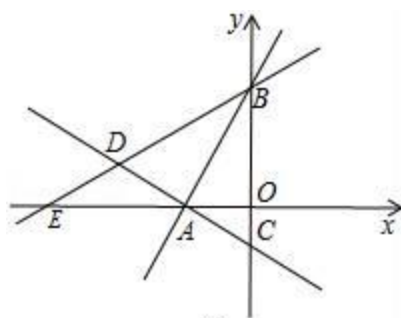


图1