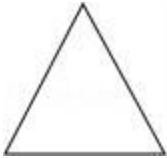
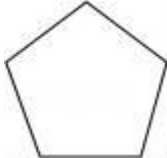
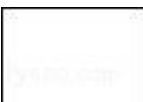


2016 年黑龙江省牡丹江市中考数学试卷

一、选择题 (每小题 3 分, 共 36 分)

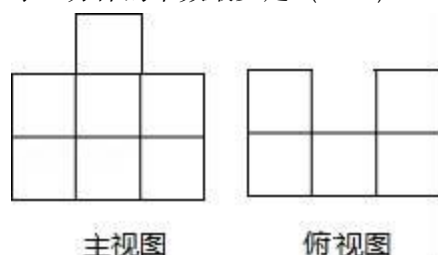
1. 下列图形中, 既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()

- A.  等边三角形
- B.  正五边形
- C.  矩形
- D.  平行四边形

2. 下列计算正确的是 ()

- A. $2a^3 \cdot 3a^2 = 6a^6$ B. $a^3 + 2a^3 = 3a^6$
- C. $a \div b \times \frac{1}{b} = a$ D. $(-2a^2b)^3 = -8a^6b^3$

3. 由若干个小正方体搭成的几何体的主视图和俯视图, 如图所示, 则搭成该几何体所用的小正方体的个数最少是 ()



- A. 8 B. 9 C. 10 D. 11

4. 在函数 $y = \sqrt{x-1}$ 中, 自变量 x 的取值范围是 ()

- A. $x > 1$ B. $x < 1$ C. $x \leq 1$ D. $x \geq 1$

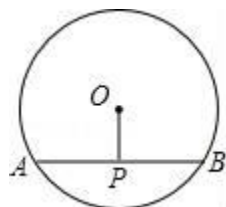
5. 在一个口袋中有 4 个完全相同的小球, 把它们分别标号为 1, 2, 3, 4, 随机地摸出一个小球然后放回, 再随机地摸出一个小球, 则两次摸出的小球的标号之和等于 5 的概率是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{5}$

6. 在平面直角坐标系中, 直线 $y = 2x - 6$ 不经过 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

7. 如图, 在半径为 5 的 $\odot O$ 中, 弦 $AB = 6$, $OP \perp AB$, 垂足为点 P , 则 OP 的长为 ()

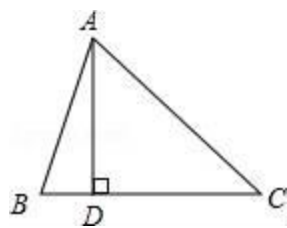


- A. 3 B. 2.5 C. 4 D. 3.5

8. 将抛物线 $y = x^2 - 1$ 向下平移 8 个单位长度后与 x 轴的两个交点之间的距离为 ()

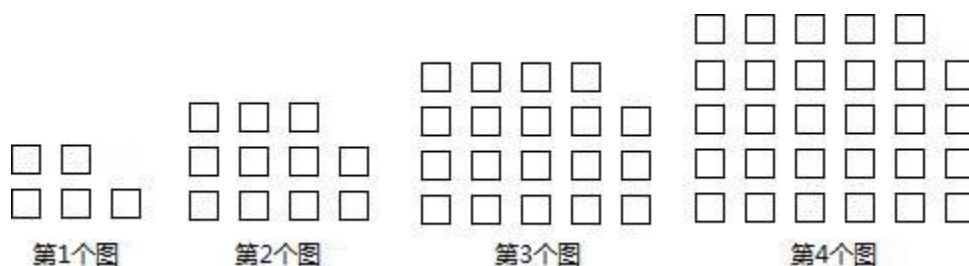
- A. 4 B. 6 C. 8 D. 10

9. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AD \perp BC$ ，垂足为点D，若 $AC=6\sqrt{2}$ ， $\angle C=45^\circ$ ， $\tan \angle ABC=3$ ，则BD等于（ ）



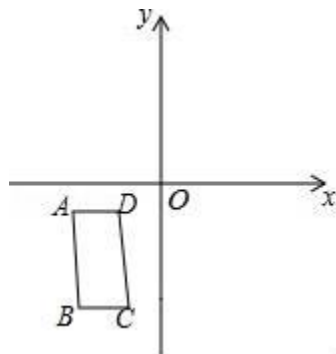
- A. 2 B. 3 C. $3\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{3}$

10. 如图，用相同的小正方形按照某种规律进行摆放，则第8个图形中小正方形的个数是（ ）



- A. 71 B. 78 C. 85 D. 89

11. 如图，在平面直角坐标系中， $A(-8, -1)$ ， $B(-6, -9)$ ， $C(-2, -9)$ ， $D(-4, -1)$ 。先将四边形ABCD沿x轴翻折，再向右平移8个单位长度，向下平移1个单位长度后，得到四边形 $A_1B_1C_1D_1$ ，最后将四边形 $A_1B_1C_1D_1$ ，绕着点 A_1 旋转，使旋转后的四边形对角线的交点落在x轴上，则旋转后的四边形对角线的交点坐标为（ ）

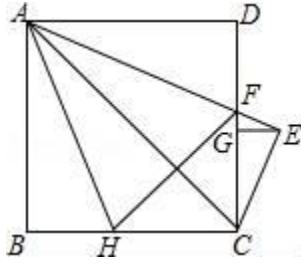


- A. $(4, 0)$ B. $(5, 0)$ C. $(4, 0)$ 或 $(-4, 0)$ D. $(5, 0)$ 或 $(-5, 0)$

12. 如图，边长为2的正方形ABCD中，AE平分 $\angle DAC$ ，AE交CD于点F， $CE \perp AE$ ，垂足为点E， $EG \perp CD$ ，垂足为点G，点H在边BC上， $BH=DF$ ，连接AH、FH，FH与AC交于点M，以下结论：

- ① $FH=2BH$ ；② $AC \perp FH$ ；③ $S_{\triangle ACF}=1$ ；④ $CE=\frac{1}{2}AF$ ；⑤ $EG^2=FG \cdot DG$ ，

其中正确结论的个数为（ ）

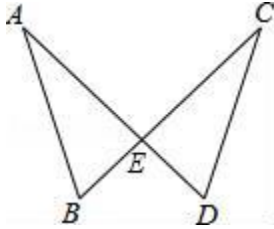


A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

二、填空题 (每小题 3 分, 满分 24 分)

13. 时光飞逝, 小学、中学的学习时光已过去, 九年的在校时间大约有 16200 小时, 请将数 16200 用科学记数法表示为_____.

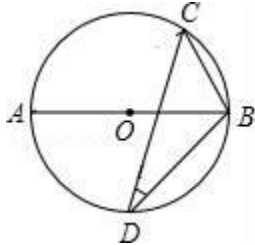
14. 如图, AD 和 CB 相交于点 E, BE=DE, 请添加一个条件, 使 $\triangle ABE \cong \triangle CDE$ (只添一个即可), 你所添加的条件是_____.



15. 某商品的进价为每件 100 元, 按标价打八折售出后每件可获利 20 元, 则该商品的标价为每件_____元.

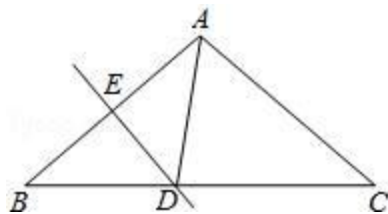
16. 若四个互不相等的正整数中, 最大的数是 8, 中位数是 4, 则这四个数的和为_____.

17. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, C, D 为 $\odot O$ 上的两点, 若 AB=6, BC=3, 则 $\angle BDC$ = _____度.



18. 已知抛物线 $y = ax^2 - 3x + c$ ($a \neq 0$) 经过点 $(-2, 4)$, 则 $4a + c - 1 =$ _____.

19. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 6$, AB 的垂直平分线交 AB 于点 E, 交 BC 于点 D, 连接 AD, 若 $AD = 4$, 则 $DC =$ _____.



20. 在矩形 ABCD 中, 对角线 AC, BD 相交于点 O, $AC + BD = 40$, $AB = 12$, 点 E 是 BC 边上一点, 直线 OE 交 CD 边所在的直线于点 F, 若 $OE = 2\sqrt{10}$, 则 $DF =$ _____.

三、解答题(满分 60 分)

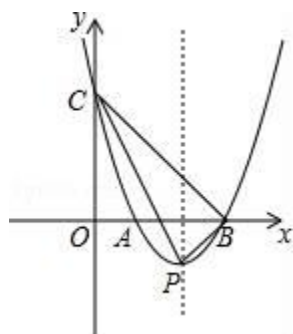
21. 先化简, 再求值: $\frac{x^2-1}{x^2+x} \div (x - \frac{2x-1}{x})$, 其中 $x = -2$.

22. 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 经过点 $(-1, 8)$ 并与 x 轴交于点 A , B 两点, 且点 B 坐标为 $(3, 0)$.

(1) 求抛物线的解析式;

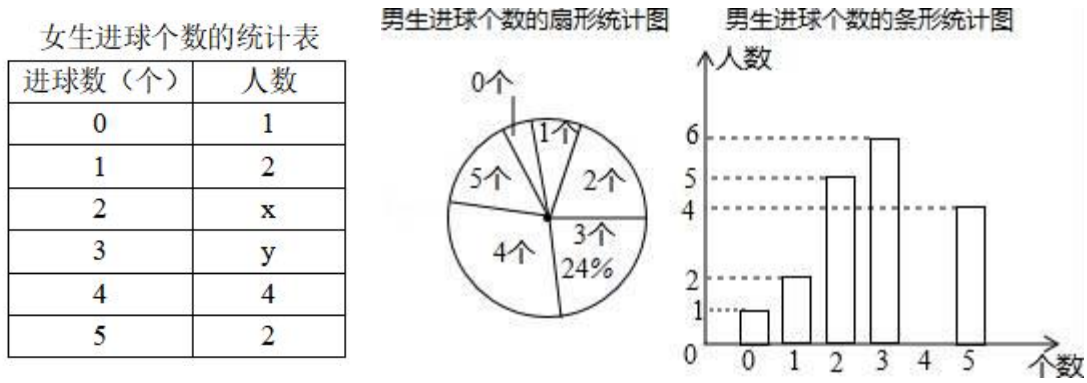
(2) 若抛物线与 y 轴交于点 C , 顶点为点 P , 求 $\triangle CPB$ 的面积.

注: 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的顶点坐标是 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$



23. 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, 点 D 为斜边 AB 的中点, $BC = 6$, $CD = 5$, 过点 A 作 $AE \perp AD$ 且 $AE = AD$, 过点 E 作 EF 垂直于 AC 边所在的直线, 垂足为点 F , 连接 DF , 请你画出图形, 并直接写出线段 DF 的长.

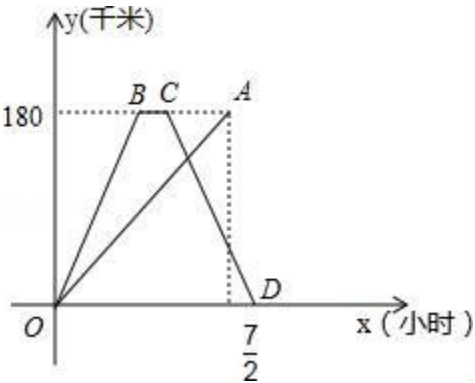
24. 为了解“足球进校园”活动开展情况，某中学利用体育课进行了定点射门测试，每人射门 5 次，所有班级测试结束后，随机抽取了某班学生的射门情况作为样本，对进球的人数进行整理后，绘制了不完整的统计图表，该班女生有 22 人，女生进球个数的众数为 2，中位数为 3.



- (1) 求这个班级的男生人数;
- (2) 补全条形统计图，并计算出扇形统计图中进 2 个球的扇形的圆心角度数;
- (3) 该校共有学生 1880 人，请你估计全校进球数不低于 3 个的学生大约有_____人.

25. 快、慢两车分别从相距 180 千米的甲、乙两地同时出发，沿同一路线匀速行驶，相向而行，快车到达乙地停留一段时间后，按原路原速返回甲地，慢车到达甲地比快车到达甲地早 $\frac{1}{2}$ 小时，慢车速度是快车速度的一半，快、慢两车到达甲地后停止行驶，两车距各自出发地的路程 y (千米) 与所用时间 x (小时) 的函数图象如图所示，请结合图象信息解答下列问题:

- (1) 请直接写出快、慢两车的速度;
- (2) 求快车返回过程中 y (千米) 与 x (小时) 的函数关系式;
- (3) 两车出发后经过多长时间相距 90 千米的路程? 直接写出答案.

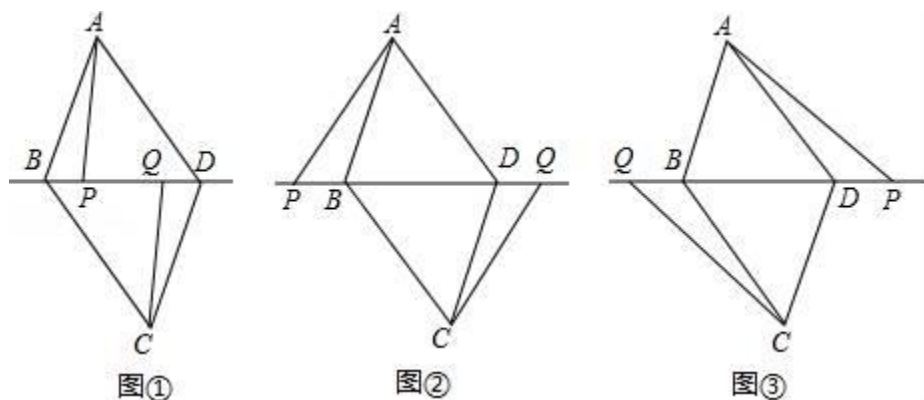


26. 在 $\square ABCD$ 中，点P和点Q是直线BD上不重合的两个动点， $AP \parallel CQ$ ， $AD=BD$ 。

(1) 如图①，求证： $BP+BQ=BC$ ；

(2) 请直接写出图②，图③中BP、BQ、BC三者之间的数量关系，不需要证明；

(3) 在(1)和(2)的条件下，若 $DQ=1$ ， $DP=3$ ，则 $BC=$ _____。



27. 某绿色食品有限公司准备购进A和B两种蔬菜，B种蔬菜每吨的进价比A中蔬菜每吨的进价多0.5万元，经计算用4.5万元购进的A种蔬菜的吨数与用6万元购进的B种蔬菜的吨数相同，请解答下列问题：

(1) 求A，B两种蔬菜每吨的进价；

(2) 该公司计划用14万元同时购进A，B两种蔬菜，若A种蔬菜以每吨2万元的价格出售，B种蔬菜以每吨3万元的价格出售，且全部售出，请求出所获利润W（万元）与购买A种蔬菜的资金a（万元）之间的函数关系式；

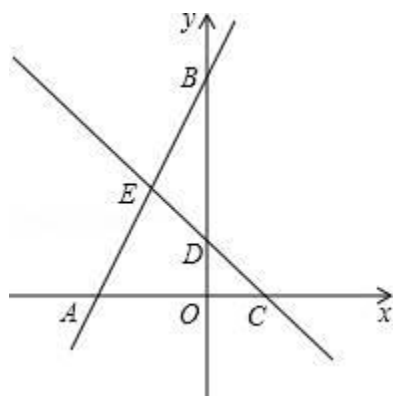
(3) 在(2)的条件下，要求A种蔬菜的吨数不低于B种蔬菜的吨数，若公司欲将(2)中的最大利润全部用于购买甲、乙两种型号的电脑赠给某中学，甲种电脑每台2100元，乙种电脑每台2700元，请直接写出有几种购买电脑的方案。

28. 如图，在平面直角坐标系中，点 O 为坐标原点，直线 $y = -x + b$ 与坐标轴交于 C, D 两点，直线 AB 与坐标轴交于 A, B 两点，线段 OA, OC 的长是方程 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 的两个根 ($OA > OC$)。

(1) 求点 A, C 的坐标；

(2) 直线 AB 与直线 CD 交于点 E ，若点 E 是线段 AB 的中点，反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象的一个分支经过点 E ，求 k 的值；

(3) 在 (2) 的条件下，点 M 在直线 CD 上，坐标平面内是否存在点 N ，使以点 B, E, M, N 为顶点的四边形是菱形？若存在，请直接写出满足条件的点 N 的坐标；若不存在，请说明理由。

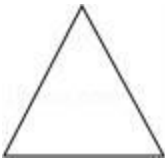
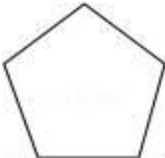
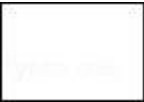


2016 年黑龙江省牡丹江市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（每小题 3 分，共 36 分）

1. 下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（ ）

- A.  等边三角形
- B.  正五边形
- C.  矩形
- D.  平行四边形

【考点】中心对称图形；轴对称图形.

【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解.

【解答】解：A、等边三角形是轴对称图形，不是中心对称图形. 故本选项错误；
B、正五边形是轴对称图形，不是中心对称图形. 故本选项错误；
C、矩形是轴对称图形，是中心对称图形. 故本选项正确；
D、平行四边形不是轴对称图形，是中心对称图形. 故本选项错误；
故选 C.

2. 下列计算正确的是（ ）

- A. $2a^3 \cdot 3a^2 = 6a^6$ B. $a^3 + 2a^3 = 3a^6$
- C. $a \div b \times \frac{1}{b} = a$ D. $(-2a^2b)^3 = -8a^6b^3$

【考点】整式的混合运算；分式的乘除法.

【分析】A、原式利用单项式乘单项式法则计算得到结果，即可作出判断；

B、原式不能合并，错误；

C、原式利用乘除法则计算得到结果，即可作出判断；

D、原式利用幂的乘方与积的乘方运算法则计算得到结果，即可作出判断.

【解答】解：A、原式= $6a^5$ ，错误；

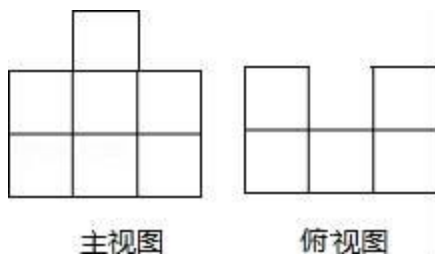
B、原式= $3a^3$ ，错误；

C、原式= $a \times \frac{1}{b} \times \frac{1}{b} = \frac{a}{b^2}$ ，错误；

D、原式= $-8a^6b^3$ ，正确，

故选 D

3. 由若干个小正方体搭成的几何体的主视图和俯视图，如图所示，则搭成该几何体所用的小正方体的个数最少是（ ）



- A. 8 B. 9 C. 10 D. 11

【考点】由三视图判断几何体.

【分析】主视图、俯视图是分别从物体正面、上面看, 所得到的图形.

【解答】解: 综合主视图和俯视图, 底层最少有 5 个小立方体, 第二层最少有 3 个小立方体, 第三层最少有 1 个小立方体, 因此搭成这个几何体的小正方体的个数最少是 9 个, 故选 B.

4. 在函数 $y=\sqrt{x-1}$ 中, 自变量 x 的取值范围是 ()

- A. $x > 1$ B. $x < 1$ C. $x \leq 1$ D. $x \geq 1$

【考点】函数自变量的取值范围.

【分析】因为当函数表达式是二次根式时, 被开方数为非负数, 所以 $x-1 \geq 0$, 解不等式可求 x 的范围.

【解答】解: 根据题意得: $x-1 \geq 0$,
解得: $x \geq 1$.
故选: D.

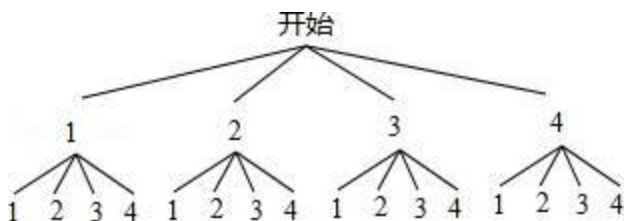
5. 在一个口袋中有 4 个完全相同的小球, 把它们分别标号为 1, 2, 3, 4, 随机地摸出一个小球然后放回, 再随机地摸出一个小球, 则两次摸出的小球的标号之和等于 5 的概率是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{5}$

【考点】列表法与树状图法.

【分析】首先根据题意画出树状图, 然后由树状图求得所有等可能的结果与两次摸出的小球的标号之和等于 5 的情况, 再利用概率公式即可求得答案.

【解答】解: 画树状图得:



$\therefore$ 共有 16 种等可能的结果, 两次摸出的小球的标号之和等于 5 的有 4 种情况,

$\therefore$ 两次摸出的小球的标号之和等于 5 的概率是: $\frac{1}{4}$.

故选 C.

6. 在平面直角坐标系中, 直线 $y=2x-6$ 不经过 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【考点】一次函数的性质.

【分析】根据 k , b 的符号判断直线所经过的象限, 然后确定必不经过的象限.

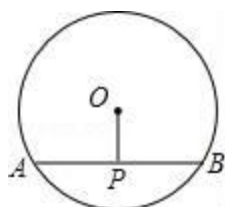
【解答】解: $\because$ 由已知, 得: $k=2 < 0$, $b=-6 < 0$,

$\therefore$ 图象经过第一、三、四象限,

$\therefore$ 必不经过第二象限.

故选: B.

7. 如图, 在半径为 5 的 $\odot O$ 中, 弦 $AB=6$, $OP \perp AB$, 垂足为点 P , 则 OP 的长为 ()



A. 3 B. 2.5 C. 4 D. 3.5

【考点】垂径定理; 勾股定理.

【分析】连接 OA , 根据垂径定理得到 $AP=\frac{1}{2}AB$, 利用勾股定理得到答案.

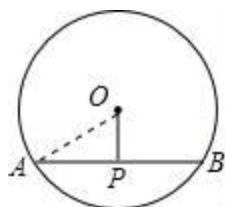
【解答】解: 连接 OA ,

$\because AB \perp OP$,

$\therefore AP=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2} \times 6=3$, $\angle APO=90^\circ$, 又 $OA=5$,

$\therefore OP=\sqrt{OA^2-AP^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$,

故选 C.



8. 将抛物线 $y=x^2-1$ 向下平移 8 个单位长度后与 x 轴的两个交点之间的距离为 ()

A. 4 B. 6 C. 8 D. 10

【考点】抛物线与 x 轴的交点; 二次函数图象与几何变换.

【分析】抛物线 $y=x^2-1$ 向下平移 8 个单位长度后得到的新的二次函数的解析式为 $y=x^2-9$, 令 $x^2-9=0$ 求其解即可知道抛物线与 x 轴的交点的横坐标, 两点之间的距离随即可求.

【解答】解: 将抛物线 $y=x^2-1$ 向下平移 8 个单位长度, 其解析式变换为: $y=x^2-9$

而抛物线 $y=x^2-9$ 与 x 轴的交点的纵坐标为 0,

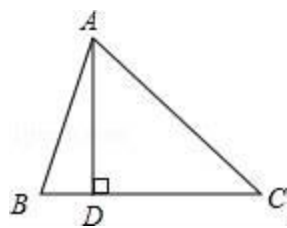
所以有: $x^2-9=0$

解得: $x_1=-3$, $x_2=3$,

则抛物线 $y=x^2-9$ 与 x 轴的交点为 $(-3, 0)$ 、 $(3, 0)$,

所以, 抛物线 $y=x^2-1$ 向下平移 8 个单位长度后与 x 轴的两个交点之间的距离为 6

9. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AD \perp BC$, 垂足为点 D , 若 $AC=6\sqrt{2}$, $\angle C=45^\circ$, $\tan \angle ABC=3$, 则 BD 等于 ()



- A. 2 B. 3 C. $3\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{3}$

【考点】解直角三角形.

【分析】根据三角函数定义可得 $AD=AC \cdot \sin 45^\circ$, 从而可得 AD 的长, 再利用正切定义可得 BD 的长.

【解答】解: $\because AC=6\sqrt{2}$, $\angle C=45^\circ$,

$$\therefore AD=AC \cdot \sin 45^\circ = 6\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 6,$$

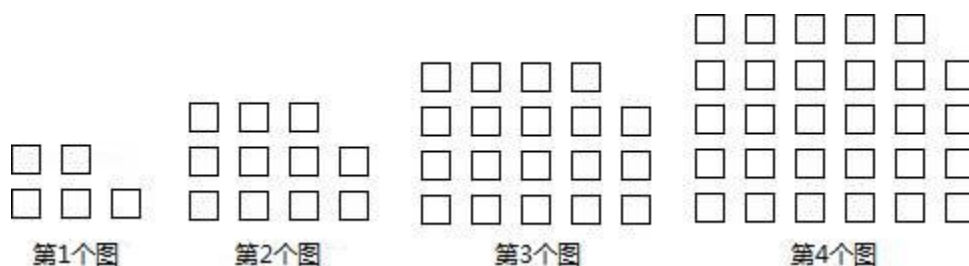
$$\because \tan \angle ABC = 3,$$

$$\therefore \frac{AD}{BD} = 3,$$

$$\therefore BD = \frac{AD}{3} = 2,$$

故选: A.

10. 如图, 用相同的小正方形按照某种规律进行摆放, 则第 8 个图形中小正方形的个数是 ()



- A. 71 B. 78 C. 85 D. 89

【考点】规律型: 图形的变化类.

【分析】观察图形可知, 第 1 个图形共有小正方形的个数为 $2 \times 2 + 1$; 第 2 个图形共有小正方形的个数为 $3 \times 3 + 2$; 第 3 个图形共有小正方形的个数为 $4 \times 4 + 3$; ...; 则第 n 个图形共有小正方形的个数为 $(n+1)^2 + n$, 进而得出答案.

【解答】解: 第 1 个图形共有小正方形的个数为 $2 \times 2 + 1$;

第 2 个图形共有小正方形的个数为 $3 \times 3 + 2$;

第 3 个图形共有小正方形的个数为 $4 \times 4 + 3$;

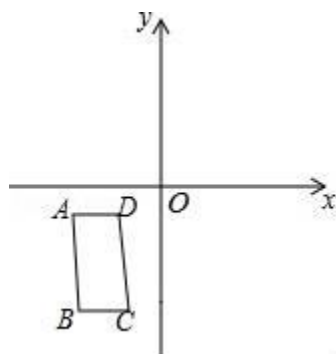
...;

则第 n 个图形共有小正方形的个数为 $(n+1)^2 + n$,

所以第 8 个图形共有小正方形的个数为: $9 \times 9 + 8 = 89$.

故选 D.

11. 如图，在平面直角坐标系中， $A(-8, -1)$ ， $B(-6, -9)$ ， $C(-2, -9)$ ， $D(-4, -1)$ 。先将四边形 $ABCD$ 沿 x 轴翻折，再向右平移 8 个单位长度，向下平移 1 个单位长度后，得到四边形 $A_1B_1C_1D_1$ ，最后将四边形 $A_1B_1C_1D_1$ ，绕着点 A_1 旋转，使旋转后的四边形对角线的交点落在 x 轴上，则旋转后的四边形对角线的交点坐标为 ()



- A. $(4, 0)$ B. $(5, 0)$ C. $(4, 0)$ 或 $(-4, 0)$ D. $(5, 0)$ 或 $(-5, 0)$

【考点】坐标与图形变化-旋转；坐标与图形变化-对称；坐标与图形变化-平移.

【分析】根据题意画出图形，发现有两种情况：①对角线交点落在 x 轴正半轴上，②对角线交点落在 x 轴负半轴上；先求平移后的四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 对角线交点 E_1 的坐标，求 OE_1 的长，从而得出结论.

【解答】解：由题意得： $A_1(0, 0)$ ， $C_1(6, 8)$ ，
根据四个点的坐标可知：四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore$ 对角线交点 E_1 是 A_1C_1 的中点，

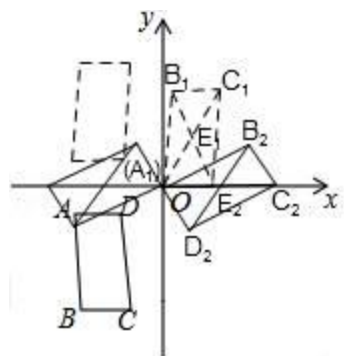
$\therefore E_1(3, 4)$ ，

由勾股定理得： $A_1E_1 = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ ，

当对角线交点落在 x 轴正半轴上时，对角线的交点坐标为 $(5, 0)$ ，

当对角线交点落在 x 轴负半轴上时，对角线的交点坐标为 $(-5, 0)$ ，

故选 D.



12. 如图，边长为 2 的正方形 $ABCD$ 中， AE 平分 $\angle DAC$ ， AE 交 CD 于点 F ， $CE \perp AE$ ，垂足为点 E ， $EG \perp CD$ ，垂足为点 G ，点 H 在边 BC 上， $BH = DF$ ，连接 AH 、 FH ， FH 与 AC 交于点 M ，以下结论：

- ① $FH = 2BH$ ；② $AC \perp FH$ ；③ $S_{\triangle ACF} = 1$ ；④ $CE = \frac{1}{2}AF$ ；⑤ $EG^2 = FG \cdot DG$ ，

其中正确结论的个数为 ()

$$\therefore CE = \sqrt{4 - 2\sqrt{2}},$$

$$\therefore CE = \frac{1}{2}AF,$$

故选项④正确；

⑤在 $Rt\triangle FEC$ 中， $EG \perp FC$ ，

$$\therefore EG^2 = FG \cdot CG,$$

$$\cos \angle FCE = \frac{CE}{FC} = \frac{CG}{CE},$$

$$\therefore CG = \frac{CE^2}{CF} = \frac{4 - 2\sqrt{2}}{4 - 2\sqrt{2}} = 1,$$

$$\therefore DG = CG,$$

$$\therefore EG^2 = FG \cdot DG,$$

故选项⑤正确；

本题正确的结论有 4 个，

故选 C.

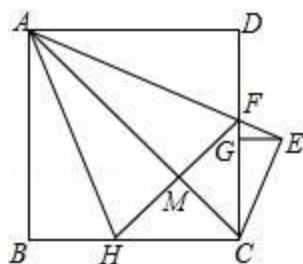


图1

二、填空题（每小题 3 分，满分 24 分）

13. 时光飞逝，小学、中学的学习时光已过去，九年的在校时间大约有 16200 小时，请将数 16200 用科学记数法表示为 1.62×10^4 .

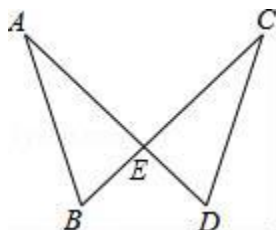
【考点】科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】解：将 16200 用科学记数法表示为： 1.62×10^4 .

故答案为： 1.62×10^4 .

14. 如图，AD 和 CB 相交于点 E， $BE = DE$ ，请添加一个条件，使 $\triangle ABE \cong \triangle CDE$ （只添一个即可），你所添加的条件是 $AE = CE$.



【考点】全等三角形的判定.

【分析】由题意得, $BE=DE$, $\angle AEB=\angle CED$ (对顶角), 可选择利用 AAS、SAS 进行全等的判定, 答案不唯一.

【解答】解: 添加 $AE=CE$,
在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CDE$ 中,

$$\therefore \begin{cases} BE=DE \\ \angle AEB=\angle CED, \\ AE=CE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDE$ (SAS),

故答案为: $AE=CE$.

15. 某商品的进价为每件 100 元, 按标价打八折售出后每件可获利 20 元, 则该商品的标价为每件 150 元.

【考点】一元一次方程的应用.

【分析】设该商品的标价为每件为 x 元, 根据八折出售可获利 20 元, 可得出方程: $80\%x - 100 = 20$, 再解答即可.

【解答】解: 设该商品的标价为每件 x 元,
由题意得: $80\%x - 100 = 20$,
解得: $x = 150$.

答: 该商品的标价为每件 150 元.

故答案为: 150.

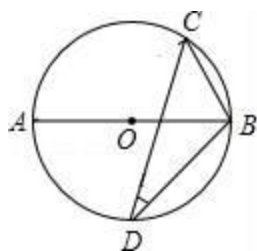
16. 若四个互不相等的正整数中, 最大的数是 8, 中位数是 4, 则这四个数的和为 17 或 18.

【考点】中位数.

【分析】根据中位数的定义得出第二个数和第三个数的和是 8, 再根据这四个数是不相等的正整数, 得出这两个数是 3 和 5, 再根据这些数都是正整数得出第一个数是 2 或 1, 再把这四个数相加即可得出答案.

【解答】解: $\because$ 中位数是 4, 最大的数是 8,
 $\therefore$ 第二个数和第三个数的和是 8,
 $\therefore$ 这四个数是不相等的正整数,
 $\therefore$ 这两个数是 3 和 5,
 $\therefore$ 这四个数是 1, 3, 5, 8 或 2, 3, 5, 8,
 $\therefore$ 这四个数的和为 17 或 18;
故答案为: 17 或 18.

17. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, C, D 为 $\odot O$ 上的两点, 若 $AB=6$, $BC=3$, 则 $\angle BDC =$ 30 度.



【考点】圆周角定理.

【分析】连接 AC，首先根据直径所对的圆周角为直角得到直角三角形，然后根据直角三角形的两边利用锐角三角函数确定 $\angle A$ 的度数，然后利用圆周角定理确定答案即可.

【解答】解：连接 AC，

$\because AB$ 是直径，

$\therefore \angle ACB=90^\circ$ ，

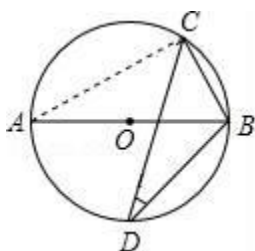
$\because AB=6$ ， $BC=3$ ，

$\therefore \sin \angle CAB = \frac{BC}{AB} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ ，

$\therefore \angle CAB=30^\circ$ ，

$\therefore \angle BDC=30^\circ$ ，

故答案为：30.



18. 已知抛物线 $y=ax^2-3x+c$ ($a \neq 0$) 经过点 $(-2, 4)$ ，则 $4a+c-1=$ -3 .

【考点】二次函数图象上点的坐标特征.

【分析】将点 $(-2, 4)$ 代入 $y=ax^2-3x+c$ ($a \neq 0$)，即可求得 $4a+c$ 的值，进一步求得 $4a+c-1$ 的值.

【解答】解：把点 $(-2, 4)$ 代入 $y=ax^2-3x+c$ ，得

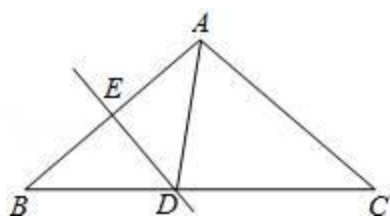
$4a+6+c=4$ ，

$\therefore 4a+c=-2$ ，

$\therefore 4a+c-1=-3$ ，

故答案为 -3.

19. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC=6$ ， AB 的垂直平分线交 AB 于点 E ，交 BC 于点 D ，连接 AD ，若 $AD=4$ ，则 $DC=$ 5 .



【考点】等腰三角形的性质；线段垂直平分线的性质.

【分析】过 A 作 $AF \perp BC$ 于 F，根据等腰三角形的性质得到 $BF=CF=\frac{1}{2}BC$ ，由 AB 的垂直平分线交 AB 于点 E，得到 $BD=AD=4$ ，设 $DF=x$ ，根据勾股定理列方程即可得到结论.

【解答】解：过 A 作 $AF \perp BC$ 于 F，

$\because AB=AC$ ，

$\therefore BF=CF=\frac{1}{2}BC$ ，

∵ AB 的垂直平分线交 AB 于点 E,

∴ BD=AD=4,

设 DF=x,

∴ BF=4+x,

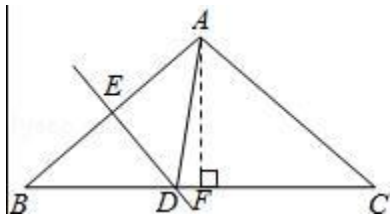
∵ AF²=AB²-BF²=AD²-DF²,

即 16-x²=36-(4+x)²,

∴ x=1,

∴ CD=5,

故答案为: 5.



20. 在矩形 ABCD 中, 对角线 AC, BD 相交于点 O, AC+BD=40, AB=12, 点 E 是 BC 边上一点, 直线 OE 交 CD 边所在的直线于点 F, 若 OE=2 $\sqrt{10}$, 则 DF= 18 或 30.

【考点】矩形的性质.

【分析】作 ON⊥BC 于 N, 由矩形的性质得出 ∠ABC=90°, AD∥BC, CD=AB=12,

OA=OC= $\frac{1}{2}$ AC, OB=OD= $\frac{1}{2}$ BD, AC=BD, 得出 OB=OC, AC=BD=20, 由勾股定理求出 BC,

由等腰三角形的性质得出 BN=CN= $\frac{1}{2}$ BC=8, 由三角形中位线定理得出 ON= $\frac{1}{2}$ AB=6, 再由

勾股定理求出 EN, 分两种情况: ①求出 CE 的长, 由平行线得出 △DMF∽△CEF, 得出对应边成比例, 即可得出结果; ②求出 CE 的长, 由平行线证出 △ONE∽△FCE, 得出对应边成比例求出 CF, 即可得出 DF 的长.

【解答】解: 作 ON⊥BC 于 N,

∵ 四边形 ABCD 是矩形,

∴ ∠ABC=90°, AD∥BC, CD=AB=12,

OA=OC= $\frac{1}{2}$ AC, OB=OD= $\frac{1}{2}$ BD, AC=BD,

∴ OB=OC,

∵ AC+BD=40,

∴ AC=BD=20,

∴ BC= $\sqrt{AC^2-AB^2}=\sqrt{20^2-12^2}=16$,

∵ ON⊥BC,

∴ BN=CN= $\frac{1}{2}$ BC=8,

∴ ON= $\frac{1}{2}$ AB=6,

∴ EN= $\sqrt{OE^2-ON^2}=\sqrt{40-36}=2$,

∴ CE=CN+EN=10,

分两种情况：①如图 1 所示：

$\because AD \parallel BC, OB=OD,$

$\therefore DM: BE=OD: OB=1, \triangle DMF \sim \triangle CEF,$

$\therefore DM=BE=BC-CE=6, \frac{DF}{CF}=\frac{DM}{CE},$

即 $\frac{DF}{12+DF}=\frac{6}{10},$

解得： $DF=18;$

②如图 2 所示： 由①得： $CE=CN-EN=6,$

$\because CD \perp BC, ON \perp BC,$

$\therefore ON \parallel CD,$

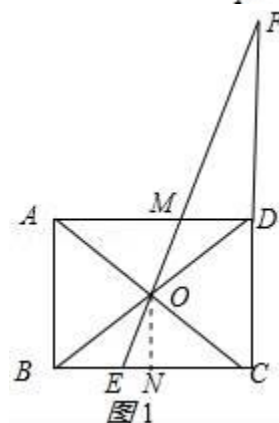
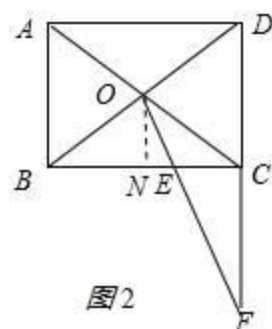
$\therefore \triangle ONE \sim \triangle FCE,$

$\therefore \frac{EN}{CE}=\frac{OM}{CF},$ 即 $\frac{2}{6}=\frac{6}{CF},$

解得： $CF=18,$

$\therefore DF=CD+CF=12+18=30;$

故答案为： 18 或 30.



三、解答题(满分 60 分)

21. 先化简，再求值： $\frac{x^2-1}{x^2+x} \div (x - \frac{2x-1}{x})$ ，其中 $x=-2$.

【考点】分式的化简求值.

【分析】先算括号里面的，再算除法，最后把 x 的值代入进行计算即可.

【解答】解：原式 $= \frac{(x+1)(x-1)}{x(x+1)} \div \frac{x^2-2x+1}{x}$

$$= \frac{x-1}{x} \cdot \frac{x}{(x-1)^2}$$

$$= \frac{1}{x-1},$$

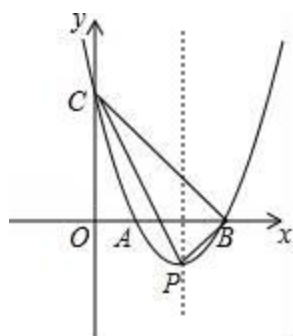
当 $x = -2$ 时, 原式 $= \frac{1}{-2-1} = -\frac{1}{3}.$

22. 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 经过点 $(-1, 8)$ 并与 x 轴交于点 A , B 两点, 且点 B 坐标为 $(3, 0)$.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 若抛物线与 y 轴交于点 C , 顶点为点 P , 求 $\triangle CPB$ 的面积.

注: 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的顶点坐标是 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$



【考点】 抛物线与 x 轴的交点; 待定系数法求二次函数解析式.

【分析】 (1) 将已知点的坐标代入二次函数的解析式, 解关于 b 、 c 的二元一次方程组即可;

(2) 过点 P 作 $PH \perp Y$ 轴于点 H , 过点 B 作 $BM \parallel y$ 轴交直线 PH 于点 M , 过点 C 作 $CN \perp y$ 轴叫直线 BM 于点 N , 则 $S_{\triangle CPB} = S_{\text{矩形} CHMN} - S_{\triangle CHP} - S_{\triangle PMB} - S_{\triangle CNB}$

【解答】 i 解: (1) $\because$ 抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 经过点 $(-1, 8)$ 与点 $B(3, 0)$,

$$\therefore \begin{cases} 1 - b + c = 8 \\ 9 + 3b + c = 0 \end{cases}$$

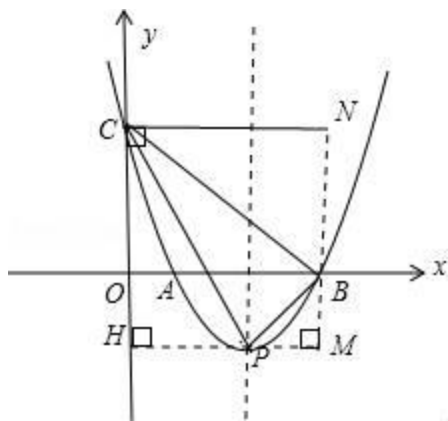
解得: $\begin{cases} b = -4 \\ c = 3 \end{cases}$

$\therefore$ 抛物线的解析式为: $y = x^2 - 4x + 3$

(2) $\because y = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1$,

$\therefore P(2, -1)$

过点 P 作 $PH \perp Y$ 轴于点 H , 过点 B 作 $BM \parallel y$ 轴交直线 PH 于点 M , 过点 C 作 $CN \perp y$ 轴叫直线 BM 于点 N , 如下图所示:



$$\begin{aligned}
 S_{\triangle CPB} &= S_{\text{矩形} CHMN} - S_{\triangle CHP} - S_{\triangle PMB} - S_{\triangle CNB} \\
 &= 3 \times 4 - \frac{1}{2} \times 2 \times 4 - \frac{1}{2} \times 1 \times 1 - \frac{1}{2} \times 3 \times 3 \\
 &= 3
 \end{aligned}$$

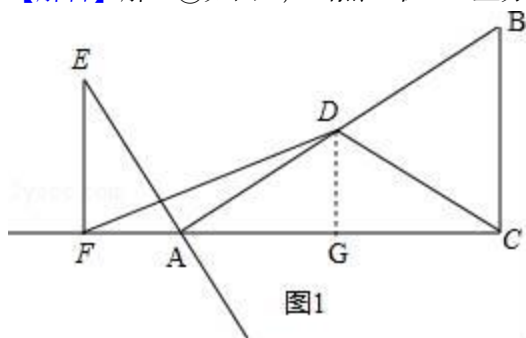
即： $\triangle CPB$ 的面积为 3

23. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ，点 D 为斜边 AB 的中点， $BC=6$ ， $CD=5$ ，过点 A 作 $AE \perp AD$ 且 $AE=AD$ ，过点 E 作 EF 垂直于 AC 边所在的直线，垂足为点 F ，连接 DF ，请你画出图形，并直接写出线段 DF 的长.

【考点】 全等三角形的判定与性质；直角三角形斜边上的中线；勾股定理.

【分析】 分两种情况：①点 E 在 CF 上方，根据直角三角形的性质得出 $AC=8$ ，作 $DG \perp AC$ 可得 $AG=4$ 、 $DG=3$ ，再证 $\triangle EAF \cong \triangle ADG$ 可得 $AF=DG=3$ ，即 $GF=7$ ，由勾股定理即可得答案；②点 E 在 AC 下方时，与①同理可得.

【解答】 解：①如图 1，当点 E 在 CF 上方时，



$\because$ 点 D 为斜边 AB 的中点， $BC=6$ ， $CD=5$ ，

$$\therefore CD=AD=DB=\frac{1}{2}AB=5,$$

$$\therefore AB=10, AC=8,$$

过点 D 作 $DG \perp AC$ 于 G ，

$$\therefore AG=CG=\frac{1}{2}AC=4, DG=\frac{1}{2}BC=3, \angle EFA=\angle AGD=90^\circ,$$

$$\therefore \angle EAF+\angle AEF=90^\circ,$$

又 $\because AE \perp AD$ ，

$$\therefore \angle EAF+\angle DAG=90^\circ,$$

$$\therefore \angle AEF=\angle DAG,$$

在 $\triangle EAF$ 和 $\triangle ADG$ 中，

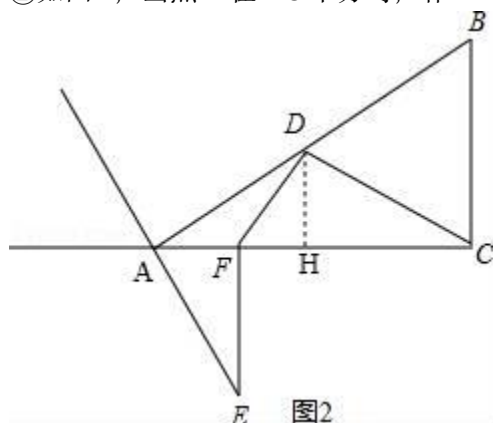
$$\therefore \begin{cases} \angle EFA = \angle AGD \\ \angle AEF = \angle DAG, \\ AE = AD \end{cases}$$

$\therefore \triangle EAF \cong \triangle ADG$ (AAS),

$\therefore AF = DG = 3$,

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle DFG$ 中, $DF = \sqrt{FG^2 + DG^2} = \sqrt{7^2 + 3^2} = \sqrt{58}$;

②如图 2, 当点 E 在 AC 下方时, 作 $DH \perp AC$ 于 H,



与①同理可得 $\triangle DAH \cong \triangle AEF$,

$\therefore AF = DH = 3$,

$\therefore FH = AH - AF = 1$,

则 $DF = \sqrt{DH^2 + FH^2} = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$.

综上, DF 的长为 $\sqrt{58}$ 或 $\sqrt{10}$.

24. 为了解“足球进校园”活动开展情况, 某中学利用体育课进行了定点射门测试, 每人射门 5 次, 所有班级测试结束后, 随机抽取了某班学生的射门情况作为样本, 对进球的人数进行整理后, 绘制了不完整的统计图表, 该班女生有 22 人, 女生进球个数的众数为 2, 中位数为 3.

女生进球个数的统计表

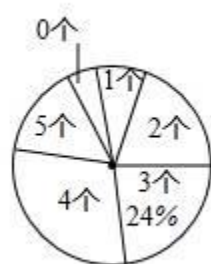
进球数 (个)	人数
0	1
1	2
2	x
3	y
4	4
5	2

(1) 求这个班级的男生人数;

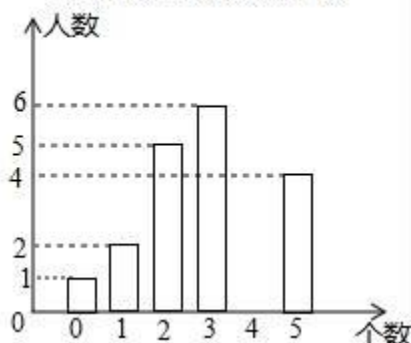
(2) 补全条形统计图, 并计算出扇形统计图中进 2 个球的扇形的圆心角度数;

(3) 该校共有学生 1880 人, 请你估计全校进球数不低于 3 个的学生大约有 1160 人.

男生进球个数的扇形统计图



男生进球个数的条形统计图



【考点】 条形统计图；用样本估计总体；扇形统计图；中位数；众数.

【分析】 (1) 根据进球数为3个的人数除以占的百分比求出男生总人数即可；

(2) 求出进球数为4个的人数，以及进球数为2个的圆心角度数，补全条形统计图即可；

(3) 求出进球数不低于3个的百分比，乘以1880即可得到结果.

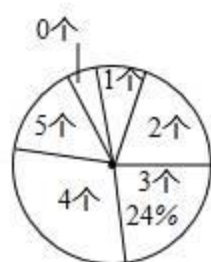
【解答】 解：(1) 这个班级的男生人数为 $6 \div 24\% = 25$ (人)，

则这个班级的男生人数为25人；

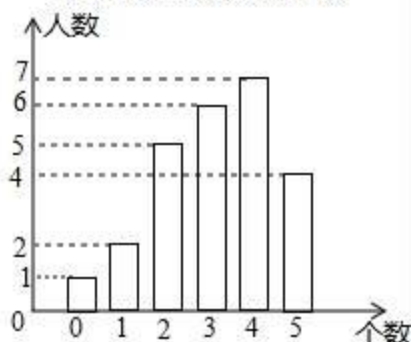
(2) 男生进球数为4个的人数为 $25 - (1+2+5+6+4) = 7$ (人)，进2个球的扇形圆心角度数为 $360^\circ \times \frac{2}{25} = 72^\circ$ ；

补全条形统计图，如图所示：

男生进球个数的扇形统计图



男生进球个数的条形统计图



(3) 根据题意得： $1880 \times \frac{6+7+4}{25} = 1160$ (人)，

则全校进球数不低于3个的学生大约有1160人.

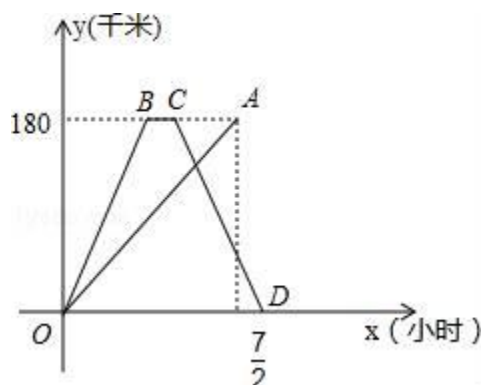
故答案为：1160

25. 快、慢两车分别从相距180千米的甲、乙两地同时出发，沿同一路线匀速行驶，相向而行，快车到达乙地停留一段时间后，按原路原速返回甲地，慢车到达甲地比快车到达甲地早 $\frac{1}{2}$ 小时，慢车速度是快车速度的一半，快、慢两车到达甲地后停止行驶，两车距各自出发地的路程 y (千米) 与所用时间 x (小时) 的函数图象如图所示，请结合图象信息解答下列问题：

(1) 请直接写出快、慢两车的速度；

(2) 求快车返回过程中 y (千米) 与 x (小时) 的函数关系式；

(3) 两车出发后经过多长时间相距90千米的路程？直接写出答案.



【考点】一次函数的应用；待定系数法求一次函数解析式.

【分析】(1) 根据路程与相应的时间，求得快车与慢车的速度；

(2) 先求得点 C 的坐标，再根据点 D 的坐标，运用待定系数法求得 CD 的解析式；

(3) 分三种情况：在两车相遇之前；在两车相遇之后；在快车返回之后，分别求得时间即可.

【解答】解：(1) 快车速度： $180 \times 2 \div (\frac{7}{2} - \frac{1}{2}) = 120$ 千米/时，

慢车速度： $120 \div 2 = 60$ 千米/时；

(2) 快车停留的时间： $\frac{7}{2} - \frac{180}{120} \times 2 = \frac{1}{2}$ (小时)，

$\frac{1}{2} + \frac{180}{120} = 2$ (小时)，即 C (2, 180)，

设 CD 的解析式为： $y = kx + b$ ，则

将 C (2, 180)，D ($\frac{7}{2}$, 0) 代入，得

$$\begin{cases} 180 = 2k + b \\ 0 = \frac{7}{2}k + b \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = -120 \\ b = 420 \end{cases},$$

$\therefore$ 快车返回过程中 y (千米) 与 x (小时) 的函数关系式为 $y = -120x + 420$ ($2 \leq x \leq \frac{7}{2}$)；

(3) 相遇之前： $120x + 60x + 90 = 180$ ，

解得 $x = \frac{1}{2}$ ；

相遇之后： $120x + 60x - 90 = 180$ ，

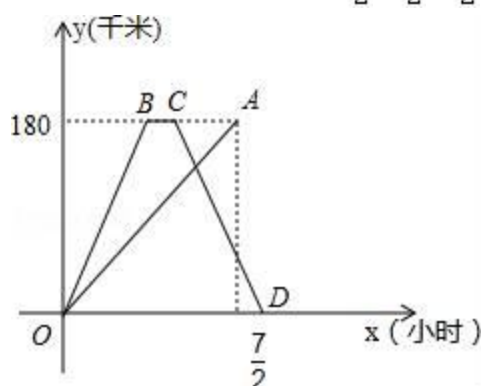
解得 $x = \frac{3}{2}$ ；

快车从甲地到乙地需要 $180 \div 120 = \frac{3}{2}$ 小时，

快车返回之后： $60x = 90 + 120(x - \frac{1}{2} - \frac{3}{2})$

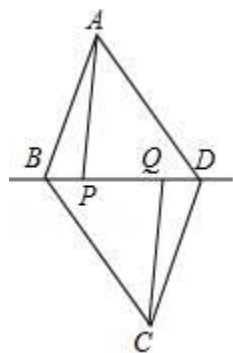
解得 $x = \frac{5}{2}$

综上所述，两车出发后经过 $\frac{1}{2}$ 或 $\frac{3}{2}$ 或 $\frac{5}{2}$ 小时相距 90 千米的路程.

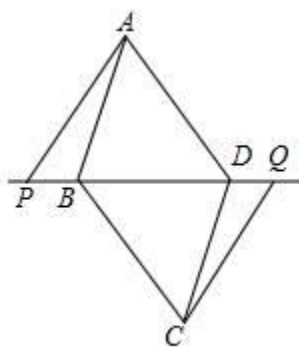


26. 在 $\square ABCD$ 中，点 P 和点 Q 是直线 BD 上不重合的两个动点， $AP \parallel CQ$ ， $AD = BD$.

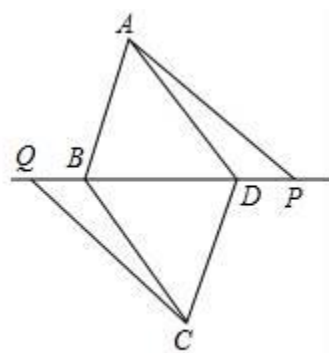
- (1) 如图①，求证： $BP + BQ = BC$ ；
- (2) 请直接写出图②，图③中 BP、BQ、BC 三者之间的数量关系，不需要证明；
- (3) 在 (1) 和 (2) 的条件下，若 $DQ = 1$ ， $DP = 3$ ，则 $BC = \underline{2 \text{ 或 } 4}$.



图①



图②



图③

【考点】四边形综合题.

【分析】(1) 根据平行四边形的性质证明 $\triangle ADP \cong \triangle CBQ$ ，得 $BQ = PD$ ，由 $AD = BD = BC$ 得： $BC = BD = BP + PD = BP + BQ$ ；

(2) 图②，证明 $\triangle ABP \cong \triangle CDQ$ ，得 $PB = DQ$ ，根据线段的和得出结论；
图③，证明 $\triangle ADP \cong \triangle CBQ$ ，得 $PD = BQ$ ，同理得出结论；

(3) 分别代入图①和图②条件下的 BC，计算即可.

【解答】证明：(1) $\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形，

$$\therefore AD \parallel BC, AD = BC,$$

$$\therefore \angle ADB = \angle CBD,$$

$$\because AP \parallel CQ,$$

$$\therefore \angle APQ = \angle CQB,$$

$$\therefore \triangle ADP \cong \triangle CBQ,$$

$$\therefore DP = BQ,$$

$$\because AD = BD, AD = BC,$$

$$\therefore BD = BC,$$

$$\therefore BD = BP + DP,$$

$$\therefore BC=BP+BQ;$$

(2) 图②: $BQ - BP=BC$, 理由是:

$$\because AP \parallel CQ,$$

$$\therefore \angle APB = \angle CQD,$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle CDB,$$

$$\therefore \angle ABP = \angle CDQ,$$

$$\because AB=CD,$$

$$\therefore \triangle ABP \cong \triangle CDQ,$$

$$\therefore BP=DQ,$$

$$\therefore BC=AD=BD=BQ - DQ=BQ - BP;$$

图③: $BP - BQ=BC$, 理由是:

同理得: $\triangle ADP \cong \triangle CBQ$,

$$\therefore PD=BQ,$$

$$\therefore BC=AD=BD=BP - PD=BP - BQ;$$

(3) 图①, $BC=BP+BQ=DQ+PD=1+3=4$,

图②, $BC=BQ - BP=PD - DQ=3 - 1=2$,

$\therefore BC=2$ 或 4 .

27. 某绿色食品有限公司准备购进 A 和 B 两种蔬菜, B 种蔬菜每吨的进价比 A 中蔬菜每吨的进价多 0.5 万元, 经计算用 4.5 万元购进的 A 种蔬菜的吨数与用 6 万元购进的 B 种蔬菜的吨数相同, 请解答下列问题:

(1) 求 A, B 两种蔬菜每吨的进价;

(2) 该公司计划用 14 万元同时购进 A, B 两种蔬菜, 若 A 种蔬菜以每吨 2 万元的价格出售, B 种蔬菜以每吨 3 万元的价格出售, 且全部售出, 请求出所获利润 W (万元) 与购买 A 种蔬菜的资金 a (万元) 之间的函数关系式;

(3) 在 (2) 的条件下, 要求 A 种蔬菜的吨数不低于 B 种蔬菜的吨数, 若公司欲将 (2) 中的最大利润全部用于购买甲、乙两种型号的电脑赠给某中学, 甲种电脑每台 2100 元, 乙种电脑每台 2700 元, 请直接写出有几种购买电脑的方案.

【考点】一次函数的应用; 分式方程的应用; 一元一次不等式的应用; 一次函数的性质.

【分析】(1) 设每吨 A 种蔬菜的进价为 x 万元, 每吨 B 种蔬菜的进价为 $(x+0.5)$ 万元, 根据用 4.5 万元购进的 A 种蔬菜的吨数与用 6 万元购进的 B 种蔬菜的吨数相同, 可列分式方程求解;

(2) 根据所获利润 $W=A$ 种蔬菜出售所获利润+B 种蔬菜出售所获利润, 列出函数解析式并化简即可;

(3) 先根据 A 种蔬菜的吨数不低于 B 种蔬菜的吨数, 求得 a 的取值范围, 再根据一次函数 $W = -\frac{1}{6}a + 7$ 的性质, 求得最大利润, 最后根据电脑的价格判断购买电脑的方案数量.

【解答】解: (1) 设每吨 A 种蔬菜的进价为 x 万元, 则每吨 B 种蔬菜的进价为 $(x+0.5)$ 万元, 依题意得

$$\frac{4.5}{x} = \frac{6}{x+0.5},$$

解得 $x=1.5$,

经检验: $x=1.5$ 是原方程的解,

$$\therefore x+0.5=2,$$

$\therefore$ 每吨 A 种蔬菜的进价为 1.5 万元, 每吨 B 种蔬菜的进价为 2 万元;

$$(2) \text{ 根据题意得, } W = (2 - 1.5) \times \frac{a}{1.5} + (3 - 2) \times \frac{14 - a}{2} = -\frac{1}{6}a + 7,$$

$\therefore$ 所获利润 W (万元) 与购买 A 种蔬菜的资金 a (万元) 之间的函数关系式为:

$$W = -\frac{1}{6}a + 7;$$

$$(3) \text{ 当 } \frac{a}{1.5} \geq \frac{14 - a}{2} \text{ 时, } a \geq 6,$$

$\therefore$ 在一次函数 $W = -\frac{1}{6}a + 7$ 中, W 随着 a 的增大而减小,

$\therefore$ 当 $a=6$ 时, W 有最大值, W 的最大值为 $-1+7=6$ (万元),

设购买甲种电脑 a 台, 购买乙种电脑 b 台, 则 $2100a+2700b=60000$,

$\therefore$ a 和 b 均为整数,

$\therefore$ 有三种购买方案.

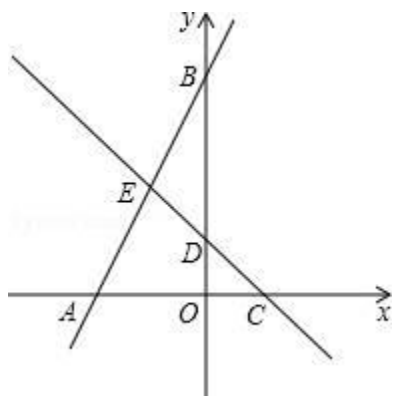
28. 如图, 在平面直角坐标系中, 点 O 为坐标原点, 直线 $y = -x + b$ 与坐标轴交于 C, D 两点, 直线 AB 与坐标轴交于 A, B 两点, 线段 OA, OC 的长是方程 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 的两个根 ($OA > OC$).

(1) 求点 A, C 的坐标;

(2) 直线 AB 与直线 CD 交于点 E, 若点 E 是线段 AB 的中点, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$)

的图象的一个分支经过点 E, 求 k 的值;

(3) 在 (2) 的条件下, 点 M 在直线 CD 上, 坐标平面内是否存在点 N, 使以点 B, E, M, N 为顶点的四边形是菱形? 若存在, 请直接写出满足条件的点 N 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



【考点】反比例函数综合题.

【分析】(1) 利用分解因式法解一元二次方程 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 即可得出 OA、OC 的值, 再根据点所在的位置即可得出 A、C 的坐标;

(2) 根据点 C 的坐标利用待定系数法即可求出直线 CD 的解析式, 根据点 A、B 的横坐标结合点 E 为线段 AB 的中点即可得出点 E 的横坐标, 将其代入直线 CD 的解析式中即可求出点 E 的坐标, 再利用待定系数法即可求出 k 值;

(3) 假设存在, 设点 M 的坐标为 $(m, -m+1)$, 分别以 BE 为边、BE 为对角线来考虑. 根据菱形的性质找出关于 m 的方程, 解方程即可得出点 M 的坐标, 再结合点 B、E 的坐标即可得出点 N 的坐标.

【解答】解: (1) $x^2 - 3x + 2 = (x - 1)(x - 2) = 0$,

$$\therefore x_1 = 1, x_2 = 2,$$

$$\therefore OA > OC,$$

$$\therefore OA = 2, OC = 1,$$

$$\therefore A(-2, 0), C(1, 0).$$

(2) 将 C(1, 0) 代入 $y = -x + b$ 中,

$$\text{得: } 0 = -1 + b, \text{ 解得: } b = 1,$$

$$\therefore \text{直线 CD 的解析式为 } y = -x + 1.$$

$$\therefore \text{点 E 为线段 AB 的中点, } A(-2, 0), B \text{ 的横坐标为 } 0,$$

$$\therefore \text{点 E 的横坐标为 } -1.$$

$$\therefore \text{点 E 为直线 CD 上一点,}$$

$$\therefore E(-1, 2).$$

将点 E(-1, 2) 代入 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 中,

$$\text{得: } 2 = \frac{k}{-1}, \text{ 解得: } k = -2.$$

(3) 假设存在, 设点 M 的坐标为 $(m, -m+1)$,

以点 B, E, M, N 为顶点的四边形是菱形分两种情况 (如图所示):

①以线段 BE 为边时, $\therefore E(-1, 2), A(-2, 0)$, E 为线段 AB 的中点,

$$\therefore B(0, 4),$$

$$\therefore BE = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}\sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{5}.$$

$\therefore$ 四边形 BEMN 为菱形,

$$\therefore EM = \sqrt{(m+1)^2 + (-m+1-2)^2} = BE = \sqrt{5}.$$

$$\text{解得: } m_1 = \frac{-2-\sqrt{5}}{2}, m_2 = \frac{-2+\sqrt{5}}{2},$$

$$\therefore M\left(\frac{-2-\sqrt{5}}{2}, 2+\frac{\sqrt{5}}{2}\right) \text{ 或 } \left(\frac{-2+\sqrt{5}}{2}, 2-\frac{\sqrt{5}}{2}\right),$$

$$\therefore B(0, 4), E(-1, 2),$$

$$\therefore N\left(-\frac{\sqrt{5}}{2}, 4+\frac{\sqrt{5}}{2}\right) \text{ 或 } \left(\frac{\sqrt{5}}{2}, 4-\frac{\sqrt{5}}{2}\right);$$

②以线段 BE 为对角线时, $MB = ME$,

$$\therefore \sqrt{(m+1)^2 + (-m+1-2)^2} = \sqrt{m^2 + (-m+1-4)^2},$$

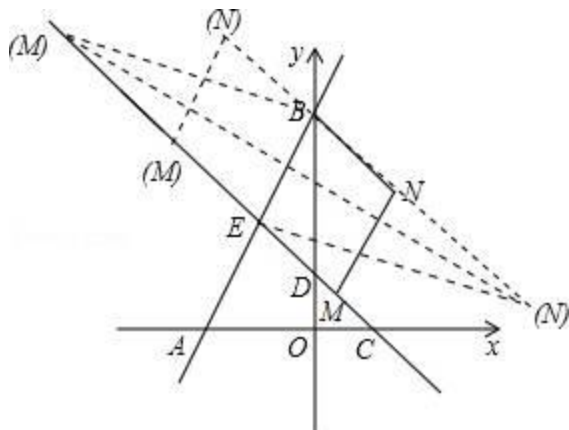
$$\text{解得: } m_3 = -\frac{7}{2},$$

$$\therefore M\left(-\frac{7}{2}, \frac{9}{2}\right),$$

$$\therefore B(0, 4), E(-1, 2),$$

$\therefore N \left(0 - 1 + \frac{7}{2}, 4 + 2 - \frac{9}{2} \right)$, 即 $\left(\frac{5}{2}, \frac{3}{2} \right)$.

综上所述: 坐标平面内存在点 N, 使以点 B, E, M, N 为顶点的四边形是菱形, 点 N 的坐标为 $\left(-\frac{\sqrt{5}}{2}, 4 + \frac{\sqrt{5}}{2} \right)$ 、 $\left(\frac{\sqrt{5}}{2}, 4 - \frac{\sqrt{5}}{2} \right)$ 或 $\left(\frac{5}{2}, \frac{3}{2} \right)$.



2016 年 9 月 30 日