

2016 年黑龙江省大庆市中考数学试卷

一、选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

1. 地球上的海洋面积为 361 000 000 平方千米, 数字 361 000 000 用科学记数法表示为 ()

- A. 36.1×10^7 B. 0.361×10^9 C. 3.61×10^8 D. 3.61×10^7

2. 已知实数 a 、 b 在数轴上对应的点如图所示, 则下列式子正确的是 ()



- A. $a \cdot b > 0$ B. $a + b < 0$ C. $|a| < |b|$ D. $a - b > 0$

3. 下列说法正确的是 ()

- A. 对角线互相垂直的四边形是菱形
B. 矩形的对角线互相垂直
C. 一组对边平行的四边形是平行四边形
D. 四边相等的四边形是菱形

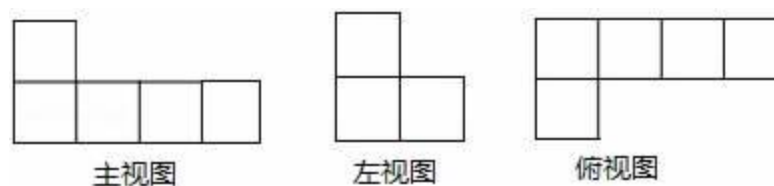
4. 当 $0 < x < 1$ 时, x^2 、 x 、 $\frac{1}{x}$ 的大小顺序是 ()

- A. $x^2 < x < \frac{1}{x}$ B. $\frac{1}{x} < x < x^2$ C. $\frac{1}{x} < x^2 < x$ D. $x < x^2 < \frac{1}{x}$

5. 一个盒子装有除颜色外其它均相同的 2 个红球和 3 个白球, 现从中任取 2 个球, 则取到的是一个红球、一个白球的概率为 ()

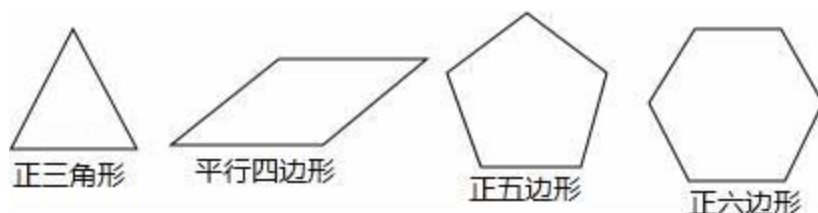
- A. $\frac{2}{5}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{3}{10}$

6. 由若干边长相等的小正方体构成的几何体的主视图、左视图、俯视图如图所示, 则构成这个几何体的小正方体有 () 个.



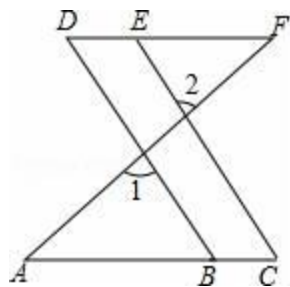
- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

7. 下列图形中是中心对称图形的有 () 个.



- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

8. 如图, 从① $\angle 1 = \angle 2$ ② $\angle C = \angle D$ ③ $\angle A = \angle F$ 三个条件中选出两个作为已知条件, 另一个作为结论所组成的命题中, 正确命题的个数为 ()



- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

9. 已知 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 、 $C(x_3, y_3)$ 是反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 上的三点, 若 $x_1 < x_2 < x_3$, $y_2 < y_1 < y_3$, 则下列关系式不正确的是 ()

- A. $x_1 \cdot x_2 < 0$ B. $x_1 \cdot x_3 < 0$ C. $x_2 \cdot x_3 < 0$ D. $x_1 + x_2 < 0$

10. 若 x_0 是方程 $ax^2 + 2x + c = 0$ ($a \neq 0$) 的一个根, 设 $M = 1 - ac$, $N = (ax_0 + 1)^2$, 则 M 与 N 的大小关系正确的为 ()

- A. $M > N$ B. $M = N$ C. $M < N$ D. 不确定

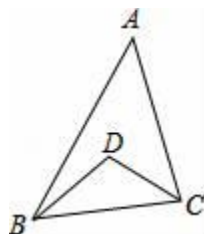
二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

11. 函数 $y = \sqrt{2x - 1}$ 的自变量 x 的取值范围是_____.

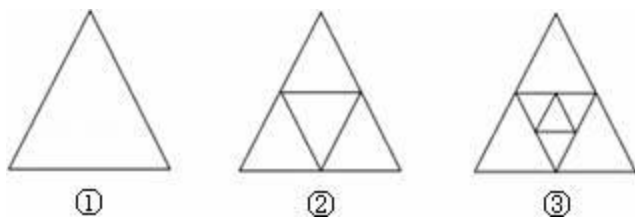
12. 若 $a^m = 2$, $a^n = 8$, 则 $a^{m+n} =$ _____.

13. 甲乙两人进行飞镖比赛, 每人各投 5 次, 所得平均环数相等, 其中甲所得环数的方差为 15, 乙所得环数如下: 0, 1, 5, 9, 10, 那么成绩较稳定的是_____ (填“甲”或“乙”).

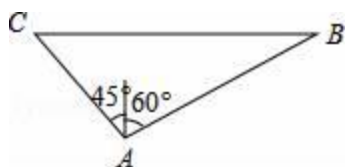
14. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 40^\circ$, D 点是 $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 角平分线的交点, 则 $\angle BDC =$ _____.



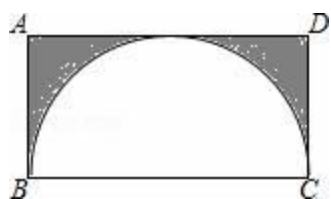
15. 如图, ①是一个三角形, 分别连接这个三角形三边中点得到图②, 再连接图②中间小三角形三边的中点得到图③, 按这样的方法进行下去, 第 n 个图形中共有三角形的个数为_____.



16. 一艘轮船在小岛 A 的北偏东 60° 方向距小岛 80 海里的 B 处，沿正西方向航行 3 小时后到达小岛的北偏西 45° 的 C 处，则该船行驶的速度为_____海里/小时.



17. 如图，在矩形 ABCD 中， $AB=5$ ， $BC=10\sqrt{3}$ ，一圆弧过点 B 和点 C，且与 AD 相切，则图中阴影部分面积为_____.



18. 直线 $y=kx+b$ 与抛物线 $y=\frac{1}{4}x^2$ 交于 A (x_1, y_1)、B (x_2, y_2) 两点，当 $OA \perp OB$ 时，直线 AB 恒过一个定点，该定点坐标为_____.

三、解答题 (本大题共 10 小题，共 66 分)

19. 计算 $(\sqrt{2}+1)^2 - \pi^0 - |1 - \sqrt{2}|$

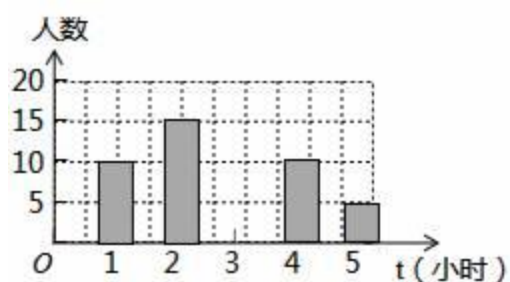
20. 已知 $a+b=3$ ， $ab=2$ ，求代数式 $a^3b+2a^2b^2+ab^3$ 的值.

21. 关于 x 的两个不等式① $\frac{3x+a}{2} < 1$ 与② $1-3x > 0$

- (1) 若两个不等式的解集相同，求 a 的值;
- (2) 若不等式①的解都是②的解，求 a 的取值范围.

22. 某车间计划加工 360 个零件，由于技术上的改进，提高了工作效率，每天比原计划多加工 20%，结果提前 10 天完成任务，求原计划每天能加工多少个零件？

23. 为了了解某学校初四年级学生每周平均课外阅读时间的情况，随机抽查了该学校初四年级 m 名同学，对其每周平均课外阅读时间进行统计，绘制了如下条形统计图（图一）和扇形统计图（图二）：



图一



图二

(1) 根据以上信息回答下列问题：

①求 m 值.

②求扇形统计图中阅读时间为 5 小时的扇形圆心角的度数.

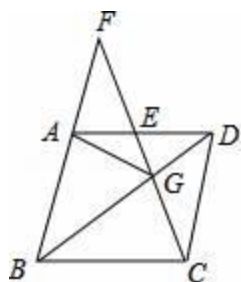
③补全条形统计图.

(2) 直接写出这组数据的众数、中位数，求出这组数据的平均数.

24. 如图，在菱形 $ABCD$ 中， G 是 BD 上一点，连接 CG 并延长交 BA 的延长线于点 F ，交 AD 于点 E .

(1) 求证： $AG=CG$.

(2) 求证： $AG^2=GE \cdot GF$.

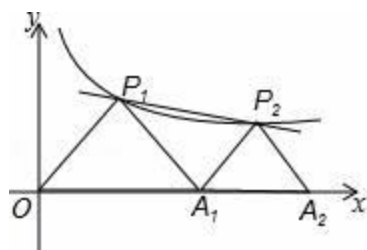


25. 如图, P_1 、 P_2 是反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 在第一象限图象上的两点, 点 A_1 的坐标为 (4, 0). 若 $\triangle P_1OA_1$ 与 $\triangle P_2A_1A_2$ 均为等腰直角三角形, 其中点 P_1 、 P_2 为直角顶点.

(1) 求反比例函数的解析式.

(2) ①求 P_2 的坐标.

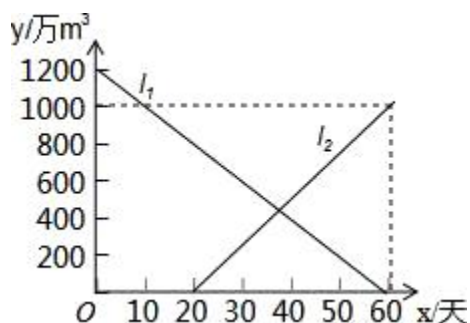
②根据图象直接写出在第一象限内当 x 满足什么条件时, 经过点 P_1 、 P_2 的一次函数的函数值大于反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的函数值.



26. 由于持续高温和连日无雨, 某水库的蓄水量随时间的增加而减少, 已知原有蓄水量 y_1 (万 m^3) 与干旱持续时间 x (天) 的关系如图中线段 l_1 所示, 针对这种干旱情况, 从第 20 天开始向水库注水, 注水量 y_2 (万 m^3) 与时间 x (天) 的关系如图中线段 l_2 所示 (不考虑其它因素) .

(1) 求原有蓄水量 y_1 (万 m^3) 与时间 x (天) 的函数关系式, 并求当 $x=20$ 时的水库总蓄水量.

(2) 求当 $0 \leq x \leq 60$ 时, 水库的总蓄水量 y (万 m^3) 与时间 x (天) 的函数关系式 (注明 x 的范围), 若总蓄水量不多于 900 万 m^3 为严重干旱, 直接写出发生严重干旱时 x 的范围.

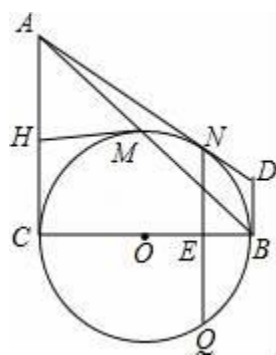


27. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 以 BC 为直径的 $\odot O$ 交斜边 AB 于点 M , 若 H 是 AC 的中点, 连接 MH .

(1) 求证: MH 为 $\odot O$ 的切线.

(2) 若 $MH=\frac{3}{2}$, $\tan \angle ABC=\frac{3}{4}$, 求 $\odot O$ 的半径.

(3) 在 (2) 的条件下分别过点 A 、 B 作 $\odot O$ 的切线, 两切线交于点 D , AD 与 $\odot O$ 相切于 N 点, 过 N 点作 $NQ \perp BC$, 垂足为 E , 且交 $\odot O$ 于 Q 点, 求线段 NQ 的长度.

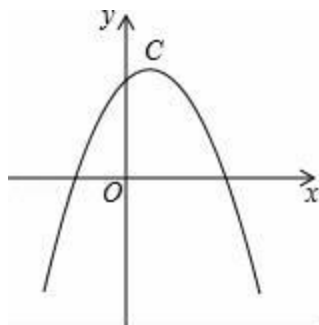


28. 若两条抛物线的顶点相同, 则称它们为“友好抛物线”, 抛物线 $C_1: y_1 = -2x^2 + 4x + 2$ 与 $C_2: y_2 = -x^2 + mx + n$ 为“友好抛物线”.

(1) 求抛物线 C_2 的解析式.

(2) 点 A 是抛物线 C_2 上在第一象限的动点, 过 A 作 $AQ \perp x$ 轴, Q 为垂足, 求 $AQ + OQ$ 的最大值.

(3) 设抛物线 C_2 的顶点为 C , 点 B 的坐标为 $(-1, 4)$, 问在 C_2 的对称轴上是否存在点 M , 使线段 MB 绕点 M 逆时针旋转 90° 得到线段 MB' , 且点 B' 恰好落在抛物线 C_2 上? 若存在求出点 M 的坐标, 不存在说明理由.



2016 年黑龙江省大庆市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. 地球上的海洋面积为 361 000 000 平方千米，数字 361 000 000 用科学记数法表示为（ ）

A. 36.1×10^7 B. 0.361×10^9 C. 3.61×10^8 D. 3.61×10^7

【考点】科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值大于 10 时， n 是正数；当原数的绝对值小于 1 时， n 是负数.

【解答】解：361 000 000 用科学记数法表示为 3.61×10^8 ，

故选：C.

【点评】此题考查了科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

2. 已知实数 a 、 b 在数轴上对应的点如图所示，则下列式子正确的是（ ）



A. $a \cdot b > 0$ B. $a + b < 0$ C. $|a| < |b|$ D. $a - b > 0$

【考点】实数与数轴.

【分析】根据点 a 、 b 在数轴上的位置可判断出 a 、 b 的取值范围，然后即可作出判断.

【解答】解：根据点 a 、 b 在数轴上的位置可知 $1 < a < 2$ ， $-1 < b < 0$ ，

$\therefore ab < 0$ ， $a + b > 0$ ， $|a| > |b|$ ， $a - b > 0$ ，.

故选：D.

【点评】本题主要考查的是数轴的认识、有理数的加法、减法、乘法法则的应用，掌握法则是解题的关键.

3. 下列说法正确的是（ ）

A. 对角线互相垂直的四边形是菱形

B. 矩形的对角线互相垂直

C. 一组对边平行的四边形是平行四边形

D. 四边相等的四边形是菱形

【考点】矩形的性质；平行四边形的判定；菱形的判定.

【分析】直接利用菱形的判定定理、矩形的性质与平行四边形的判定定理求解即可求得答案.

【解答】解：A、对角线互相垂直且平分的四边形是菱形；故本选项错误；

B、矩形的对角线相等，菱形的对角线互相垂直；故本选项错误；

C、两组对边分别平行的四边形是平行四边形；故本选项错误；

D、四边相等的四边形是菱形；故本选项正确.

故选.

【点评】此题考查了矩形的性质、菱形的判定以及平行四边形的判定. 注意掌握各特殊平行四边形对角线的性质是解此题的关键.

4. 当 $0 < x < 1$ 时, x^2 、 x 、 $\frac{1}{x}$ 的大小顺序是 ()

A. $x^2 < x < \frac{1}{x}$ B. $\frac{1}{x} < x < x^2$ C. $\frac{1}{x} < x^2 < x$ D. $x < x^2 < \frac{1}{x}$

【考点】不等式的性质.

【分析】先在不等式 $0 < x < 1$ 的两边都乘上 x , 再在不等式 $0 < x < 1$ 的两边都除以 x , 根据所得结果进行判断即可.

【解答】解：当 $0 < x < 1$ 时,

在不等式 $0 < x < 1$ 的两边都乘上 x , 可得 $0 < x^2 < x$,

在不等式 $0 < x < 1$ 的两边都除以 x , 可得 $0 < 1 < \frac{1}{x}$,

又 $\because x < 1$,

$\therefore x^2$ 、 x 、 $\frac{1}{x}$ 的大小顺序是: $x^2 < x < \frac{1}{x}$.

故选 (A)

【点评】本题主要考查了不等式, 解决问题的根据是掌握不等式的基本性质. 不等式的两边同时乘以 (或除以) 同一个正数, 不等号的方向不变, 即: 若 $a > b$, 且 $m > 0$, 那么 $am > bm$ 或 $\frac{a}{m} > \frac{b}{m}$.

5. 一个盒子装有除颜色外其它均相同的 2 个红球和 3 个白球，现从中任取 2 个球，则取到的是一个红球、一个白球的概率为（ ）

- A. $\frac{2}{5}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{3}{10}$

【考点】列表法与树状图法.

【分析】首先根据题意画出树状图，然后由树状图求得所有等可能的结果与取到的是一个红球、一个白球的情况，再利用概率公式求解即可求得答案.

【解答】解：画树状图得：



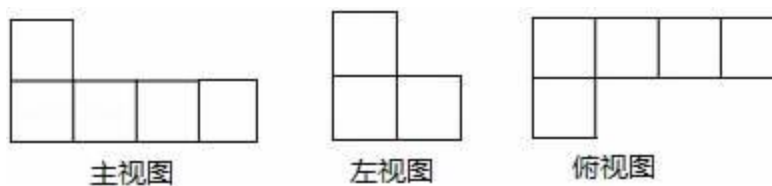
∴ 共有 20 种等可能的结果，取到的是一个红球、一个白球的有 12 种情况，

∴ 取到的是一个红球、一个白球的概率为： $\frac{12}{20} = \frac{3}{5}$.

故选 C.

【点评】此题考查了列表法或树状图法求概率. 注意此题是不放回实验. 用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比.

6. 由若干边长相等的小正方体构成的几何体的主视图、左视图、俯视图如图所示，则构成这个几何体的小正方体有（ ）个.



- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

【考点】由三视图判断几何体.

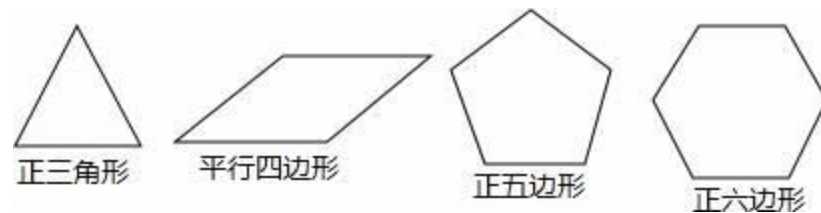
【分析】根据三视图，该几何体的主视图以及俯视图可确定该几何体共有两行三列，故可得出该几何体的小正方体的个数.

【解答】解：综合三视图可知，这个几何体的底层应该有 $2+1+1+1=5$ 个小正方体，第二层应该有 2 个小正方体，因此搭成这个几何体所用小正方体的个数是 $5+2=7$ 个.

故选 C

【点评】本题意在考查学生对三视图掌握程度和灵活运用能力，同时也体现了对空间想象能力方面的考查. 如果掌握口诀“俯视图打地基，正视图疯狂盖，左视图拆违章”就更容易得到答案.

7. 下列图形中是中心对称图形的有 () 个.



A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【考点】中心对称图形.

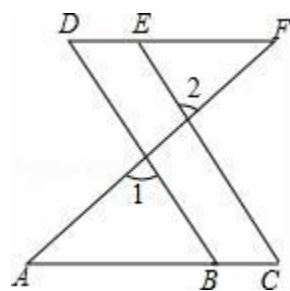
【分析】根据中心对称图形的概念求解.

【解答】解: 第 2 个、第 4 个图形是中心对称图形, 共 2 个.

故选 B.

【点评】本题考查了中心对称图形的概念, 中心对称图形的关键是要寻找对称中心, 旋转 180 度后两部分重合.

8. 如图, 从① $\angle 1 = \angle 2$ ② $\angle C = \angle D$ ③ $\angle A = \angle F$ 三个条件中选出两个作为已知条件, 另一个作为结论所组成的命题中, 正确命题的个数为 ()



A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

【考点】命题与定理.

【分析】直接利用平行线的判定与性质分别判断得出各结论的正确性.

【解答】解: 如图所示: 当① $\angle 1 = \angle 2$,

则 $\angle 3 = \angle 2$,

故 $DB \parallel EC$,

则 $\angle D = \angle 4$,

当② $\angle C = \angle D$,

故 $\angle 4 = \angle C$,

则 $DF \parallel AC$,

可得: $\angle A = \angle F$,

即 $\left. \begin{array}{l} \textcircled{1} \\ \textcircled{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \textcircled{3}$;

当① $\angle 1 = \angle 2$,

则 $\angle 3 = \angle 2$,

故 $DB \parallel EC$,

则 $\angle D = \angle 4$,

当③ $\angle A = \angle F$,

故 $DF \parallel AC$,

则 $\angle 4 = \angle C$,

故可得: $\angle C = \angle D$,

即 $\left. \begin{array}{l} \textcircled{1} \\ \textcircled{3} \end{array} \right\} \Rightarrow \textcircled{2}$;

当③ $\angle A = \angle F$,

故 $DF \parallel AC$,

则 $\angle 4 = \angle C$,

当② $\angle C = \angle D$,

则 $\angle 4 = \angle D$,

故 $DB \parallel EC$,

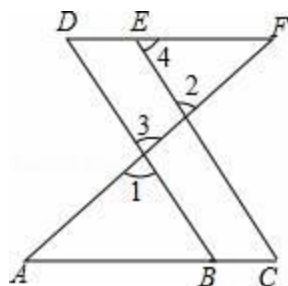
则 $\angle 2 = \angle 3$,

可得: $\angle 1 = \angle 2$,

即 $\left. \begin{array}{l} \textcircled{2} \\ \textcircled{3} \end{array} \right\} \Rightarrow \textcircled{1}$,

故正确的有 3 个.

故选: D.



【点评】此题主要考查了命题与定理，正确掌握平行线的判定与性质是解题关键.

9. 已知 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 、 $C(x_3, y_3)$ 是反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 上的三点，若 $x_1 < x_2 < x_3$ ， $y_2 < y_1 < y_3$ ，则下列关系式不正确的是 ()

A. $x_1 \cdot x_2 < 0$ B. $x_1 \cdot x_3 < 0$ C. $x_2 \cdot x_3 < 0$ D. $x_1 + x_2 < 0$

【考点】反比例函数图象上点的坐标特征.

【分析】根据反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 和 $x_1 < x_2 < x_3$ ， $y_2 < y_1 < y_3$ ，可得点 A，B 在第三象限，点 C 在第一象限，得出 $x_1 < x_2 < 0 < x_3$ ，再选择即可.

【解答】解：∵ 反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 中， $2 > 0$ ，

∴ 在每一象限内，y 随 x 的增大而减小，

∵ $x_1 < x_2 < x_3$ ， $y_2 < y_1 < y_3$ ，

∴ 点 A，B 在第三象限，点 C 在第一象限，

∴ $x_1 < x_2 < 0 < x_3$ ，

∴ $x_1 \cdot x_2 < 0$ ，

故选 A.

【点评】本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征，解答此题的关键是熟知反比例函数的增减性，本题是逆用，难度有点大.

10. 若 x_0 是方程 $ax^2 + 2x + c = 0$ ($a \neq 0$) 的一个根，设 $M = 1 - ac$ ， $N = (ax_0 + 1)^2$ ，则 M 与 N 的大小关系正确的为 ()

A. $M > N$ B. $M = N$ C. $M < N$ D. 不确定

【考点】一元二次方程的解.

【分析】把 x_0 代入方程 $ax^2 + 2x + c = 0$ 得 $ax_0^2 + 2x_0 = -c$ ，作差法比较可得.

【解答】解：∵ x_0 是方程 $ax^2 + 2x + c = 0$ ($a \neq 0$) 的一个根，

$$\therefore ax_0^2 + 2x_0 + c = 0, \text{ 即 } ax_0^2 + 2x_0 = -c,$$

$$\text{则 } N - M = (ax_0 + 1)^2 - (1 - ac)$$

$$= a^2 x_0^2 + 2ax_0 + 1 - 1 + ac$$

$$= a(ax_0^2 + 2x_0) + ac$$

$$= -ac + ac$$

$$= 0,$$

$$\therefore M = N,$$

故选: B.

【点评】 本题主要考查一元二次方程的解得概念及作差法比较大小, 熟练掌握能使方程成立的未知数的值叫做方程的解是根本, 利用作差法比较大小是解题的关键.

二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

11. 函数 $y = \sqrt{2x - 1}$ 的自变量 x 的取值范围是 $x \geq \frac{1}{2}$.

【考点】 函数自变量的取值范围.

【分析】 根据被开方数大于等于 0 列式计算即可得解.

【解答】 解: 由题意得, $2x - 1 \geq 0$,

$$\text{解得 } x \geq \frac{1}{2}.$$

$$\text{故答案为: } x \geq \frac{1}{2}.$$

【点评】 本题考查了函数自变量的范围, 一般从三个方面考虑:

- (1) 当函数表达式是整式时, 自变量可取全体实数;
- (2) 当函数表达式是分式时, 考虑分式的分母不能为 0;
- (3) 当函数表达式是二次根式时, 被开方数非负.

12. 若 $a^m = 2$, $a^n = 8$, 则 $a^{m+n} = 16$.

【考点】 同底数幂的乘法.

【专题】 计算题; 实数.

【分析】 原式利用同底数幂的乘法法则变形, 将已知等式代入计算即可求出值.

【解答】 解: $\because a^m = 2$, $a^n = 8$,

$$\therefore a^{m+n} = a^m \cdot a^n = 16,$$

故答案为：16

【点评】此题考查了同底数幂的乘法，熟练掌握乘法法则是解本题的关键.

13. 甲乙两人进行飞镖比赛，每人各投 5 次，所得平均环数相等，其中甲所得环数的方差为 15，乙所得环数如下：0，1，5，9，10，那么成绩较稳定的是甲（填“甲”或“乙”）.

【考点】方差.

【分析】计算出乙的平均数和方差后，与甲的方差比较后，可以得出判断.

【解答】解：乙组数据的平均数 = $(0+1+5+9+10) \div 5 = 5$,

乙组数据的方差 $S^2 = \frac{1}{5} [(0-5)^2 + (1-5)^2 + (5-5)^2 + (9-5)^2 + (10-5)^2] = 16.4$,

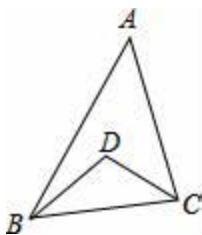
$$\therefore S^2_{\text{甲}} < S^2_{\text{乙}},$$

$\therefore$ 成绩较为稳定的是甲.

故答案为：甲.

【点评】本题考查方差的定义与意义：一般地设 n 个数据， $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的平均数为 $\bar{x}$ ，则方差 $S^2 = \frac{1}{n} [(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$ ，它反映了一组数据的波动大小，方差越大，波动性越大，反之也成立.

14. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 40^\circ$ ，D 点是 $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 角平分线的交点，则 $\angle BDC =$ 110 $^\circ$.



【考点】三角形内角和定理.

【分析】由 D 点是 $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 角平分线的交点可推出 $\angle DBC + \angle DCB = 70^\circ$ ，再利用三角形内角和定理即可求出 $\angle BDC$ 的度数.

【解答】解： $\because$ D 点是 $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 角平分线的交点，

$$\therefore \text{有 } \angle CBD = \angle ABD = \frac{1}{2} \angle ABC, \quad \angle BCD = \angle ACD = \frac{1}{2} \angle ACB,$$

$$\therefore \angle ABC + \angle ACB = 180 - 40 = 140,$$

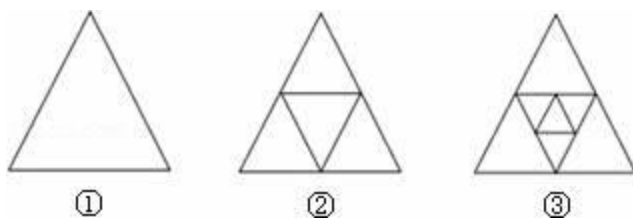
$$\therefore \angle OBC + \angle OCB = 70,$$

$$\therefore \angle BOC = 180 - 70 = 110^\circ,$$

故答案为: 110° .

【点评】此题主要考查学生对角平分线性质, 三角形内角和定理, 三角形的外角性质等知识点的理解和掌握, 难度不大, 是一道基础题, 熟记三角形内角和定理是解决问题的关键.

15. 如图, ①是一个三角形, 分别连接这个三角形三边中点得到图②, 再连接图②中间小三角形三边的中点得到图③, 按这样的方法进行下去, 第 n 个图形中共有三角形的个数为 $4n - 3$.



【考点】三角形中位线定理; 规律型: 图形的变化类.

【分析】结合题意, 总结可知, 每个图中三角形个数比图形的编号的 4 倍少 3 个三角形, 即可得出结果.

【解答】解: 第①是 1 个三角形, $1 = 4 \times 1 - 3$;

第②是 5 个三角形, $5 = 4 \times 2 - 3$;

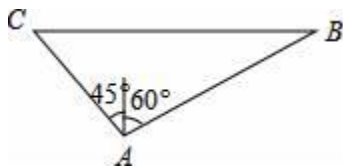
第③是 9 个三角形, $9 = 4 \times 3 - 3$;

$\therefore$ 第 n 个图形中共有三角形的个数是 $4n - 3$;

故答案为: $4n - 3$.

【点评】此题主要考查了图形的变化, 解决此题的关键是寻找三角形的个数与图形的编号之间的关系.

16. 一艘轮船在小岛 A 的北偏东 60° 方向距小岛 80 海里的 B 处, 沿正西方向航行 3 小时后到达小岛的北偏西 45° 的 C 处, 则该船行驶的速度为 $\frac{40+40\sqrt{3}}{3}$ 海里/小时.



【考点】解直角三角形的应用-方向角问题.

【分析】设该船行驶的速度为 x 海里/时，由已知可得 $BC=3x$ ， $AQ \perp BC$ ， $\angle BAQ=60^\circ$ ， $\angle CAQ=45^\circ$ ， $AB=80$ 海里，在直角三角形 ABQ 中求出 AQ 、 BQ ，再在直角三角形 AQC 中求出 CQ ，得出 $BC=40+40\sqrt{3}=3x$ ，解方程即可。

【解答】解：如图所示：

设该船行驶的速度为 x 海里/时，

3 小时后到达小岛的北偏西 45° 的 C 处，

由题意得： $AB=80$ 海里， $BC=3x$ 海里，

在直角三角形 ABQ 中， $\angle BAQ=60^\circ$ ，

$\therefore \angle B=90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ ，

$\therefore AQ=\frac{1}{2}AB=40$ ， $BQ=\sqrt{3}AQ=40\sqrt{3}$ ，

在直角三角形 AQC 中， $\angle CAQ=45^\circ$ ，

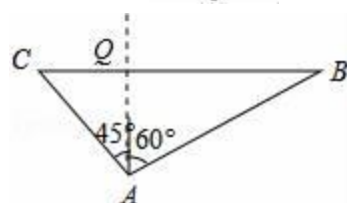
$\therefore CQ=AQ=40$ ，

$\therefore BC=40+40\sqrt{3}=3x$ ，

解得： $x=\frac{40+40\sqrt{3}}{3}$ 。

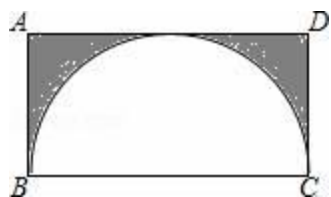
即该船行驶的速度为 $\frac{40+40\sqrt{3}}{3}$ 海里/时；

故答案为： $\frac{40+40\sqrt{3}}{3}$ 。



【点评】本题考查了解直角三角形的应用中的方向角问题、等腰直角三角形的性质、含 30° 角的直角三角形的性质等知识；通过解直角三角形得出方程是解决问题的关键。

17. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB=5$ ， $BC=10\sqrt{3}$ ，一圆弧过点 B 和点 C ，且与 AD 相切，则图中阴影部分面积为 $75 - \frac{100\pi}{3}$ 。



【考点】扇形面积的计算；矩形的性质；切线的性质.

【分析】设圆的半径为 x ，根据勾股定理求出 x ，根据扇形的面积公式、阴影部分面积为：矩形 ABCD 的面积 - (扇形 BOCE 的面积 - $\triangle BOC$ 的面积) 进行计算即可.

【解答】解：设圆弧的圆心为 O ，与 AD 切于 E ，

连接 OE 交 BC 于 F ，连接 OB 、 OC ，

设圆的半径为 x ，则 $OF=x-5$ ，

由勾股定理得， $OB^2=OF^2+BF^2$ ，

$$\text{即 } x^2 = (x-5)^2 + (5\sqrt{3})^2,$$

解得， $x=5$ ，

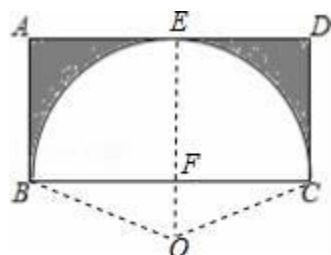
则 $\angle BOF=60^\circ$ ， $\angle BOC=120^\circ$ ，

则阴影部分面积为：矩形 ABCD 的面积 - (扇形 BOCE 的面积 - $\triangle BOC$ 的面积)

$$= 10\sqrt{3} \times 5 - \frac{120 \times \pi \times 10^2}{360} + \frac{1}{2} \times 10\sqrt{3} \times 5$$

$$= 75\sqrt{3} - \frac{100\pi}{3},$$

故答案为： $75\sqrt{3} - \frac{100\pi}{3}$.



【点评】本题考查的是扇形面积的计算，掌握矩形的性质、切线的性质和扇形的面积公式

$S = \frac{n\pi R^2}{360}$ 是解题的关键.

18. 直线 $y=kx+b$ 与抛物线 $y=\frac{1}{4}x^2$ 交于 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 两点，当 $OA \perp OB$ 时，直线 AB 恒过一个定点，该定点坐标为 $(0, 4)$.

【考点】二次函数的性质；一次函数的性质.

【专题】推理填空题.

【分析】根据直线 $y=kx+b$ 与抛物线 $y=\frac{1}{4}x^2$ 交于 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 两点，可以联立在一起，得到关于 x 的一元二次方程，从而可以得到两个之和与两根之积，再根据 $OA \perp OB$ ，可以求得 b 的值，从而可以得到直线 AB 恒过的定点的坐标.

【解答】解：∵直线 $y=kx+b$ 与抛物线 $y=\frac{1}{4}x^2$ 交于 A (x_1, y_1)、B (x_2, y_2) 两点，

$$\therefore kx+b=\frac{1}{4}x^2,$$

化简，得 $x^2-4kx-4b=0$,

$$\therefore x_1+x_2=4k, \quad x_1x_2=-4b,$$

又∵ $OA \perp OB$,

$$\therefore \frac{y_1-0}{x_1-0} \cdot \frac{y_2-0}{x_2-0} = \frac{y_1y_2}{x_1x_2} = \frac{\frac{1}{4}x_1^2 \cdot \frac{1}{4}x_2^2}{x_1x_2} = \frac{x_1x_2}{16} = \frac{-4b}{16} = -1,$$

解得， $b=4$,

即直线 $y=kx+4$ ，故直线恒过顶点 (0, 4)，

故答案为：(0, 4)。

【点评】本题考查二次函数的性质、一次函数的性质，解题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件，知道两条直线垂直时，它们解析式中的 k 的乘积为 -1 。

三、解答题（本大题共 10 小题，共 66 分）

19. 计算 $(\sqrt{2}+1)^2 - \pi^0 - |1-\sqrt{2}|$

【考点】实数的运算；零指数幂。

【分析】直接利用完全平方公式以及零指数幂的性质、绝对值的性质分别化简求出答案。

$$\begin{aligned} \text{【解答】解：原式} &= 2+2\sqrt{2}+1-1-(\sqrt{2}-1) \\ &= 2+2\sqrt{2}-\sqrt{2}+1 \\ &= 3+\sqrt{2}. \end{aligned}$$

【点评】此题主要考查了完全平方公式以及零指数幂的性质、绝对值的性质等知识，正确化简各数是解题关键。

20. 已知 $a+b=3$ ， $ab=2$ ，求代数式 $a^3b+2a^2b^2+ab^3$ 的值。

【考点】提公因式法与公式法的综合运用。

【分析】先提取公因式 ab ，再根据完全平方公式进行二次分解，然后代入数据进行计算即可得解。

$$\begin{aligned} \text{【解答】解：} & a^3b+2a^2b^2+ab^3 \\ &= ab(a^2+2ab+b^2) \end{aligned}$$

$$=ab(a+b)^2,$$

将 $a+b=3$, $ab=2$ 代入得, $ab(a+b)^2=2 \times 3^2=18$.

故代数式 $a^3b+2a^2b^2+ab^3$ 的值是 18.

【点评】 本题考查了用提公因式法和公式法进行因式分解, 一个多项式有公因式首先提取公因式, 然后再用其他方法进行因式分解, 同时因式分解要彻底, 直到不能分解为止.

21. 关于 x 的两个不等式① $\frac{3x+a}{2} < 1$ 与② $1-3x > 0$

- (1) 若两个不等式的解集相同, 求 a 的值;
- (2) 若不等式①的解都是②的解, 求 a 的取值范围.

【考点】 不等式的解集.

【专题】 计算题; 一元一次不等式(组)及应用.

【分析】 (1) 求出第二个不等式的解集, 表示出第一个不等式的解集, 由解集相同求出 a 的值即可;

(2) 根据不等式①的解都是②的解, 求出 a 的范围即可.

【解答】 解: (1) 由①得: $x < \frac{2-a}{3}$,

由②得: $x < \frac{1}{3}$,

由两个不等式的解集相同, 得到 $\frac{2-a}{3} = \frac{1}{3}$,

解得: $a=1$;

(2) 由不等式①的解都是②的解, 得到 $\frac{2-a}{3} \leq \frac{1}{3}$,

解得: $a \geq 1$.

【点评】 此题考查了不等式的解集, 根据题意分别求出对应的值利用不等关系求解.

22. 某车间计划加工 360 个零件, 由于技术上的改进, 提高了工作效率, 每天比原计划多加工 20%, 结果提前 10 天完成任务, 求原计划每天能加工多少个零件?

【考点】 分式方程的应用.

【分析】 关键描述语为: “提前 10 天完成任务”; 等量关系为: 原计划天数=实际生产天数+10.

【解答】 解: 设原计划每天能加工 x 个零件,

可得: $\frac{360}{x} = \frac{360}{1.2x} + 10$,

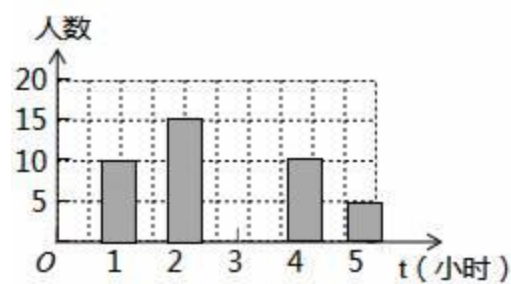
解得: $x=6$,

经检验 $x=6$ 是原方程的解,

答: 原计划每天能加工 6 个零件.

【点评】 本题考查分式方程的应用, 分析题意, 找到关键描述语, 找到合适的等量关系是解决问题的关键. 本题需注意应设较小的量为未知数.

23. 为了了解某学校初四年级学生每周平均课外阅读时间的情况, 随机抽查了该学校初四年级 m 名同学, 对其每周平均课外阅读时间进行统计, 绘制了如下条形统计图 (图一) 和扇形统计图 (图二):



图一



图二

(1) 根据以上信息回答下列问题:

①求 m 值.

②求扇形统计图中阅读时间为 5 小时的扇形圆心角的度数.

③补全条形统计图.

(2) 直接写出这组数据的众数、中位数, 求出这组数据的平均数.

【考点】 众数; 扇形统计图; 条形统计图; 加权平均数; 中位数.

【分析】 (1) ①根据 2 小时所占扇形的圆心角的度数确定其所占的百分比, 然后根据条形统计图中 2 小时的人数求得 m 的值;

②求得总人数后减去其他小组的人数即可求得第三小组的人数;

(2) 利用众数、中位数的定义及平均数的计算公式确定即可.

【解答】 解: (1) ① $\because$ 课外阅读时间为 2 小时的所在扇形的圆心角的度数为 90° ,

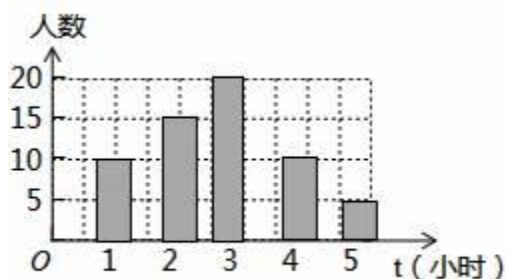
$$\therefore \text{其所占的百分比为 } \frac{90}{360} = \frac{1}{4},$$

$\therefore$ 课外阅读时间为 2 小时的有 15 人,

$$\therefore m = 15 \div \frac{1}{4} = 60;$$

②第三小组的频数为：60 - 10 - 15 - 10 - 5 = 20，

补全条形统计图为：



图一



图二

(2) $\because$ 课外阅读时间为 3 小时的 20 人，最多，

$\therefore$ 众数为 3 小时；

$\because$ 共 60 人，中位数应该是第 30 和第 31 人的平均数，且第 30 和第 31 人阅读时间均为 3 小时，

$\therefore$ 中位数为 3 小时；

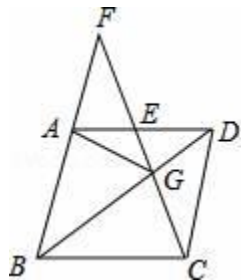
平均数为：
$$\frac{10 \times 1 + 15 \times 2 + 20 \times 3 + 10 \times 4 + 5 \times 5}{60} \approx 2.92 \text{ 小时}.$$

【点评】 本题考查了众数、中位数、平均数及扇形统计图和条形统计图的知识，解题的关键是能够结合两个统计图并找到进一步解题的有关信息，难度不大.

24. 如图，在菱形 ABCD 中，G 是 BD 上一点，连接 CG 并延长交 BA 的延长线于点 F，交 AD 于点 E.

(1) 求证：AG = CG.

(2) 求证：AG² = GE • GF.



【考点】相似三角形的判定与性质；全等三角形的判定与性质；菱形的性质.

【专题】证明题.

【分析】根据菱形的性质得到 $AB \parallel CD$, $AD=CD$, $\angle ADB=\angle CDB$, 推出 $\triangle ADG \cong \triangle CDG$, 根据全等三角形的性质即可得到结论;

(2) 由全等三角形的性质得到 $\angle EAG=\angle DCG$, 等量代换得到 $\angle EAG=\angle F$, 求得 $\triangle AEG \sim \triangle FGA$, 即可得到结论.

【解答】解: (1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore AB \parallel CD$, $AD=CD$, $\angle ADB=\angle CDB$,

$\therefore \angle F=\angle FCD$,

在 $\triangle ADG$ 与 $\triangle CDG$ 中,
$$\begin{cases} AD=CD \\ \angle ADG=\angle CDG, \\ DG=DG \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADG \cong \triangle CDG$,

$\therefore \angle EAG=\angle DCG$,

$\therefore AG=CG$;

(2) $\because \triangle ADG \cong \triangle CDG$,

$\therefore \angle EAG=\angle F$,

$\because \angle AGE=\angle AGE$,

$\therefore \triangle AEG \sim \triangle FGA$,

$\therefore \frac{AG}{FG} = \frac{EG}{AG}$,

$\therefore AG^2=GE \cdot GF$.

【点评】本题考查了相似三角形的判定和性质, 菱形的性质, 全等三角形的判定和性质, 熟练掌握各定理是解题的关键.

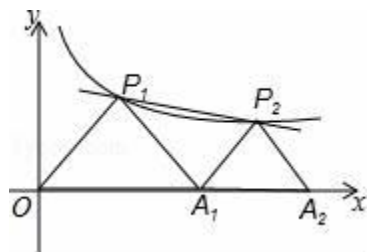
25. 如图, P_1 、 P_2 是反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k>0$) 在第一象限图象上的两点, 点 A_1 的坐标为 (4,

0). 若 $\triangle P_1OA_1$ 与 $\triangle P_2A_1A_2$ 均为等腰直角三角形, 其中点 P_1 、 P_2 为直角顶点.

(1) 求反比例函数的解析式.

(2) ①求 P_2 的坐标.

②根据图象直接写出在第一象限内当 x 满足什么条件时, 经过点 P_1 、 P_2 的一次函数的函数值大于反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的函数值.



【考点】 反比例函数与一次函数的交点问题; 等腰直角三角形.

【分析】 (1) 先根据点 A_1 的坐标为 $(4, 0)$, $\triangle P_1OA_1$ 为等腰直角三角形, 求得 P_1 的坐标, 再代入反比例函数求解; (2) 先根据 $\triangle P_2A_1A_2$ 为等腰直角三角形, 将 P_2 的坐标设为 $(4+a, a)$, 并代入反比例函数求得 a 的值, 得到 P_2 的坐标; 再根据 P_1 的横坐标和 P_2 的横坐标, 判断 x 的取值范围.

【解答】 解: (1) 过点 P_1 作 $P_1B \perp x$ 轴, 垂足为 B

$\because$ 点 A_1 的坐标为 $(4, 0)$, $\triangle P_1OA_1$ 为等腰直角三角形

$$\therefore OB=2, P_1B=\frac{1}{2}OA_1=2$$

$\therefore P_1$ 的坐标为 $(2, 2)$

将 P_1 的坐标代入反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k>0$), 得 $k=2 \times 2=4$

$\therefore$ 反比例函数的解析式为 $y=\frac{4}{x}$

(2) ①过点 P_2 作 $P_2C \perp x$ 轴, 垂足为 C

$\therefore \triangle P_2A_1A_2$ 为等腰直角三角形

$\therefore P_2C=A_1C$

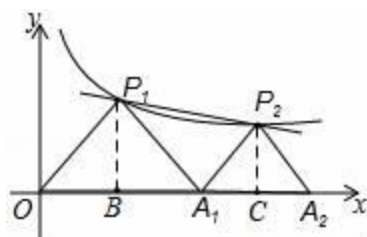
设 $P_2C=A_1C=a$, 则 P_2 的坐标为 $(4+a, a)$

将 P_2 的坐标代入反比例函数的解析式为 $y=\frac{4}{x}$, 得

$$a=\frac{4}{4+a}, \text{ 解得 } a_1=2\sqrt{2}-2, a_2=-2\sqrt{2}-2 \text{ (舍去)}$$

$\therefore P_2$ 的坐标为 $(2+2\sqrt{2}, 2\sqrt{2}-2)$

②在第一象限内, 当 $2 < x < 2+2\sqrt{2}$ 时, 一次函数的函数值大于反比例函数的值.

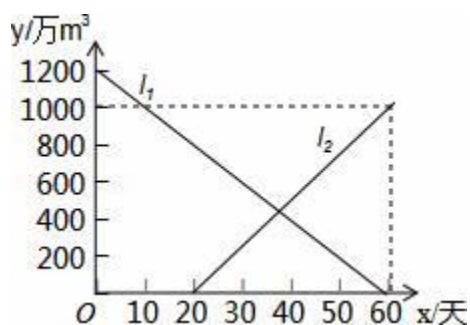


【点评】本题主要考查了反比例函数与一次函数的交点问题，解决问题的关键是根据等腰直角三角形的性质求得点 P_1 和 P_2 的坐标. 等腰直角三角形是一种特殊的三角形，具备等腰三角形和直角三角形的所有性质.

26. 由于持续高温和连日无雨，某水库的蓄水量随时间的增加而减少，已知原有蓄水量 y_1 (万 m^3) 与干旱持续时间 x (天) 的关系如图中线段 l_1 所示，针对这种干旱情况，从第 20 天开始向水库注水，注水量 y_2 (万 m^3) 与时间 x (天) 的关系如图中线段 l_2 所示 (不考虑其它因素) .

(1) 求原有蓄水量 y_1 (万 m^3) 与时间 x (天) 的函数关系式，并求当 $x=20$ 时的水库总蓄水量.

(2) 求当 $0 \leq x \leq 60$ 时，水库的总蓄水量 y (万 m^3) 与时间 x (天) 的函数关系式 (注明 x 的范围)，若总蓄水量不多于 900 万 m^3 为严重干旱，直接写出发生严重干旱时 x 的范围.



【考点】一次函数的应用.

【分析】(1) 根据两点的坐标求 y_1 (万 m^3) 与时间 x (天) 的函数关系式，并把 $x=20$ 代入计算;

(2) 分两种情况: ①当 $0 \leq x \leq 20$ 时, $y=y_1$, ②当 $20 < x \leq 60$ 时, $y=y_1+y_2$; 并计算分段函数中 $y \leq 900$ 时对应的 x 的取值.

【解答】解: (1) 设 $y_1=kx+b$,

把 $(0, 1200)$ 和 $(60, 0)$ 代入到 $y_1=kx+b$ 得:

$$\begin{cases} b=1200 \\ 60k+b=0 \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} k=-20 \\ b=1200 \end{cases}$$

$$\therefore y_1 = -20x + 1200$$

当 $x=20$ 时, $y_1 = -20 \times 20 + 1200 = 800$,

(2) 设 $y_2 = kx + b$,

把 $(20, 0)$ 和 $(60, 1000)$ 代入到 $y_2 = kx + b$ 中得:

$$\begin{cases} 20k + b = 0 \\ 60k + b = 1000 \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} k = 25 \\ b = -500 \end{cases}$$

$$\therefore y_2 = 25x - 500,$$

当 $0 \leq x \leq 20$ 时, $y = -20x + 1200$,

当 $20 < x \leq 60$ 时, $y = y_1 + y_2 = -20x + 1200 + 25x - 500 = 5x + 700$,

$y \leq 900$, 则 $5x + 700 \leq 900$,

$$x \leq 40,$$

当 $y_1 = 900$ 时, $900 = -20x + 1200$,

$$x = 15,$$

$\therefore$ 发生严重干旱时 x 的范围为: $15 \leq x \leq 40$.

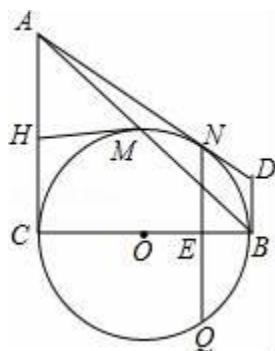
【点评】 本题考查了一次函数的应用, 熟练掌握利用待定系数法求一次函数的解析式: 设直线解析式为 $y = kx + b$, 将直线上两点的坐标代入列二元一次方程组, 求解; 注意分段函数的实际意义, 会观察图象.

27. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 以 BC 为直径的 $\odot O$ 交斜边 AB 于点 M , 若 H 是 AC 的中点, 连接 MH .

(1) 求证: MH 为 $\odot O$ 的切线.

(2) 若 $MH = \frac{3}{2}$, $\tan \angle ABC = \frac{3}{4}$, 求 $\odot O$ 的半径.

(3) 在 (2) 的条件下分别过点 A 、 B 作 $\odot O$ 的切线, 两切线交于点 D , AD 与 $\odot O$ 相切于 N 点, 过 N 点作 $NQ \perp BC$, 垂足为 E , 且交 $\odot O$ 于 Q 点, 求线段 NQ 的长度.



【考点】圆的综合题.

【分析】 (1) 连接 OH、OM, 易证 OH 是 $\triangle ABC$ 的中位线, 利用中位线的性质可证明 $\triangle COH \cong \triangle MOH$, 所以 $\angle HCO = \angle HMO = 90^\circ$, 从而可知 MH 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 由切线长定理可知: $MH = HC$, 再由点 M 是 AC 的中点可知 $AC = 3$, 由 $\tan \angle ABC = \frac{3}{4}$, 所以 $BC = 4$, 从而可知 $\odot O$ 的半径为 2;

(3) 连接 CN, AO, CN 与 AO 相交于 I, 由 AC、AN 是 $\odot O$ 的切线可知 $AO \perp CN$, 利用等面积可求出可求得 CI 的长度, 设 CE 为 x, 然后利用勾股定理可求得 CE 的长度, 利用垂径定理即可求得 NQ.

【解答】 解: (1) 连接 OH、OM,

$\because$ H 是 AC 的中点, O 是 BC 的中点,

$\therefore$ OH 是 $\triangle ABC$ 的中位线,

$\therefore$ OH $\parallel$ AB,

$\therefore \angle COH = \angle ABC$, $\angle MOH = \angle OMB$,

又 $\because OB = OM$,

$\therefore \angle OMB = \angle MBO$,

$\therefore \angle COH = \angle MOH$,

在 $\triangle COH$ 与 $\triangle MOH$ 中,

$$\begin{cases} OC = OM \\ \angle COH = \angle MOH \\ OH = OH \end{cases}$$

$\therefore \triangle COH \cong \triangle MOH$ (SAS),

$\therefore \angle HCO = \angle HMO = 90^\circ$,

$\therefore$ MH 是 $\odot O$ 的切线;

(2) $\because$ MH、AC 是 $\odot O$ 的切线,

$$\therefore HC = MH = \frac{3}{2},$$

$$\therefore AC = 2HC = 3,$$

$$\therefore \tan \angle ABC = \frac{3}{4},$$

$$\therefore \frac{AC}{BC} = \frac{3}{4},$$

$$\therefore BC=4,$$

$$\therefore \odot O \text{ 的半径为 } 2;$$

(3) 连接 OA、CN、ON, OA 与 CN 相交于点 I,

$\because AC$ 与 AN 都是 $\odot O$ 的切线,

$$\therefore AC=AN, AO \text{ 平分 } \angle CAD,$$

$$\therefore AO \perp CN,$$

$$\because AC=3, OC=2,$$

$$\therefore \text{由勾股定理可求得: } AO=\sqrt{13},$$

$$\because \frac{1}{2}AC \cdot OC = \frac{1}{2}AO \cdot CI,$$

$$\therefore CI = \frac{6\sqrt{13}}{13},$$

$$\therefore \text{由垂径定理可求得: } CN = \frac{12\sqrt{13}}{13},$$

设 $OE=x$,

$$\text{由勾股定理可得: } CN^2 - CE^2 = ON^2 - OE^2,$$

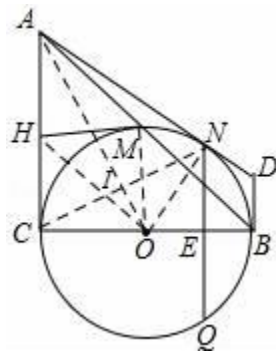
$$\therefore \frac{144}{13} - (2+x)^2 = 4 - x^2,$$

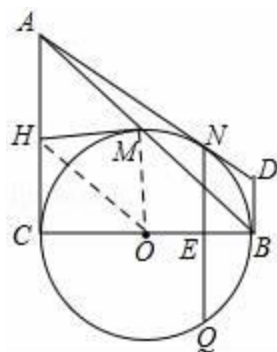
$$\therefore x = \frac{10}{13},$$

$$\therefore CE = \frac{10}{13},$$

$$\text{由勾股定理可求得: } EN = \frac{24}{13},$$

$$\therefore \text{由垂径定理可知: } NQ = 2EN = \frac{48}{13}.$$





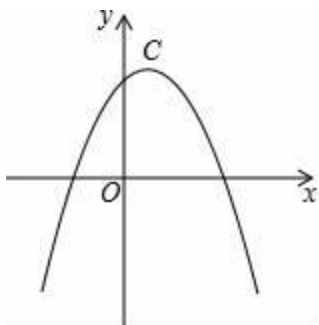
【点评】 本题考查圆的综合问题，涉及垂径定理，勾股定理，全等三角形的判定与性质，切线的判等知识内容，对学生的综合能力要求较高，一定要注意将所学知识贯穿起来。

28. 若两条抛物线的顶点相同，则称它们为“友好抛物线”，抛物线 $C_1: y_1 = -2x^2 + 4x + 2$ 与 $C_2: y_2 = -x^2 + mx + n$ 为“友好抛物线”。

(1) 求抛物线 C_2 的解析式。

(2) 点 A 是抛物线 C_2 上在第一象限的动点，过 A 作 $AQ \perp x$ 轴，Q 为垂足，求 $AQ + OQ$ 的最大值。

(3) 设抛物线 C_2 的顶点为 C，点 B 的坐标为 $(-1, 4)$ ，问在 C_2 的对称轴上是否存在点 M，使线段 MB 绕点 M 逆时针旋转 90° 得到线段 MB' ，且点 B' 恰好落在抛物线 C_2 上？若存在求出点 M 的坐标，不存在说明理由。



【考点】 二次函数综合题。

【分析】 (1) 先求得 y_1 顶点坐标，然后依据两个抛物线的顶点坐标相同可求得 m、n 的值；

(2) 设 $A(a, -a^2 + 2a + 3)$ 。则 $OQ = x$ ， $AQ = -a^2 + 2a + 3$ ，然后得到 $OQ + AQ$ 与 a 的函数关系式，最后依据配方法可求得 $OQ + AQ$ 的最值；

(3) 连接 BC，过点 B' 作 $B'D \perp CM$ ，垂足为 D。接下来证明 $\triangle BCM \cong \triangle MDB'$ ，由全等三角形的性质得到 $BC = MD$ ， $CM = B'D$ ，设点 M 的坐标为 $(1, a)$ 。则用含 a 的式子可表示出点 B' 的坐标，将点 B' 的坐标代入抛物线的解析式可求得 a 的值，从而得到点 M 的坐标。

【解答】解：（1） $\because y_1 = -2x^2 + 4x + 2 = -2(x-1)^2 + 4$,

$\therefore$ 抛物线 C_1 的顶点坐标为 $(1, 4)$.

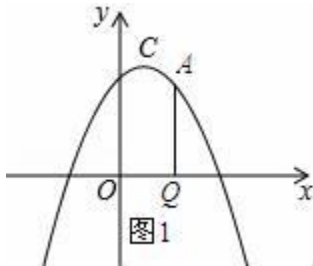
$\because$ 抛物线 C_1 与 C_2 顶点相同,

$$\therefore \frac{-m}{-1 \times 2} = 1, \quad -1 + m + n = 4.$$

解得: $m=2, n=3$.

$\therefore$ 抛物线 C_2 的解析式为 $u_2 = -x^2 + 2x + 3$.

(2) 如图 1 所示:



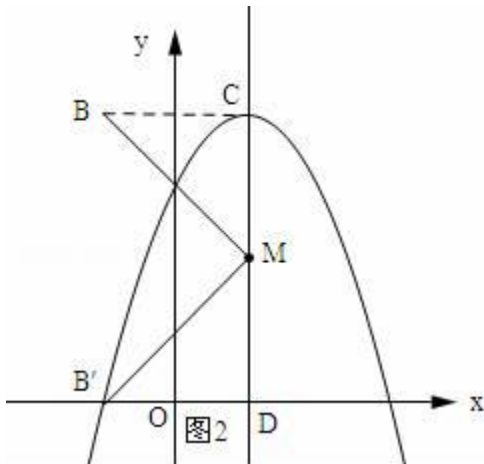
设点 A 的坐标为 $(a, -a^2 + 2a + 3)$.

$\because AQ = -a^2 + 2a + 3, OQ = a,$

$$\therefore AQ + OQ = -a^2 + 2a + 3 + a = -a^2 + 3a + 3 = -\left(a - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{21}{4}.$$

$\therefore$ 当 $a = \frac{3}{2}$ 时, $AQ + OQ$ 有最大值, 最大值为 $\frac{21}{4}$.

(3) 如图 2 所示; 连接 BC, 过点 B' 作 $B'D \perp CM$, 垂足为 D.



$\because B(-1, 4), C(1, 4)$, 抛物线的对称轴为 $x=1$,

$\therefore BC \perp CM, BC=2$.

$\because \angle BMB' = 90^\circ,$

$\therefore \angle BMC + \angle B'MD = 90^\circ$.

$\because B'D \perp MC,$

$\therefore \angle MB'D + \angle B'MD = 90^\circ.$

$\therefore \angle MB'D = \angle BMC.$

在 $\triangle BCM$ 和 $\triangle MDB'$ 中,
$$\begin{cases} \angle MB'D = \angle BMC \\ \angle BCM = \angle MDB' \\ BM = MB' \end{cases},$$

$\therefore \triangle BCM \cong \triangle MDB'.$

$\therefore BC = MD, CM = B'D.$

设点 M 的坐标为 $(1, a)$. 则 $B'D = CM = 4 - a, MD = CB = 2.$

$\therefore$ 点 B' 的坐标为 $(a - 3, a - 2).$

$\therefore -(a - 3)^2 + 2(a - 3) + 3 = a - 2.$

整理得: $a^2 - 7a - 10 = 0.$

解得 $a = 2$, 或 $a = 5$.

当 $a = 2$ 时, M 的坐标为 $(1, 2),$

当 $a = 5$ 时, M 的坐标为 $(1, 5).$

综上所述当点 M 的坐标为 $(1, 2)$ 或 $(1, 5)$ 时, B' 恰好落在抛物线 C_2 上.

【点评】 本题主要考查的是二次函数的综合应用, 解答本题主要应用了二次函数的顶点坐标公式、二次函数的图象和性质、全等三角形的性质和判定、函数图象上点的坐标与函数解析式的关系, 用含 a 的式子表示点 B' 的坐标是解题的关键.