

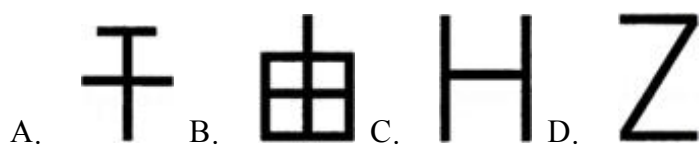
2015 年黑龙江省齐齐哈尔市中考数学试卷

一、单项选择题：每小题 3 分，共 30 分 2015 年齐齐哈尔市初中毕业考试数学试卷

1. (3 分) (2015•齐齐哈尔) 下列各式正确的是 ()

A. $-2^2=4$ B. $2^0=0$ C. $\sqrt{4}=\pm 2$ D. $|- \sqrt{2}|=\sqrt{2}$

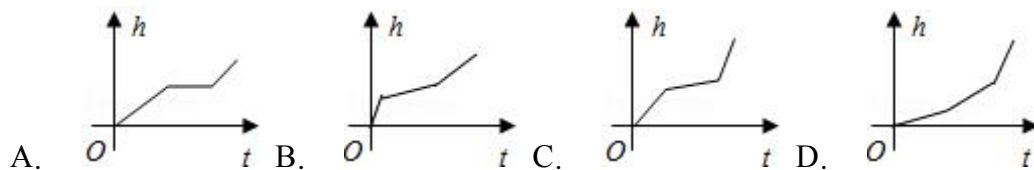
2. (3 分) (2015•齐齐哈尔) 下列汉字或字母中既是中心对称图形又是轴对称图形的是 ()



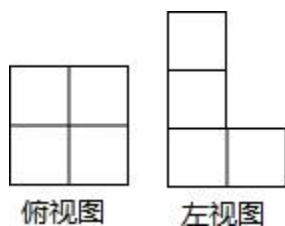
3. (3 分) (2015•齐齐哈尔) 下列是某校教学活动小组学生的年龄情况：13, 15, 15, 16, 13, 15, 14, 15 (单位：岁). 这组数据的中位数和极差分别是 ()

A. 15, 3 B. 14, 15 C. 16, 16 D. 14, 3

4. (3 分) (2015•齐齐哈尔) 如图，匀速地向此容器内注水，直到把容器注满，在注水过程中，下列图象能大致反映水面高度 h 随注水时间 t 变化规律的是 ()

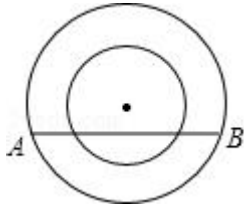


5. (3 分) (2015•齐齐哈尔) 如图，由一些完全相同的小正方体搭成的几何体的俯视图和左视图，组成这个几何体的小正方体的个数是 ()



A. 5 或 6 或 7 B. 6 或 7 C. 6 或 7 或 8 D. 7 或 8 或 9

6. (3 分) (2015•齐齐哈尔) 如图, 两个同心圆, 大圆的半径为 5, 小圆的半径为 3, 若大圆的弦 AB 与小圆有公共点, 则弦 AB 的取值范围是 ()



A. $8 \leq AB \leq 10$ B. $8 < AB \leq 10$ C. $4 \leq AB \leq 5$ D. $4 < AB \leq 5$

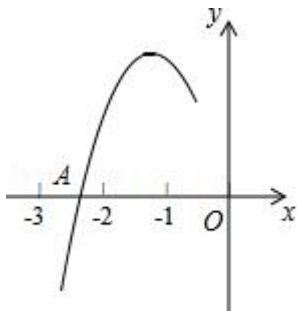
7. (3 分) (2015•齐齐哈尔) 关于 x 的分式方程 $\frac{5}{x} = \frac{a}{x-2}$ 有解, 则字母 a 的取值范围是 ()

A. $a=5$ 或 $a=0$ B. $a \neq 0$ C. $a \neq 5$ D. $a \neq 5$ 且 $a \neq 0$

8. (3 分) (2015•齐齐哈尔) 为了开展阳光体育活动, 某班计划购买毽子和跳绳两种体育用品, 共花费 35 元, 毽子单价 3 元, 跳绳单价 5 元, 购买方案有 ()

A. 1 种 B. 2 种 C. 3 种 D. 4 种

9. (3 分) (2015•齐齐哈尔) 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的对称轴为直线 $x=-1$, 与 x 轴的一个交点 A 在点 $(-3, 0)$ 和 $(-2, 0)$ 之间, 其部分图象如图, 则下列结论: ① $4ac - b^2 < 0$; ② $2a - b = 0$; ③ $a+b+c < 0$; ④ 点 M (x_1, y_1)、N (x_2, y_2) 在抛物线上, 若 $x_1 < x_2$, 则 $y_1 \leq y_2$, 其中正确结论的个数是 ()

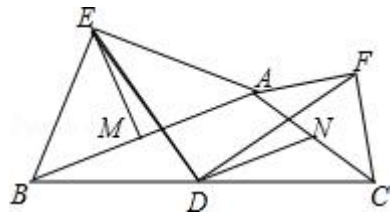


A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

10. (3 分) (2015•齐齐哈尔) 如图, 在钝角 $\triangle ABC$ 中, 分别以 AB 和 AC 为斜边向 $\triangle ABC$ 的外侧作等腰直角三角形 ABE 和等腰直角三角形 ACF, EM 平分 $\angle AEB$

交 AB 于点 M, 取 BC 中点 D, AC 中点 N, 连接 DN、DE、DF. 下列结论:

① $EM=DN$; ② $S_{\triangle CDN}=\frac{1}{3}S_{\text{四边形}ABDN}$; ③ $DE=DF$; ④ $DE\perp DF$. 其中正确的结论的个数是 ()



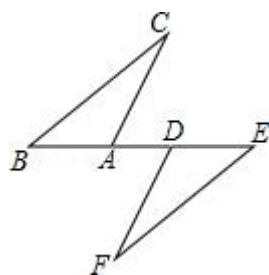
A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

二、填空题: 每小题 3 分, 共 30 分

11. (3 分) (2015•齐齐哈尔) 日前从省教育厅获悉, 为改善农村义务教育办学条件, 促进教育公平, 去年我省共接收 163400 名随迁子女就学, 将 163400 用科学记数法表示为_____.

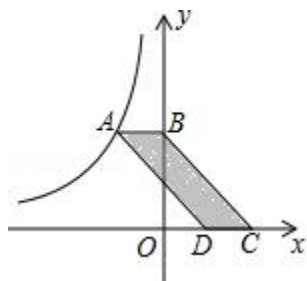
12. (3 分) (2015•齐齐哈尔) 在函数 $y=\sqrt{x+3}+\frac{1}{x^2}$ 中, 自变量 x 的取值范围是_____.

13. (3 分) (2015•齐齐哈尔) 如图, 点 B、A、D、E 在同一直线上, $BD=AE$, $BC\parallel EF$, 要使 $\triangle ABC\cong\triangle DEF$, 则只需添加一个适当的条件是_____. (只填一个即可)

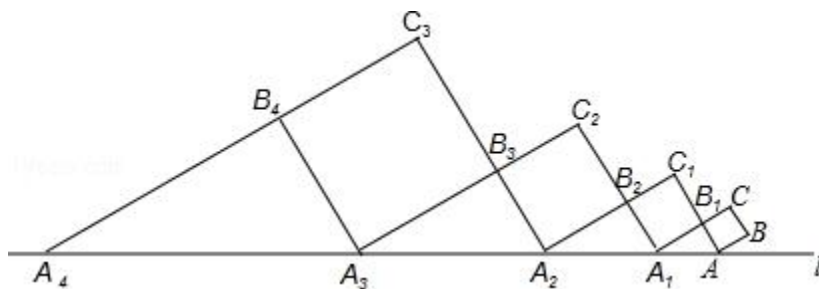


14. (3 分) (2015•齐齐哈尔) $\triangle ABC$ 的两边长分别为 2 和 3, 第三边的长是方程 $x^2-8x+15=0$ 的根, 则 $\triangle ABC$ 的周长是_____.

15. (3分) (2015•齐齐哈尔) 如图, 点 A 是反比例函数图象上一点, 过点 A 作 $AB \perp y$ 轴于点 B, 点 C、D 在 x 轴上, 且 $BC \parallel AD$, 四边形 ABCD 的面积为 3, 则这个反比例函数的解析式为_____.



16. (3分) (2015•齐齐哈尔) 底面周长为 $10\pi\text{cm}$, 高为 12cm 的圆锥的侧面积为_____.
17. (3分) (2015•齐齐哈尔) 从点 A $(-2, 3)$ 、B $(1, -6)$ 、C $(-2, -4)$ 中任取一个点, 在 $y = -\frac{6}{x}$ 的图象上的概率是_____.
18. (3分) (2015•齐齐哈尔) 菱形 ABCD 的对角线 $AC=6\text{cm}$, $BD=4\text{cm}$, 以 AC 为边作正方形 ACEF, 则 BF 长为_____.
19. (3分) (2015•齐齐哈尔) BD 为等腰 $\triangle ABC$ 的腰 AC 上的高, $BD=1$, $\tan \angle ABD = \sqrt{3}$, 则 CD 的长为_____.
20. (3分) (2015•齐齐哈尔) 如图, 正方形 $ABCB_1$ 中, $AB=1$. AB 与直线 l 的夹角为 30° , 延长 CB_1 交直线 l 于点 A_1 , 作正方形 $A_1B_1C_1B_2$, 延长 C_1B_2 交直线 l 于点 A_2 , 作正方形 $A_2B_2C_2B_3$, 延长 C_2B_3 交直线 l 于点 A_3 , 作正方形 $A_3B_3C_3B_4$, ..., 依此规律, 则 $A_1A_2A_3A_4 =$ _____.



三、解答题: 满分 60 分

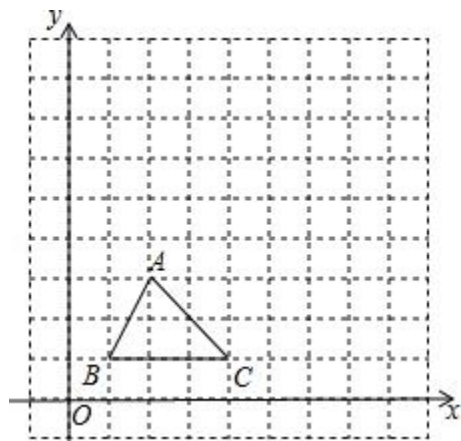
21. (5 分) (2015•齐齐哈尔) 先化简, 再求值: $\frac{x^2}{x^2-1} \div (\frac{1}{x-1}+1)$, 其中 x 是 $\sqrt{5}$ 的整数部分.

22. (6 分) (2015•齐齐哈尔) 如图, 在边上为 1 个单位长度的小正方形网格中:

(1) 画出 $\triangle ABC$ 向上平移 6 个单位长度, 再向右平移 5 个单位长度后的 $\triangle A_1B_1C_1$.

(2) 以点 B 为位似中心, 将 $\triangle ABC$ 放大为原来的 2 倍, 得到 $\triangle A_2B_2C_2$, 请在网格中画出 $\triangle A_2B_2C_2$.

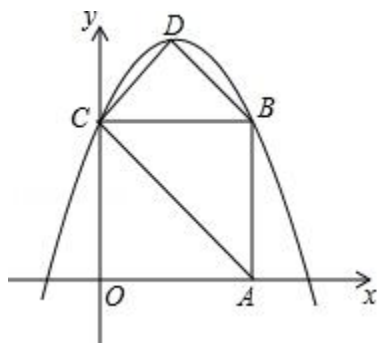
(3) 求 $\triangle CC_1C_2$ 的面积.



23. (6 分) (2015•齐齐哈尔) 如图, 在平面直角坐标系中, 正方形 $OABC$ 的边长为 4, 顶点 A 、 C 分别在 x 轴、 y 轴的正半轴, 抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 经过 B 、 C 两点, 点 D 为抛物线的顶点, 连接 AC 、 BD 、 CD .

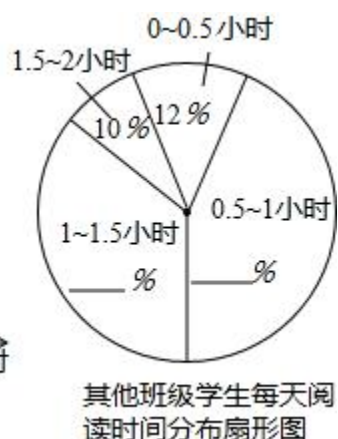
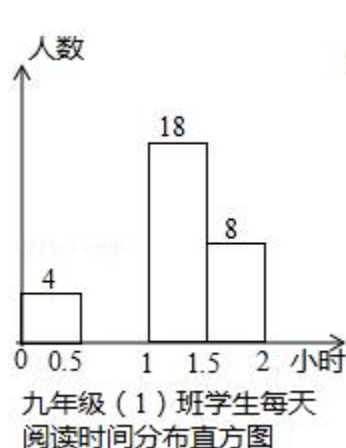
(1) 求此抛物线的解析式.

(2) 求此抛物线顶点 D 的坐标和四边形 $ABCD$ 的面积.



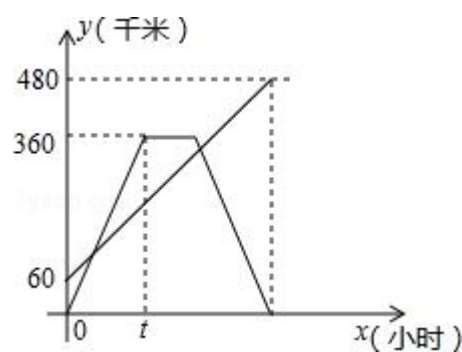
24. (7分) (2015•齐齐哈尔) 4月23日是“世界读书日”，学校开展“让书香溢满校园”读书活动，以提升青少年的阅读兴趣，九年（1）班数学活动小组对本年级600名学生每天阅读时间进行了统计，根据所得数据绘制了两幅不完整统计图（每组包括最小值不包括最大值）．九年（1）班每天阅读时间在0.5小时以内的学生占全班人数的8%．根据统计图解答下列问题：

- (1) 九年（1）班有_____名学生；
- (2) 补全直方图；
- (3) 除九年（1）班外，九年级其他班级每天阅读时间在1~1.5小时的学生有165人，请你补全扇形统计图；
- (4) 求该年级每天阅读时间不少于1小时的学生有多少人？



25. (8分) (2015•齐齐哈尔) 甲、乙两车分别从相距 480km 的 A、B 两地相向而行，乙车比甲车先出发 1 小时，并以各自的速度匀速行驶，途径 C 地，甲车到达 C 地停留 1 小时，因有事按原路原速返回 A 地. 乙车从 B 地直达 A 地，两车同时到达 A 地. 甲、乙两车距各自出发地的路程 y (千米) 与甲车出发所用的时间 x (小时) 的关系如图，结合图象信息解答下列问题：

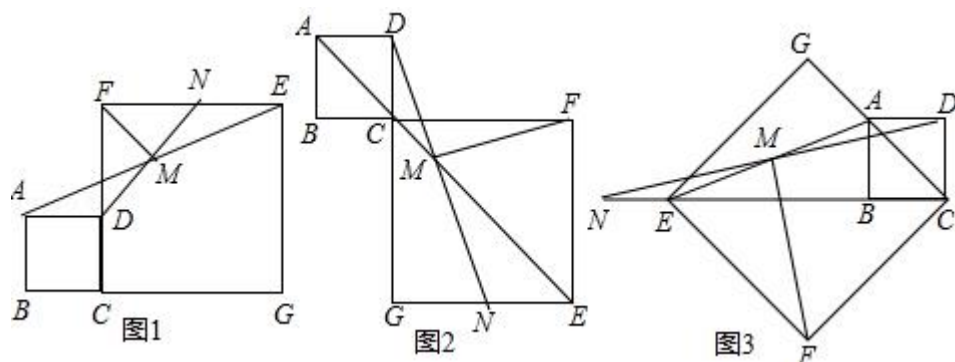
- (1) 乙车的速度是_____千米/时， t =_____小时；
- (2) 求甲车距它出发地的路程 y 与它出发的时间 x 的函数关系式，并写出自变量的取值范围；
- (3) 直接写出乙车出发多长时间两车相距 120 千米.



26. (8分) (2015•齐齐哈尔) 如图 1 所示，在正方形 ABCD 和正方形 CGEF 中，点 B、C、G 在同一条直线上，M 是线段 AE 的中点，DM 的延长线交 EF 于点 N，连接 FM，易证：DM=FM，DM $\perp$ FM (无需写证明过程)

- (1) 如图 2，当点 B、C、F 在同一条直线上，DM 的延长线交 EG 于点 N，其余条件不变，试探究线段 DM 与 FM 有怎样的关系？请写出猜想，并给予证明；

(2) 如图 3, 当点 E、B、C 在同一条直线上, DM 的延长线交 CE 的延长线于点 N, 其余条件不变, 探究线段 DM 与 FM 有怎样的关系? 请直接写出猜想.



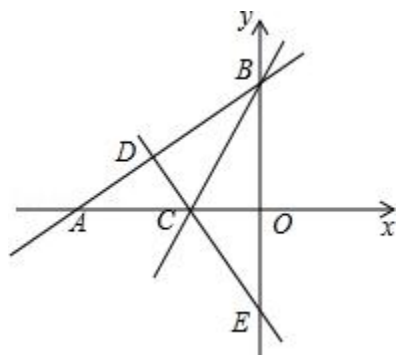
27. (10 分) (2015•齐齐哈尔) 母亲节前夕, 某淘宝店主从厂家购进 A、B 两种礼盒, 已知 A、B 两种礼盒的单价比为 2: 3, 单价和为 200 元.

- (1) 求 A、B 两种礼盒的单价分别是多少元?
- (2) 该店主购进这两种礼盒恰好用去 9600 元, 且购进 A 种礼盒最多 36 个, B 种礼盒的数量不超过 A 种礼盒数量的 2 倍, 共有几种进货方案?
- (3) 根据市场行情, 销售一个 A 种礼盒可获利 10 元, 销售一个 B 种礼盒可获利 18 元. 为奉献爱心, 该店主决定每售出一个 B 种礼盒, 为爱心公益基金捐款 m 元, 每个 A 种礼盒的利润不变, 在 (2) 的条件下, 要使礼盒全部售出后所有方案获利相同, m 值是多少? 此时店主获利多少元?

28. (10 分) (2015•齐齐哈尔) 如图, 在平面直角坐标系中, 已知 $Rt\triangle AOB$ 的两直角边 OA、OB 分别在 x 轴的负半轴和 y 轴的正半轴上, 且 OA、OB 的长满足 $|OA - 8| + (OB - 6)^2 = 0$, $\angle ABO$ 的平分线交 x 轴于点 C 过点 C 作 AB 的垂线, 垂足为点 D, 交 y 轴于点 E.

- (1) 求线段 AB 的长;
- (2) 求直线 CE 的解析式;

(3) 若 M 是射线 BC 上的一个动点，在坐标平面内是否存在点 P ，使以 A 、 B 、 M 、 P 为顶点的四边形是矩形？若存在，请直接写出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由.



2015 年黑龙江省齐齐哈尔市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、单项选择题：每小题 3 分，共 30 分 2015 年齐齐哈尔市初中毕业考试数学试卷

1. (3 分) (2015•齐齐哈尔) 下列各式正确的是 ()

A. $-2^2=4$ B. $2^0=0$ C. $\sqrt{4}=\pm 2$ D. $|- \sqrt{2}|=\sqrt{2}$

考点： 算术平方根；有理数的乘方；实数的性质；零指数幂.

分析： 根据有理数的乘方，任何非零数的零次幂等于 1，算术平方根的定义，绝对值的性质对各选项分析判断即可得解.

解答： 解：A、 $-2^2=-4$ ，故本选项错误；

B、 $2^0=1$ ，故本选项错误；

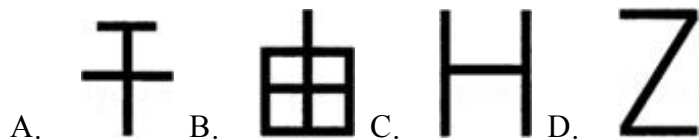
C、 $\sqrt{4}=2$ ，故本选项错误；

D、 $|- \sqrt{2}|=\sqrt{2}$ ，故本选项正确.

故选 D.

点评： 本题考查了算术平方根的定义，有理数的乘方，实数的性质，零指数幂的定义，是基础题，熟记概念与性质是解题的关键.

2. (3 分) (2015•齐齐哈尔) 下列汉字或字母中既是中心对称图形又是轴对称图形的是 ()



考点： 中心对称图形；轴对称图形.

分析： 根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解.

解答： 解：A、是轴对称图形，不是中心对称图形. 故错误；

- B、是轴对称图形，不是中心对称图形．故错误；
C、是轴对称图形，也是中心对称图形．故正确；
D、不是轴对称图形，是中心对称图形．故错误．

故选 C．

点评： 本题考查了中心对称图形与轴对称图形的概念：轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分沿对称轴折叠后可重合；中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后与原图重合．

3. (3 分) (2015•齐齐哈尔) 下列是某校教学活动小组学生的年龄情况：13，15，15，16，13，15，14，15（单位：岁）．这组数据的中位数和极差分别是（ ）
A. 15，3 B. 14，15 C. 16，16 D. 14，3

考点： 极差；中位数．

分析： 根据中位数与极差的定义分别求出即可解答．找中位数要把数据按从小到大的顺序排列，位于最中间的一个数（或两个数的平均数）为中位数；极差就是这组数中最大值与最小值的差．

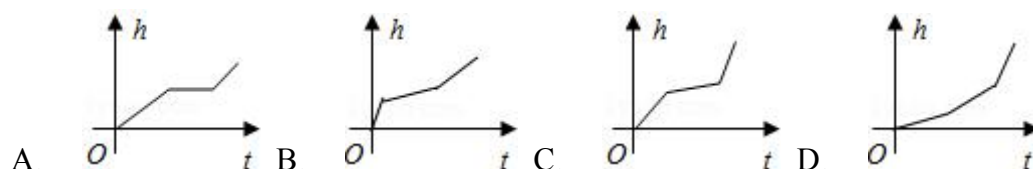
解答： 解：按从小到大的顺序排列为：13，13，14，15，15，15，15，16，故中位数为 $(15+15) \div 2=15$ ，
极差为 $16-13=3$ ．

故选 A．

点评： 本题为统计题，考查中位数与极差的意义，中位数是将一组数据从小到大（或从大到小）重新排列后，最中间的那个数（最中间两个数的平均数），叫做这组数据的中位数，如果中位数的概念掌握得不好，不把数据按要求重新排列，就会出错．极差是指一组数据中最大数据与最小数据的差．极差=最大值-最小值．

4. (3 分) (2015•齐齐哈尔) 如图, 匀速地向此容器内注水, 直到把容器注满, 在注水过程中, 下列图象能大致反映水面高度 h 随注水时间 t 变化规律的是

()



考点: 函数的图象.

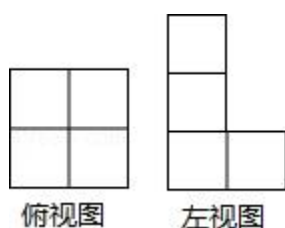
分析: 由于三个容器的高度相同, 粗细不同, 那么水面高度 h 随时间 t 变化而分三个阶段.

解答: 解: 最下面的容器容器最小, 用时最短, 第二个容器最粗, 那么第二个阶段的函数图象水面高度 h 随时间 t 的增大而增长缓慢, 用时较长, 最上面容器较粗, 那么用时较短.

故选 B.

点评: 此题主要考查了函数图象, 解决本题的关键是根据容器的高度相同, 每部分的粗细不同得到用时的不同.

5. (3 分) (2015•齐齐哈尔) 如图, 由一些完全相同的小正方体搭成的几何体的俯视图和左视图, 组成这个几何体的小正方体的个数是 ()



A. 5 或 6 或 7 B. 6 或 7 C. 6 或 7 或 8 D. 7 或 8 或 9

考点: 由三视图判断几何体.

分析： 首先根据几何体的左视图，可得这个几何体共有 3 层；然后从俯视图中可以看出最底层小正方体的个数及形状；最后从左视图判断出第一层、第二层的个数，进而求出组成这个几何体的小正方体的个数是多少即可.

解答： 解：根据几何体的左视图，可得这个几何体共有 3 层，
从俯视图可以可以看出最底层的个数是 4 个，

(1) 当第一层有 1 个小正方体，第二层有 1 个小正方体时，
组成这个几何体的小正方体的个数是：

$$1+1+4=6 \text{ (个)};$$

(2) 当第一层有 1 个小正方体，第二层有 2 个小正方体时，
或当第一层有 2 个小正方体，第二层有 1 个小正方体时，
组成这个几何体的小正方体的个数是：

$$1+2+4=7 \text{ (个)};$$

(3) 当第一层有 2 个小正方体，第二层有 2 个小正方体时，
组成这个几何体的小正方体的个数是：

$$2+2+4=8 \text{ (个)}.$$

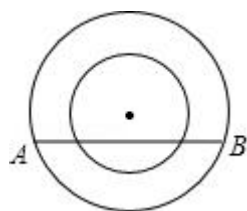
综上，可得

组成这个几何体的小正方体的个数是 6 或 7 或 8.

故选：C.

点评： 此题主要考查了由三视图判断几何体，考查了空间想象能力，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：由三视图想象几何体的形状，首先，应分别根据主视图、俯视图和左视图想象几何体的前面、上面和左侧面的形状，然后综合起来考虑整体形状.

6. (3 分) (2015•齐齐哈尔) 如图，两个同心圆，大圆的半径为 5，小圆的半径为 3，若大圆的弦 AB 与小圆有公共点，则弦 AB 的取值范围是 ()



- A. $8 \leq AB \leq 10$ B. $8 < AB \leq 10$ C. $4 \leq AB \leq 5$ D. $4 < AB \leq 5$

考点： 直线与圆的位置关系；勾股定理；垂径定理.

分析： 此题可以首先计算出当 AB 与小圆相切的时候的弦长. 连接过切点的半径和大圆的一条半径，根据勾股定理和垂径定理，得 $AB=8$. 若大圆的弦 AB 与小圆有公共点，即相切或相交，此时 $AB \geq 8$ ；又因为大圆最长的弦是直径 10，则 $8 \leq AB \leq 10$.

解答： 解：当 AB 与小圆相切，

$\therefore$ 大圆半径为 5，小圆的半径为 3，

$$\therefore AB = 2\sqrt{5^2 - 3^2} = 8.$$

$\therefore$ 大圆的弦 AB 与小圆有公共点，即相切或相交，

$$\therefore 8 \leq AB \leq 10.$$

故选：A.

点评： 本题综合考查了切线的性质、勾股定理和垂径定理. 此题可以首先计算出和小圆相切时的弦长，再进一步分析有公共点时的弦长.

7. (3 分) (2015•齐齐哈尔) 关于 x 的分式方程 $\frac{5}{x} = \frac{a}{x-2}$ 有解，则字母 a 的取值范围是 ()

A. $a=5$ 或 $a=0$ B. $a \neq 0$ C. $a \neq 5$ D. $a \neq 5$ 且 $a \neq 0$

考点： 分式方程的解.

分析： 先解关于 x 的分式方程，求得 x 的值，然后再依据“关于 x 的分式方程 $\frac{5}{x} = \frac{a}{x-2}$ 有解”，即 $x \neq 0$ 且 $x \neq 2$ 建立不等式即可求 a 的取值范围.

解答： 解： $\frac{5}{x} = \frac{a}{x-2}$,

去分母得： $5(x-2) = ax$,

去括号得： $5x - 10 = ax$,

移项，合并同类项得：

$$(5-a)x=10,$$

∵关于 x 的分式方程 $\frac{5-a}{x(x-2)}$ 有解,

$$\therefore 5-a \neq 0, x \neq 0 \text{ 且 } x \neq 2,$$

$$\text{即 } a \neq 5,$$

$$\text{系数化为 1 得: } x = \frac{10}{5-a},$$

$$\therefore \frac{10}{5-a} \neq 0 \text{ 且 } \frac{10}{5-a} \neq 2,$$

$$\text{即 } a \neq 5, a \neq 0,$$

综上所述: 关于 x 的分式方程 $\frac{5-a}{x(x-2)}$ 有解, 则字母 a 的取值范围是 $a \neq 5, a \neq 0$,

故选: D.

点评: 此题考查了求分式方程的解, 由于我们的目的是求 a 的取值范围, 根据方程的解列出关于 a 的不等式. 另外, 解答本题时, 容易漏掉 $5-a \neq 0$, 这应引起同学们的足够重视.

8. (3 分) (2015•齐齐哈尔) 为了开展阳光体育活动, 某班计划购买毽子和跳绳两种体育用品, 共花费 35 元, 毽子单价 3 元, 跳绳单价 5 元, 购买方案有 ()

A. 1 种 B. 2 种 C. 3 种 D. 4 种

考点: 二元一次方程的应用.

分析: 设毽子能买 x 个, 跳绳能买 y 根, 依据“某班计划购买毽子和跳绳两种体育用品, 共花费 35 元, 毽子单价 3 元, 跳绳单价 5 元”列出方程, 并解答.

解答: 解: 设毽子能买 x 个, 跳绳能买 y 根, 根据题意可得:

$$3x+5y=35,$$

$$y=7-\frac{3}{5}x,$$

∵ x 、 y 都是正整数,

$$\therefore x=5 \text{ 时, } y=4;$$

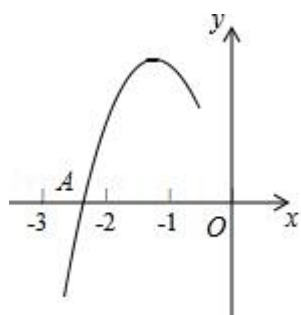
$x=10$ 时, $y=1$;

$\therefore$ 购买方案有 2 种.

故选 B.

点评: 此题主要考查了二元一次方程的应用, 根据题意得出正确等量关系是解题关键.

9. (3 分) (2015•齐齐哈尔) 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的对称轴为直线 $x=-1$, 与 x 轴的一个交点 A 在点 $(-3, 0)$ 和 $(-2, 0)$ 之间, 其部分图象如图, 则下列结论: ① $4ac - b^2 < 0$; ② $2a - b = 0$; ③ $a+b+c < 0$; ④ 点 M (x_1, y_1)、N (x_2, y_2) 在抛物线上, 若 $x_1 < x_2$, 则 $y_1 \leq y_2$, 其中正确结论的个数是 ()



A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

考点: 二次函数图象与系数的关系.

分析: 根据函数与 x 轴的交点的个数, 以及对称轴的解析式, 函数值的符号的确定即可作出判断.

解答: 解: 函数与 x 轴有两个交点, 则 $b^2 - 4ac > 0$, 即 $4ac - b^2 < 0$, 故①正确;

函数的对称轴是 $x = -1$, 即 $-\frac{b}{2a} = -1$, 则 $b = 2a$, $2a - b = 0$, 故②正确;

当 $x = 1$ 时, 函数对应的点在 x 轴下方, 则 $a+b+c < 0$, 则③正确;

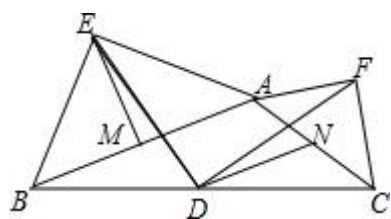
则 y_1 和 y_2 的大小无法判断, 则④错误.

故选 C.

点评： 本题考查了二次函数的性质，主要考查了利用图象求出 a , b , c 的范围，以及特殊值的代入能得到特殊的式子.

10. (3 分) (2015•齐齐哈尔) 如图，在钝角 $\triangle ABC$ 中，分别以 AB 和 AC 为斜边向 $\triangle ABC$ 的外侧作等腰直角三角形 ABE 和等腰直角三角形 ACF , EM 平分 $\angle AEB$ 交 AB 于点 M ，取 BC 中点 D ， AC 中点 N ，连接 DN 、 DE 、 DF 。下列结论：

① $EM=DN$ ；② $S_{\triangle CDN}=\frac{1}{3}S_{\text{四边形}ABDN}$ ；③ $DE=DF$ ；④ $DE \perp DF$ 。其中正确的结论的个数是 ()



A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

考点： 全等三角形的判定与性质；等腰直角三角形；三角形中位线定理.

分析： ①首先根据 D 是 BC 中点， N 是 AC 中点 N ，可得 DN 是 $\triangle ABC$ 的中位线，判断出 $DN=\frac{1}{2}AB$ ；然后判断出 $EM=\frac{1}{2}AB$ ，即可判断出 $EM=DN$ ；

②首先根据 $DN \parallel AB$ ，可得 $\triangle CDN \sim \triangle ABC$ ；然后根据 $DN=\frac{1}{2}AB$ ，可得 $S_{\triangle CDN}=\frac{1}{4}S_{\triangle ABC}$ ，所以 $S_{\triangle CDN}=\frac{1}{3}S_{\text{四边形}ABDN}$ ，据此判断即可.

③首先连接 MD 、 FN ，判断出 $DM=FN$ ， $\angle EMD=\angle DNF$ ，然后根据全等三角形判定的方法，判断出 $\triangle EMD \cong \triangle DNF$ ，即可判断出 $DE=DF$.

④首先判断出 $\frac{EM}{EA}=\sin 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$ ， $DM=\frac{\sqrt{2}}{2}FA$ ， $\angle EMD=\angle EAF$ ，根据相似三角形判定的方法，判断出 $\triangle EMD \sim \triangle EAF$ ，即可判断出 $\angle MED=\angle AEF$ ，然后根据 $\angle MED+\angle AED=45^\circ$ ，判断出 $\angle DEF=45^\circ$ ，再根据 $DE=DF$ ，判断出 $\angle DFE=45^\circ$ ， $\angle EDF=90^\circ$ ，即可判断出 $DE \perp DF$.

解答： 解： $\because$ D 是 BC 中点， N 是 AC 中点，

$\therefore$ DN 是 $\triangle ABC$ 的中位线，

$\therefore$ DN $\parallel$ AB， 且 $DN = \frac{1}{2}AB$ ；

$\because$ 三角形 ABE 是等腰直角三角形， EM 平分 $\angle AEB$ 交 AB 于点 M，

$\therefore$ M 是 AB 的中点，

$\therefore$ EM $= \frac{1}{2}AB$ ，

又 $\because$ DN $= \frac{1}{2}AB$ ，

$\therefore$ EM = DN，

$\therefore$ 结论①正确；

$\because$ DN $\parallel$ AB，

$\therefore \triangle CDN \sim \triangle ABC$ ，

$\therefore$ DN $= \frac{1}{2}AB$ ，

$\therefore S_{\triangle CDN} = \frac{1}{4}S_{\triangle ABC}$ ，

$\therefore S_{\triangle CDN} = \frac{1}{3}S_{\text{四边形 ABDN}}$ ，

$\therefore$ 结论②正确；

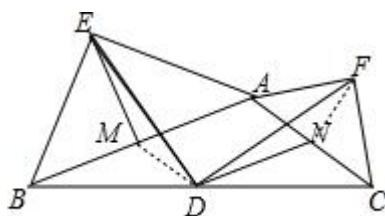


图1

如图 1， 连接 MD、 FN，

$\because$ D 是 BC 中点， M 是 AB 中点，

$\therefore$ DM 是 $\triangle ABC$ 的中位线，

$\therefore DM \parallel AC$, 且 $DM = \frac{1}{2}AC$;

$\therefore$ 三角形 ACF 是等腰直角三角形, N 是 AC 的中点,

$\therefore FN = \frac{1}{2}AC$,

又 $\therefore DM = \frac{1}{2}AC$,

$\therefore DM = FN$,

$\therefore DM \parallel AC$, $DN \parallel AB$,

$\therefore$ 四边形 $AMDN$ 是平行四边形,

$\therefore \angle AMD = \angle AND$,

又 $\therefore \angle EMA = \angle FNA = 90^\circ$,

$\therefore \angle EMD = \angle DNF$,

在 $\triangle EMD$ 和 $\triangle DNF$ 中,

$$\begin{cases} EM = DN \\ \angle EMD = \angle DNF, \\ MD = NF \end{cases}$$

$\therefore \triangle EMD \cong \triangle DNF$,

$\therefore DE = DF$,

$\therefore$ 结论③正确;

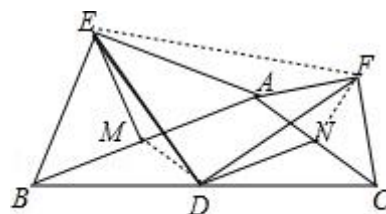


图2

如图 2, 连接 MD , EF , NF ,

$\therefore$ 三角形 ABE 是等腰直角三角形, EM 平分 $\angle AEB$,

$\therefore M$ 是 AB 的中点, $EM \perp AB$,

$\therefore EM = MA$, $\angle EMA = 90^\circ$, $\angle AEM = \angle EAM = 45^\circ$,

$$\therefore \frac{EM}{EA} = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$\because$ D 是 BC 中点, M 是 AB 中点,

$\therefore$ DM 是 $\triangle ABC$ 的中位线,

$\therefore$ DM $\parallel$ AC, 且 $DM = \frac{1}{2}AC$;

$\because$ 三角形 ACF 是等腰直角三角形, N 是 AC 的中点,

$\therefore$ FN $= \frac{1}{2}AC$, $\angle FNA = 90^\circ$, $\angle FAN = \angle AFN = 45^\circ$,

又 $\because$ DM $= \frac{1}{2}AC$,

$\therefore$ DM = FN $= \frac{\sqrt{2}}{2}FA$,

$\therefore \angle EMD = \angle EMA + \angle AMD = 90^\circ + \angle AMD$,

$\angle EAF = 360^\circ - \angle EAM - \angle FAN - \angle BAC$

$= 360^\circ - 45^\circ - 45^\circ - (180^\circ - \angle AMD)$

$= 90^\circ + \angle AMD$

$\therefore \angle EMD = \angle EAF$,

在 $\triangle EMD$ 和 $\triangle EAF$ 中,

$$\begin{cases} \frac{EM}{EA} = \frac{DM}{FA} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \angle EMD = \angle EAF \end{cases}$$

$\therefore \triangle EMD \sim \triangle EAF$,

$\therefore \angle MED = \angle AEF$,

$\therefore \angle MED + \angle AED = 45^\circ$,

$\therefore \angle AED + \angle AEF = 45^\circ$,

即 $\angle DEF = 45^\circ$,

又 $\because$ DE = DF,

$\therefore \angle DFE = 45^\circ$,

$$\therefore \angle EDF = 180^\circ - 45^\circ - 45^\circ = 90^\circ,$$

$$\therefore DE \perp DF,$$

$\therefore$ 结论④正确.

$\therefore$ 正确的结论有 4 个: ①②③④.

故选: D.

点评: (1) 此题主要考查了全等三角形的判定和性质的应用, 以及相似三角形的判定和性质的应用, 要熟练掌握.

(2) 此题还考查了等腰直角三角形的性质和应用, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确: 等腰直角三角形是一种特殊的三角形, 具有所有三角形的性质, 还具备等腰三角形和直角三角形的所有性质. 即: 两个锐角都是 45° , 斜边上中线、角平分线、斜边上的高, 三线合一, 等腰直角三角形斜边上的高为外接圆的半径 R , 而高又为内切圆的直径.

(3) 此题还考查了三角形中位线定理的应用, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确: 三角形的中位线平行于第三边, 并且等于第三边的一半.

二、填空题: 每小题 3 分, 共 30 分

11. (3 分) (2015•齐齐哈尔) 日前从省教育厅获悉, 为改善农村义务教育办学条件, 促进教育公平, 去年我省共接收 163400 名随迁子女就学, 将 163400 用科学记数法表示为 1.634×10^5 .

考点: 科学记数法—表示较大的数.

分析: 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

解答: 解: 将 163400 用科学记数法表示为 1.634×10^5 ,

故答案为： 1.634×10^5 .

点评： 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

12. (3 分) (2015•齐齐哈尔) 在函数 $y = \sqrt{x+3} + \frac{1}{x^2}$ 中，自变量 x 的取值范围是 $x \geq -3$ ，且 $x \neq 0$.

考点： 函数自变量的取值范围.

分析： 根据二次根式的性质和分式的意义，被开方数大于或等于 0，分母不等于 0，可以求出 x 的范围.

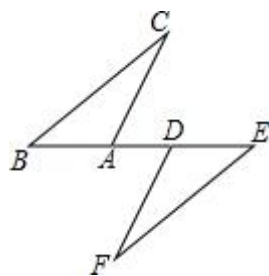
解答： 解：由题意得， $x+3 > 0$ ， $x^2 \neq 0$ ，

解得： $x \geq -3$ ，且 $x \neq 0$.

故答案为： $x \geq -3$ ，且 $x \neq 0$.

点评： 本题考查了函数自变量的范围，一般从三个方面考虑：(1) 当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；(2) 当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为 0；(3) 当函数表达式是二次根式时，被开方数非负.

13. (3 分) (2015•齐齐哈尔) 如图，点 B、A、D、E 在同一直线上， $BD=AE$ ， $BC \parallel EF$ ，要使 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，则只需添加一个适当的条件是 $BC=EF$ 或 $\angle BAC = \angle EDF$. (只填一个即可)



考点： 全等三角形的判定.

专题： 开放型.

分析： $BC=EF$ 或 $\angle BAC=\angle EDF$ ，若 $BC=EF$ ，根据条件利用 SAS 即可得证；若 $\angle BAC=\angle EDF$ ，根据条件利用 ASA 即可得证.

解答： 解：若添加 $BC=EF$ ，

$\because BC \parallel EF$ ，

$\therefore \angle B = \angle E$ ，

$\because BD = AE$ ，

$\therefore BD - AD = AE - AD$ ，即 $BA = ED$ ，

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中，

$$\begin{cases} BC=EF \\ \angle B=\angle E, \\ BA=ED \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$ (SAS)；

若添加 $\angle BAC = \angle EDF$ ，

$\because BC \parallel EF$ ，

$\therefore \angle B = \angle E$ ，

$\because BD = AE$ ，

$\therefore BD - AD = AE - AD$ ，即 $BA = ED$ ，

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中，

$$\begin{cases} \angle B=\angle E \\ BA=ED \\ \angle BAC=\angle EDF \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$ (ASA),

故答案为： $BC=EF$ 或 $\angle BAC=\angle EDF$

点评： 此题考查了全等三角形的判定，熟练掌握全等三角形的判定方法是解本题的关键.

14. (3 分) (2015•齐齐哈尔) $\triangle ABC$ 的两边长分别为 2 和 3, 第三边的长是方程 $x^2 - 8x + 15 = 0$ 的根, 则 $\triangle ABC$ 的周长是 8.

考点: 解一元二次方程-因式分解法; 三角形三边关系.

分析: 先求得方程的根, 再根据三角形三边关系判断出第三边的长, 可求得三角形的周长.

解答: 解: 解方程 $x^2 - 8x + 15 = 0$ 可得 $x = 3$ 或 $x = 5$,

$\therefore \triangle ABC$ 的第三边为 3 或 5,

但当第三边为 5 时, $2 + 3 = 5$, 不满足三角形三边关系,

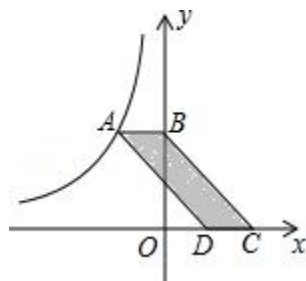
$\therefore \triangle ABC$ 的第三边长为 3,

$\therefore \triangle ABC$ 的周长为 $2 + 3 + 3 = 8$,

故答案为: 8.

点评: 本题主要考查三角形三边关系和一元二次方程的解法, 利用三角形三边关系进行验证是解题的关键.

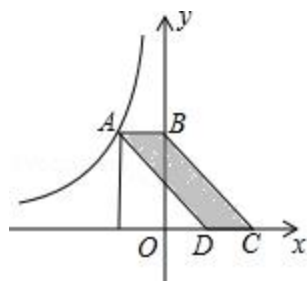
15. (3 分) (2015•齐齐哈尔) 如图, 点 A 是反比例函数图象上一点, 过点 A 作 $AB \perp y$ 轴于点 B, 点 C、D 在 x 轴上, 且 $BC \parallel AD$, 四边形 ABCD 的面积为 3, 则这个反比例函数的解析式为 $y = -\frac{3}{x}$.



考点: 反比例函数系数 k 的几何意义.

分析： 过 A 点向 x 轴作垂线，与坐标轴围成的四边形的面积是定值 $|k|$ ，由此可得出答案.

解答： 解：过 A 点向 x 轴作垂线，如图：



根据反比例函数的几何意义可得：四边形 ABCD 的面积为 3，即 $|k|=3$ ，

又 $\because$ 函数图象在二、四象限，

$\therefore k = -3$ ，即函数解析式为： $y = -\frac{3}{x}$.

故答案为： $y = -\frac{3}{x}$.

点评： 此题考查了反比例函数的几何意义，解答本题关键是掌握在反比例函数中 k 所代表的几何意义，属于基础题，难度一般.

16. (3 分) (2015•齐齐哈尔) 底面周长为 $10\pi\text{cm}$ ，高为 12cm 的圆锥的侧面积为 $65\pi\text{cm}^2$.

考点： 圆锥的计算.

分析： 根据圆锥的侧面积公式： $S = \frac{1}{2}al$ ，直接代入数据求出即可.

解答： 解：设圆锥的底面半径为 r ，母线为 a ，

$$\therefore r = \frac{10\pi}{2\pi} = 5,$$

$$\therefore a = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13,$$

$$\therefore \text{圆锥的侧面积} = \frac{1}{2} \times 10\pi \times 13 = 65\pi,$$

故答案为： $65\pi\text{cm}^2$.

点评： 此题主要考查了圆锥侧面积公式，熟练地应用圆锥侧面积公式求出是解决问题的关键.

17. (3 分) (2015•齐齐哈尔) 从点 A (-2, 3)、B (1, -6)、C (-2, -4) 中任取一个点，在 $y = -\frac{6}{x}$ 的图象上的概率是 $\frac{2}{3}$.

考点： 概率公式；反比例函数图象上点的坐标特征.

分析： 先把三点分别代入反比例函数解析式，求出在此函数图象上的点，再利用概率公式解答即可.

解答： 解：∵A、B、C 三个点，在函数 $y = -2x$ 的图象上的点有 A 和 B 点，
∴随机抽取一张，该点在 $y = -\frac{6}{x}$ 的图象上的概率是 $\frac{2}{3}$.

故答案为： $\frac{2}{3}$.

点评： 本题考查了概率公式，用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比；点在函数解析式上，点的横纵坐标适合函数解析式.

18. (3 分) (2015•齐齐哈尔) 菱形 ABCD 的对角线 AC=6cm，BD=4cm，以 AC 为边作正方形 ACEF，则 BF 长为 5cm 或 $\sqrt{73}\text{cm}$.

考点： 菱形的性质；正方形的性质.

专题： 分类讨论.

分析： 作出图形，根据菱形的对角线互相垂直平分求出 AO、BO，然后分正方形在 AC 的两边两种情况补成以 BF 为斜边的 Rt△BGF，然后求出 BG、FG，再利用勾股定理列式计算即可得解.

解答： 解：∵AC=6cm，BD=4cm，

$$\therefore AO = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 6 = 3\text{cm},$$

$$BO = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2} \times 4 = 2\text{m},$$

如图 1, 正方形 ACEF 在 AC 的上方时, 过点 B 作 $BG \perp AF$ 交 FA 的延长线于 G,
 $BG=AO=3\text{cm}$,

$FG=AF+AG=6+2=8\text{cm}$,

在 $\text{Rt}\triangle BFG$ 中, $BF=\sqrt{BG^2+FG^2}=\sqrt{3^2+8^2}=\sqrt{73}\text{cm}$,

如图 2, 正方形 ACEF 在 AC 的下方时, 过点 B 作 $BG \perp AF$ 于 G,

$BG=AO=3\text{cm}$,

$FG=AF-AG=6-2=4\text{cm}$,

在 $\text{Rt}\triangle BFG$ 中, $BF=\sqrt{BG^2+FG^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5\text{cm}$,

综上所述, BF 长为 5cm 或 $\sqrt{73}\text{cm}$.

故答案为: 5cm 或 $\sqrt{73}\text{cm}$.

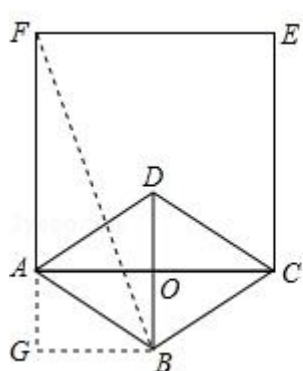


图1

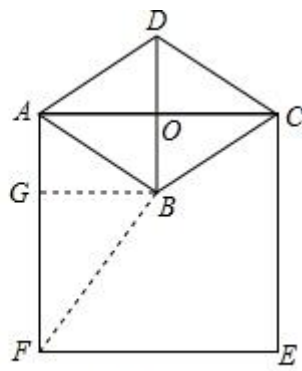


图2

点评: 本题考查了菱形的性质, 正方形的性质, 勾股定理, 主要利用了菱形的对角线互相垂直平分, 难点在于分情况讨论并作辅助线构造出直角三角形, 作出图形更形象直观.

19. (3 分) (2015•齐齐哈尔) BD 为等腰 $\triangle ABC$ 的腰 AC 上的高, $BD=1$, $\tan \angle ABD=\sqrt{3}$, 则 CD 的长为 $2+\sqrt{3}$ 或 $2-\sqrt{3}$ 或 $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

考点: 解直角三角形; 等腰三角形的性质; 勾股定理.

分析: 分三种情况: ①如图 1, $\angle A$ 为钝角, $AB=AC$, 在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, 根据锐角三角函数的定义即可得到结果; ②如图 2, $\angle A$ 为锐角, $AB=AC$, 在 $\text{Rt}\triangle ABD$

中根据锐角三角函数的定义即可得到结果, ③如图 3, 根据等腰三角形的性质和锐角三角函数的定义即可得到结果.

解答: 解: 分三种情况:

①如图 1, $\angle A$ 为钝角, $AB=AC$,

在 $Rt\triangle ABD$ 中, $\because BD=1$, $\tan\angle ABD=\sqrt{3}$,

$$\therefore AD=\sqrt{3}, AB=2,$$

$$\therefore AC=2,$$

$$\therefore CD=2+\sqrt{3},$$

②如图 2, $\angle A$ 为锐角, $AB=AC$,

在 $Rt\triangle ABD$ 中, $\because BD=1$, $\tan\angle ABD=\sqrt{3}$,

$$\therefore AD=\sqrt{3}, AB=2,$$

$$\therefore AC=2,$$

$$\therefore CD=2-\sqrt{3},$$

③如图 3, $BA=BC$,

$$\because BD \perp AC,$$

$$\therefore AD=CD,$$

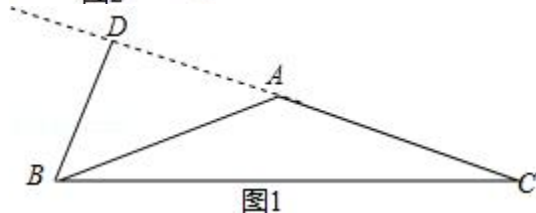
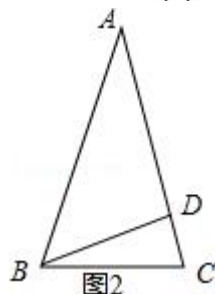
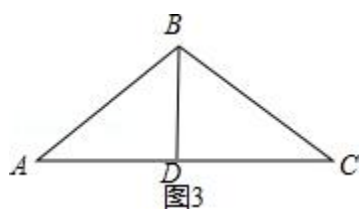
在 $Rt\triangle ABD$ 中, $\because BD=1$, $\tan\angle ABD=\sqrt{3}$,

$$\therefore AD=\frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore CD=\frac{\sqrt{3}}{3},$$

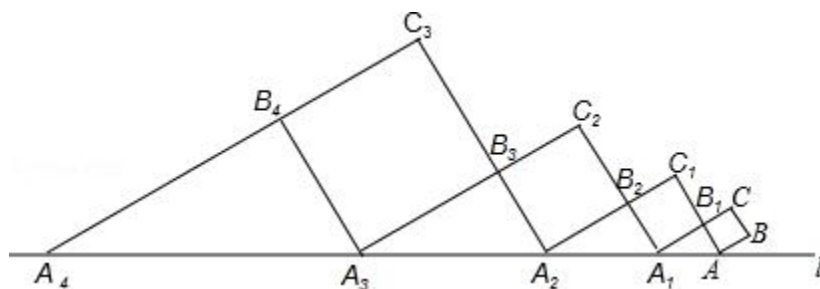
综上所述: CD 的长为: $2+\sqrt{3}$ 或 $2-\sqrt{3}$ 或 $\frac{\sqrt{3}}{3}$,

故答案为: $2+\sqrt{3}$ 或 $2-\sqrt{3}$ 或 $\frac{\sqrt{3}}{3}$.



点评： 本题考查了等腰三角形的性质，解直角三角形，难点在于要分情况讨论.

20. (3 分) (2015•齐齐哈尔) 如图，正方形 $ABCB_1$ 中， $AB=1$. AB 与直线 l 的夹角为 30° ，延长 CB_1 交直线 l 于点 A_1 ，作正方形 $A_1B_1C_1B_2$ ，延长 C_1B_2 交直线 l 于点 A_2 ，作正方形 $A_2B_2C_2B_3$ ，延长 C_2B_3 交直线 l 于点 A_3 ，作正方形 $A_3B_3C_3B_4$ ，...，依此规律，则 $A_{2014}A_{2015} = \underline{2(\sqrt{3})^{2014}}$.



考点： 相似三角形的判定与性质；正方形的性质.

专题： 规律型.

分析： 由四边形 $ABCB_1$ 是正方形，得到 $AB=AB_1$ ， $AB \parallel CB_1$ ，于是得到 $AB \parallel A_1C$ ，根据平行线的性质得到 $\angle CA_1A = 30^\circ$ ，解直角三角形得到 $A_1B_1 = \sqrt{3}$ ， $AA_1 = 2$ ，

同理： $A_2A_3=2(\sqrt{3})^2$ ， $A_3A_4=2(\sqrt{3})^3$ ， 找出规律 $A_nA_{n+1}=2(\sqrt{3})^n$ ， 答案即可求出.

解答： 解： $\because$ 四边形 $ABCB_1$ 是正方形，

$$\therefore AB=AB_1, AB \parallel CB_1,$$

$$\therefore AB \parallel A_1C,$$

$$\therefore \angle CA_1A=30^\circ,$$

$$\therefore A_1B_1=\sqrt{3}, AA_1=2,$$

$$\therefore A_1B_2=A_1B_1=\sqrt{3},$$

$$\therefore A_1A_2=2\sqrt{3},$$

$$\text{同理： } A_2A_3=2(\sqrt{3})^2,$$

$$A_3A_4=2(\sqrt{3})^3,$$

...

$$\therefore A_nA_{n+1}=2(\sqrt{3})^n,$$

$$\therefore A_{2014}A_{2015}=2(\sqrt{3})^{2014},$$

$$\text{故答案为： } 2(\sqrt{3})^{2014}.$$

点评： 本题考查了正方形的性质，含 30° 直角三角形的性质，平行线的性质，熟记各性质并求出后一个正方形的边长是前一个正方形的边长的 $\sqrt{3}$ 倍是解题的关键.

三、解答题： 满分 60 分

21. (5 分) (2015•齐齐哈尔) 先化简，再求值： $\frac{x^2}{x^2-1} \div (\frac{1}{x-1}+1)$ ， 其中 x 是 $\sqrt{5}$ 的整数部分.

考点： 分式的化简求值； 估算无理数的大小.

专题： 计算题.

分析： 原式括号中两项通分并利用同分母分式的加法法则计算，同时利用除法法则变形，约分得到最简结果，求出 x 的值代入计算即可求出值.

解答： 解：原式 $= \frac{x^2}{(x+1)(x-1)} \div \frac{1+x-1}{x-1} = \frac{x^2}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{x-1}{x} = \frac{x}{x+1},$

$\because x$ 是 $\sqrt{5}$ 的整数部分， $\therefore x=2$,

则原式 $= \frac{2}{3}.$

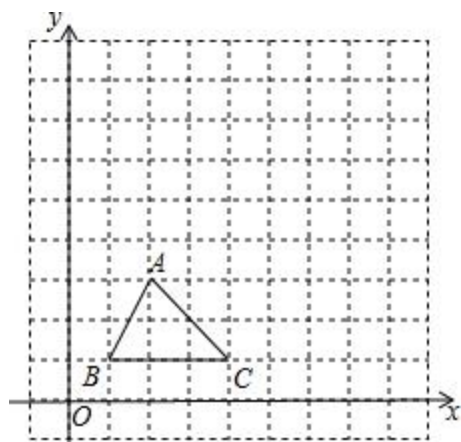
点评： 此题考查了分式的化简求值，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

22. (6分) (2015•齐齐哈尔) 如图，在边上为 1 个单位长度的小正方形网格中：

(1) 画出 $\triangle ABC$ 向上平移 6 个单位长度，再向右平移 5 个单位长度后的 $\triangle A_1B_1C_1$.

(2) 以点 B 为位似中心，将 $\triangle ABC$ 放大为原来的 2 倍，得到 $\triangle A_2B_2C_2$ ，请在网格中画出 $\triangle A_2B_2C_2$.

(3) 求 $\triangle CC_1C_2$ 的面积.



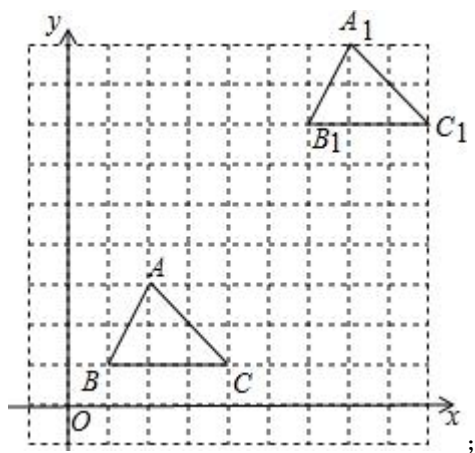
考点： 作图-位似变换；作图-平移变换.

分析： (1) 根据平移的性质画出图形即可；

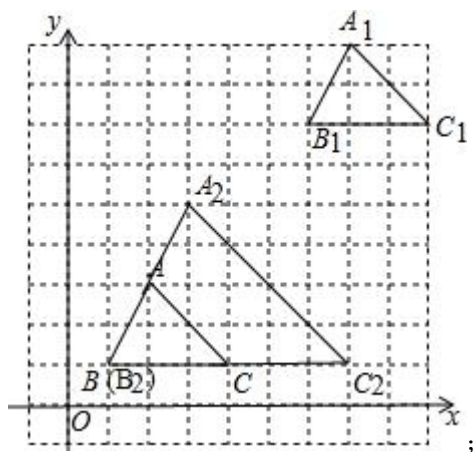
(2) 根据位似的性质画出图形即可；

(3) 根据三角形的面积公式求出即可.

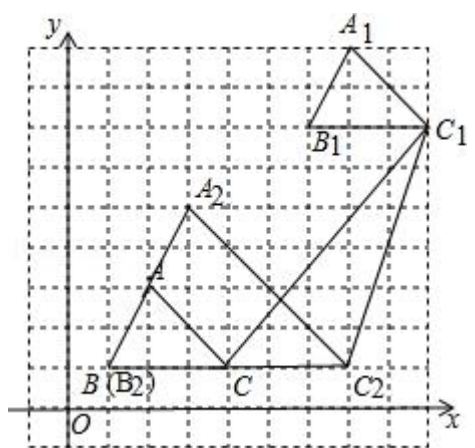
解答： 解：(1) 如图所示：



(2) 如图所示:



(3) 如图所示:



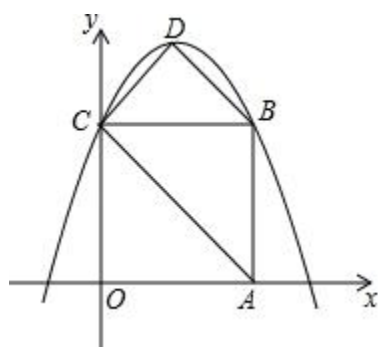
$\triangle CC_1C_2$ 的面积为 $\frac{1}{2} \times 3 \times 6 = 9$.

点评: 本题考查了平移的性质, 位似的性质, 三角形的面积公式的应用, 能根据性质的特点进行画图是解此题的关键, 考查了学生的动手操作能力.

23. (6分) (2015•齐齐哈尔) 如图, 在平面直角坐标系中, 正方形 OABC 的边长为 4, 顶点 A、C 分别在 x 轴、y 轴的正半轴, 抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 经过 B、C 两点, 点 D 为抛物线的顶点, 连接 AC、BD、CD.

(1) 求此抛物线的解析式.

(2) 求此抛物线顶点 D 的坐标和四边形 ABCD 的面积.



考点: 待定系数法求二次函数解析式; 二次函数图象上点的坐标特征.

专题: 计算题.

分析: (1) 根据题意确定出 B 与 C 的坐标, 代入抛物线解析式求出 b 与 c 的值, 即可确定出解析式;

(2) 把抛物线解析式化为顶点形式, 找出顶点坐标, 四边形 ABDC 面积 = 三角形 ABC 面积 + 三角形 BCD 面积, 求出即可.

解答: 解: (1) 由已知得: C (0, 4), B (4, 4),

把 B 与 C 坐标代入 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 得:
$$\begin{cases} 4b + c = 12 \\ c = 4 \end{cases},$$

解得: $b = 2$, $c = 4$,

则解析式为 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 4$;

(2) $\because y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 4 = -\frac{1}{2}(x - 2)^2 + 6$,

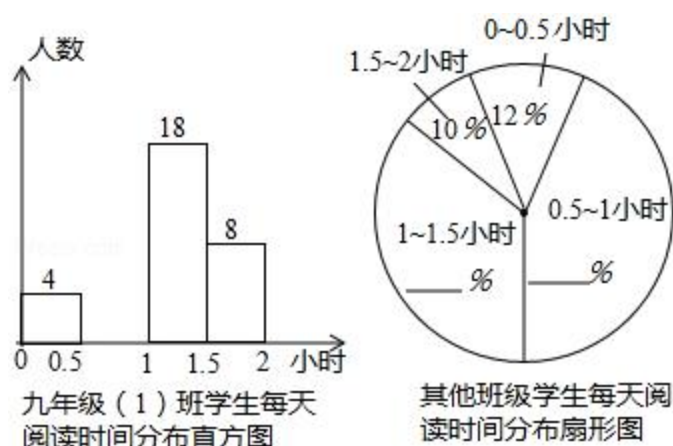
$\therefore$ 抛物线顶点坐标为 (2, 6),

则 $S_{\text{四边形 ABDC}} = S_{\triangle ABC} + S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 + \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 8 + 4 = 12$.

点评： 此题考查了待定系数法求二次函数解析式，以及二次函数图象上点的坐标特征，熟练掌握待定系数法是解本题的关键.

24. (7分) (2015•齐齐哈尔) 4月23日是“世界读书日”，学校开展“让书香溢满校园”读书活动，以提升青少年的阅读兴趣，九年(1)班数学活动小组对本年级600名学生每天阅读时间进行了统计，根据所得数据绘制了两幅不完整统计图(每组包括最小值不包括最大值). 九年(1)班每天阅读时间在0.5小时以内的学生占全班人数的8%. 根据统计图解答下列问题:

- (1) 九年(1)班有 50 名学生;
- (2) 补全直方图;
- (3) 除九年(1)班外，九年级其他班级每天阅读时间在1~1.5小时的学生有165人，请你补全扇形统计图;
- (4) 求该年级每天阅读时间不少于1小时的学生有多少人?



考点： 频数(率)分布直方图; 用样本估计总体; 扇形统计图.

分析： (1) 利用条形统计图与扇形统计图中1.5~2小时的人数以及所占比例进而得出该班的人数;

(2) 利用班级人数进而得出0.5~1小时的人数，进而得出答案;

(3) 利用九年级其他班级每天阅读时间在1~1.5小时的学生有165人，求出1~1.5小时在扇形统计图中所占比例，进而得出0.5~1小时在扇形统计图中所占比例;

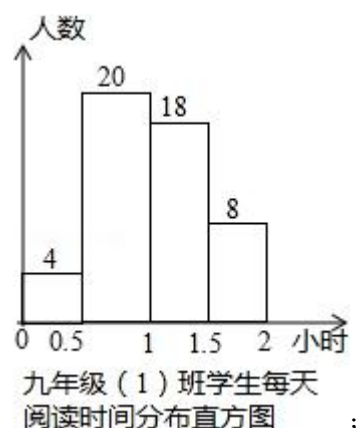
(4) 利用扇形统计图得出该年级每天阅读时间不少于 1 小时的人数，进而得出答案.

解答： 解：(1) 由题意可得： $4 \div 8\% = 50$ (人)；

故答案为：50；

(2) 由 (1) 得：0.5~1 小时的为： $50 - 4 - 18 - 8 = 20$ (人)，

如图所示：

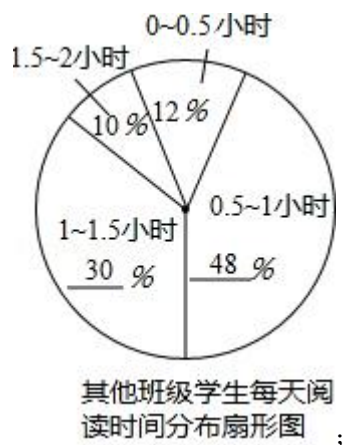


(3) $\because$ 除九年(1)班外，九年级其他班级每天阅读时间在 1~1.5 小时的学生有 165 人，

$\therefore$ 1~1.5 小时在扇形统计图中所占比例为： $165 \div (600 - 50) \times 100\% = 30\%$ ，

故 0.5~1 小时在扇形统计图中所占比例为： $1 - 30\% - 10\% - 12\% = 48\%$ ，

如图所示：

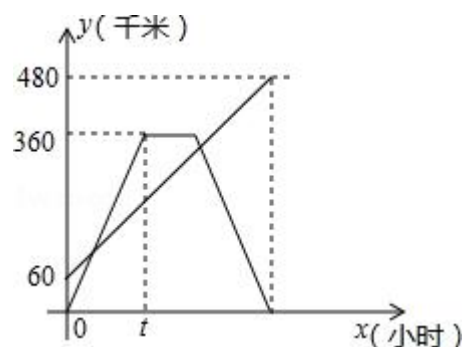


(4) 该年级每天阅读时间不少于 1 小时的学生有： $(600 - 50) \times (30\% + 10\%) + 18 + 8 = 246$ (人).

点评： 此题主要考查了频数分布直方图以及扇形统计图和条形统计图的应用，利用图形获取正确信息是解题关键.

25. (8 分) (2015•齐齐哈尔) 甲、乙两车分别从相距 480km 的 A、B 两地相向而行，乙车比甲车先出发 1 小时，并以各自的速度匀速行驶，途径 C 地，甲车到达 C 地停留 1 小时，因有事按原路原速返回 A 地. 乙车从 B 地直达 A 地，两车同时到达 A 地. 甲、乙两车距各自出发地的路程 y (千米) 与甲车出发所用的时间 x (小时) 的关系如图，结合图象信息解答下列问题：

- (1) 乙车的速度是 60 千米/时， $t =$ 3 小时；
- (2) 求甲车距它出发地的路程 y 与它出发的时间 x 的函数关系式，并写出自变量的取值范围；
- (3) 直接写出乙车出发多长时间两车相距 120 千米.



考点： 一次函数的应用.

分析： (1) 首先根据图示，可得乙车的速度是 60 千米/时，然后根据路程 $\div$ 速度=时间，用两地之间的距离除以乙车的速度，求出乙车到达 A 地用的时间是多少；最后根据路程 $\div$ 时间=速度，用两地之间的距离除以甲车往返 AC 两地用的时间，求出甲车的速度，再用 360 除以甲车的速度，求出 t 的值是多少即可.

(2) 根据题意, 分 3 种情况: ①当 $0 \leq x \leq 3$ 时; ②当 $3 < x \leq 4$ 时; ③ $4 < x \leq 7$ 时; 分类讨论, 求出甲车距它出发地的路程 y 与它出发的时间 x 的函数关系式, 并写出自变量的取值范围即可.

(3) 根据题意, 分 3 种情况: ①甲乙两车相遇之前相距 120 千米; ②当甲车停留在 C 地时; ③两车都朝 A 地行驶时; 然后根据路程 $\div$ 速度=时间, 分类讨论, 求出乙车出发多长时间两车相距 120 千米即可.

解答: 解: (1) 根据图示, 可得

乙车的速度是 60 千米/时,

甲车的速度是:

$$\begin{aligned} & (360 \times 2) \div (480 \div 60 - 1 - 1) \\ &= 720 \div 6 \\ &= 120 \text{ (千米/小时)} \\ &\therefore t = 360 \div 120 = 3 \text{ (小时)}. \end{aligned}$$

(2) ①当 $0 \leq x \leq 3$ 时, 设 $y = k_1 x$,

把 (3, 360) 代入, 可得

$$3k_1 = 360,$$

解得 $k_1 = 120$,

$$\therefore y = 120x \quad (0 \leq x \leq 3).$$

②当 $3 < x \leq 4$ 时, $y = 360$.

③ $4 < x \leq 7$ 时, 设 $y = k_2 x + b$,

把 (4, 360) 和 (7, 0) 代入, 可得

$$\begin{cases} 4k_2 + b = 360 \\ 7k_2 + b = 0 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} k_2 = -120 \\ b = 840 \end{cases}$$

$$\therefore y = -120x + 840 \quad (4 < x \leq 7).$$

$$\begin{aligned} (3) \quad & \textcircled{1} (480 - 60 - 120) \div (120 + 60) + 1 \\ &= 300 \div 180 + 1 \\ &= \frac{5}{3} + 1 \\ &= \frac{8}{3} \text{ (小时)} \end{aligned}$$

②当甲车停留在 C 地时,

$$\begin{aligned} & (480 - 360 + 120) \div 60 \\ &= 240 \div 6 \\ &= 4 \text{ (小时)} \end{aligned}$$

③两车都朝 A 地行驶时,

设乙车出发 x 小时后两车相距 120 千米,

$$\text{则 } 60x - [120(x - 1) - 360] = 120,$$

$$\text{所以 } 480 - 60x = 120,$$

$$\text{所以 } 60x = 360,$$

$$\text{解得 } x = 6.$$

综上, 可得

乙车出发 $\frac{8}{3}$ 小时、4 小时、6 小时后两车相距 120 千米.

故答案为: 60、3.

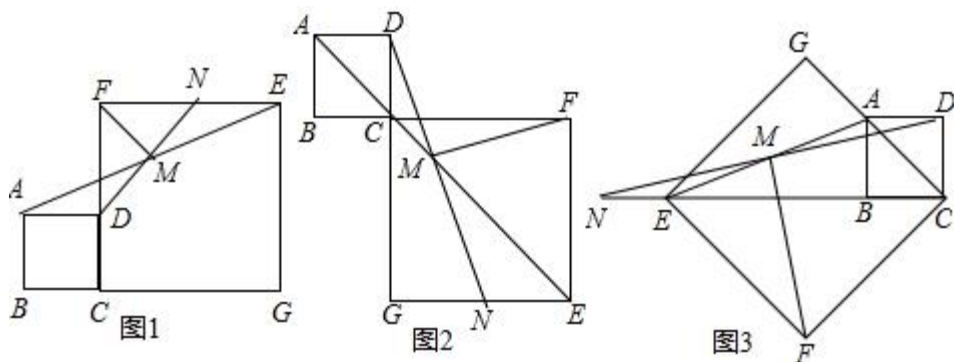
点评: (1) 此题主要考查了一次函数的应用问题, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确: 分段函数是在不同区间有不同对应方式的函数, 要特别注意自变量取值范围的划分, 既要科学合理, 又要符合实际.

(2) 此题还考查了行程问题, 要熟练掌握速度、时间和路程的关系: 速度 $\times$ 时间 = 路程, 路程 $\div$ 时间 = 速度, 路程 $\div$ 速度 = 时间.

26. (8分) (2015•齐齐哈尔) 如图1所示, 在正方形ABCD和正方形CGEF中, 点B、C、G在同一条直线上, M是线段AE的中点, DM的延长线交EF于点N, 连接FM, 易证: $DM=FM$, $DM \perp FM$ (无需写证明过程)

(1) 如图2, 当点B、C、F在同一条直线上, DM的延长线交EG于点N, 其余条件不变, 试探究线段DM与FM有怎样的关系? 请写出猜想, 并给予证明;

(2) 如图3, 当点E、B、C在同一条直线上, DM的延长线交CE的延长线于点N, 其余条件不变, 探究线段DM与FM有怎样的关系? 请直接写出猜想.



考点: 四边形综合题.

分析: (1) 连接DF, NF, 由四边形ABCD和CGEF是正方形, 得到 $AD \parallel BC$, $BC \parallel GE$, 于是得到 $AD \parallel GE$, 求得 $\angle DAM = \angle NEM$, 证得 $\triangle MAD \cong \triangle MEN$, 得出 $DM = MN$, $AD = EN$, 推出 $\triangle MAD \cong \triangle MEN$, 证出 $\triangle DFN$ 是等腰直角三角形, 即可得到结论;

(2) 连接DF, NF, 由四边形ABCD是正方形, 得到 $AD \parallel BC$, 由点E、B、C在同一条直线上, 于是得到 $AD \parallel CN$, 求得 $\angle DAM = \angle NEM$, 证得 $\triangle MAD \cong \triangle MEN$, 得出 $DM = MN$, $AD = EN$, 推出 $\triangle MAD \cong \triangle MEN$, 证出 $\triangle DFN$ 是等腰直角三角形, 于是结论得到.

解答: 解: (1) 如图2, $DM = FM$, $DM \perp FM$,

证明: 连接DF, NF,

$\because$ 四边形ABCD和CGEF是正方形,

$\therefore AD \parallel BC, BC \parallel GE,$

$\therefore AD \parallel GE,$

$\therefore \angle DAM = \angle NEM,$

$\because M$ 是 AE 的中点,

$\therefore AM = EM,$

在 $\triangle MAD$ 与 $\triangle MEN$ 中,

$$\begin{cases} \angle AMD = \angle EMN \\ AM = EM \\ \angle DAM = \angle NEM \end{cases},$$

$\therefore \triangle MAD \cong \triangle MEN,$

$\therefore DM = MN, AD = EN,$

$\because AD = CD,$

$\therefore CD = NE,$

$\because CF = EF, \angle DCF = \angle DCB = 90^\circ,$

在 $\triangle DCF$ 与 $\triangle NEF$ 中,

$$\begin{cases} CD = EN \\ \angle DCF = \angle NEF = 90^\circ \\ CF = EF \end{cases},$$

$\therefore \triangle MAD \cong \triangle MEN,$

$\therefore DF = NF, \angle CFD = \angle EFN,$

$\because \angle EFN + \angle NFC = 90^\circ,$

$\therefore \angle DFC + \angle CFN = 90^\circ,$

$\therefore \angle DFN = 90^\circ,$

$\therefore DM \perp FM, DM = FM$

(2) 猜想: $DM \perp FM, DM = FM,$

证明如下：如图 3，连接 DF，NF，
连接 DF，NF，

∵ 四边形 ABCD 是正方形，

∴ AD // BC，

∵ 点 E、B、C 在同一条直线上，

∴ AD // CN，

∴ ∠ADN = ∠MNE，

在 △MAD 与 △MEN 中，

$$\begin{cases} \angle AMD = \angle EMN \\ AM = EM \\ \angle DAM = \angle NEM \end{cases},$$

∴ △MAD ≅ △MEN，

∴ DM = MN，AD = EN，

∵ AD = CD，

∴ CD = NE，

∵ CF = EF，

∴ ∠DCF = 90° + 45° = 135°，∠NEF = 180° - 45° = 135°，

∴ ∠DCF = ∠NEF，

在 △DCF 与 △NEF 中，

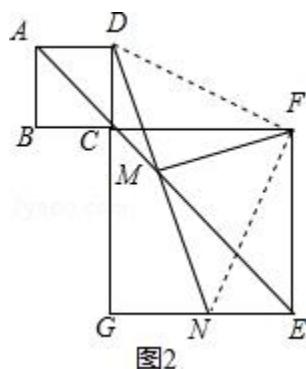
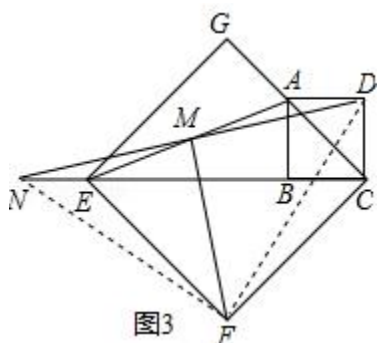
$$\begin{cases} CD = NE \\ \angle DCF = \angle NEF = 135^\circ \\ CF = EF \end{cases},$$

∴ △MAD ≅ △MEN，

∴ DF = NF，∠CFD = ∠EFN，

∴ ∠CFD + ∠EFD = 90°，

∴ ∠NFE + ∠EFD = 90°，

$$\therefore \text{DM} \perp \text{FM}, \quad \text{DM} = \text{FM}.$$


27. (10 分) (2015•齐齐哈尔) 母亲节前夕, 某淘宝店主从厂家购进 A、B 两种礼盒, 已知 A、B 两种礼盒的单价比为 2: 3, 单价和为 200 元.

(2) 该店主购进这两种礼盒恰好用去 9600 元，且购进 A 种礼盒最多 36 个，B 种礼盒的数量不超过 A 种礼盒数量的 2 倍，共有几种进货方案？

(3) 根据市场行情, 销售一个 A 种礼盒可获利 10 元, 销售一个 B 种礼盒可获利 18 元. 为奉献爱心, 该店主决定每售出一个 B 种礼盒, 为爱心公益基金捐款 m 元, 每个 A 种礼盒的利润不变, 在 (2) 的条件下, 要使礼盒全部售出后所有方案获利相同, m 值是多少? 此时店主获利多少元?

考点： 一次函数的应用；一元一次方程的应用；一元一次不等式组的应用.

分析： (1) 利用 A、B 两种礼盒的单价比为 2: 3, 单价和为 200 元, 得出等式求出即可;

(2) 利用两种礼盒恰好用去 9600 元, 结合 (1) 中所求, 得出等式, 利用两种礼盒的数量关系求出即可;

(3) 首先表示出店主获利, 进而利用 a, b 关系得出符合题意的答案.

解答： 解: (1) 设 A 种礼盒单价为 $2x$ 元, B 种礼盒单价为 $3x$ 元, 依据题意得:

$$2x+3x=200,$$

$$\text{解得: } x=40,$$

$$\text{则 } 2x=80, 3x=120,$$

答: A 种礼盒单价为 80 元, B 种礼盒单价为 120 元;

(2) 设购进 A 种礼盒 a 个, B 种礼盒 b 个, 依据题意可得:

$$\begin{cases} 80a+120b=9600 \\ a \leq 36 \\ b \leq 2a \end{cases},$$

$$\text{解得: } 30 \leq a \leq 36,$$

$\therefore a, b$ 的值均为整数,

$\therefore a$ 的值为: 30、33、36,

$\therefore$ 共有三种方案;

(3) 设店主获利为 w 元, 则

$$w=10a+ (18 - m) b,$$

$$\text{由 } 80a+120b=9600,$$

$$\text{得: } a=120 - \frac{3}{2}b,$$

$$\text{则 } w= (3 - m) b+1200,$$

$\therefore$ 要使 (2) 中方案获利都相同,

$$\therefore 3 - m = 0,$$

$$\therefore m = 3,$$

此时店主获利 1200 元.

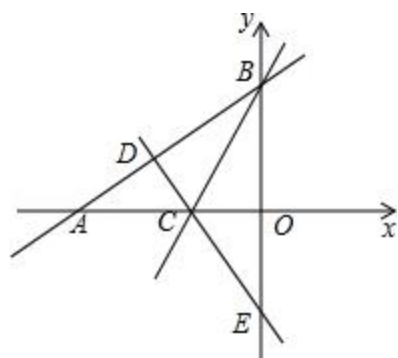
点评： 此题主要考查了一元一次方程的应用以及一次函数的应用和一元一次不等式的应用，根据题意结合得出正确等量关系是解题关键.

28. (10 分) (2015•齐齐哈尔) 如图，在平面直角坐标系中，已知 $Rt\triangle AOB$ 的两直角边 OA 、 OB 分别在 x 轴的负半轴和 y 轴的正半轴上，且 OA 、 OB 的长满足 $|OA - 8| + (OB - 6)^2 = 0$ ， $\angle ABO$ 的平分线交 x 轴于点 C 过点 C 作 AB 的垂线，垂足为点 D ，交 y 轴于点 E .

(1) 求线段 AB 的长；

(2) 求直线 CE 的解析式；

(3) 若 M 是射线 BC 上的一个动点，在坐标平面内是否存在点 P ，使以 A 、 B 、 M 、 P 为顶点的四边形是矩形？若存在，请直接写出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由.



考点： 一次函数综合题.

分析： (1) 根据非负数的性质求得 OA 和 OB 的长，然后根据勾股定理求得 AB 的长；

(2) 证明 $\triangle ACD \sim \triangle AOB$, 则 $OC=CD$, 然后根据 $\triangle ACD \sim \triangle AOB$, 利用相似三角形的对应边的比相等求得 OC 的长, 从而求得 C 的坐标, 然后根据 $CD \perp AB$, 求得 AB 的解析式, 即可求得 CE 的解析式;

(3) M 是过 A 且垂直于 AB 的直线于 BC 的交点, 首先求得 M 的坐标, 然后分成四边形 $ABPM$ 是矩形和 $APBM$ 是矩形两种情况进行讨论.

解答: 解: (1) $\because |OA - 8| + (OB - 6)^2 = 0$,

$\therefore OA=8, OB=6$,

在直角 $\triangle AOB$ 中, $AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$;

(2) 在 $\triangle OBC$ 和 $\triangle DBC$ 中,

$$\begin{cases} \angle OBC = \angle DBC \\ BC = BC \\ \angle BOC = \angle BDC \end{cases},$$

$\therefore \triangle OBC \cong \triangle DBC$,

$\therefore OC=CD$,

设 $OC=x$, 则 $AC=8-x, CD=x$.

$\because \triangle ACD$ 和 $\triangle ABO$ 中, $\angle CAD = \angle BAO, \angle ADC = \angle AOB = 90^\circ$,

$\therefore \triangle ACD \sim \triangle AOB$,

$$\therefore \frac{AC}{AB} = \frac{CD}{OB}, \text{ 即 } \frac{8-x}{10} = \frac{x}{6},$$

解得: $x=3$.

即 $OC=3$, 则 C 的坐标是 $(-3, 0)$.

设 AB 的解析式是 $y=kx+b$, 根据题意得 $\begin{cases} b=6 \\ -8k+b=0 \end{cases}$

$$\text{解得: } \begin{cases} b=6 \\ k=-\frac{3}{4} \end{cases}$$

则直线 AB 的解析式是 $y = -\frac{3}{4}x + 6$,

设 CD 的解析式是 $y = -\frac{4}{3}x + m$, 则 $4+m=0$, 则 $m=-4$.

则直线 CE 的解析式是 $y = -\frac{4}{3}x - 4$;

(3) 设直线 BC 的解析式是 $y=nx+d$, 则 $\begin{cases} d=6 \\ -3n+d=0 \end{cases}$,

$$\text{解得: } \begin{cases} d=6 \\ n=2 \end{cases},$$

则直线 BC 的解析式是 $y=2x+6$.

设经过 A 且与 AB 垂直的直线的解析式是 $y=-\frac{4}{3}x+e$, 则 $\frac{32}{3}+e=0$, 解得: $e=-\frac{32}{3}$,

则过 A 且与 AB 垂直的直线的解析式是 $y=-\frac{4}{3}x-\frac{32}{3}$.

$$\text{根据题意得: } \begin{cases} y=-\frac{4}{3}x-\frac{32}{3} \\ y=2x+6 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x=-5 \\ y=-4 \end{cases},$$

则 M 的坐标是 $(-5, -4)$.

当四边形 ABPM 是矩形时, 同理求得过 B 且与 AB 垂直的直线的解析式是 $y=-$

$$\frac{4}{3}x+6,$$

过 M 且与直线 AB 平行的直线的解析式是 $y=\frac{3}{4}x+\frac{3}{4}$.

$$\text{则 } \begin{cases} y=\frac{3}{4}x+\frac{3}{4} \\ y=-\frac{4}{3}x+6 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x=\frac{63}{25} \\ y=\frac{66}{25} \end{cases},$$

则 P 的坐标是 $(\frac{63}{25}, \frac{66}{25})$.

当 APBM 是矩形时, 线段 AB 的中点是 $(-4, 3)$, 设 P 的坐标是 (e, f) ,

$$\text{则 } -\frac{21}{5}+e=-4, \quad -\frac{12}{5}+f=6, \quad .$$

$$\text{解得: } e=-\frac{1}{5}, \quad f=\frac{42}{5},$$

则 P 的坐标是 $(-\frac{1}{5}, \frac{42}{5})$.

