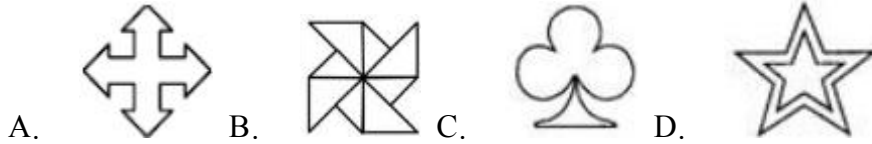


2015 年黑龙江省牡丹江市中考数学试卷

一、选择题（每小题 3 分，满分 30 分）

1. (3 分) (2015•南通) 下列图形中既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



2. (3 分) (2015•牡丹江) 函数 $y = \frac{\sqrt{x}}{2}$ 中，自变量 x 的取值范围是 ()

A. $x > 0$ B. $x \geq 0$ C. $x < 0$ D. $x \leq 0$

3. (3 分) (2015•牡丹江) 下列计算正确的是 ()

A. $2a \cdot 3b = 5ab$ B. $a^3 \cdot a^4 = a^{12}$ C. $(-3a^2b)^2 = 6a^4b^2$ D. $a^5 \div a^3 + a^2 = 2a^2$

4. (3 分) (2015•牡丹江) 抛物线 $y = 3x^2 + 2x - 1$ 向上平移 4 个单位长度后的函数解析式为 ()

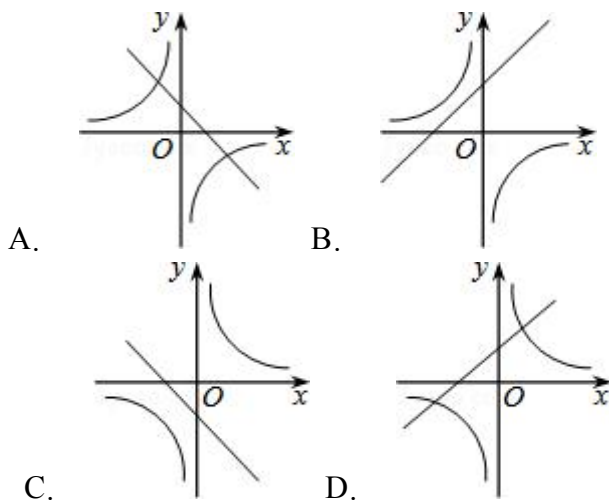
A. $y = 3x^2 + 2x - 5$ B. $y = 3x^2 + 2x - 4$ C. $y = 3x^2 + 2x + 3$ D. $y = 3x^2 + 2x + 4$

5. (3 分) (2015•牡丹江) 学校组织校外实践活动，安排给九年级三辆车，小明与小红都可以从这三辆车中任选一辆搭乘，小明与小红同车的概率是 ()

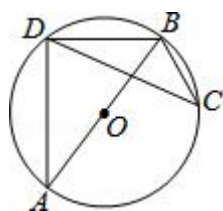
A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

6. (3 分) (2015•牡丹江) 在同一直角坐标系中，函数 $y = -\frac{a}{x}$ 与 $y = ax + 1$ ($a \neq 0$)

的图象可能是 ()

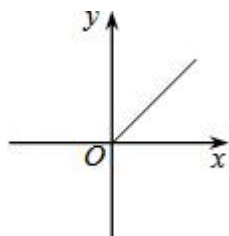
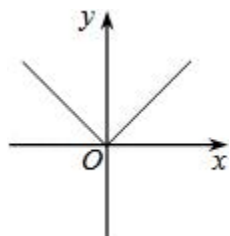


7. (3分) (2015•牡丹江) 如图, $\triangle ABD$ 的三个顶点在 $\odot O$ 上, AB 是直径, 点 C 在 $\odot O$ 上, 且 $\angle ABD=52^\circ$, 则 $\angle BCD$ 等于 ()



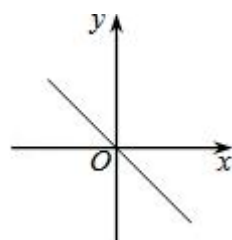
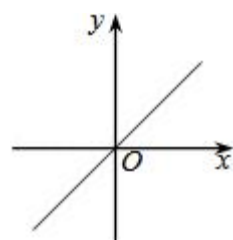
- A. 32° B. 38° C. 52° D. 66°

8. (3分) (2015•牡丹江) 在平面直角坐标系中, 点 $P(x, 0)$ 是 x 轴上一动点, 它与坐标原点 O 的距离为 y , 则 y 关于 x 的函数图象大致是 ()



A.

B.



C.

D.

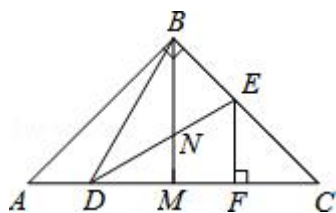
9. (3分) (2015•牡丹江) 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=12\sqrt{2}$, $AC=13$, $\cos B=\frac{\sqrt{2}}{2}$, 则 BC 边长为 ()

- A. 7 B. 8 C. 8 或 17 D. 7 或 17

10. (3分) (2015•牡丹江) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=BC$, $\angle ABC=90^\circ$, BM 是 AC 边中线, 点 D, E 分别在边 AC 和 BC 上, $DB=DE$, $EF \perp AC$ 于点 F , 以下结论:

- (1) $\angle DBM = \angle CDE$; (2) $S_{\triangle BDE} < S_{\text{四边形 BMFE}}$;
(3) $CD \cdot EN = BN \cdot BD$; (4) $AC = 2DF$.

其中正确结论的个数是 ()

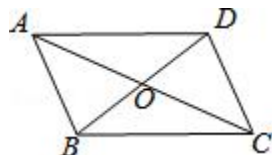


A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

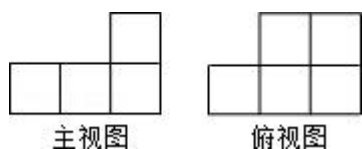
二、填空题（每小题 3 分，满分 30 分）

11. (3 分) (2015•牡丹江) 位于我国东海的台湾岛是我国第一大岛，面积约 36000 平方千米，数 36000 用科学记数法表示为_____.

12. (3 分) (2015•牡丹江) 如图，四边形 ABCD 的对角线相交于点 O， $AO=CO$ ，请添加一个条件_____ (只添一个即可)，使四边形 ABCD 是平行四边形.

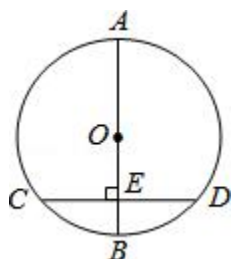


13. (3 分) (2015•牡丹江) 由一些大小相同的小正方体搭成的几何体的主视图和俯视图，如图所示，则搭成该几何体的小正方体最多是_____个.



14. (3 分) (2015•牡丹江) 某商品每件标价为 150 元，若按标价打 8 折后，再降价 10 元销售，仍获利 10%，则该商品每件的进价为_____元.

15. (3 分) (2015•牡丹江) 如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，弦 $CD \perp AB$ 于点 E，若 $AB=8$ ， $CD=6$ ，则 $BE=_____$.

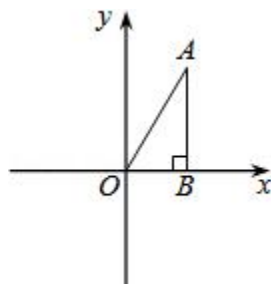


16. (3分) (2015•牡丹江) 一组数据 1, 4, 6, x 的中位数和平均数相等, 则 x 的值是_____.

17. (3分) (2015•牡丹江) 抛物线 $y=ax^2+bx+2$ 经过点 $(-2, 3)$, 则 $3b-6a=$ _____.

18. (3分) (2015•牡丹江) 一系列单项式: $-x^2, 3x^3, -5x^4, 7x^5, \dots$, 按此规律排列, 则第 7 个单项式为_____.

19. (3分) (2015•牡丹江) 如图, $\triangle ABO$ 中, $AB \perp OB$, $AB=\sqrt{3}$, $OB=1$, 把 $\triangle ABO$ 绕点 O 旋转 120° 后, 得到 $\triangle A_1B_1O$, 则点 A_1 的坐标为_____.



20. (3分) (2015•牡丹江) 矩形纸片 $ABCD$, $AB=9$, $BC=6$, 在矩形边上有一点 P , 且 $DP=3$. 将矩形纸片折叠, 使点 B 与点 P 重合, 折痕所在直线交矩形两边于点 E, F , 则 EF 长为_____.

三、解答题 (满分 60 分)

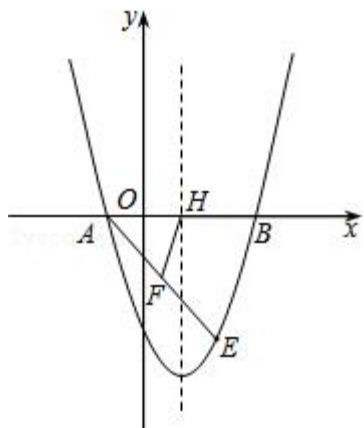
21. (5分) (2015•牡丹江) 先化简: $(x - \frac{4-x}{x-1}) \div \frac{x^2-4x+4}{x-1}$, 其中的 x 选一个适当的数代入求值.

22. (6分) (2015•牡丹江) 如图, 抛物线 $y=x^2+bx+c$ 经过点 $A(-1, 0)$, $B(3, 0)$. 请解答下列问题:

(1) 求抛物线的解析式;

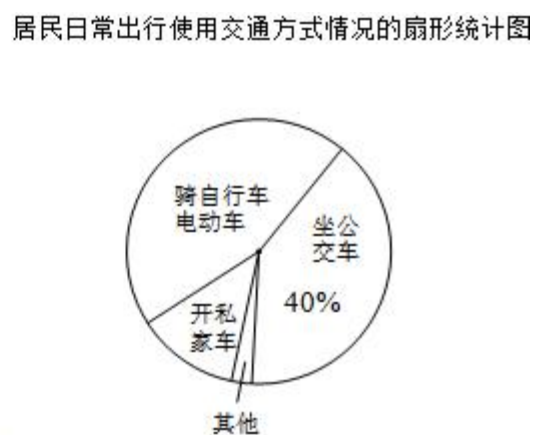
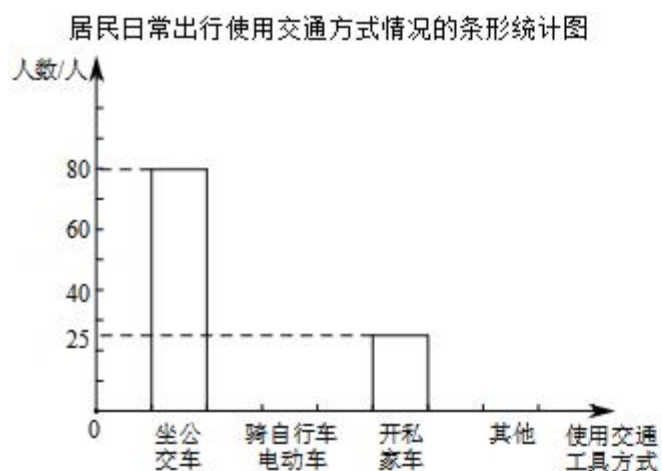
(2) 点 $E(2, m)$ 在抛物线上, 抛物线的对称轴与 x 轴交于点 H , 点 F 是 AE 中点, 连接 FH , 求线段 FH 的长.

注: 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的对称轴是 $x = -\frac{b}{2a}$.



23. (6分) (2015•牡丹江) 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=4$, $\angle BAC=30^\circ$, 以 AC 为一边作等边 $\triangle ACD$, 连接 BD . 请画出图形, 并直接写出 $\triangle BCD$ 的面积.

24. (7分) (2015•牡丹江) 为倡导“低碳出行”, 环保部门对某城市居民日常出行使用交通方式的情况进行了问卷调查, 将调查结果整理后, 绘制了如下不完整的统计图, 其中“骑自行车、电动车”所在扇形的圆心角是 162° .



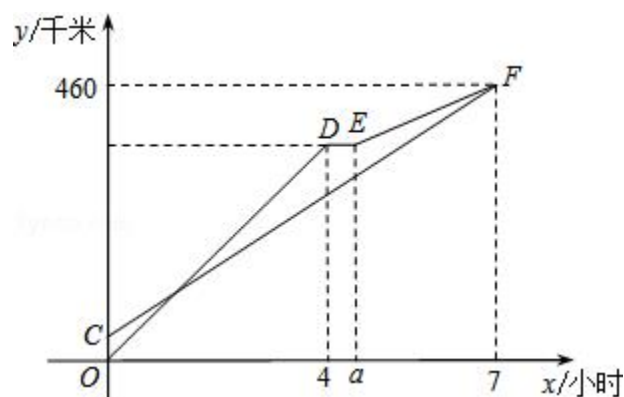
请根据以上信息解答下列问题:

- (1) 本次调查共收回多少张问卷？
- (2) 补全条形统计图，在扇形统计图中，“其他”对应扇形的圆心角是_____度；
- (3) 若该城市有 32 万居民，通过计算估计该城市日常出行“骑自行车、电动车”和“坐公交车”的共有多少人？

25. (8 分) (2015•牡丹江) 甲、乙两车从 A 地出发沿同一路线驶向 B 地，甲车先出发匀速驶向 B 地，40 分钟后，乙车出发，匀速行驶一段时间后，在途中的货站装货耗时半小时，由于满载货物，为了行驶安全，速度减少了 50 千米/时，结果与甲车同时到达 B 地，甲乙两车距 A 地的路程 y (千米) 与乙车行驶时间 x (小时) 之间的函数图象如图所示。

请结合图象信息解答下列问题：

- (1) 直接写出 a 的值，并求甲车的速度；
- (2) 求图中线段 EF 所表示的 y 与 x 的函数关系式，并直接写出自变量 x 的取值范围；
- (3) 乙车出发多少小时与甲车相距 15 千米？直接写出答案。



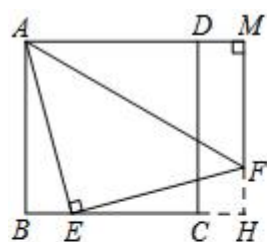
26. (8分) (2015•牡丹江) 已知四边形 $ABCD$ 是正方形, 等腰直角 $\triangle AEF$ 的直角顶点 E 在直线 BC 上 (不与点 B, C 重合), $FM \perp AD$, 交射线 AD 于点 M .

(1) 当点 E 在边 BC 上, 点 M 在边 AD 的延长线上时, 如图①, 求证: $AB+BE=AM$;

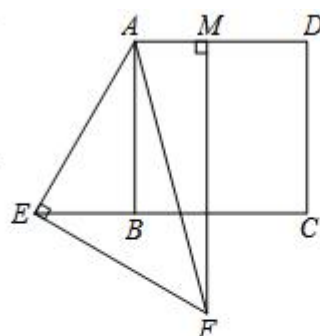
(提示: 延长 MF , 交边 BC 的延长线于点 H .)

(2) 当点 E 在边 CB 的延长线上, 点 M 在边 AD 上时, 如图②; 当点 E 在边 BC 的延长线上, 点 M 在边 AD 上时, 如图③. 请分别写出线段 AB, BE, AM 之间的数量关系, 不需要证明;

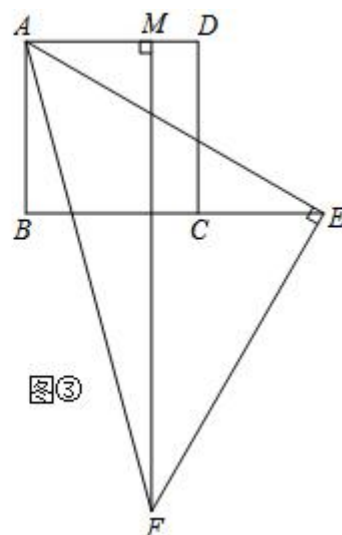
(3) 在 (1), (2) 的条件下, 若 $BE=\sqrt{3}$, $\angle AFM=15^\circ$, 则 $AM=$ _____.



图①



图②



图③

27. (10分) (2015•牡丹江) 夏季来临, 商场准备购进甲、乙两种空调. 已知甲种空调每台进价比乙种空调多 500 元, 用 40000 元购进甲种空调的数量与用 30000 元购进乙种空调的数量相同. 请解答下列问题:

(1) 求甲、乙两种空调每台的进价;

(2) 若甲种空调每台售价 2500 元，乙种空调每台售价 1800 元，商场欲同时购进两种空调 20 台，且全部售出，请写出所获利润 y (元) 与甲种空调 x (台) 之间的函数关系式；

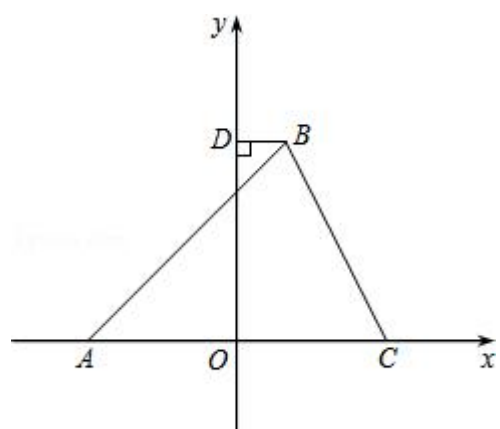
(3) 在 (2) 的条件下，若商场计划用不超过 36000 元购进空调，且甲种空调至少购进 10 台，并将所获得的最大利润全部用于为某敬老院购买 1100 元/台的 A 型按摩器和 700 元/台的 B 型按摩器. 直接写出购买按摩器的方案.

28. (10 分) (2015•牡丹江) 如图，在平面直角坐标系中， $\triangle ABC$ 的顶点 A 在 x 轴负半轴上，顶点 C 在 x 轴正半轴上，顶点 B 在第一象限，过点 B 作 $BD \perp y$ 轴于点 D，线段 OA, OC 的长是一元二次方程 $x^2 - 12x + 36 = 0$ 的两根， $BC = 4\sqrt{5}$, $\angle BAC = 45^\circ$.

(1) 求点 A, C 的坐标；

(2) 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 B，求 k 的值；

(3) 在 y 轴上是否存在点 P，使以 P, B, D 为顶点的三角形与以 P, O, A 为顶点的三角形相似？若存在，请写出满足条件的点 P 的个数，并直接写出其中两个点 P 的坐标；若不存在，请说明理由.

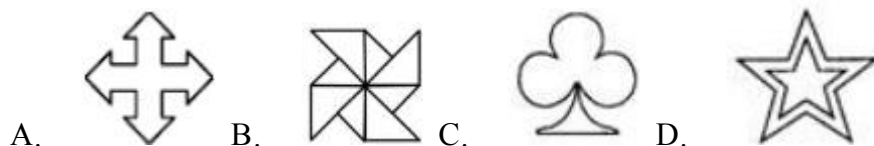


2015 年黑龙江省牡丹江市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（每小题 3 分，满分 30 分）

1. (3 分) (2015•南通) 下列图形中既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



考点： 中心对称图形；轴对称图形.

分析： 根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解.

解答： 解：A、既是轴对称图形，又是中心对称图形，故 A 正确；

B、不是轴对称图形，是中心对称图形，故 B 错误；

C、是轴对称图形，不是中心对称图形，故 C 错误；

D、是轴对称图形，不是中心对称图形，故 D 错误.

故选：A.

点评： 本题考查了中心对称及轴对称的知识，解题时掌握好中心对称图形与轴对称图形的概念. 轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后两部分重合.

2. (3 分) (2015•牡丹江) 函数 $y = \frac{\sqrt{x}}{2}$ 中，自变量 x 的取值范围是 ()

A. $x > 0$ B. $x \geq 0$ C. $x < 0$ D. $x \leq 0$

考点： 函数自变量的取值范围.

分析： 根据被开方数大于等于 0 列式求解即可.

解答： 解：由题意得， $x \geq 0$.

故选 B.

点评： 本题考查了函数自变量的范围，一般从三个方面考虑：

- (1) 当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；
(2) 当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为 0；
(3) 当函数表达式是二次根式时，被开方数非负.

3. (3 分) (2015•牡丹江) 下列计算正确的是 ()

A. $2a \cdot 3b = 5ab$ B. $a^3 \cdot a^4 = a^{12}$ C. $(-3a^2b)^2 = 6a^4b^2$ D. $a^5 \div a^3 + a^2 = 2a^2$

考点：同底数幂的除法；同底数幂的乘法；幂的乘方与积的乘方；单项式乘单项式.

分析：根据单项式的乘法，可判断 A；根据同底数幂的乘法，可判断 B；根据积的乘方，可判断 C；根据同底数幂的除法，可判断 D.

解答：解：A、单项式乘单项式系数乘系数，同底数的幂相乘，故 A 错误；

B、同底数幂的乘法底数不变指数相加，故 B 错误；

C、积的乘方等于乘方的积，故 C 错误；

D、同底数幂的除法底数不变指数相减，故 D 正确；

故选：D.

点评：本题考查了同底数幂的除法，熟记法则并根据法则计算是解题关键.

4. (3 分) (2015•牡丹江) 抛物线 $y=3x^2+2x-1$ 向上平移 4 个单位长度后的函数解析式为 ()

A. $y=3x^2+2x-5$ B. $y=3x^2+2x-4$ C. $y=3x^2+2x+3$ D. $y=3x^2+2x+4$

考点：二次函数图象与几何变换.

专题：计算题.

分析：利用平移规律“上加下减”，即可确定出平移后解析式.

解答：解：抛物线 $y=3x^2+2x-1$ 向上平移 4 个单位长度的函数解析式为 $y=3x^2+2x-1+4=3x^2+2x+3$,

故选 C.

点评： 此题考查了二次函数的图象与几何变换，熟练掌握平移规律是解本题的关键.

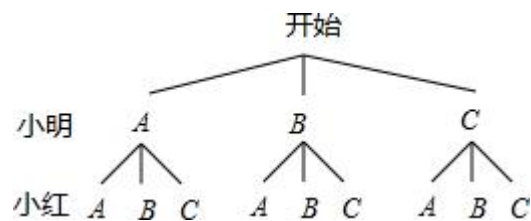
5. (3 分) (2015•牡丹江) 学校组织校外实践活动，安排给九年级三辆车，小明与小红都可以从这三辆车中任选一辆搭乘，小明与小红同车的概率是 ()

- A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

考点： 列表法与树状图法.

分析： 首先用 A, B, C 分别表示给九年级的三辆车，然后根据题意画树状图，再由树状图求得所有等可能的结果与小明与小红同车的情况，然后利用概率公式求解即可求得答案.

解答： 解：用 A, B, C 分别表示给九年级的三辆车，
画树状图得：



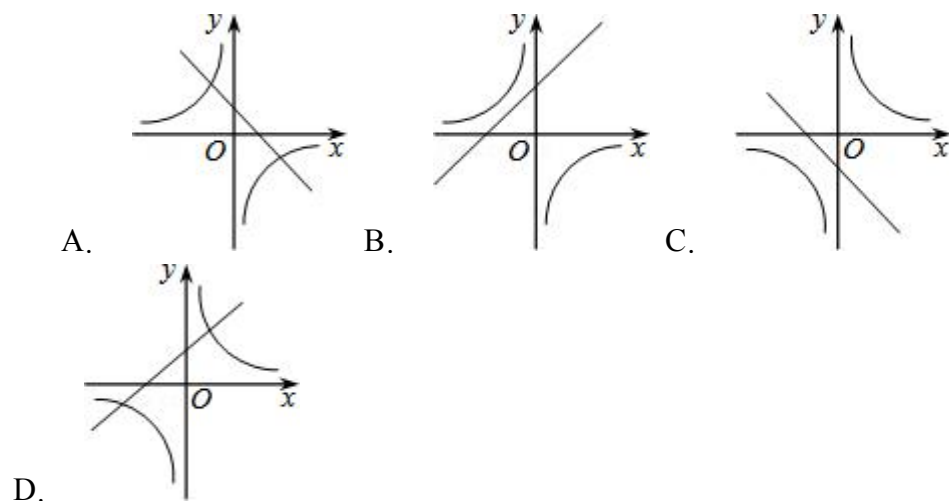
∴共有 9 种等可能的结果，小明与小红同车的有 3 种情况，

∴小明与小红同车的概率是： $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.

故选 C.

点评： 此题考查了列表法或树状图法求概率. 用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比.

6. (3 分) (2015•牡丹江) 在同一直角坐标系中，函数 $y = -\frac{a}{x}$ 与 $y = ax + 1$ ($a \neq 0$) 的图象可能是 ()



考点： 反比例函数的图象；一次函数的图象.

分析： 由于 $a \neq 0$ ，那么 $a > 0$ 或 $a < 0$. 当 $a > 0$ 时，直线经过第一、二、三象限，双曲线经过第二、四象限，当 $a < 0$ 时，直线经过第一、二、四象限，双曲线经过第一、三象限，利用这些结论即可求解.

解答： 解： $\because a \neq 0$,

$\therefore a > 0$ 或 $a < 0$.

当 $a > 0$ 时，直线经过第一、二、三象限，双曲线经过第二、四象限，

当 $a < 0$ 时，直线经过第一、二、四象限，双曲线经过第一、三象限.

A、图中直线经过第一、二、四象限，双曲线经过第二、四象限，故 A 选项错误；

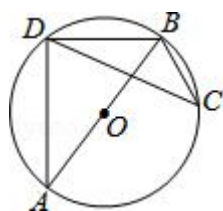
B、图中直线经过第一、二、三象限，双曲线经过第二、四象限，故 B 选项正确；

C、图中直线经过第二、三、四象限，故 C 选项错误；

D、图中直线经过第一、二、三象限，双曲线经过第一、三象限，故 D 选项错误.
故选： B.

点评： 此题考查一次函数，反比例函数中系数及常数项与图象位置之间关系. 直线 $y=kx+b$ 、双曲线 $y=\frac{k}{x}$ ，当 $k > 0$ 时经过第一、三象限，当 $k < 0$ 时经过第二、四象限.

7. (3分) (2015•牡丹江) 如图, $\triangle ABD$ 的三个顶点在 $\odot O$ 上, AB 是直径, 点 C 在 $\odot O$ 上, 且 $\angle ABD=52^\circ$, 则 $\angle BCD$ 等于 ()



A. 32° B. 38° C. 52° D. 66°

考点: 圆周角定理.

分析: 由 AB 是 $\odot O$ 的直径, 根据直径所对的圆周角是直角, 即可求得 $\angle ADB$ 的度数, 继而求得 $\angle A$ 的度数, 又由圆周角定理, 即可求得答案.

解答: 解: $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ,$$

$$\because \angle ABD = 52^\circ,$$

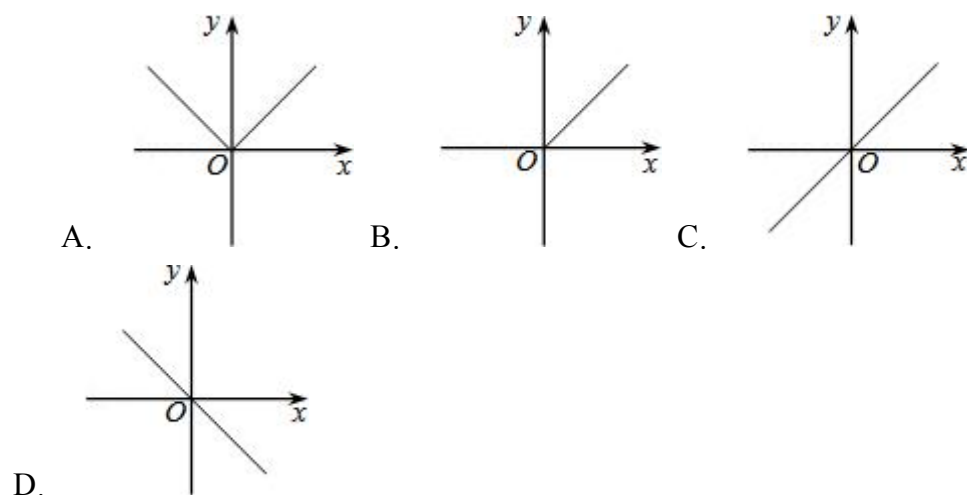
$$\therefore \angle A = 90^\circ - \angle ABD = 38^\circ;$$

$$\therefore \angle BCD = \angle A = 38^\circ.$$

故选: B.

点评: 此题考查了圆周角定理以及直角三角形的性质. 此题难度不大, 注意掌握数形结合思想的应用.

8. (3分) (2015•牡丹江) 在平面直角坐标系中, 点 $P(x, 0)$ 是 x 轴上一动点, 它与坐标原点 O 的距离为 y , 则 y 关于 x 的函数图象大致是 ()



考点： 动点问题的函数图象.

分析： 根据 x 轴上的点到原点的距离是点的横坐标的绝对值，可得答案.

解答： 解： $x < 0$ 时， $y = -x$ ， $x > 0$ 时， $y = x$.

故选： A.

点评： 本题考查了动点函数图象， x 轴上的点到原点的距离等于点的横坐标的绝对值.

9. (3 分) (2015•牡丹江) 在 $\triangle ABC$ 中， $AB=12\sqrt{2}$ ， $AC=13$ ， $\cos\angle B=\frac{\sqrt{2}}{2}$ ， 则 BC 边长为 ()

A. 7 B. 8 C. 8 或 17 D. 7 或 17

考点： 解直角三角形.

专题： 分类讨论.

分析： 首先根据特殊角的三角函数值求得 $\angle B$ 的度数， 然后分锐角三角形和钝角三角形分别求得 BD 和 CD 的长后即可求得线段 BC 的长.

解答： 解： $\because \cos\angle B=\frac{\sqrt{2}}{2}$,

$\therefore \angle B=45^\circ$,

当 $\triangle ABC$ 为钝角三角形时， 如图 1，

$\because AB=12\sqrt{2}$ ， $\angle B=45^\circ$ ，

$$\therefore AD=BD=12,$$

$$\therefore AC=13,$$

$$\therefore \text{由勾股定理得 } CD=5,$$

$$\therefore BC=BD - CD=12 - 5=7;$$

当 $\triangle ABC$ 为锐角三角形时, 如图 2,

$$BC=BD+CD=12+5=17,$$

故选 D.

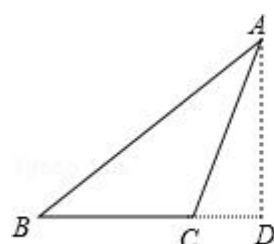


图1

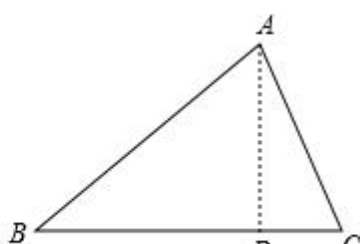


图2

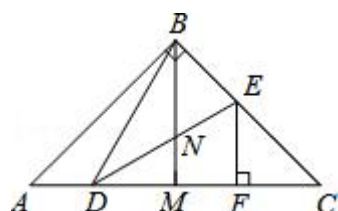
点评: 本题考查了解直角三角形的知识, 能从中整理出直角三角形是解答本题的关键, 难点为分类讨论, 难点中等.

10. (3 分) (2015•牡丹江) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=BC$, $\angle ABC=90^\circ$, BM 是 AC 边中线, 点 D , E 分别在边 AC 和 BC 上, $DB=DE$, $EF \perp AC$ 于点 F , 以下结论:

$$(1) \angle DBM = \angle CDE; \quad (2) S_{\triangle BDE} < S_{\text{四边形 } BMFE};$$

$$(3) CD \cdot EN = BN \cdot BD; \quad (4) AC = 2DF.$$

其中正确结论的个数是 ()



A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

考点: 相似三角形的判定与性质; 等腰直角三角形.

分析： (1) 设 $\angle EDC=x$ ，则 $\angle DEF=90^\circ-x$ 从而可得到 $\angle DBE=\angle DEB=180^\circ-(90^\circ-x)-45^\circ=45^\circ+x$ ， $\angle DBM=\angle DBE-\angle MBE=45^\circ+x-45^\circ=x$ ，从而可得到 $\angle DBM=\angle CDE$ ；

(2) 可证明 $\triangle BDM \cong \triangle DEF$ ，然后可证明： $\triangle DNB$ 的面积=四边形 $NMFE$ 的面积，所以 $\triangle DNB$ 的面积+ $\triangle BNE$ 的面积=四边形 $NMFE$ 的面积++ $\triangle BNE$ 的面积；

(3) 可证明 $\triangle DBC \sim \triangle NEB$ ；

(4) 由 $\triangle BDM \cong \triangle DEF$ ，可知 $DF=BM$ ，由直角三角形斜边上的中线的性质可知 $BM=\frac{1}{2}AC$ 。

解答： 解： (1) 设 $\angle EDC=x$ ，则 $\angle DEF=90^\circ-x$

$$\therefore \angle DBE=\angle DEB=\angle EDC+\angle C=x+45^\circ,$$

$$\because BD=DE,$$

$$\therefore \angle DBM=\angle DBE-\angle MBE=45^\circ+x-45^\circ=x.$$

$$\therefore \angle DBM=\angle CDE, \text{ 故 (1) 正确;}$$

(2) 在 $Rt\triangle BDM$ 和 $Rt\triangle DEF$ 中，

$$\begin{cases} \angle DBM=\angle CDE \\ \angle DMB=\angle DFE, \\ BD=DE \end{cases}$$

$$\therefore Rt\triangle BDM \cong Rt\triangle DEF.$$

$$\therefore S_{\triangle BDM}=S_{\triangle DEF}.$$

$$\therefore S_{\triangle BDM}-S_{\triangle DMN}=S_{\triangle DEF}-S_{\triangle DMN}, \text{ 即 } S_{\triangle DBN}=S_{\text{四边形 } MNEF}.$$

$$\therefore S_{\triangle DBN}+S_{\triangle BNE}=S_{\text{四边形 } MNEF}+S_{\triangle BNE},$$

$$\therefore S_{\triangle BDE}=S_{\text{四边形 } BMFE}, \text{ 故 (2) 错误;}$$

$$(3) \because \angle BNE=\angle DBM+\angle BDN, \angle BDM=\angle BDE+\angle EDF, \angle EDF=\angle DBM,$$

$$\therefore \angle BNE=\angle BDM.$$

又 $\because \angle C = \angle NBE = 45^\circ$

$\therefore \triangle DBC \sim \triangle NEB$.

$$\therefore \frac{CD}{BD} = \frac{BN}{EN},$$

$\therefore CD \cdot EN = BN \cdot BD$; 故 (3) 正确;

(4) $\because \text{Rt} \triangle BDM \cong \text{Rt} \triangle DEF$,

$\therefore BM = DF$,

$\because \angle B = 90^\circ$, M 是 AC 的中点,

$$\therefore BM = \frac{1}{2}AC.$$

$\therefore DF = \frac{1}{2}AC$, 故 (4) 正确.

故选: C.

点评: 本题主要考查的是全等三角形、相似三角形性质和判定, 等腰直角三角形的性质, 利用面积法证明 $S_{\triangle BDE} = S_{\text{四边形} BMFE}$ 是解答本题的关键.

二、填空题 (每小题 3 分, 满分 30 分)

11. (3 分) (2015•牡丹江) 位于我国东海的台湾岛是我国第一大岛, 面积约 36000 平方千米, 数 36000 用科学记数法表示为 3.6×10^4 .

考点: 科学记数法—表示较大的数.

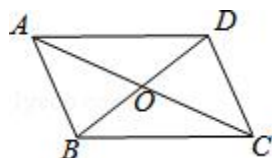
分析: 首先统一单位, 再利用科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

解答: 解: 用科学记数法表示为 3.6×10^4 .

故答案为: 3.6×10^4 .

点评： 此题考查了科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

12. (3 分) (2015•牡丹江) 如图, 四边形 $ABCD$ 的对角线相交于点 O , $AO=CO$, 请添加一个条件 $BO=DO$ (只添一个即可), 使四边形 $ABCD$ 是平行四边形.



考点： 平行四边形的判定.

专题： 开放型.

分析： 根据题目条件结合平行四边形的判定方法: 对角线互相平分的四边形是平行四边形分别进行分析即可.

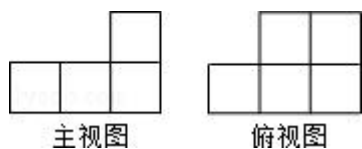
解答： 解: $\because AO=CO, BO=DO$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

故答案为: $BO=DO$.

点评： 此题主要考查了平行四边形的判定, 关键是掌握平行四边形的判定定理.

13. (3 分) (2015•牡丹江) 由一些大小相同的小正方体搭成的几何体的主视图和俯视图, 如图所示, 则搭成该几何体的小正方体最多是 7 个.

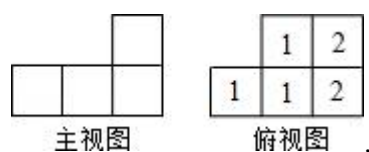


考点： 由三视图判断几何体.

专题： 计算题.

分析： 根据几何体主视图, 在俯视图上表上数字, 即可得出搭成该几何体的小正方体最多的个数.

解答： 解： 根据题意得：



则搭成该几何体的小正方体最多是 $1+1+1+2+2=7$ (个).

故答案为： 7.

点评： 此题考查了由三视图判断几何体，在俯视图上表示出正确的数字是解本题的关键.

14. (3 分) (2015•牡丹江) 某商品每件标价为 150 元，若按标价打 8 折后，再降价 10 元销售，仍获利 10%，则该商品每件的进价为 100 元.

考点： 一元一次方程的应用.

分析： 根据题意可知商店按零售价的 8 折再降价 10 元销售即销售价 $=150 \times 80\% - 100$ ，得出等量关系为 $150 \times 80\% - 10 - x = x \times 10\%$ ，求出即可.

解答： 解： 设该商品每件的进价为 x 元，则

$$150 \times 80\% - 10 - x = x \times 10\%,$$

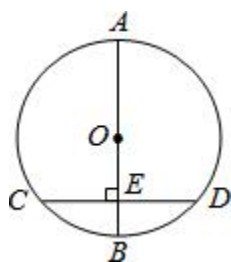
解得 $x=100$.

即该商品每件的进价为 100 元.

故答案是： 100.

点评： 此题主要考查了一元一次方程的应用，解决本题的关键是得到商品售价的等量关系.

15. (3 分) (2015•牡丹江) 如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，弦 $CD \perp AB$ 于点 E，若 $AB=8$ ， $CD=6$ ，则 $BE=4-\sqrt{7}$.



考点：垂径定理；勾股定理.

分析：连接 OC，根据垂径定理得出 $CE=ED=\frac{1}{2}CD=3$ ，然后在 $Rt\triangle OEC$ 中由勾股定理求出 OE 的长度，最后由 $BE=OB-OE$ ，即可求出 BE 的长度.

解答：解：如图，连接 OC.

$\because$ 弦 $CD \perp AB$ 于点 E， $CD=6$ ，

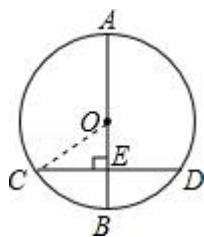
$$\therefore CE=ED=\frac{1}{2}CD=3.$$

$\because$ 在 $Rt\triangle OEC$ 中， $\angle OEC=90^\circ$ ， $CE=3$ ， $OC=4$ ，

$$\therefore OE=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7},$$

$$\therefore BE=OB-OE=4-\sqrt{7}.$$

故答案为 $4-\sqrt{7}$.



点评：本题主要考查了垂径定理，勾股定理等知识，关键在于熟练的运用垂径定理得出 CE、ED 的长度.

16. (3 分) (2015•牡丹江) 一组数据 1, 4, 6, x 的中位数和平均数相等，则 x 的值是 -1 或 3 或 9.

考点：中位数；算术平均数.

分析： 根据中位数的定义和平均数的定义得到 $\frac{1+4+6+x}{4}=\frac{1+4}{2}$ 或 $\frac{1+4+6+x}{4}=\frac{x+4}{2}$ 或 $\frac{1+4+6+x}{4}=\frac{4+6}{2}$ ，然后解方程即可.

解答： 解：根据题意得， $\frac{1+4+6+x}{4}=\frac{1+4}{2}$ 或 $\frac{1+4+6+x}{4}=\frac{x+4}{2}$ 或 $\frac{1+4+6+x}{4}=\frac{4+6}{2}$ ，

解得 $x=-1$ 或 3 或 9 .

故答案为 -1 或 3 或 9 .

点评： 本题考查了中位数与平均数，将一组数据按照从小到大（或从大到小）的顺序排列，如果数据的个数是奇数，则处于中间位置的数就是这组数据的中位数；如果这组数据的个数是偶数，则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数. 平均数是指在一组数据中所有数据之和再除以数据的个数. 它是反映数据集中趋势的一项指标.

17. (3 分) (2015•牡丹江) 抛物线 $y=ax^2+bx+2$ 经过点 $(-2, 3)$ ，则 $3b-6a=$ $-\frac{3}{2}$.

考点： 二次函数图象上点的坐标特征.

分析： 先把点 $(-2, 3)$ 代入 $y=ax^2+bx+2$ 得： $4a-2b+2=3$ ，即 $2b-4a=-1$ ，再利用等式的性质在两边同乘以 $\frac{3}{2}$ ，即可解答.

解答： 解：把点 $(-2, 3)$ 代入 $y=ax^2+bx+2$ 得： $4a-2b+2=3$ ，

$$2b-4a=-1,$$

$$\frac{3}{2} \times (2b-4a) = -1 \times \frac{3}{2}$$

$$3b-6a=-\frac{3}{2},$$

故答案为： $-\frac{3}{2}$.

点评： 本题考查了二次函数图象上点的坐标特征，把点的坐标代入函数解析式求出 a 、 b 的关系式是解题的关键，主要利用了整体思想.

18. (3 分) (2015•牡丹江) 一系列单项式: $-x^2, 3x^3, -5x^4, 7x^5, \dots$, 按此规律排列, 则第 7 个单项式为 $-13x^8$.

考点: 单项式.

专题: 规律型.

分析: 根据规律, 系数是从 1 开始的连续奇数且第奇数个是负数, 第偶数个是正数, x 的指数是从 2 开始的连续自然数, 然后求解即可.

解答: 解: 第 7 个单项式的系数为 $-(2 \times 7 - 1) = -13$,

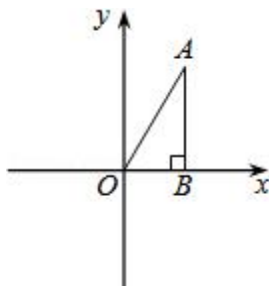
x 的指数为 8,

所以, 第 7 个单项式为 $-13x^8$.

故答案为: $-13x^8$.

点评: 本题考查了单项式, 此类题目, 难点在于根据单项式的定义从多个方面考虑求解.

19. (3 分) (2015•牡丹江) 如图, $\triangle ABO$ 中, $AB \perp OB$, $AB = \sqrt{3}$, $OB = 1$, 把 $\triangle ABO$ 绕点 O 旋转 120° 后, 得到 $\triangle A_1B_1O$, 则点 A_1 的坐标为 $(-2, 0)$ 或 $(1, -\sqrt{3})$.



考点: 坐标与图形变化-旋转.

专题: 数形结合.

分析: 在 $Rt\triangle OAB$ 中利用勾股定理计算出 $OA=2$, 则利用含 30° 度的直角三角形三边的关系得 $\angle A=30^\circ$, 所以 $\angle AOB=60^\circ$, 然后分类讨论: 当 $\triangle ABO$ 绕点 O 逆时针旋转 120° 后, 点 A 的对应点 A' 落在 x 轴的负半轴上, 如图, $OA'=OA=2$, 易得 A' 的坐标为 $(-2, 0)$; 当 $\triangle ABO$ 绕点 O 顺时针旋转 120° 后, 点 A 的对应

点 A_1 落在第三象限，如图，则 $OA_1=OA=2$ ， $\angle AOA_1=120^\circ$ ，作 $OA_1 \perp y$ 轴于 C ，计算出 $\angle COA_1=30^\circ$ ，在 $Rt\triangle COA_1$ 中利用含 30° 度的直角三角形三边的关系计算出 $CA_1=1$ ， $OC=\sqrt{3}$ ，则 $A_1(1, -\sqrt{3})$ ，综上所述， A_1 的坐标为 $(-2, 0)$ 或 $(1, -\sqrt{3})$ 。

解答： 解：在 $Rt\triangle OAB$ 中， $\because AB=\sqrt{3}$ ， $OB=1$ ，

$$\therefore OA=\sqrt{OB^2+AB^2}=2,$$

$$\therefore \angle A=30^\circ,$$

$$\therefore \angle AOB=60^\circ,$$

当 $\triangle ABO$ 绕点 O 逆时针旋转 120° 后，点 A 的对应点 A' 落在 x 轴的负半轴上，如图， $OA'=OA=2$ ，此时 A' 的坐标为 $(-2, 0)$ ；

当 $\triangle ABO$ 绕点 O 顺时针旋转 120° 后，点 A 的对应点 A_1 落在第三象限，如图，

则 $OA_1=OA=2$ ， $\angle AOA_1=120^\circ$ ，作 $OA_1 \perp y$ 轴于 C ，

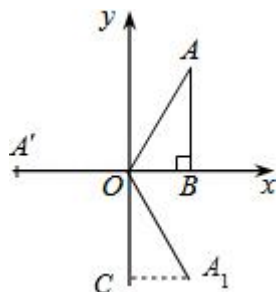
$$\therefore \angle COA_1=30^\circ,$$

$$\text{在 } Rt\triangle COA_1 \text{ 中, } CA_1=\frac{1}{2}OA_1=1, OC=\sqrt{3}CA_1=\sqrt{3},$$

$$\therefore A_1(1, -\sqrt{3}),$$

综上所述， A_1 的坐标为 $(-2, 0)$ 或 $(1, -\sqrt{3})$ 。

故答案为 $(-2, 0)$ 或 $(1, -\sqrt{3})$ 。



点评： 本题考查了坐标与图形变化 - 旋转：图形或点旋转之后要结合旋转的角度和图形的特殊性质来求出旋转后的点的坐标。常见的是旋转特殊角度如： 30° ， 45° ， 60° ， 90° ， 180° 。

20. (3 分) (2015•牡丹江) 矩形纸片 ABCD, AB=9, BC=6, 在矩形边上有一点 P, 且 DP=3. 将矩形纸片折叠, 使点 B 与点 P 重合, 折痕所在直线交矩形两边于点 E, F, 则 EF 长为 $6\sqrt{2}$ 或 $2\sqrt{10}$.

考点: 翻折变换 (折叠问题).

分析: 如图 1, 当点 P 在 CD 上时, 由折叠的性质得到四边形 PFBE 是正方形, EF 过点 C, 根据勾股定理即可得到结果; 如图 2 当点 P 在 AD 上时, 过 E 作 $EQ \perp AB$ 于 Q, 根据勾股定理得到 $PB = \sqrt{AP^2 + AB^2} = \sqrt{3^2 + 9^2} = 3\sqrt{10}$, 推出 $\triangle ABP \sim \triangle EFQ$, 列比例式即可得到结果.

解答: 解: 如图 1, 当点 P 在 CD 上时,

$$\because PD=3, CD=AB=9,$$

$$\therefore CP=6, \because EF \text{ 垂直平分 } PB,$$

$\therefore$ 四边形 PFBE 是正方形, EF 过点 C,

$$\therefore EF=6\sqrt{2},$$

如图 2, 当点 P 在 AD 上时,

过 E 作 $EQ \perp AB$ 于 Q,

$$\because PD=3, AD=6,$$

$$\therefore AP=3,$$

$$\therefore PB = \sqrt{AP^2 + AB^2} = \sqrt{3^2 + 9^2} = 3\sqrt{10},$$

$\because EF$ 垂直平分 PB ,

$$\therefore \angle 1 = \angle 2,$$

$$\therefore \angle A = \angle EQF,$$

$$\therefore \triangle ABP \sim \triangle EFQ,$$

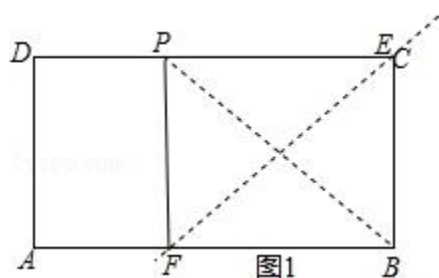
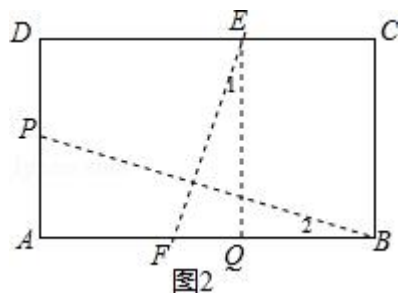
$$\therefore \frac{EF}{PB} = \frac{EQ}{AB},$$

$$\therefore \frac{EF}{3\sqrt{10}} = \frac{6}{9},$$

$$\therefore EF = 2\sqrt{10},$$

综上所述：EF 长为 $6\sqrt{2}$ 或 $2\sqrt{10}$.

故答案为： $6\sqrt{2}$ 或 $2\sqrt{10}$.



点评： 本题考查了折叠的性质：折叠是一种对称变换，它属于轴对称，折叠前后图形的形状和大小不变，位置变化，对应边和对应角相等．也考查了矩形的性质和勾股定理．

三、解答题（满分 60 分）

21. (5 分) (2015•牡丹江) 先化简： $(x - \frac{4-x}{x-1}) \div \frac{x^2-4x+4}{x-1}$ ，其中的 x 选一个适当的数代入求值．

考点： 分式的化简求值．

专题： 计算题．

分析： 原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算，同时利用除法法则变形，约分得到最简结果，把 $x = -1$ 代入计算即可求出值．

解答： 解： 原式 $=\frac{x(x-1)-4+x}{x-1}\cdot\frac{x-1}{(x-2)^2}$

$$=\frac{(x+2)(x-2)}{x-1}\cdot\frac{x-1}{(x-2)^2}$$

$$=\frac{x+2}{x-2},$$

当 $x=-1$ 时， 原式 $=-\frac{1}{3}$.

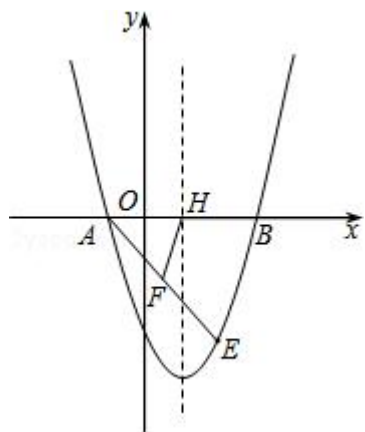
点评： 此题考查了分式的化简求值， 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

22. (6 分) (2015•牡丹江) 如图， 抛物线 $y=x^2+bx+c$ 经过点 A (-1, 0), B (3, 0). 请解答下列问题:

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 点 E (2, m) 在抛物线上， 抛物线的对称轴与 x 轴交于点 H, 点 F 是 AE 中点， 连接 FH, 求线段 FH 的长.

注： 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a\neq 0$) 的对称轴是 $x=-\frac{b}{2a}$.



考点： 抛物线与 x 轴的交点； 待定系数法求二次函数解析式.

分析： (1) 由于抛物线 $y=x^2+bx+c$ 经过 A (-1, 0), B (3, 0) 两点， 根据待定系数法可求抛物线的解析式;

(2) 先得到点 E (2, -3), 根据勾股定理可求 BE, 再根据直角三角形的性质可求线段 HF 的长;

解答： 解： (1) $\because$ 抛物线 $y=x^2+bx+c$ 经过点 A (-1, 0), B (3, 0),

$$\therefore \begin{cases} 1-b+c=0 \\ 9+3b+c=0 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} b=-2 \\ c=-3 \end{cases},$$

$\therefore$ 抛物线的解析式为: $y=x^2-2x-3$;

(2) $\because$ 点 E (2, m) 在抛物线上,

$$\therefore m=4-4-3=-3,$$

$$\therefore E(2, -3),$$

$$\therefore BE=\sqrt{(3-2)^2+(0+3)^2}=\sqrt{10},$$

$\because$ 点 F 是 AE 中点, 抛物线的对称轴与 x 轴交于点 H, 即 H 为 AB 的中点,

$\therefore$ FH 是三角形 ABE 的中位线,

$$\therefore FH=\frac{1}{2}BE=\frac{1}{2}\times\sqrt{10}=\frac{\sqrt{10}}{2}.$$

点评: 考查了二次函数综合题, 涉及的知识点有: 待定系数法求抛物线的解析式, 勾股定理, 直角三角形的性质, 方程思想的应用, 综合性较强, 有一定的难度.

23. (6 分) (2015•牡丹江) 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=4$, $\angle BAC=30^\circ$, 以 AC 为一边作等边 $\triangle ACD$, 连接 BD. 请画出图形, 并直接写出 $\triangle BCD$ 的面积.

考点: 勾股定理; 等腰三角形的性质; 含 30° 度角的直角三角形; 等腰直角三角形.

专题: 分类讨论.

分析: 根据题意画出图形, 进而利用勾股定理以及锐角三角函数关系求出 BC 的长, 进而求出答案.

解答: 解: 如图所示: 过点 D 作 $DE \perp BC$ 延长线于点 E,

$\because AB=AC=4$, $\angle BAC=30^\circ$, 以 AC 为一边作等边 $\triangle ACD$,

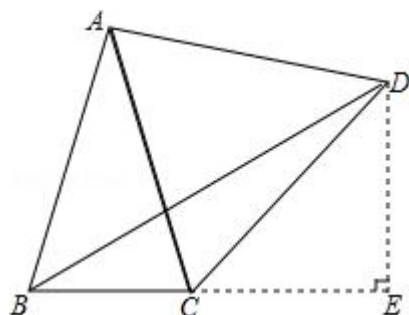
$\therefore \angle BAD = 90^\circ$, $\angle ABC = \angle ACB = 75^\circ$, $AB = AD = DC = 4$,

$\therefore \angle ABD = \angle ADB = 45^\circ$, $\angle DBE = 30^\circ$, $\angle DCE = 45^\circ$,

$\therefore DB = 4\sqrt{2}$, 则 $DE = EC = 2\sqrt{2}$, $BE = BD \cos 30^\circ = 2\sqrt{6}$,

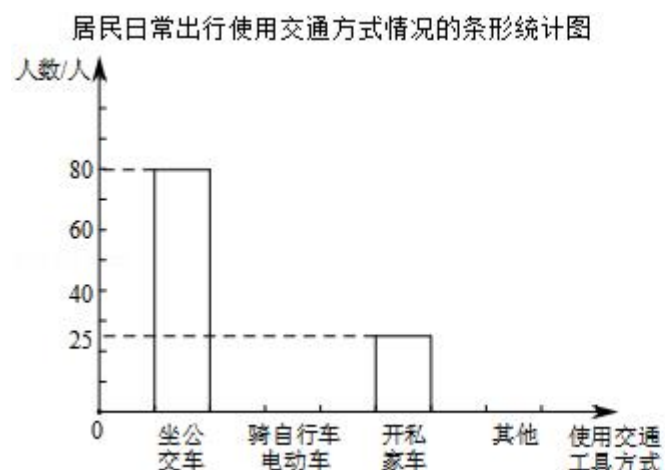
则 $BC = BE - EC = 2\sqrt{6} - 2\sqrt{2}$,

则 $\triangle BCD$ 的面积为: $\frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} (2\sqrt{6} - 2\sqrt{2}) = 4\sqrt{3} - 4$.

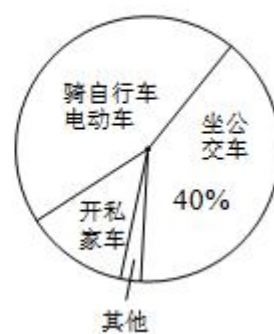


点评: 此题主要考查了勾股定理以及等腰三角形的性质和锐角三角函数关系等知识, 得出 BC 的长是解题关键.

24. (7 分) (2015•牡丹江) 为倡导“低碳出行”, 环保部门对某城市居民日常出行使用交通方式的情况进行了问卷调查, 将调查结果整理后, 绘制了如下不完整的统计图, 其中“骑自行车、电动车”所在扇形的圆心角是 162° .



居民日常出行使用交通方式情况的扇形统计图



请根据以上信息解答下列问题:

(1) 本次调查共收回多少张问卷?

(2) 补全条形统计图, 在扇形统计图中, “其他”对应扇形的圆心角是 9° 度;

(3) 若该城市有 32 万居民，通过计算估计该城市日常出行“骑自行车、电动车”和“坐公交车”的共有多少人？

考点： 条形统计图；用样本估计总体；扇形统计图.

分析： (1) 根据坐公交车的人数是 80 人，占总人数的 40%，即可求得总人数；

(2) 先算出骑自行车、电动车和开私家车所占的比例，然后求其他所占的圆心角的度数，补全条形统计图；

(3) 求出“骑自行车、电动车”和“坐公交车”所占的百分比，计算即可.

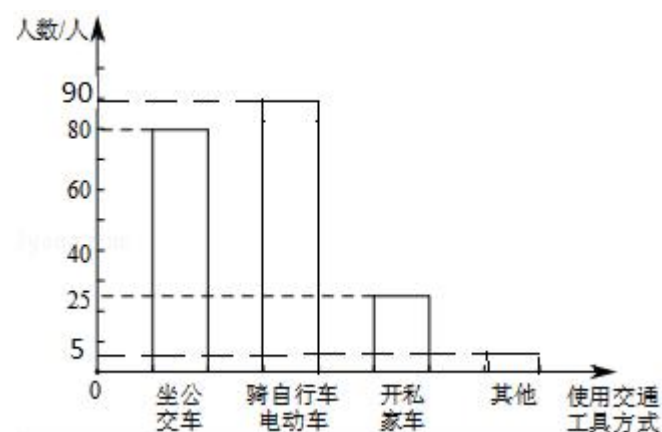
解答： 解：(1) 本次调查的学生数是： $80 \div 40\% = 200$ (人)，即本次调查共收回 200 张问卷；

$$(2) \frac{25}{80} = \frac{1}{8} = 12.5\%,$$

$$162 \div 360 = 45\%, \quad 200 \times 45\% = 90,$$

$$1 - 40\% - 45\% - 12.5\% = 2.5\%, \quad 200 \times 2.5\% = 5, \quad 360^\circ \times 2.5\% = 9^\circ,$$

$$(3) 32 \text{ 万} \times (40\% + 45\%) = 27.2 \text{ 万}.$$

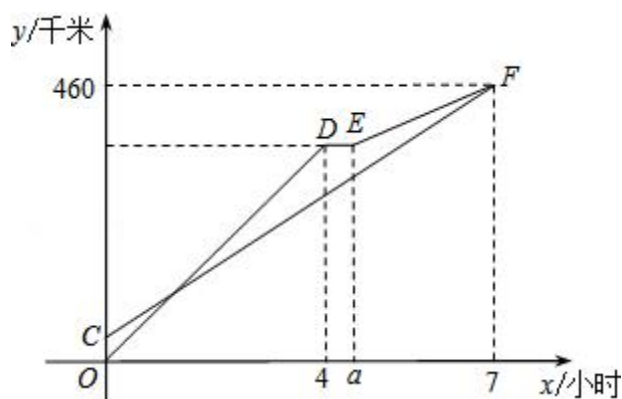


点评： 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小.

25. (8分) (2015•牡丹江) 甲、乙两车从A地出发沿同一路线驶向B地, 甲车先出发匀速驶向B地. 40分钟后, 乙车出发, 匀速行驶一段时间后, 在途中的货站装货耗时半小时, 由于满载货物, 为了行驶安全, 速度减少了50千米/时, 结果与甲车同时到达B地. 甲乙两车距A地的路程 y (千米)与乙车行驶时间 x (小时)之间的函数图象如图所示.

请结合图象信息解答下列问题:

- (1) 直接写出 a 的值, 并求甲车的速度;
- (2) 求图中线段EF所表示的 y 与 x 的函数关系式, 并直接写出自变量 x 的取值范围;
- (3) 乙车出发多少小时与甲车相距15千米? 直接写出答案.



考点: 一次函数的应用.

专题: 应用题.

分析: (1) 由乙在途中的货站装货耗时半小时易得 $a=4.5$, 甲从A到B共用了 $(\frac{2}{3}+7)$ 小时, 然后利用速度公式计算甲的速度;

(2) 设乙开始的速度为 v 千米/小时, 利用乙两段时间内的路程和为460列方程 $4v + (7 - 4.5)(v - 50) = 460$, 解得 $v=90$ (千米/小时), 计算出 $4v=360$, 则可得到 $D(4, 360)$, $E(4.5, 360)$, 然后利用待定系数法求出线段EF所表示的 y 与 x 的函数关系式为 $y=40x+180$ ($4.5 \leq x \leq 7$);

(3) 先计算 $60 \times \frac{2}{3} = 40$, 则可得到 $C(0, 40)$, 再利用待定系数法求出直线CF的解析式为 $y=60x+40$, 和直线OD的解析式为 $y=90x$ ($0 \leq x \leq 4$), 然后利用函数

值相差 15 列方程：当 $60x+40-90x=15$ ，解得 $x=\frac{5}{6}$ ；当 $90x-(60x+40)=15$ ，

解得 $x=\frac{11}{6}$ ；当 $40x+180-(60x+40)=15$ ，解得 $x=\frac{23}{4}$ 。

解答：解：(1) $a=4.5$ ，

甲车的速度 $=\frac{460}{\frac{2}{3}+7}=60$ (千米/小时)；

(2) 设乙开始的速度为 v 千米/小时，

则 $4v+(7-4.5)(v-50)=460$ ，解得 $v=90$ (千米/小时)，

$4v=360$ ，

则 D (4, 360)，E (4.5, 360)，

设直线 EF 的解析式为 $y=kx+b$ ，

把 E (4.5, 360)，F (7, 460) 代入得 $\begin{cases} 4.5k+b=360 \\ 7k+b=460 \end{cases}$ ，

解得 $\begin{cases} k=40 \\ b=180 \end{cases}$ 。

所以线段 EF 所表示的 y 与 x 的函数关系式为 $y=40x+180$ ($4.5 \leq x \leq 7$)；

(3) 甲车前 40 分钟的路程为 $60 \times \frac{2}{3}=40$ 千米，则 C (0, 40)，

设直线 CF 的解析式为 $y=mx+n$ ，

把 C (0, 40)，F (7, 460) 代入得 $\begin{cases} n=40 \\ 7m+n=460 \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} m=60 \\ n=40 \end{cases}$ ，

所以直线 CF 的解析式为 $y=60x+40$ ，

易得直线 OD 的解析式为 $y=90x$ ($0 \leq x \leq 4$)，

设甲乙两车中途相遇点为 G，由 $60x+40=90x$ ，解得 $x=\frac{4}{3}$ 小时，即乙车出发 $\frac{4}{3}$ 小时

后，甲乙两车相遇，

当乙车在 CG 段时，由 $60x+40-90x=15$ ，解得 $x=\frac{5}{6}$ ，介于 $0 \sim \frac{4}{3}$ 小时之间，符合

题意；

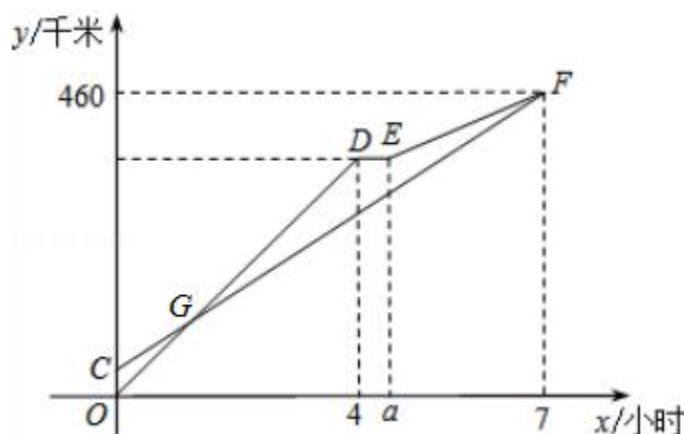
当乙车在 GD 段时，由 $90x-(60x+40)=15$ ，解得 $x=\frac{11}{6}$ ，介于 $\frac{4}{3} \sim 4$ 小时之间，

符合题意；

当乙车在 DE 段时, 由 $360 - (60x+40) = 15$, 解得 $x = \frac{61}{12}$, 不介于 $4 \sim 4.5$ 之间, 不符合题意;

当乙车在 EF 段时, 由 $40x+180 - (60x+40) = 15$, 解得 $x = \frac{25}{4}$, 介于 $4.5 \sim 7$ 之间, 符合题意.

所以乙车出发 $\frac{5}{6}$ 小时或 $\frac{11}{6}$ 小时或 $\frac{25}{4}$ 小时, 乙与甲车相距 15 千米.



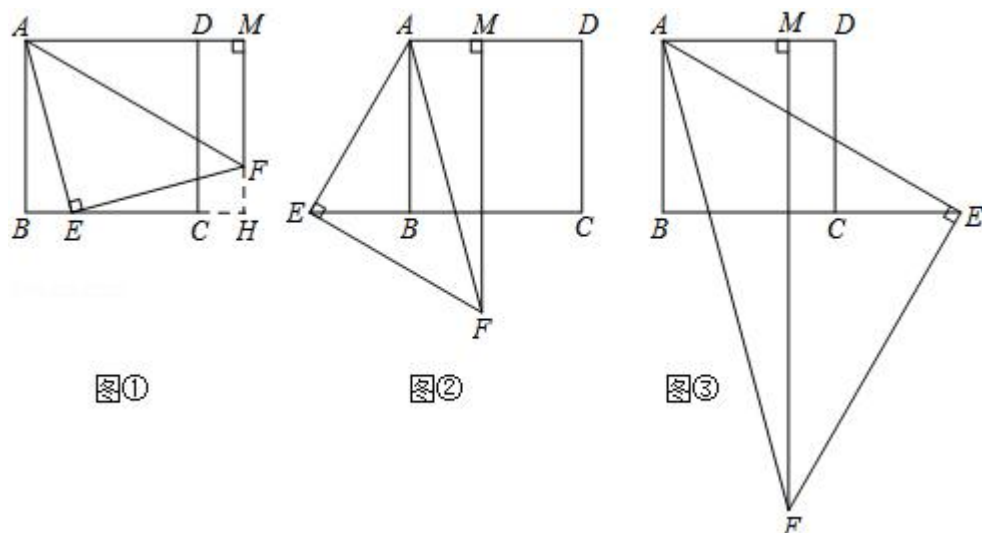
点评: 本题考查了一次函数的应用: 学会从函数图象中获取信息, 特别注意自变量取值范围的变化.

26. (8 分) (2015•牡丹江) 已知四边形 ABCD 是正方形, 等腰直角 $\triangle AEF$ 的直角顶点 E 在直线 BC 上 (不与点 B, C 重合), $FM \perp AD$, 交射线 AD 于点 M.

(1) 当点 E 在边 BC 上, 点 M 在边 AD 的延长线上时, 如图①, 求证: $AB+BE=AM$;
(提示: 延长 MF, 交边 BC 的延长线于点 H.)

(2) 当点 E 在边 CB 的延长线上, 点 M 在边 AD 上时, 如图②; 当点 E 在边 BC 的延长线上, 点 M 在边 AD 上时, 如图③. 请分别写出线段 AB, BE, AM 之间的数量关系, 不需要证明;

(3) 在 (1), (2) 的条件下, 若 $BE=\sqrt{3}$, $\angle AFM=15^\circ$, 则 $AM=$ $3-\sqrt{3}$ 或 $\sqrt{3}-1$.



考点： 四边形综合题.

分析： (1) 首先利用等腰直角三角形的性质和正方形的性质得 $AE=EF$, $\angle ABE=\angle EHF=90^\circ$, 利用全等三角形的判定定理证明 $\triangle ABE \cong \triangle EHF$, 再利用全等三角形的性质定理可得结论;

(2) 同 (1) 首先证明 $\triangle ABE \cong \triangle EHF$, 再利用全等三角形的性质定理可得结论;

(3) 利用分类讨论的思想, 首先由 $\angle AFM=15^\circ$, 易得 $\angle EFH$, 由 $\triangle ABE \cong \triangle EHF$, 根据全等三角形的性质易得 $\angle AEB$, 利用锐角三角函数易得 AB , 利用 (1) (2) 的结论, 易得 AM .

解答： (1) 证明： 如图①, 延长 MF , 交边 BC 的延长线于点 H ,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形, $FM \perp AD$,

$\therefore \angle ABE=90^\circ$, $\angle EHF=90^\circ$, 四边形 $ABHM$ 为矩形,

$\therefore AM=BH=BE+EH$

$\because \triangle AEF$ 为等腰直角三角形,

$\therefore AE=AF$, $\angle AEB+\angle FEH=90^\circ$,

$\because \angle EFH+\angle FEH=90^\circ$,

$\therefore \angle AEB=\angle EFH$,

在 $\triangle ABE$ 与 $\triangle EHF$ 中,

$$\begin{cases} \angle ABE = \angle EHF = 90^\circ \\ \angle AEB = \angle EFH \\ AE = EF \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle EHF$ (AAS),

$\therefore AB = EH$,

$\therefore AM = BH = BE + EH$,

$\therefore AM = BE + AB$, 即 $AB + BE = AM$;

(2) 解: 如图②, $\therefore \angle AEB + \angle FEH = 90^\circ$, $\angle AEB + \angle EAB = 90^\circ$,

$\therefore \angle FEH = \angle EAB$,

在 $\triangle ABE$ 与 $\triangle EHF$ 中,

$$\begin{cases} \angle ABE = \angle EHF \\ \angle EAB = \angle FEH, \\ AE = FE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle EHF$ (AAS),

$\therefore AB = EH = EB + AM$;

如图③ $\angle BAE + \angle AEB = 90^\circ$, $\angle AEB + \angle HEF = 90^\circ$,

$\therefore \angle BAE = \angle HEF$,

在 $\triangle ABE$ 与 $\triangle EHF$ 中,

$$\begin{cases} \angle ABE = \angle EHF \\ \angle BAE = \angle HEF, \\ AE = FE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle EHF$ (AAS),

$\therefore AB = EH$,

$\therefore BE = BH + EH = AM + AB$;

(3) 解: 如图①, $\therefore \angle AFM = 15^\circ$, $\angle AFE = 45^\circ$,

$$\therefore \angle EFM = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle EFH = 120^\circ,$$

在 $\triangle EFH$ 中,

$$\because \angle FHE = 90^\circ, \angle EFH = 120^\circ,$$

$\therefore$ 此情况不存在;

$$\text{如图②, } \because \angle AFM = 15^\circ, \angle AFE = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle EFH = 60^\circ,$$

$$\because \triangle ABE \cong \triangle EHF,$$

$$\therefore \angle EAB = \angle EFH = 60^\circ,$$

$$\because BE = \sqrt{3},$$

$$\therefore AB = BE \cdot \tan 60^\circ = \sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3,$$

$$\because AB = EB + AM,$$

$$\therefore AM = AB - EB = 3 - \sqrt{3};$$

$$\text{如图③, } \because \angle AFM = 15^\circ, \angle AFE = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle EFH = 45^\circ - 15^\circ = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle AEB = 30^\circ,$$

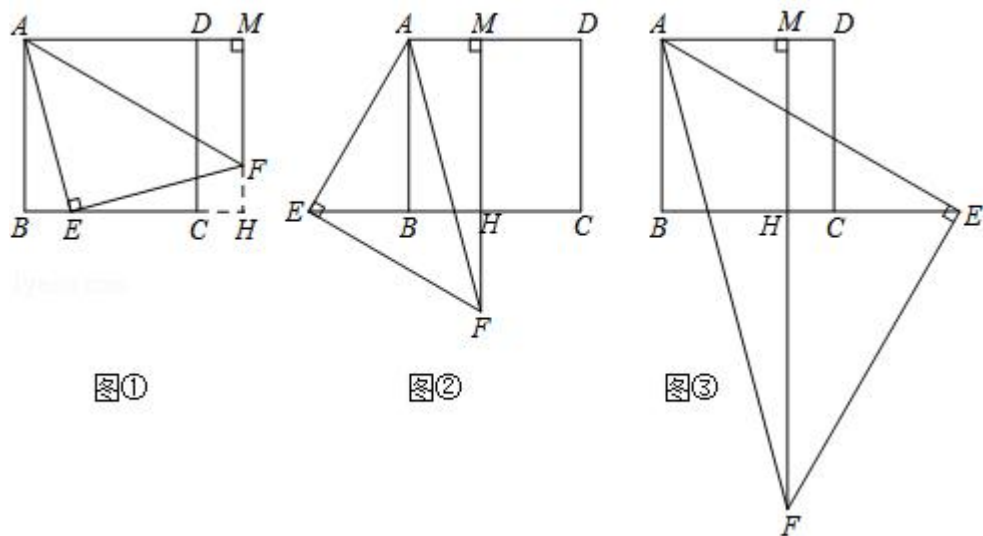
$$\because BE = \sqrt{3},$$

$$\therefore AB = BE \cdot \tan 30^\circ = \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 1,$$

$$\because BE = AM + AB,$$

$$AM = BE - AB = \sqrt{3} - 1,$$

故答案为: $3 - \sqrt{3}$ 或 $\sqrt{3} - 1$.



点评： 本题主要考查了等腰直角三角形的性质，正方形的性质，全等三角形的性质及判定定理，数形结合，分类讨论，利用前面问题的结论是解答此题的关键.

27. (10 分) (2015•牡丹江) 夏季来临，商场准备购进甲、乙两种空调. 已知甲种空调每台进价比乙种空调多 500 元，用 40000 元购进甲种空调的数量与用 30000 元购进乙种空调的数量相同. 请解答下列问题：

- (1) 求甲、乙两种空调每台的进价；
- (2) 若甲种空调每台售价 2500 元，乙种空调每台售价 1800 元，商场欲同时购进两种空调 20 台，且全部售出，请写出所获利润 y (元) 与甲种空调 x (台) 之间的函数关系式；
- (3) 在 (2) 的条件下，若商场计划用不超过 36000 元购进空调，且甲种空调至少购进 10 台，并将所获得的最大利润全部用于为某敬老院购买 1100 元/台的 A 型按摩器和 700 元/台的 B 型按摩器. 直接写出购买按摩器的方案.

考点： 一次函数的应用；分式方程的应用；一元一次不等式组的应用.

专题： 应用题.

分析： (1) 设乙种空调每台进价为 x 元，则甲种空调每台进价为 $(x+500)$ 元，根据用 40000 元购进甲种空调的数量与用 30000 元购进乙种空调的数量相同列出方程，求出方程的解即可得到结果；

(2) 根据甲种空调 x 台, 得到乙种空调 $(20 - x)$ 台, 由售价 - 进价 = 利润表示出 y 与 x 的函数解析式即可;

(3) 设购买甲种空调 n 台, 则购买乙种空调 $(20 - n)$ 台, 根据商场计划用不超过 36000 元购进空调, 且甲种空调至少购进 10 台, 求出 n 的范围, 求出最大利润, 即可确定出购买方案.

解答: 解: (1) 设乙种空调每台进价为 x 元, 则甲种空调每台进价为 $(x+500)$ 元,

根据题意得: $\frac{40000}{x+500} = \frac{30000}{x}$,

去分母得: $40000x = 30000x + 15000000$,

解得: $x = 1500$,

经检验 $x = 1500$ 是分式方程的解, 且 $x + 500 = 2000$,

则甲、乙两种空调每台进价分别为 2000 元, 1500 元;

(2) 根据题意得: $y = (2500 - 2000)x + (1800 - 1500)(20 - x) = 200x + 6000$;

(3) 设购买甲种空调 n 台, 则购买乙种空调 $(20 - n)$ 台,

根据题意得: $2000n + 1500(20 - n) \leq 36000$, 且 $n \geq 10$,

解得: $10 \leq n \leq 12$,

当 $n = 12$ 时, 最大利润为 8400 元,

设购买 A 型按摩器 a 台, 购买 B 型按摩器 b 台, 则 $1100a + 700b = 8400$,

有两种购买方案: ①A 型 0 台, B 型 12 台; ②A 型 7 台, B 型 1 台.

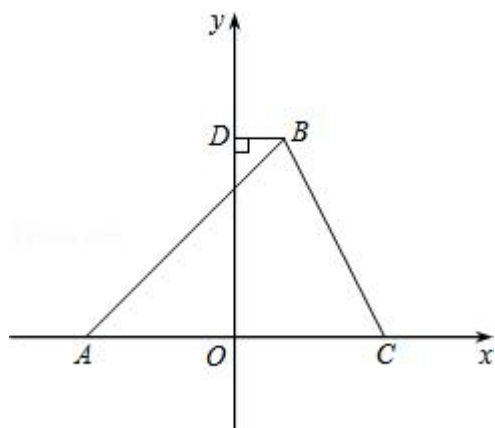
点评: 此题考查了一次函数的意义, 分式方程的应用, 以及一元一次不等式组的应用, 弄清题中的等量关系是解本题的关键.

28. (10 分) (2015•牡丹江) 如图, 在平面直角坐标系中, $\triangle ABC$ 的顶点 A 在 x 轴负半轴上, 顶点 C 在 x 轴正半轴上, 顶点 B 在第一象限, 过点 B 作 $BD \perp y$ 轴于点 D, 线段 OA, OC 的长是一元二次方程 $x^2 - 12x + 36 = 0$ 的两根, $BC = 4\sqrt{5}$, $\angle BAC = 45^\circ$.

(1) 求点 A, C 的坐标;

(2) 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 B, 求 k 的值;

(3) 在 y 轴上是否存在点 P, 使以 P, B, D 为顶点的三角形与以 P, O, A 为顶点的三角形相似? 若存在, 请写出满足条件的点 P 的个数, 并直接写出其中两个点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



考点: 相似形综合题.

分析: (1) 解一元二次方程 $x^2 - 12x + 36 = 0$, 求出两根即可得到点 A, C 的坐标;

(2) 过点 B 作 $BE \perp AC$, 垂足为 E, 由 $\angle BAC = 45^\circ$ 可知 $AE = BE$, 设 $BE = x$, 用勾股定理可得 $CE = \sqrt{80 - x^2}$, 根据 $AE + CE = OA + OC$, 解方程求出 BE, 再由 $AE - OA = OE$, 即可求出点 B 的坐标, 然后求出 k 的值;

(3) 分类讨论, 根据相似三角形对应边成比例求出点 P 的坐标.

解答: 解: (1) 解一元二次方程 $x^2 - 12x + 36 = 0$, 解得: $x_1 = x_2 = 6$,

$\therefore OA = OC = 6$,

$\therefore A(-6, 0), C(6, 0)$;

(2) 如图 1, 过点 B 作 $BE \perp AC$, 垂足为 E,

$\because \angle BAC = 45^\circ$,

$\therefore AE = BE$,

设 $BE = x$,

$\because BC = 4\sqrt{5}$,

$$\therefore CE = \sqrt{80 - x^2},$$

$$\because AE + CE = OA + OC,$$

$$\therefore x + \sqrt{80 - x^2} = 12,$$

$$\text{整理得: } x^2 - 12x + 32 = 0,$$

$$\text{解得: } x_1 = 4 \text{ (不合题意舍去), } x_2 = 8$$

$$\therefore BE = 8, \quad OE = 8 - 6 = 2,$$

$$\therefore B(2, 8),$$

$$\text{把 } B(2, 8) \text{ 代入 } y = \frac{k}{x}, \text{ 得 } k = 16.$$

(3) 存在.

如图 2, 若点 P 在 OD 上, 若 $\triangle PDB \sim \triangle AOP$,

$$\text{则 } \frac{OA}{DP} = \frac{OP}{DB},$$

$$\text{即 } \frac{6}{8 - OP} = \frac{OP}{2}$$

$$\text{解得: } OP = 2 \text{ 或 } OP = 6$$

$$\therefore P(0, 2) \text{ 或 } P(0, 6);$$

如图 3, 若点 P 在 OD 上方, $\triangle PDB \sim \triangle AOP$,

$$\text{则 } \frac{PD}{PO} = \frac{DB}{OA},$$

$$\text{即 } \frac{OP - 8}{OP} = \frac{2}{6},$$

$$\text{解得: } OP = 12,$$

$$\therefore P(0, 12);$$

如图 4, 若点 P 在 OD 上方, $\triangle BDP \sim \triangle AOP$,

$$\text{则 } \frac{PD}{OA} = \frac{DB}{OP},$$

$$\text{即 } \frac{OP - 8}{6} = \frac{2}{OP},$$

$$\text{解得: } OP = 4 + 2\sqrt{7} \text{ 或 } OP = 4 - 2\sqrt{7} \text{ (不合题意舍去),}$$

$$\therefore P(0, 4 + 2\sqrt{7});$$

如图 5, 若点 P 在 y 轴负半轴, $\triangle PDB \sim \triangle AOP$,

则 $\frac{PD}{OA} = \frac{DB}{OP}$, 即 $\frac{OP+8}{6} = \frac{2}{OP}$, 解得: $OP = -4+2\sqrt{7}$ 或 $-4-2\sqrt{7}$, 则 P 点坐标为 $(0, 2\sqrt{7}-4)$ 或 $(0, 4+2\sqrt{7})$ (不合题意舍去).

$\therefore$ 点 P 的坐标为: $(0, 2)$ 或 $(0, 6)$ 或 $(0, 12)$ 或 $(0, 4+2\sqrt{7})$ 或 $(0, 2\sqrt{7}-4)$.

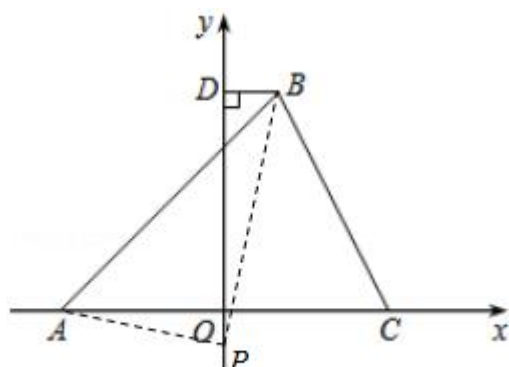


图5

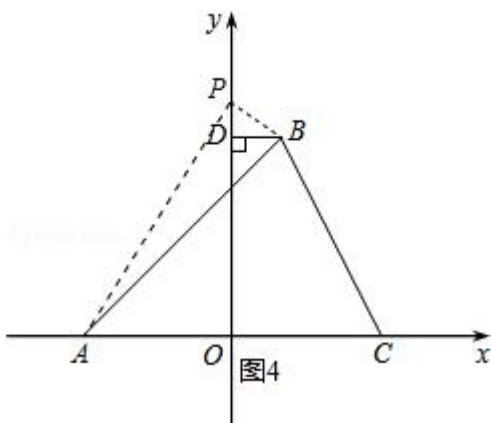


图4

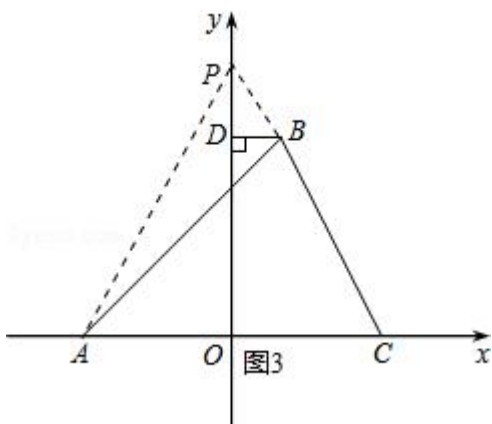
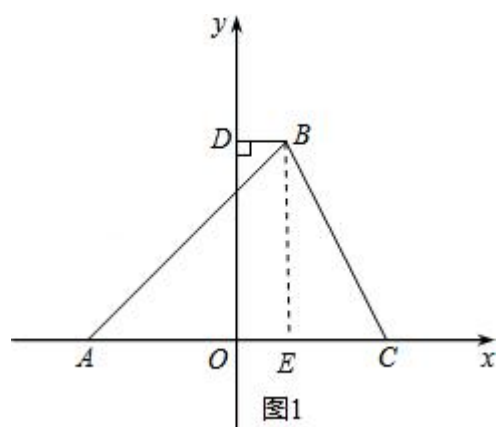
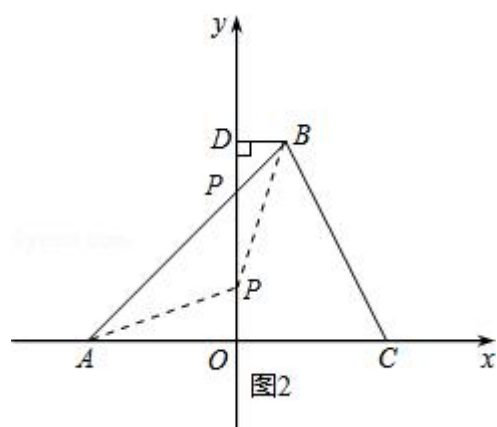


图3



点评： 本题主要考查了一元二次方程的解法、点的坐标、点在图象上、相似三角形的判定与性质以及分类讨论的数学思想方法的综合运用，第3小题是难点，通过相似三角形的性质分类讨论列出比例式是解决问题的关键.