

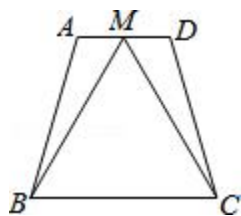
2014 年黑龙江省龙东地区中考数学试卷

一、填空题（每题 3 分，满分 30 分）

1. (3 分) (2014 年黑龙江龙东地区) 数据显示，今年高校毕业生规模达到 727 万人，比去年有所增加．数据 727 万人用科学记数法表示为_____人．

2. (3 分) (2014 年黑龙江龙东地区) 函数 $y=\sqrt{3-x}$ 中，自变量 x 的取值范围是_____．

3. (3 分) (2014 年黑龙江龙东地区) 如图，梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ，点 M 是 AD 的中点，不添加辅助线，梯形满足_____条件时，有 $MB=MC$ (只填一个即可)．



4. (3 分) (2014 年黑龙江龙东地区) 三张扑克牌中只有一张黑桃，三位同学依次抽取，第一位同学抽到黑桃的概率为_____．

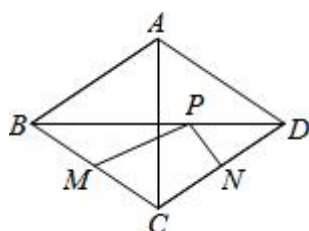
5. (3 分) (2014 年黑龙江龙东地区) 不等式组 $2 \leq 3x - 7 < 8$ 的解集为_____．

6. (3 分) (2014 年黑龙江龙东地区) 直径为 10cm 的 $\odot O$ 中，弦 $AB=5$ cm，则弦 AB 所对的圆周角是_____．

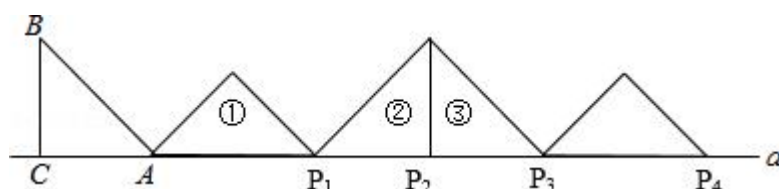
7. (3 分) (2014 年黑龙江龙东地区) 小明带 7 元钱去买中性笔和橡皮（两种文具都买），中性笔每支 2 元，橡皮每块 1 元，那么中性笔能买_____支．

8. (3 分) (2014 年黑龙江龙东地区) $\triangle ABC$ 中， $AB=4$ ， $BC=3$ ， $\angle BAC=30^\circ$ ，则 $\triangle ABC$ 的面积为_____．

9. (3 分) (2014 年黑龙江龙东地区) 如图，菱形 $ABCD$ 中，对角线 $AC=6$ ， $BD=8$ ， M 、 N 分别是 BC 、 CD 的中点， P 是线段 BD 上的一个动点，则 $PM+PN$ 的最小值是_____．



10. (3 分) (2014 年黑龙江龙东地区) 如图, 等腰 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=BC=1$, 且 AC 边在直线 a 上, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转到位置①可得到点 P_1 , 此时 $AP_1=\sqrt{2}$; 将位置①的三角形绕点 P_1 顺时针旋转到位置②, 可得到点 P_2 , 此时 $AP_2=1+\sqrt{2}$; 将位置②的三角形绕点 P_2 顺时针旋转到位置③, 可得到点 P_3 , 此时 $AP_3=2+\sqrt{2}$; ..., 按此规律继续旋转, 直至得到点 P_{2014} 为止. 则 $AP_{2014}=\underline{\hspace{2cm}}$.



二、选择题 (每题 3 分, 满分 30 分)

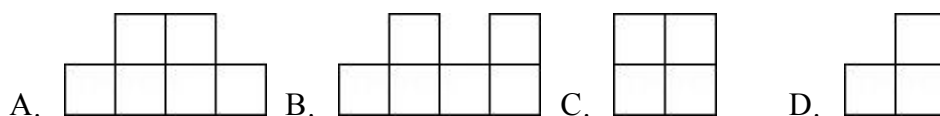
11. (3 分) (2014 年黑龙江龙东地区) 下列各运算中, 计算正确的是 ()
- A. $4a^2 - 2a^2 = 2$ B. $(a^2)^3 = a^5$ C. $a^3 \cdot a^6 = a^9$ D. $(3a)^2 = 6a^2$
12. (3 分) (2014 年黑龙江龙东地区) 下列交通标志图案是轴对称图形的是 ()



13. (3 分) (2014 年黑龙江龙东地区) 由若干个相同的小正方体搭成的一个几何体的俯视图如图, 小正方形中的数字表示该位置的小正方体的个数, 则这个几何体的主视图是 ()

	2		1
1	1	2	1

俯视图

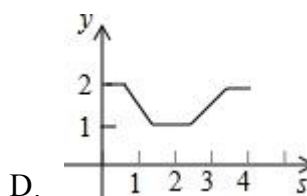
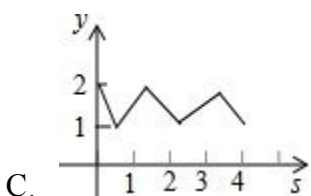
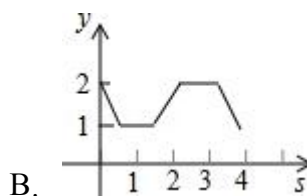
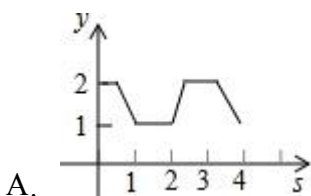
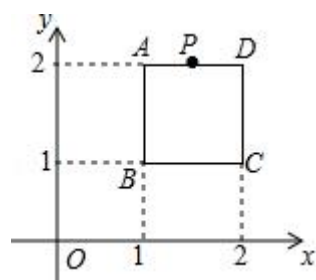


14. (3分) (2014年黑龙江龙东地区) 为了大力宣传节约用电, 某小区随机抽查了10户家庭的月用电量情况, 统计如下表. 关于这10户家庭的月用电量说法正确的是 ()

月用电量 (度)	25	30	40	50	60
户数	1	2	4	2	1

A. 中位数是 40 B. 众数是 4 C. 平均数是 20.5 D. 极差是 3

15. (3分) (2014年黑龙江龙东地区) 如图, 在平面直角坐标系中, 边长为1的正方形ABCD中, AD边的中点处有一动点P, 动点P沿P→D→C→B→A→P运动一周, 则P点的纵坐标y与点P走过的路程s之间的函数关系用图象表示大致是 ()



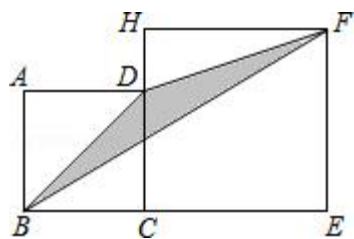
16. (3分) (2014年黑龙江龙东地区) 已知关于x的分式方程 $\frac{m}{x-1} + \frac{3}{1-x} = 1$ 的解是非负数, 则m的取值范围是 ()

A. $m > 2$ B. $m \geq 2$ C. $m \geq 2$ 且 $m \neq 3$ D. $m > 2$ 且 $m \neq 3$

17. (3 分) (2014 年黑龙江龙东地区) 一圆锥体形状的水晶饰品, 母线长是 10cm, 底面圆的直径是 5cm, 点 A 为圆锥底面圆周上一点, 从 A 点开始绕圆锥侧面缠一圈彩带回到 A 点, 则彩带最少用多少厘米 (接口处重合部分忽略不计) ()

- A. $10\pi\text{cm}$ B. $10\sqrt{2}\text{cm}$ C. $5\pi\text{cm}$ D. $5\sqrt{2}\text{cm}$

18. (3 分) (2014 年黑龙江龙东地区) 如图, 正方形 ABCD 的边长为 2, H 在 CD 的延长线上, 四边形 CEFH 也为正方形, 则 $\triangle DBF$ 的面积为 ()



- A. 4 B. $\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{2}$ D. 2

19. (3 分) (2014 年黑龙江龙东地区) 今年学校举行足球联赛, 共赛 17 轮 (即每队均需参赛 17 场), 记分办法是: 胜 1 场得 3 分, 平 1 场得 1 分, 负 1 场得 0 分. 在这次足球比赛中, 小虎足球队得 16 分, 且踢平场数是所负场数的整数倍, 则小虎足球队所负场数的情况有 ()

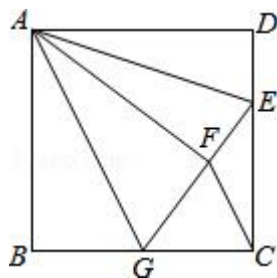
- A. 2 种 B. 3 种 C. 4 种 D. 5 种

20. (3 分) (2014 年黑龙江龙东地区) 如图, 正方形 ABCD 中, $AB=6$, 点 E 在边 CD 上, 且 $CD=3DE$. 将 $\triangle ADE$ 沿 AE 对折至 $\triangle AFE$, 延长 EF 交边 BC 于点 G, 连接 AG、CF. 则下列结论:

① $\triangle ABG \cong \triangle AFG$; ② $BG=CG$; ③ $AG \parallel CF$; ④ $S_{\triangle EGC} = S_{\triangle AFE}$;

⑤ $\angle AGB + \angle AED = 145^\circ$.

其中正确的个数是 ()



- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

三、解答题（满分 60 分）

21. (5 分) (2014 年黑龙江龙东地区) 先化简, 再求值: $\frac{2}{x+1} - \frac{x-2}{x^2-1} \div \frac{x^2-2x}{x^2-2x+1}$,

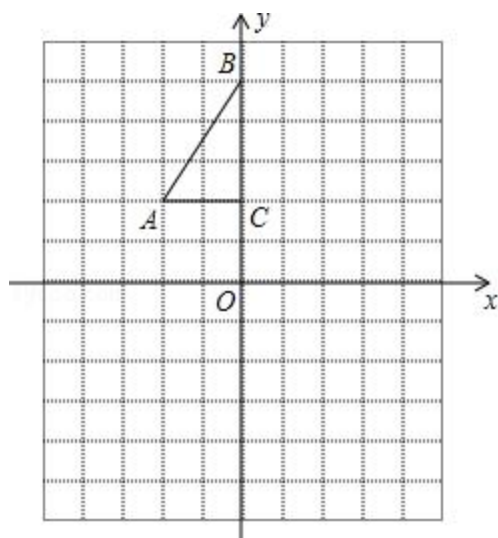
其中 $x=4\cos 60^\circ+1$.

22. (6 分) (2014 年黑龙江龙东地区) 如图, 方格纸中每个小正方形的边长都是 1 个单位长度, $\text{Rt}\triangle ABC$ 的三个顶点 $A(-2, 2)$, $B(0, 5)$, $C(0, 2)$.

(1) 将 $\triangle ABC$ 以点 C 为旋转中心旋转 180° , 得到 $\triangle A_1B_1C$, 请画出 $\triangle A_1B_1C$ 的图形.

(2) 平移 $\triangle ABC$, 使点 A 的对应点 A_2 坐标为 $(-2, -6)$, 请画出平移后对应的 $\triangle A_2B_2C_2$ 的图形.

(3) 若将 $\triangle A_1B_1C$ 绕某一点旋转可得到 $\triangle A_2B_2C_2$, 请直接写出旋转中心的坐标.

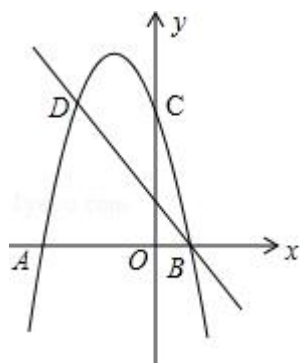


23. (6分) (2014年黑龙江龙东地区) 如图, 二次函数的图象与 x 轴交于 $A(-3, 0)$ 和 $B(1, 0)$ 两点, 交 y 轴于点 $C(0, 3)$, 点 C 、 D 是二次函数图象上的一对对称点, 一次函数的图象过点 B 、 D .

(1) 请直接写出 D 点的坐标.

(2) 求二次函数的解析式.

(3) 根据图象直接写出使一次函数值大于二次函数值的 x 的取值范围.



24. (7分) (2014年黑龙江龙东地区) 为了更好地宣传“开车不喝酒, 喝酒不开车”的驾车理念, 某市一家报社设计了如下的调查问卷 (单选). 在随机调查了本市全部 5000 名司机中的部分司机后, 整理相关数据并制作了右侧两个不完整的统计图:

克服酒驾 -- 你认为哪一种方式更好?

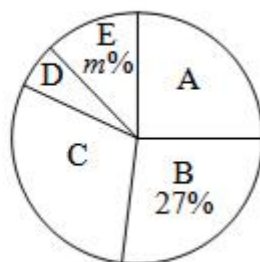
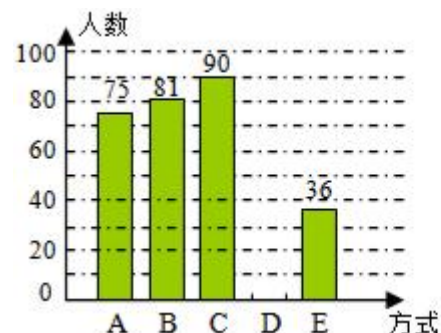
A. 司机酒驾, 乘客有责, 让乘客帮助监督

B. 在车上张贴“请勿喝酒”的提醒标志

C. 签订“永不酒驾”保证书

D. 希望交警加大检查力度

E. 查出酒驾, 追究就餐饭店的连带责任



根据以上信息解答下列问题:

- (1) 请补全条形统计图, 并直接写出扇形统计图中 $m=$ _____;
- (2) 该市支持选项 B 的司机大约有多少人?
- (3) 若要从该市支持选项 B 的司机中随机抽取 100 名, 给他们发放“请勿酒驾”的提醒标志, 则支持该选项的司机小李被抽中的概率是多少?

25. (8 分) (2014 年黑龙江龙东地区) 一列快车从甲地匀速驶往乙地, 一列慢车从乙地匀速驶往甲地, 两车同时出发. 不久, 第二列快车也从甲地发往乙地, 速度与第一列快车相同. 在第一列快车与慢车相遇 30 分后, 第二列快车与慢车相遇. 设慢车行驶的时间为 x (单位: 时), 慢车与第一、第二列快车之间的距离 y (单位: 千米) 与 x (单位: 时) 之间的函数关系如图 1、图 2, 根据图象信息解答下列问题:

- (1) 甲、乙两地之间的距离为_____千米.
- (2) 求图 1 中线段 CD 所表示的 y 与 x 之间的函数关系式, 并写出自变量 x 的取值范围.
- (3) 请直接在图 2 中的 () 内填上正确的数.

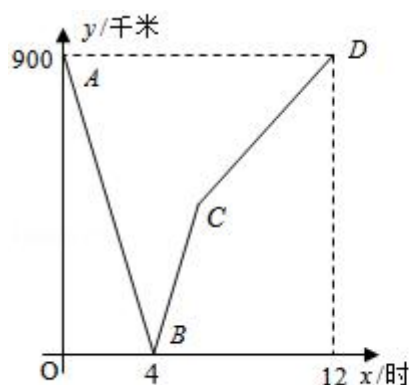


图 1

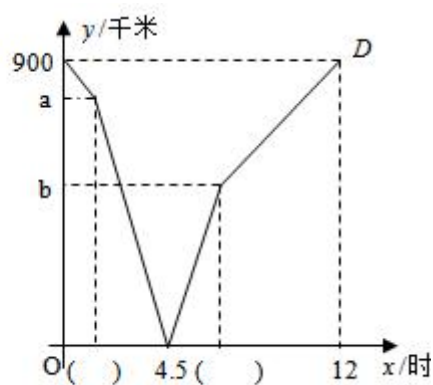


图 2

26. (8 分) (2014 年黑龙江龙东地区) 已知 $\triangle ABC$ 中, M 为 BC 的中点, 直线 m 绕点 A 旋转, 过 B 、 M 、 C 分别作 $BD \perp m$ 于 D , $ME \perp m$ 于 E , $CF \perp m$ 于 F .

(1) 当直线 m 经过 B 点时, 如图 1, 易证 $EM = \frac{1}{2}CF$. (不需证明)

(2) 当直线 m 不经过 B 点, 旋转到如图 2、图 3 的位置时, 线段 BD 、 ME 、 CF 之间有怎样的数量关系? 请直接写出你的猜想, 并选择一种情况加以证明.

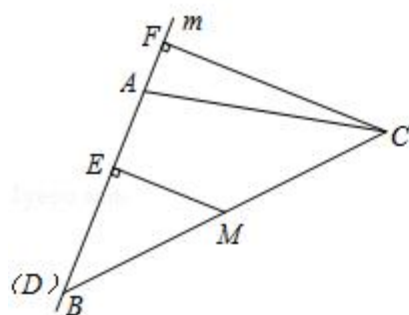


图 1

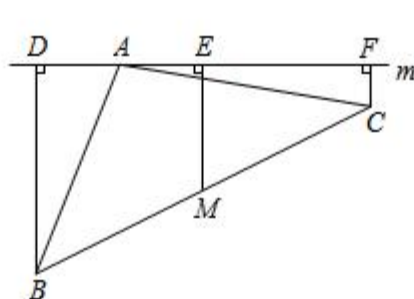


图 2

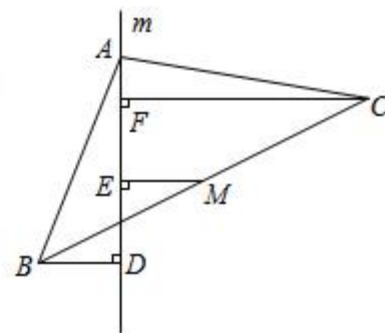


图 3

27. (10 分) (2014 年黑龙江龙东地区) 我市为改善农村生活条件, 满足居民清洁能源的需求, 计划为万宝村 400 户居民修建 A、B 两种型号的沼气池共 24 个. 政府出资 36 万元, 其余资金从各户筹集. 两种沼气池的型号、修建费用、可供使用户数、占地面积如下表:

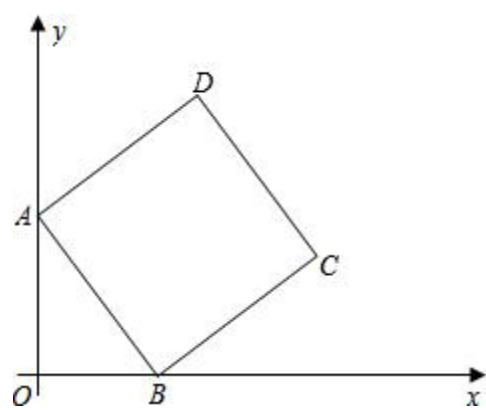
沼气池	修建费用 (万元/个)	可供使用户数 (户/个)	占地面积 (平方米/个)
A 型	3	20	10
B 型	2	15	8

政府土地部门只批给该村沼气池用地 212 平方米, 设修建 A 型沼气池 x 个, 修建两种沼气池共需费用 y 万元.

- (1) 求 y 与 x 之间函数关系式.
- (2) 试问有哪几种满足上述要求的修建方案.
- (3) 要想完成这项工程, 每户居民平均至少应筹集多少钱?

28. (10 分) (2014 年黑龙江龙东地区) 如图, 在平面直角坐标系中, 正方形 ABCD 的顶点 A 在 y 轴正半轴上, 顶点 B 在 x 轴正半轴上, OA、OB 的长分别是一元二次方程 $x^2 - 7x + 12 = 0$ 的两个根 ($OA > OB$).

- (1) 求点 D 的坐标.
- (2) 求直线 BC 的解析式.
- (3) 在直线 BC 上是否存在点 P, 使 $\triangle PCD$ 为等腰三角形? 若存在, 请直接写出点 P 的坐标; 若不存在, 说明理由.



2014 年黑龙江省龙东地区中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、填空题（每题 3 分，满分 30 分）

1. (3 分) (2014 年黑龙江龙东地区) 数据显示，今年高校毕业生规模达到 727 万人，比去年有所增加．数据 727 万人用科学记数法表示为 7.27×10^6 人．

【分析】 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数．

【解答】 解：将 727 万用科学记数法表示为： 7.27×10^6 ．

故答案为： 7.27×10^6 ．

【点评】 此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

2. (3 分) (2014 年黑龙江龙东地区) 函数 $y = \sqrt{3-x}$ 中，自变量 x 的取值范围是 $x \leq 3$ ．

【考点】 函数自变量的取值范围．

【分析】 根据被开方数大于等于 0 列式计算即可得解．

【解答】 解：由题意得， $3 - x \geq 0$ ，

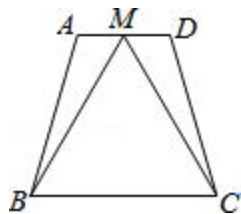
解得 $x \leq 3$ ．

故答案为： $x \leq 3$ ．

【点评】 本题考查了函数自变量的范围，一般从三个方面考虑：

- (1) 当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；
- (2) 当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为 0；
- (3) 当函数表达式是二次根式时，被开方数非负.

3. (3 分) (2014 年黑龙江龙东地区) 如图，梯形 ABCD 中， $AD \parallel BC$ ，点 M 是 AD 的中点，不添加辅助线，梯形满足 $AB=DC$ (或 $\angle ABC=\angle DCB$ 、 $\angle A=\angle D$) 等条件时，有 $MB=MC$ (只填一个即可).



【考点】 梯形；全等三角形的判定.

专题： 开放型.

【分析】 根据题意得出 $\triangle ABM \cong \triangle DCM$ ，进而得出 $MB=MC$.

【解答】 解：当 $AB=DC$ 时， $\because$ 梯形 ABCD 中， $AD \parallel BC$ ，

则 $\angle A=\angle D$ ，

$\because$ 点 M 是 AD 的中点，

$\therefore AM=MD$ ，

在 $\triangle ABM$ 和 $\triangle DCM$ 中，

$$\begin{cases} AM=DM \\ \angle A=\angle D, \\ AB=DC \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABM \cong \triangle DCM$ (SAS),

$\therefore MB=MC$,

同理可得出： $\angle ABC=\angle DCB$ 、 $\angle A=\angle D$ 时都可以得出 $MB=MC$ ，

故答案为： $AB=DC$ (或 $\angle ABC=\angle DCB$ 、 $\angle A=\angle D$) 等.

【点评】 此题主要考查了梯形的性质以及全等三角形的判定与性质，得出

$\triangle ABM \cong \triangle DCM$ 是解题关键.

4. (3 分) (2014 年黑龙江龙东地区) 三张扑克牌中只有一张黑桃，三位同学依次抽取，第一位同学抽到黑桃的概率为 $\frac{1}{3}$.

【考点】 概率公式.

【分析】 由三张扑克牌中只有一张黑桃，直接利用概率公式求解即可求得答案.

【解答】 解： $\because$ 三张扑克牌中只有一张黑桃，

$\therefore$ 第一位同学抽到黑桃的概率为： $\frac{1}{3}$.

故答案为： $\frac{1}{3}$.

【点评】 此题考查了概率公式的应用. 用到的知识点为： 概率=所求情况数与总情况数之比.

5. (3 分) (2014 年黑龙江龙东地区) 不等式组 $2 \leq 3x - 7 < 8$ 的解集为 $3 \leq x < 5$.

【考点】 解一元一次不等式组.

【分析】 求出每个不等式的解集，根据找不等式组解集的规律找出即可.

【解答】 解：原不等式组化为 $\begin{cases} 2 \leq 3x - 7 & \text{①} \\ 3x - 7 < 8 & \text{②} \end{cases}$,

$\therefore$ 解不等式①得： $x \geq 3$,

解不等式②得： $x < 5$,

$\therefore$ 不等式组的解集是 $3 \leq x < 5$,

故答案为： $3 \leq x < 5$.

【点评】 本题考查了解一元一次不等式和解一元一次不等式组的应用，解此题的关键是能根据不等式的解集找出不等式组的解集.

6. (3 分) (2014 年黑龙江龙东地区) 直径为 10cm 的 $\odot O$ 中，弦 $AB=5\text{cm}$ ，则弦 AB 所对的圆周角是 30° 或 150° .

【考点】 圆周角定理；含 30° 度角的直角三角形；垂径定理.

专题： 分类讨论.

【分析】 连接 OA 、 OB ，根据等边三角形的性质，求出 $\angle O$ 的度数，再根据圆周定理求出 $\angle C$ 的度数，再根据圆内接四边形的性质求出 $\angle D$ 的度数.

【解答】 解：连接 OA 、 OB ，

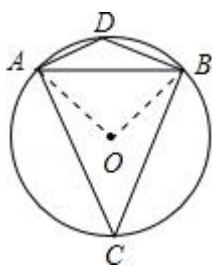
$$\because AB=OB=OA,$$

$$\therefore \angle AOB=60^\circ,$$

$$\therefore \angle C=30^\circ,$$

$$\therefore \angle D=180^\circ - 30^\circ=150^\circ.$$

故答案为 30° 或 150° .



【点评】 本题考查了圆周角定理和圆内接四边形的性质，作出辅助线是解题的关键.

7. (3 分) (2014 年黑龙江龙东地区) 小明带 7 元钱去买中性笔和橡皮 (两种文具都买)，中性笔每支 2 元，橡皮每块 1 元，那么中性笔能买 1 或 2 或 3 (每答对 1 个给 1 分，多答或含有错误答案不得分) 支.

【考点】二元一次方程的应用.

【分析】根据小明所带的总钱数以及中性笔与橡皮的价格,分别得出符合题意的答案.

【解答】解: $\because$ 小明带 7 元钱去买中性笔和橡皮 (两种文具都买), 中性笔每支 2 元, 橡皮每块 1 元,

$\therefore$ 当买中性笔 1 只, 则可以买橡皮 5 只,

当买中性笔 2 只, 则可以买橡皮 3 只,

当买中性笔 3 只, 则可以买橡皮 1 只,

故答案为: 1 或 2 或 3.

【点评】此题主要考查了二元一次方程的应用, 正确分类讨论是解题关键.

8. (3 分) (2014 年黑龙江龙东地区) $\triangle ABC$ 中, $AB=4$, $BC=3$, $\angle BAC=30^\circ$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为 $2\sqrt{3} \pm \sqrt{5}$ 或 $2\sqrt{3} - \sqrt{5}$ (答对 1 个给 2 分, 多答或含有错误答案不得分).

【考点】解直角三角形.

专题: 分类讨论.

【分析】分两种情况: 过点 B 或 C 作 AC 或 AB 上的高, 由勾股定理可得出三角形的底和高, 再求面积即可.

【解答】解: 当 $\angle B$ 为钝角时, 如图 1,

过点 B 作 $BD \perp AC$,

$\because \angle BAC=30^\circ$,

$\therefore BD = \frac{1}{2}AB$,

$\because AB=4$,

$\therefore BD=2$,

$$\therefore AD=2\sqrt{3},$$

$$\because BC=3,$$

$$\therefore CD=\sqrt{5},$$

$$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AC \cdot BD=\frac{1}{2} \times (2\sqrt{3}+\sqrt{5}) \times 2=2\sqrt{3}+\sqrt{5};$$

当 $\angle C$ 为钝角时，如图 2，

过点 B 作 $BD \perp AC$ ，交 AC 延长线于点 D，

$$\because \angle BAC=30^\circ,$$

$$\therefore BD=\frac{1}{2}AB,$$

$$\because AB=4,$$

$$\therefore BD=2,$$

$$\because BC=3,$$

$$\therefore CD=\sqrt{5},$$

$$\therefore AD=2\sqrt{3},$$

$$\therefore AC=2\sqrt{3}-\sqrt{5},$$

$$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AC \cdot BD=\frac{1}{2} \times (2\sqrt{3}-\sqrt{5}) \times 2=2\sqrt{3}-\sqrt{5}.$$

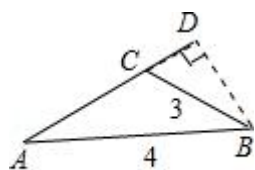


图2

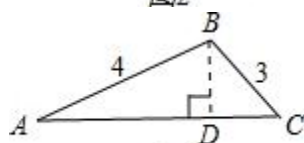
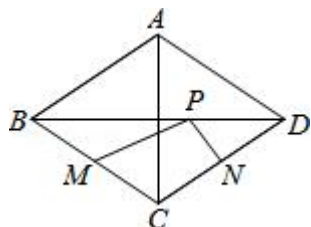


图1

【点评】 本题考查了解直角三角形，还涉及到的知识点有勾股定理、直角三角形的性质，30 度的锐角所对的直角边等于斜边的一半.

9. (3 分) (2014 年黑龙江龙东地区) 如图, 菱形 $ABCD$ 中, 对角线 $AC=6$, $BD=8$, M 、 N 分别是 BC 、 CD 的中点, P 是线段 BD 上的一个动点, 则 $PM+PN$ 的最小值是 5.



【考点】轴对称-最短路线问题; 菱形的性质.

【分析】作 M 关于 BD 的对称点 Q , 连接 NQ , 交 BD 于 P , 连接 MP , 此时 $MP+NP$ 的值最小, 连接 AC , 求出 CP 、 PB , 根据勾股定理求出 BC 长, 证出 $MP+NP=QN=BC$, 即可得出答案.

【解答】解: 作 M 关于 BD 的对称点 Q , 连接 NQ , 交 BD 于 P , 连接 MP , 此时 $MP+NP$ 的值最小, 连接 AC ,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore AC \perp BD$, $\angle QBP = \angle MBP$,

即 Q 在 AB 上,

$\therefore MQ \perp BD$,

$\therefore AC \parallel MQ$,

$\because M$ 为 BC 中点,

$\therefore Q$ 为 AB 中点,

$\because N$ 为 CD 中点, 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore BQ \parallel CD$, $BQ = CN$,

$\therefore$ 四边形 $BQNC$ 是平行四边形,

$\therefore NQ = BC$,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

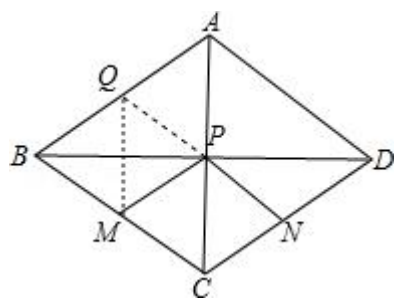
$$\therefore CP = \frac{1}{2}AC = 3, \quad BP = \frac{1}{2}BD = 4,$$

在 $\text{Rt}\triangle BPC$ 中，由勾股定理得： $BC = 5$ ，

即 $NQ = 5$ ，

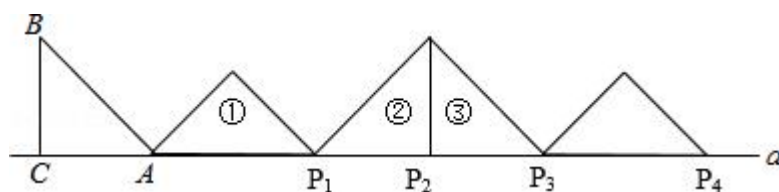
$$\therefore MP + NP = QP + NP = QN = 5,$$

故答案为： 5.



【点评】 本题考查了轴对称 – 最短路线问题，平行四边形的性质和判定，菱形的性质，勾股定理的应用，解此题的关键是能根据轴对称找出 P 的位置.

10. (3 分) (2014 年黑龙江龙东地区) 如图，等腰 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = BC = 1$ ，且 AC 边在直线 a 上，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转到位置①可得到点 P_1 ，此时 $AP_1 = \sqrt{2}$ ；将位置①的三角形绕点 P_1 顺时针旋转到位置②，可得到点 P_2 ，此时 $AP_2 = 1 + \sqrt{2}$ ；将位置②的三角形绕点 P_2 顺时针旋转到位置③，可得到点 P_3 ，此时 $AP_3 = 2 + \sqrt{2}$ ；...，按此规律继续旋转，直至得到点 P_{2014} 为止. 则 $AP_{2014} = 1342 + 672\sqrt{2}$.



【考点】 旋转的性质.

专题： 规律型.

【分析】 由已知得 $AP_1 = \sqrt{2}$ ， $AP_2 = 1 + \sqrt{2}$ ， $AP_3 = 2 + \sqrt{2}$ ；再根据图形可得到 $AP_4 = 2 + 2\sqrt{2}$ ； $AP_5 = 3 + 2\sqrt{2}$ ； $AP_6 = 4 + 2\sqrt{2}$ ； $AP_7 = 4 + 3\sqrt{2}$ ； $AP_8 = 5 + 3\sqrt{2}$ ； $AP_9 = 6 + 3\sqrt{2}$ ；

每三个一组，由于 $2013=3\times 671$ ，则 $AP_{2013}=(2013-761)+671\sqrt{2}$ ，然后把 AP_{2013} 加上 $\sqrt{2}$ 即可.

【解答】 解： $AP_1=\sqrt{2}$ ， $AP_2=1+\sqrt{2}$ ， $AP_3=2+\sqrt{2}$ ；
 $AP_4=2+2\sqrt{2}$ ； $AP_5=3+2\sqrt{2}$ ； $AP_6=4+2\sqrt{2}$ ；
 $AP_7=4+3\sqrt{2}$ ； $AP_8=5+3\sqrt{2}$ ； $AP_9=6+3\sqrt{2}$ ；

$\therefore 2013=3\times 671$,

$\therefore AP_{2013}=(2013-761)+671\sqrt{2}=1342+671\sqrt{2}$,

$\therefore AP_{2014}=1342+671\sqrt{2}+\sqrt{2}=1342+672\sqrt{2}$.

故答案为： $1342+672\sqrt{2}$.

【点评】 本题考查了旋转的性质：旋转前后两图形全等；对应点到旋转中心的距离相等；对应点与旋转中心的连线段的夹角等于旋转角.

二、选择题（每题 3 分，满分 30 分）

11. (3 分) (2014 年黑龙江龙东地区) 下列各运算中，计算正确的是 ()

A. $4a^2-2a^2=2$ B. $(a^2)^3=a^5$ C. $a^3\cdot a^6=a^9$ D. $(3a)^2=6a^2$

【考点】 幂的乘方与积的乘方；合并同类项；同底数幂的乘法.

【分析】 根据合并同类项，可判断 A，根据幂的乘方，可判断 B，根据同底数幂的乘法，可判断 C，根据积的乘方，可判断 D.

【解答】 解： A、系数相加字母部分不变，故 A 错误；
B、底数不变指数相乘，故 B 错误；
C、底数不变指数相加，故 C 正确；
D、3 的平方是 9，故 D 错误；
故选： C.

【点评】 本题考查了幂的乘方与积的乘方，积得乘方等于每个因式分别乘方，再把所得的幂相乘.

12. (3 分) (2014 年黑龙江龙东地区) 下列交通标志图案是轴对称图形的是 ()



【考点】轴对称图形.

【分析】根据轴对称的定义结合选项所给的特点即可得出答案.

【解答】解：A、不是轴对称图形，故本选项错误；

B、是轴对称图形，故本选项正确；

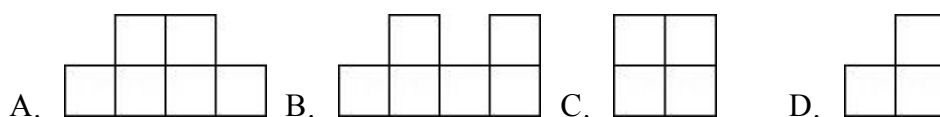
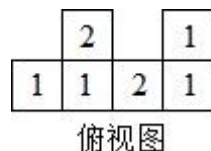
C、不是轴对称图形，故本选项错误；

D、不是轴对称图形，故本选项错误；

故选 B.

【点评】本题考查了轴对称图形，掌握中心对称图形与轴对称图形的概念：轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分沿对称轴折叠后可重合.

13. (3 分) (2014 年黑龙江龙东地区) 由若干个小正方体搭成的一个几何体的俯视图如图，小正方形中的数字表示该位置的小正方体的个数，则这个几何体的主视图是 ()



【考点】由三视图判断几何体；简单组合体的三视图.

【分析】俯视图中的每个数字是该位置小立方体的个数，分析其中的数字，得主视图右四列，从左到右分别是 1，2，2，1 个正方形.

【解答】解：由俯视图中的数字可得：主视图右 4 列，从左到右分别是 1，2，2，1 个正方形.

故选 A.

【点评】本题考查了学生的思考能力和对几何体三种视图的空间想象能力.

14. (3 分) (2014 年黑龙江龙东地区) 为了大力宣传节约用电, 某小区随机抽查了 10 户家庭的月用电量情况, 统计如下表. 关于这 10 户家庭的月用电量说法正确的是 ()

月用电量 (度)	25	30	40	50	60
户数	1	2	4	2	1

A. 中位数是 40 B. 众数是 4 C. 平均数是 20.5 D. 极差是 3

【考点】 极差; 加权平均数; 中位数; 众数.

【分析】 中位数、众数、加权平均数和极差的定义和计算公式分别对每一项进行分析, 即可得出答案.

【解答】 解: A、把这些数从小到大排列, 最中间两个数的平均数是 $(40+40) \div 2=40$, 则中位数是 40, 故本选项正确;

B、40 出现的次数最多, 出现了 4 次, 则众数是 40, 故本选项错误;

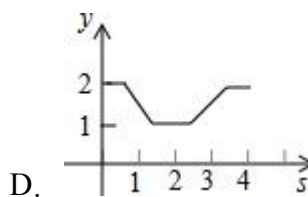
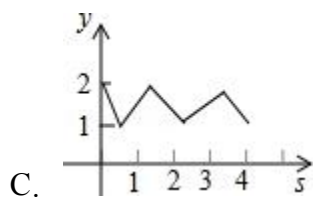
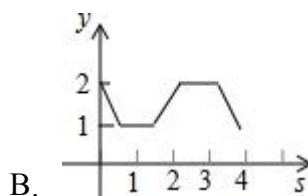
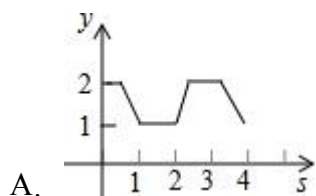
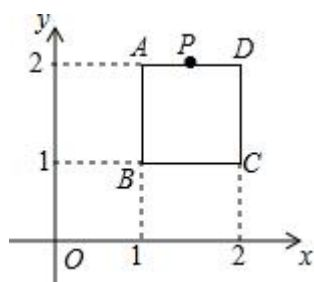
C、这组数据的平均数 $(25+30 \times 2+40 \times 4+50 \times 2+60) \div 10=40.5$, 故本选项错误;

D、这组数据的极差是: $60-25=35$, 故本选项错误;

故选 A.

【点评】 此题考查了中位数、众数、加权平均数和极差, 掌握中位数、众数、加权平均数和极差的定义和计算公式是本题的关键; 中位数是将一组数据从小到大 (或从大到小) 重新排列后, 最中间的那个数 (或最中间两个数的平均数), 叫做这组数据的中位数; 众数是一组数据中出现次数最多的数; 求极差的方法是用一组数据中的最大值减去最小值.

15. (3 分) (2014 年黑龙江龙东地区) 如图, 在平面直角坐标系中, 边长为 1 的正方形 ABCD 中, AD 边的中点处有一动点 P, 动点 P 沿 $P \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow P$ 运动一周, 则 P 点的纵坐标 y 与点 P 走过的路程 s 之间的函数关系用图象表示大致是 ()



【考点】 动点问题的函数图象.

【分析】 将动点 P 的运动过程划分为 PD、DC、CB、BA、AP 共 5 个阶段，分别进行分析，最后得出结论.

【解答】 解：动点 P 运动过程中：

- ①当 $0 \leq s \leq \frac{1}{2}$ 时，动点 P 在线段 PD 上运动，此时 $y=2$ 保持不变；
- ②当 $\frac{1}{2} < s \leq \frac{3}{2}$ 时，动点 P 在线段 DC 上运动，此时 y 由 2 到 1 逐渐减少；
- ③当 $\frac{3}{2} < s \leq \frac{5}{2}$ 时，动点 P 在线段 CB 上运动，此时 $y=1$ 保持不变；
- ④当 $\frac{5}{2} < s \leq \frac{7}{2}$ 时，动点 P 在线段 BA 上运动，此时 y 由 1 到 2 逐渐增大；
- ⑤当 $\frac{7}{2} < s \leq 4$ 时，动点 P 在线段 AP 上运动，此时 $y=2$ 保持不变.

结合函数图象，只有 D 选项符合要求.

故选 D.

【点评】 本题考查了动点运动过程中的函数图象. 把运动过程分解，进行分类讨论是解题的关键.

16. (3 分) (2014 年黑龙江龙东地区) 已知关于 x 的分式方程 $\frac{m}{x-1} + \frac{3}{1-x} = 1$ 的解是非负数, 则 m 的取值范围是 ()

- A. $m > 2$ B. $m \geq 2$ C. $m \geq 2$ 且 $m \neq 3$ D. $m > 2$ 且 $m \neq 3$

【考点】 分式方程的解.

专题: 计算题.

【分析】 分式方程去分母转化为整式方程, 求出整式方程的解表示出 x , 根据方程的解为非负数求出 m 的范围即可.

【解答】 解: 分式方程去分母得: $m - 3 = x - 1$,

解得: $x = m - 2$,

由方程的解为非负数, 得到 $m - 2 \geq 0$, 且 $m - 2 \neq 1$,

解得: $m \geq 2$ 且 $m \neq 3$.

故选 C

【点评】 此题考查了分式方程的解, 时刻注意分母不为 0 这个条件.

17. (3 分) (2014 年黑龙江龙东地区) 一圆锥体形状的水晶饰品, 母线长是 10cm, 底面圆的直径是 5cm, 点 A 为圆锥底面圆周上一点, 从 A 点开始绕圆锥侧面缠一圈彩带回到 A 点, 则彩带最少用多少厘米 (接口处重合部分忽略不计) ()

- A. 10π cm B. $10\sqrt{2}$ cm C. 5π cm D. $5\sqrt{2}$ cm

【考点】 平面展开-最短路径问题; 圆锥的计算.

【分析】 利用圆锥侧面展开图的弧长等于底面圆的周长, 进而得出扇形圆心角的度数, 再利用勾股定理求出 AA' 的长.

【解答】 解: 由题意可得出: $OA = OA' = 10$ cm,

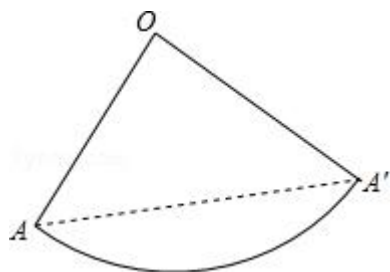
$$\widehat{AA'} = \frac{n\pi \times 10}{180} = 5\pi,$$

解得: $n = 90^\circ$,

$$\therefore \angle AOA' = 90^\circ,$$

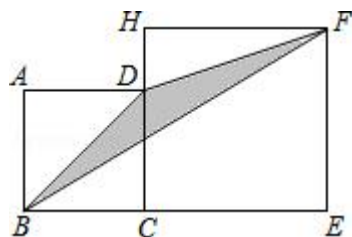
$$\therefore AA' = \sqrt{OA^2 + OA'^2} = 10\sqrt{2} \text{ (cm)},$$

故选：B.



【点评】 此题主要考查了平面展开图的最短路径问题，得出 $\angle AOA'$ 的度数是解题关键.

18. (3 分) (2014 年黑龙江龙东地区) 如图，正方形 ABCD 的边长为 2，H 在 CD 的延长线上，四边形 CEFH 也为正方形，则 $\triangle DBF$ 的面积为 ()



A. 4

B. $\sqrt{2}$

C. $2\sqrt{2}$

D. 2

【考点】 整式的混合运算.

专题： 计算题.

【分析】 设正方形 CEFH 边长为 a，根据图形表示出阴影部分面积，去括号合并即可得到结果.

【解答】 解：设正方形 CEFH 的边长为 a，

$$\text{根据题意得：} S_{\triangle DBF} = 4 + a^2 - \frac{1}{2} \times 4 - \frac{1}{2}a(a-2) - \frac{1}{2}a(a+2) = 2 + a^2 - \frac{1}{2}a^2 + a - \frac{1}{2}a^2 -$$

$$a = 2,$$

故选 D

【点评】 此题考查了整式的混合运算，熟练掌握运算是解本题的关键.

19. (3分) (2014年黑龙江龙东地区) 今年学校举行足球联赛, 共赛17轮 (即每队均需参赛17场), 记分办法是: 胜1场得3分, 平1场得1分, 负1场得0分. 在这次足球比赛中, 小虎足球队得16分, 且踢平场数是所负场数的整数倍, 则小虎足球队所负场数的情况有 ()

- A. 2种 B. 3种 C. 4种 D. 5种

【考点】二元一次方程的应用.

【分析】依题意建立方程组, 解方程组从而用 k (整数) 表示负场数 $z = \frac{35}{2k+3}$,

因为 z 为整数, 即 $2k+3$ 为 35 的正约分, 据此求得 z 、 k 的值.

【解答】解: 设小虎足球队胜了 x 场, 平了 y 场, 负了 z 场, 依题意得

$$\begin{cases} x+y+z=17 & \text{①} \\ 3x+y=16 & \text{②} \\ y=kz & \text{③} \end{cases},$$

把③代入①②得 $\begin{cases} x+(k+1)z=11 \\ 3x+kz=16 \end{cases}$,

解得 $z = \frac{35}{2k+3}$ (k 为整数).

又 $\because z$ 为正整数,

$\therefore$ 当 $k=1$ 时, $z=7$;

当 $k=2$ 时, $z=5$;

当 $k=16$ 时, $z=1$.

综上所述, 小虎足球队所负场数的情况有 3 种情况.

故选: B.

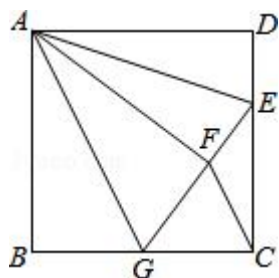
【点评】本题考查了二元一次方程组的应用. 解答方程组是个难点, 用了换元法.

20. (3分) (2014年黑龙江龙东地区) 如图, 正方形 ABCD 中, $AB=6$, 点 E 在边 CD 上, 且 $CD=3DE$. 将 $\triangle ADE$ 沿 AE 对折至 $\triangle AFE$, 延长 EF 交边 BC 于点 G, 连接 AG、CF. 则下列结论:

① $\triangle ABG \cong \triangle AFG$; ② $BG=CG$; ③ $AG \parallel CF$; ④ $S_{\triangle EGC}=S_{\triangle AFE}$;

⑤ $\angle AGB + \angle AED = 145^\circ$.

其中正确的个数是 ()



A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

【考点】翻折变换（折叠问题）；全等三角形的判定与性质；正方形的性质.

【分析】根据翻折变换的性质和正方形的性质可证 $\text{Rt}\triangle ABG \cong \text{Rt}\triangle AFG$ ；在直角 $\triangle ECG$ 中，根据勾股定理可证 $BG=GC$ ；通过证明

$\angle AGB = \angle AGF = \angle GFC = \angle GCF$ ，由平行线的判定可得 $AG \parallel CF$ ；分别求出 $S_{\triangle EGC}$

与 $S_{\triangle AFE}$ 的面积比较即可；求得 $\angle GAF = 45^\circ$ ， $\angle AGB + \angle AED = 180^\circ -$

$\angle GAF = 135^\circ$.

【解答】解：①正确.

理由：

$\because AB=AD=AF$ ， $AG=AG$ ， $\angle B = \angle AFG = 90^\circ$ ，

$\therefore \text{Rt}\triangle ABG \cong \text{Rt}\triangle AFG$ (HL)；

②正确.

理由：

$EF=DE=\frac{1}{3}CD=2$ ，设 $BG=FG=x$ ，则 $CG=6-x$.

在直角 $\triangle ECG$ 中，根据勾股定理，得 $(6-x)^2 + 4^2 = (x+2)^2$ ，

解得 $x=3$.

$$\therefore BG=3=6-3=GC;$$

③正确.

理由:

$$\because CG=BG, \quad BG=GF,$$

$$\therefore CG=GF,$$

$$\therefore \triangle FGC \text{ 是等腰三角形, } \angle GFC=\angle GCF.$$

$$\text{又} \because \text{Rt}\triangle ABG \cong \text{Rt}\triangle AFG;$$

$$\therefore \angle AGB=\angle AGF, \quad \angle AGB+\angle AGF=2\angle AGB=180^\circ -$$

$$\angle FGC=\angle GFC+\angle GCF=2\angle GFC=2\angle GCF,$$

$$\therefore \angle AGB=\angle AGF=\angle GFC=\angle GCF,$$

$$\therefore AG \parallel CF;$$

④正确.

理由:

$$\because S_{\triangle GCE}=\frac{1}{2}GC \cdot CE=\frac{1}{2} \times 3 \times 4=6,$$

$$\because S_{\triangle AFE}=\frac{1}{2}AF \cdot EF=\frac{1}{2} \times 6 \times 2=6,$$

$$\therefore S_{\triangle EGC}=S_{\triangle AFE};$$

⑤错误.

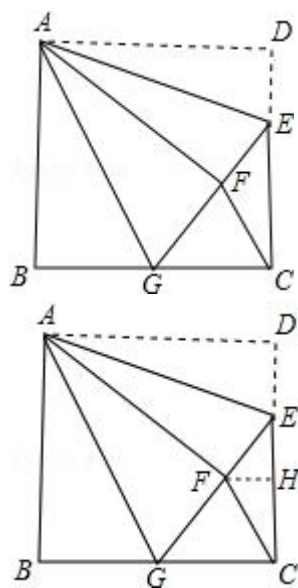
$$\because \angle BAG=\angle FAG, \quad \angle DAE=\angle FAE,$$

$$\text{又} \because \angle BAD=90^\circ,$$

$$\therefore \angle GAF=45^\circ,$$

$$\therefore \angle AGB+\angle AED=180^\circ - \angle GAF=135^\circ.$$

故选: C.



【点评】本题考查了翻折变换的性质和正方形的性质，全等三角形的判定与性质，勾股定理，平行线的判定，三角形的面积计算等知识．此题综合性较强，难度较大，解题的关键是注意数形结合思想与方程思想的应用．

三、解答题（满分 60 分）

21. (5 分) (2014 年黑龙江龙东地区) 先化简，再求值： $\frac{2}{x+1} - \frac{x-2}{x^2-1} \div \frac{x^2-2x}{x^2-2x+1}$ ，

其中 $x=4\cos 60^\circ+1$ ．

【考点】分式的化简求值；特殊角的三角函数值．

专题： 计算题．

【分析】原式第二项利用除法法则变形，约分后两项通分并利用同分母分式的减法法则计算得到最简结果，将 x 的值代入计算即可求出值．

【解答】解：原式 $= \frac{2}{x+1} - \frac{x-2}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{(x-1)^2}{x(x-2)} = \frac{2x-(x-1)}{x(x+1)} = \frac{1}{x}$ ，

当 $x=4\cos 60^\circ+1=3$ 时，原式 $= \frac{1}{3}$ ．

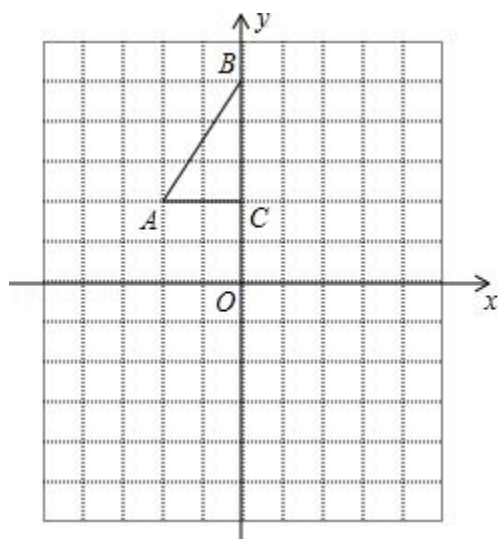
【点评】此题考查了分式的化简求值，熟练掌握运算法则是解本题的关键．

22. (6分) (2014年黑龙江龙东地区) 如图, 方格纸中每个小正方形的边长都是1个单位长度, $\text{Rt}\triangle ABC$ 的三个顶点 $A(-2, 2)$, $B(0, 5)$, $C(0, 2)$.

(1) 将 $\triangle ABC$ 以点 C 为旋转中心旋转 180° , 得到 $\triangle A_1B_1C$, 请画出 $\triangle A_1B_1C$ 的图形.

(2) 平移 $\triangle ABC$, 使点 A 的对应点 A_2 坐标为 $(-2, -6)$, 请画出平移后对应的 $\triangle A_2B_2C_2$ 的图形.

(3) 若将 $\triangle A_1B_1C$ 绕某一点旋转可得到 $\triangle A_2B_2C_2$, 请直接写出旋转中心的坐标.



【考点】 作图-旋转变换; 作图-平移变换.

【分析】 (1) 利用旋转的性质得出对应点坐标进而得出答案;

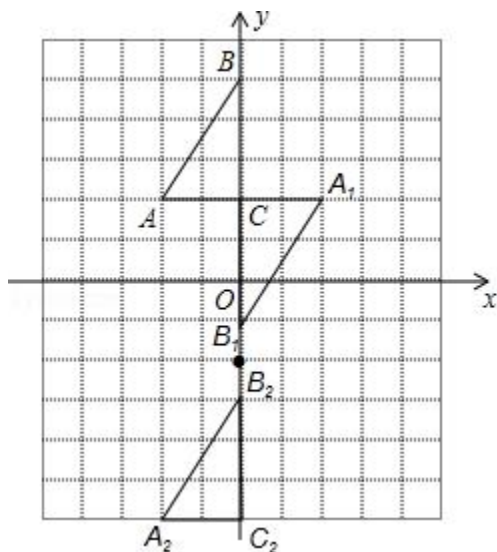
(2) 利用平移规律得出对应点位置, 进而得出答案;

(3) 利用旋转图形的性质, 连接对应点, 即可得出旋转中心的坐标.

【解答】 解: (1) 如图所示: $\triangle A_1B_1C$ 即为所求;

(2) 如图所示: $\triangle A_2B_2C_2$ 即为所求;

(3) 旋转中心坐标 $(0, -2)$.



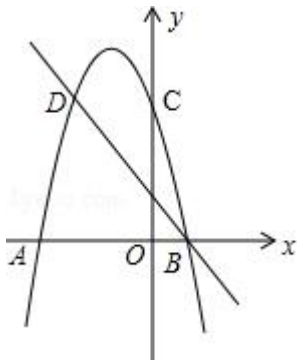
【点评】此题主要考查了旋转的性质以及图形的平移等知识，根据题意得出对应点坐标是解题关键.

23. (6分) (2014年黑龙江龙东地区) 如图，二次函数的图象与 x 轴交于 $A(-3, 0)$ 和 $B(1, 0)$ 两点，交 y 轴于点 $C(0, 3)$ ，点 C 、 D 是二次函数图象上的一对对称点，一次函数的图象过点 B 、 D .

(1) 请直接写出 D 点的坐标.

(2) 求二次函数的解析式.

(3) 根据图象直接写出使一次函数值大于二次函数值的 x 的取值范围.



【考点】抛物线与 x 轴的交点；待定系数法求二次函数解析式；二次函数与不等式 (组).

【分析】 (1) 根据抛物线的对称性来求点 D 的坐标;

(2) 设二次函数的解析式为 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$, a 、 b 、 c 常数), 把点 A、B、C 的坐标分别代入函数解析式, 列出关于系数 a 、 b 、 c 的方程组, 通过解方程组求得它们的值即可;

(3) 根据图象直接写出答案.

【解答】解: (1) $\because$ 如图, 二次函数的图象与 x 轴交于 A $(-3, 0)$ 和 B $(1, 0)$ 两点,

$$\therefore \text{对称轴是 } x = \frac{-3+1}{2} = -1.$$

又点 C $(0, 3)$, 点 C、D 是二次函数图象上的一对对称点,

$$\therefore D(-2, 3);$$

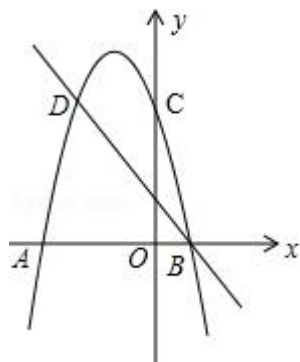
(2) 设二次函数的解析式为 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$, a 、 b 、 c 常数),

$$\text{根据题意得 } \begin{cases} 9a-3b+c=0 \\ a+b+c=0 \\ c=3 \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} a=-1 \\ b=-2 \\ c=3 \end{cases},$$

所以二次函数的解析式为 $y=-x^2-2x+3$;

(3) 如图, 一次函数值大于二次函数值的 x 的取值范围是 $x < -2$ 或 $x > 1$.

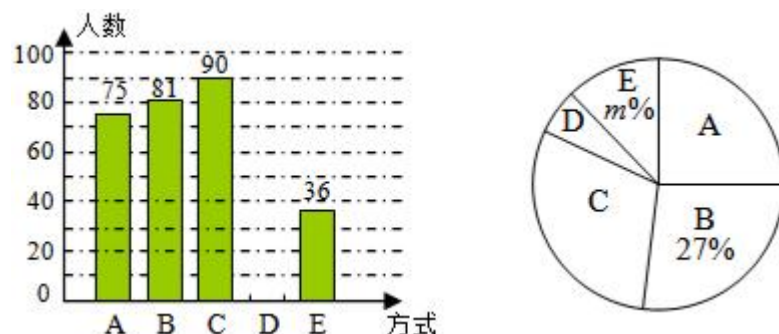


【点评】 本题考查了抛物线与 x 轴的交点，待定系数法求二次函数解析式以及二次函数与不等式组. 解题时，要注意数形结合数学思想的应用. 另外，利用待定系数法求二次函数解析式时，也可以采用顶点式方程.

24. (7 分) (2014 年黑龙江龙东地区) 为了更好地宣传“开车不喝酒，喝酒不开车”的驾车理念，某市一家报社设计了如下的调查问卷 (单选). 在随机调查了本市全部 5000 名司机中的部分司机后，整理相关数据并制作了右侧两个不完整的统计图：

克服酒驾 -- 你认为哪一种方式更好？

- A. 司机酒驾，乘客有责，让乘客帮助监督
- B. 在车上张贴“请勿喝酒”的提醒标志
- C. 签订“永不酒驾”保证书
- D. 希望交警加大检查力度
- E. 查出酒驾，追究就餐饭店的连带责任



根据以上信息解答下列问题：

- (1) 请补全条形统计图，并直接写出扇形统计图中 $m = \underline{12}$ ；
- (2) 该市支持选项 B 的司机大约有多少人？
- (3) 若要从该市支持选项 B 的司机中随机抽取 100 名，给他们发放“请勿酒驾”的提醒标志，则支持该选项的司机小李被抽中的概率是多少？

【考点】 条形统计图；用样本估计总体；扇形统计图；概率公式.

【分析】 (1) 根据选择方式 B 的有 81 人，占总数的 27%，即可求得总人数，利用总人数减去其它各组的人数即可求得选择方式 D 的人数，作出直方图，然后根据百分比的意义求得 m 的值；

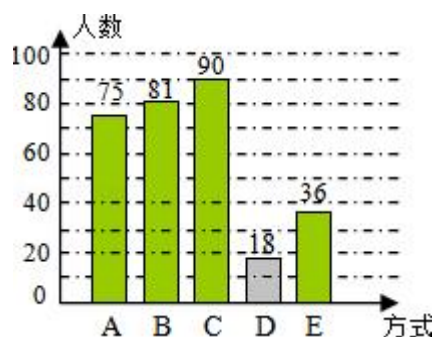
(2) 利用总人数 5000 乘以对应的百分比即可求得；

(3) 利用概率公式即可求解.

【解答】 解：(1) 调查的总人数是： $81 \div 27\% = 300$ (人)，
则选择 D 方式的人数 $300 - 75 - 81 - 90 - 36 = 18$ (人)，

$$m = \frac{36}{300} \times 100 = 12.$$

补全条形统计图如下：



(2) 该市支持选项 B 的司机大约有： $27\% \times 5000 = 1350$ (人)；

(3) 小李抽中的概率 $P = \frac{100}{1350} = \frac{2}{27}$.

【点评】 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小.

25. (8 分) (2014 年黑龙江龙东地区) 一列快车从甲地匀速驶往乙地，一列慢车从乙地匀速驶往甲地，两车同时出发. 不久，第二列快车也从甲地发往乙地，速度与第一列快车相同. 在第一列快车与慢车相遇 30 分后，第二列快车与慢车相遇. 设慢车行驶的时间为 x (单位：时)，慢车与第一、第二列快车之间的距离 y (单位：千米) 与 x (单位：时) 之间的函数关系如图 1、图 2，根据图象信息解答下列问题：

(1) 甲、乙两地之间的距离为 900 千米.

(2) 求图 1 中线段 CD 所表示的 y 与 x 之间的函数关系式, 并写出自变量 x 的取值范围.

(3) 请直接在图 2 中的 () 内填上正确的数.

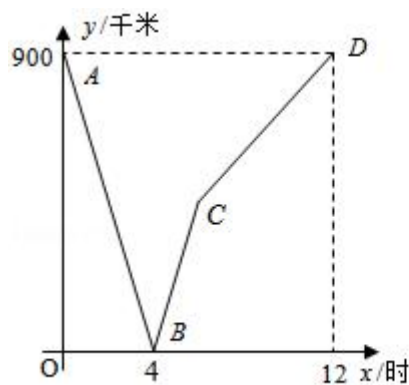


图 1

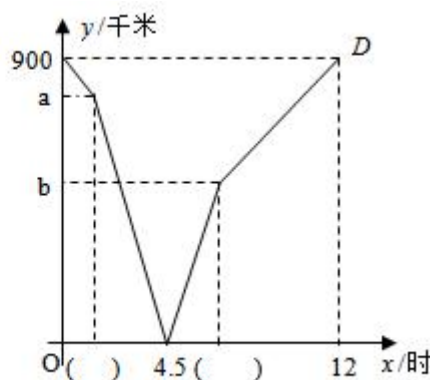


图 2

【考点】 一次函数的应用.

【分析】 (1) 由函数图象可以直接得出甲、乙两地之间的距离为 900 千米;

(2) 先由条件可以得出慢车走完全程的时间, 就可以求出慢车的速度, 进而求出快车的速度就可以求出快车的速度而得出 C 的坐标, 由待定系数法求出结论;

(3) 根据慢车的速度和时间求出第二辆慢车与慢车相遇时慢车行驶的路程, 就可以求出第二辆快车行驶的时间, 就可以得出第二辆快车晚出发的时间, 进而就可以得出结论.

【解答】 解: (1) 由函数图象得:

甲、乙两地之间的距离为 900 千米,

故答案为: 900;

(2) 由题意, 得

慢车速度为 $900 \div 12 = 75$ 千米/时,

快车速度 + 慢车速度 = $900 \div 4 = 225$ 千米/时,

快车速度 = $225 - 75 = 150$ 千米/时

快车走完全程时间为 $900 \div 150 = 6$ 小时

快车到达时慢车与快车相距 $6 \times 75 = 450$ 千米

$\therefore C(6, 450)$.

设 $y_{CD} = kx + b$ ($k \neq 0$, k 、 b 为常数)

把 $(6, 450)$ $(12, 900)$ 代入 $y_{CD} = kx + b$ 中, 有

$$\begin{cases} 12k + b = 900 \\ 6k + b = 450 \end{cases},$$

解得: $\begin{cases} k = 75 \\ b = 0 \end{cases}.$

$\therefore y = 75x$ ($6 \leq x \leq 12$);

(3) 由题意, 得

$$4.5 - (900 - 4.5 \times 75) \div 150 = 0.75,$$

$$4.5 + 6 - (900 - 4.5 \times 75) \div 150 = 6.75.$$

故答案为: 0.75, 6.75.

【点评】 本题考查了一次函数图象的运用, 行程问题的数量关系的运用, 待定系数法求一次函数的解析式的运用, 相遇问题的数量关系的运用, 解答时认真分析一次函数的图象的意义是关键.

26. (8 分) (2014 年黑龙江龙东地区) 已知 $\triangle ABC$ 中, M 为 BC 的中点, 直线 m 绕点 A 旋转, 过 B 、 M 、 C 分别作 $BD \perp m$ 于 D , $ME \perp m$ 于 E , $CF \perp m$ 于 F .

(1) 当直线 m 经过 B 点时, 如图 1, 易证 $EM = \frac{1}{2}CF$. (不需证明)

(2) 当直线 m 不经过 B 点, 旋转到如图 2、图 3 的位置时, 线段 BD 、 ME 、 CF 之间有怎样的数量关系? 请直接写出你的猜想, 并选择一种情况加以证明.

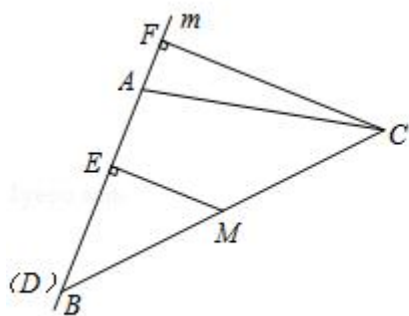


图 1

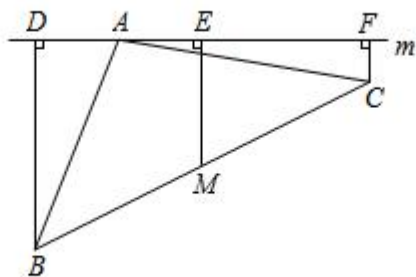


图 2

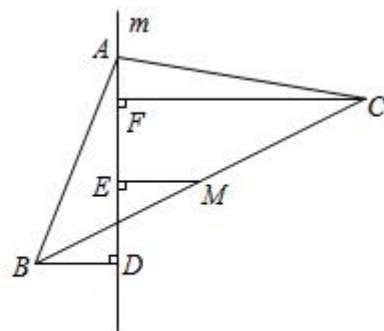


图 3

【考点】 旋转的性质；全等三角形的判定与性质；梯形中位线定理.

【分析】 (1) 利用垂直于同一直线的两条直线平行得出 $ME \parallel CF$ ，进而利用中位线的性质得出即可；

(2) 根据题意得出图 2 的结论为: $ME = \frac{1}{2} (BD + CF)$ ，图 3 的结论为: $ME = \frac{1}{2} (CF - BD)$ ，进而利用 $\triangle DBM \cong \triangle KCM$ (ASA)，即可得出 $DB = CK$ $DM = MK$ 即可得出答案.

【解答】 解: (1) 如图 1,

$\because ME \perp m$ 于 E, $CF \perp m$ 于 F,

$\therefore ME \parallel CF$,

$\because M$ 为 BC 的中点,

$\therefore E$ 为 BF 中点,

$\therefore ME$ 是 $\triangle BFC$ 的中位线,

$\therefore EM = \frac{1}{2} CF$.

(2) 图 2 的结论为: $ME = \frac{1}{2} (BD + CF)$,

图 3 的结论为: $ME = \frac{1}{2} (CF - BD)$.

图 2 的结论证明如下: 连接 DM 并延长交 FC 的延长线于 K

又 $\because BD \perp m$, $CF \perp m$

$$\therefore BD \parallel CF$$

$$\therefore \angle DBM = \angle KCM$$

在 $\triangle DBM$ 和 $\triangle KCM$ 中

$$\begin{cases} \angle DBM = \angle KCM \\ BM = CM \\ \angle BMD = \angle KMC \end{cases},$$

$$\therefore \triangle DBM \cong \triangle KCM \text{ (ASA)},$$

$$\therefore DB = CK \quad DM = MK$$

$$\text{由题意知: } EM = \frac{1}{2}FK,$$

$$\therefore ME = \frac{1}{2}(CF + CK) = \frac{1}{2}(CF + DB)$$

图3的结论证明如下: 连接DM并延长交FC于K

$$\text{又} \because BD \perp m, CF \perp m$$

$$\therefore BD \parallel CF$$

$$\therefore \angle MBD = \angle KCM$$

在 $\triangle DBM$ 和 $\triangle KCM$ 中

$$\begin{cases} \angle DBM = \angle KCM \\ BM = CM \\ \angle BMD = \angle KMC \end{cases},$$

$$\therefore \triangle DBM \cong \triangle KCM \text{ (ASA)}$$

$$\therefore DB = CK, DM = MK,$$

$$\text{由题意知: } EM = \frac{1}{2}FK,$$

$$\therefore ME = \frac{1}{2}(CF - CK) = \frac{1}{2}(CF - DB).$$

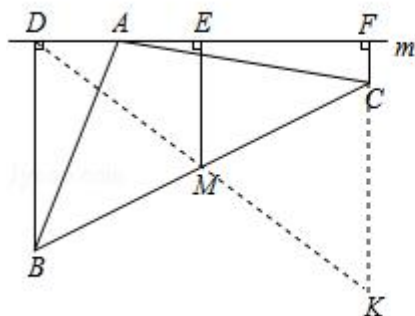


图 2

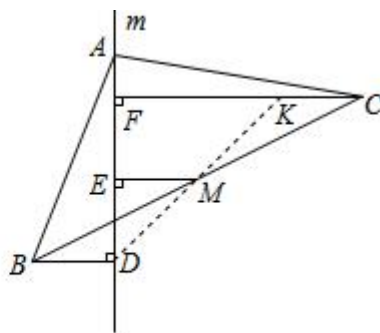


图 3

【点评】此题主要考查了旋转的性质以及全等三角形的判定与性质等知识，得出 $\triangle DBM \cong \triangle KCM$ (ASA) 是解题关键.

27. (10 分) (2014 年黑龙江龙东地区) 我市为改善农村生活条件，满足居民清洁能源的需求，计划为万宝村 400 户居民修建 A、B 两种型号的沼气池共 24 个. 政府出资 36 万元，其余资金从各户筹集. 两种沼气池的型号、修建费用、可供使用户数、占地面积如下表：

沼气池	修建费用 (万元/个)	可供使用户数 (户/个)	占地面积 (平方米/个)
A 型	3	20	10
B 型	2	15	8

政府土地部门只批给该村沼气池用地 212 平方米，设修建 A 型沼气池 x 个，修建两种沼气池共需费用 y 万元.

- (1) 求 y 与 x 之间函数关系式.
- (2) 试问有哪几种满足上述要求的修建方案.
- (3) 要想完成这项工程，每户居民平均至少应筹集多少钱？

【考点】一次函数的应用；一元一次不等式组的应用.

【分析】(1) 由 A 型沼气池 x 个，则 B 型沼气池就是 $(24 - x)$ 个，根据总费用 = 两种不同型号的沼气池的费用之后就可以得出结论；

(2) 由 A 型沼气池 x 个，则 B 型沼气池就是 $(24 - x)$ 个，就有 $10x + 8(24 - x) \leq 212$ 和 $20x + 15(24 - x) \geq 400$ 建立不等式组求出其解即可；

(3) 根据 (1) 一次函数的性质可以得出最小的修建方案，求出总费用就可以求出需要增加的费用，从而可以求出每户应自筹资金.

【解答】解：(1) $y = 3x + 2(24 - x) = x + 48$ ；

(2) 根据题意得

$$\begin{cases} 20x + 15(24 - x) \geq 400 \\ 10x + 8(24 - x) \leq 212 \end{cases},$$

解得： $8 \leq x \leq 10$,

$\because x$ 取非负整数,

$\therefore x$ 等于 8 或 9 或 10,

答：有三种满足上述要求的方案：

修建 A 型沼气池 8 个，B 型沼气池 16 个，

修建 A 型沼气池 9 个，B 型沼气池 15 个，

修建 A 型沼气池 10 个，B 型沼气池 14 个；

$$(3) y = x + 48,$$

$\because k = 1 > 0$,

$\therefore y$ 随 x 的减小而减小,

$\therefore$ 当 $x = 8$ 时, $y_{\text{最小}} = 8 + 48 = 56$ (万元),

$$56 - 36 = 20 \text{ (万元)},$$

$$200000 \div 400 = 500 \text{ (元)},$$

$\therefore$ 每户至少筹集 500 元才能完成这项工程中费用最少的方案.

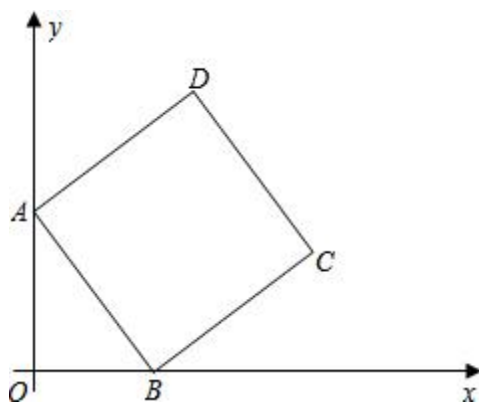
【点评】 此题考查了一次函数的解析式的性质的运用，列一元一次不等式组解实际问题的运用，一元一次不等式组的解法的运用，解答时建立不等式组求出修建方案是关键.

28. (10 分) (2014 年黑龙江龙东地区) 如图，在平面直角坐标系中，正方形 ABCD 的顶点 A 在 y 轴正半轴上，顶点 B 在 x 轴正半轴上，OA、OB 的长分别是一元二次方程 $x^2 - 7x + 12 = 0$ 的两个根 ($OA > OB$).

(1) 求点 D 的坐标.

(2) 求直线 BC 的解析式.

(3) 在直线 BC 上是否存在点 P，使 $\triangle PCD$ 为等腰三角形？若存在，请直接写出点 P 的坐标；若不存在，说明理由.



【考点】一次函数综合题.

专题：压轴题.

【分析】 (1) 解一元二次方程求出 OA、OB 的长度，过点 D 作 $DE \perp y$ 于点 E，根据正方形的性质可得 $AD=AB$ ， $\angle DAB=90^\circ$ ，然后求出 $\angle ABO=\angle DAE$ ，然后利用“角角边”证明 $\triangle DAE$ 和 $\triangle ABO$ 全等，根据全等三角形对应边相等可得 $DE=OA$ ， $AE=OB$ ，再求出 OE，然后写出点 D 的坐标即可；

(2) 过点 C 作 $CM \perp x$ 轴于点 M，同理求出点 C 的坐标，设直线 BC 的解析式为 $y=kx+b$ ($k \neq 0$ ， k 、 b 为常数)，然后利用待定系数法求一次函数解析式解答；

(3) 根据正方形的性质，点 P 与点 B 重合时， $\triangle PCD$ 为等腰三角形；点 P 为点 B 关于点 C 的对称点时， $\triangle PCD$ 为等腰三角形，然后求解即可.

【解答】 解：(1) $x^2 - 7x + 12 = 0$,

解得 $x_1=3$ ， $x_2=4$,

$\because OA > OB$,

$\therefore OA=4$ ， $OB=3$,

过 D 作 $DE \perp y$ 于点 E,

$\because$ 正方形 ABCD,

$\therefore AD=AB$ ， $\angle DAB=90^\circ$,

$\angle DAE + \angle OAB = 90^\circ$,

$$\angle ABO + \angle OAB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABO = \angle DAE,$$

$$\because DE \perp AE,$$

$$\therefore \angle AED = 90^\circ = \angle AOB,$$

$$\text{在 } \triangle DAE \text{ 和 } \triangle ABO \text{ 中, } \begin{cases} \angle ABO = \angle DAE \\ \angle AED = \angle AOB = 90^\circ \\ AB = AD \end{cases},$$

$$\therefore \triangle DAE \cong \triangle ABO \text{ (AAS)},$$

$$\therefore DE = OA = 4, \quad AE = OB = 3,$$

$$\therefore OE = 7,$$

$$\therefore D(4, 7);$$

(2) 过点 C 作 $CM \perp x$ 轴于点 M,

同上可证得 $\triangle BCM \cong \triangle ABO$,

$$\therefore CM = OB = 3, \quad BM = OA = 4,$$

$$\therefore OM = 7,$$

$$\therefore C(7, 3),$$

设直线 BC 的解析式为 $y = kx + b$ ($k \neq 0$, k 、 b 为常数),

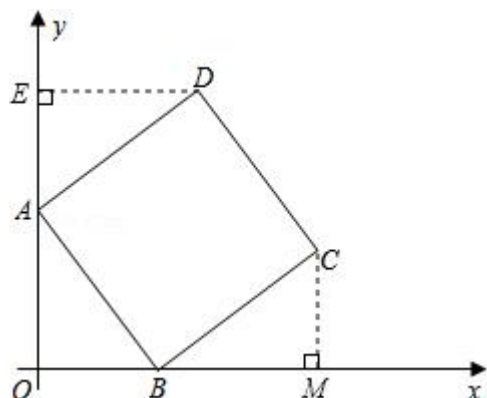
$$\text{代入 } B(3, 0), C(7, 3) \text{ 得, } \begin{cases} 7k + b = 3 \\ 3k + b = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} k = \frac{3}{4} \\ b = -\frac{9}{4} \end{cases},$$

$$\therefore y = \frac{3}{4}x - \frac{9}{4};$$

(3) 存在.

点 P 与点 B 重合时, $P_1 (3, 0)$,
点 P 与点 B 关于点 C 对称时, $P_2 (11, 6)$.



【点评】本题是一次函数综合题型, 主要利用了解一元二次方程, 正方形的性质, 全等三角形的判定与性质, 待定系数法求一次函数解析式, 等腰直角三角形的判定与性质, (1) 作辅助线构造出全等三角形是解题的关键, 也是本题的难点.