

2014 年黑龙江省齐齐哈尔市中考数学试卷

一、单项选择题（每小题 3 分，满分 30 分）

1. (3 分) (2014•齐齐哈尔) 下列各式计算正确的是 ()

- A. $a^4 \cdot a^3 = a^{12}$ B. $3a \cdot 4a = 12a$ C. $(a^3)^4 = a^{12}$ D. $a^{12} \div a^3 = a^4$

2. (3 分) (2014•齐齐哈尔) 下列英文字母既是中心对称图形又是轴对称图形的是 ()

- A. **N** B. **D** C. **W** D. **O**

3. (3 分) (2014•齐齐哈尔) 现测得齐齐哈尔市扎龙自然保护区六月某五天的最高气温分别为 27、30、27、32、34 (单位: $^{\circ}\text{C}$), 这组数据的众数和中位数分别是 ()

- A. 34、27 B. 27、30 C. 27、34 D. 30、27

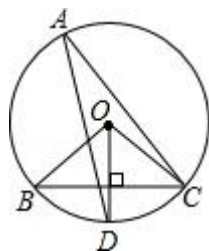
4. (3 分) (2014•齐齐哈尔) 将一张面值 100 元的人民币, 兑换成 10 元或 20 元的零钱, 兑换方案有 ()

- A. 6 种 B. 7 种 C. 8 种 D. 9 种

5. (3 分) (2014•齐齐哈尔) 关于 x 的分式方程 $\frac{2x-a}{x+1} = 1$ 的解为正数, 则字母 a 的取值范围为 ()

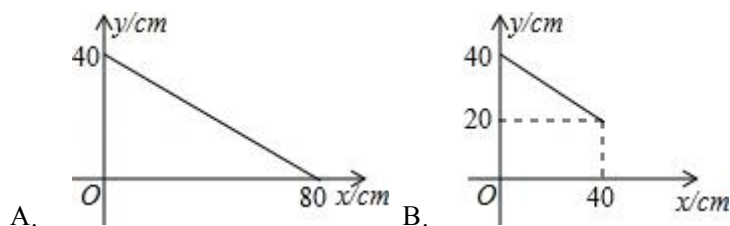
- A. $a \geq -1$ B. $a > -1$ C. $a \leq -1$ D. $a < -1$

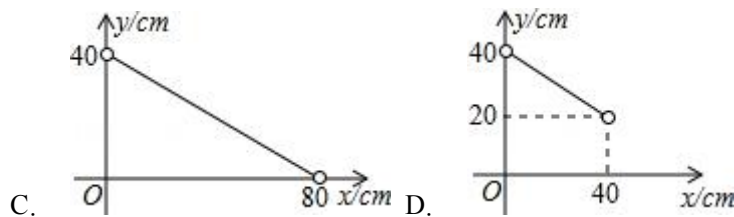
6. (3 分) (2014•齐齐哈尔) 如图, 在 $\odot O$ 中, $OD \perp BC$, $\angle BOD = 60^{\circ}$, 则 $\angle CAD$ 的度数等于 ()



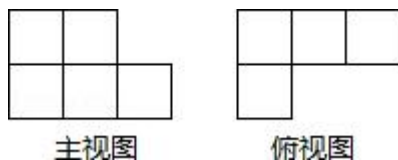
- A. 15° B. 20° C. 25° D. 30°

7. (3 分) (2014•齐齐哈尔) 若等腰三角形的周长是 80cm, 则能反映这个等腰三角形的腰长 $y\text{cm}$ 与底边长 $x\text{cm}$ 的函数关系式的图象是 ()



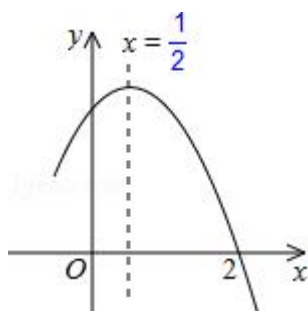


8. (3分) (2014•齐齐哈尔) 如图, 由几个相同的小正方体搭成的几何体的主视图和俯视图, 组成这个几何体的小正方体的个数是 ()



- A. 5个或6个 B. 6个或7个 C. 7个或8个 D. 8个或9个

9. (3分) (2014•齐齐哈尔) 如图, 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 图象的一部分, 对称轴为直线 $x=$, 且经过点 $(2, 0)$, 下列说法: ① $abc < 0$; ② $a+b=0$; ③ $4a+2b+c < 0$; ④若 $(-2, y_1)$, (y_2) 是抛物线上的两点, 则 $y_1 < y_2$, 其中说法正确的是 ()

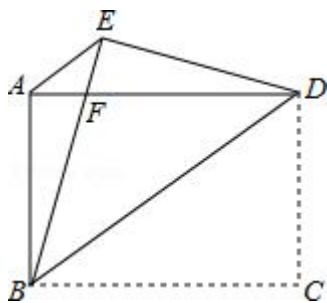


- A. ①②④ B. ③④ C. ①③④ D. ①②

10. (3分) (2014•齐齐哈尔) 如图, 四边形 ABCD 是矩形, $AB=6\text{cm}$, $BC=8\text{cm}$, 把矩形沿直线 BD 折叠, 点 C 落在点 E 处, BE 与 AD 相交于点 F, 连接 AE, 下列结论:

- ① $\triangle FED$ 是等腰三角形; ②四边形 ABDE 是等腰梯形; ③图中共有 6 对全等三角形; ④四边形 BCDF 的周长为 $\frac{53}{2}\text{cm}$; ⑤AE 的长为 $\frac{14}{5}\text{cm}$.

其中结论正确的个数为 ()



A. 2 个

B. 3 个

C. 4 个

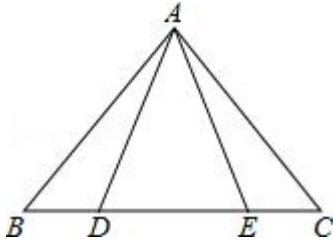
D. 5 个

二、填空题 (每小题 3 分, 满分 30 分)

11. (3 分) (2014•齐齐哈尔) 财政部近日公开的情况显示, 2014 年中央本级“三公”经费财政拨款预算比去年年初预算减少 8.18 亿元, 用科学记数法表示 8.18 亿元为_____.

12. (3 分) (2014•齐齐哈尔) 在函数 $y = \frac{\sqrt{2x-1}}{x-3}$ 中, 自变量 x 的取值范围是_____.

13. (3 分) (2014•齐齐哈尔) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 点 D 、 E 在 BC 上, 要使 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$, 则只需添加一个适当的条件是_____. (只填一个即可)



14. (3 分) (2014•齐齐哈尔) 已知 $x^2 - 2x = 5$, 则代数式 $2x^2 - 4x - 1$ 的值为_____.

15. (3 分) (2014•齐齐哈尔) 从 2、3、4 这三个数字中任取两个数字组成一个两位数, 其中能被 3 整除的两位数的概率是_____.

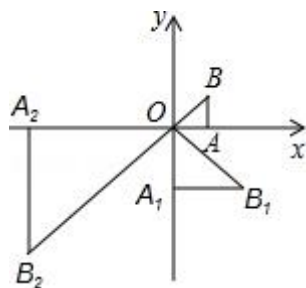
16. (3 分) (2014•齐齐哈尔) 用一个圆心角为 240° 半径为 6 的扇形做一个圆锥的侧面, 则这个圆锥底面半径为_____.

17. (3 分) (2014•齐齐哈尔) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, CD 是斜边 AB 上的中线, $CD = 4$, $AC = 6$, 则 $\sin B$ 的值是_____.

18. (3 分) (2014•齐齐哈尔) 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 P 到 x 轴的距离为 3 个单位长度, 到原点 O 的距离为 5 个单位长度, 则经过点 P 的反比例函数的解析式为_____.

19. (3 分) (2014•齐齐哈尔) 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 2cm, 以 CD 为边作等边三角形 CDE , 则 $\triangle ABE$ 的面积为_____ cm^2 .

20. (3 分) (2014•齐齐哈尔) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 有一个等腰直角三角形 AOB , $\angle OAB = 90^\circ$, 直角边 AO 在 x 轴上, 且 $AO = 1$. 将 $\text{Rt}\triangle AOB$ 绕原点 O 顺时针旋转 90° 得到等腰直角三角形 A_1OB_1 , 且 $A_1O = 2AO$, 再将 $\text{Rt}\triangle A_1OB_1$ 绕原点 O 顺时针旋转 90° 得到等腰三角形 A_2OB_2 , 且 $A_2O = 2A_1O$..., 依此规律, 得到等腰直角三角形 $A_{2014}OB_{2014}$, 则点 A_{2014} 的坐标为_____.

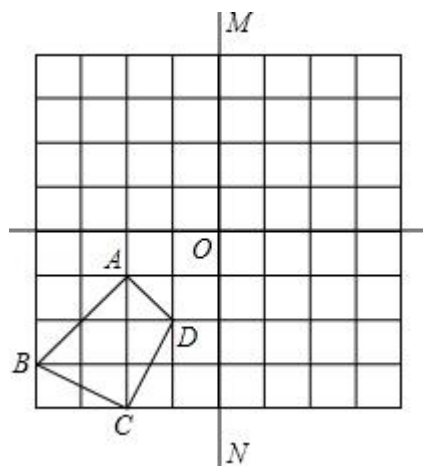


三、解答题 (满分 60 分)

21. (5 分) (2014•齐齐哈尔) 先化简, 再求值: $(\frac{x}{x-2} - \frac{x}{x+2}) \div \frac{4x}{x-2}$, 其中 $x = -1$.

22. (6 分) (2014•齐齐哈尔) 如图, 在四边形 ABCD 中,

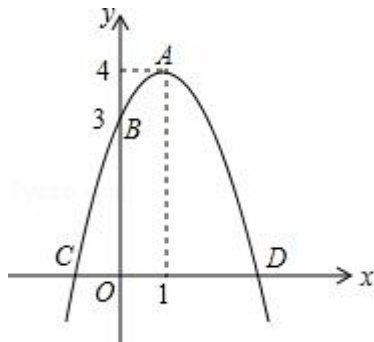
- (1) 画出四边形 $A_1B_1C_1D_1$, 使四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 与四边形 ABCD 关于直线 MN 成轴对称;
- (2) 画出四边形 $A_2B_2C_2D_2$, 使四边形 $A_2B_2C_2D_2$ 与四边形 ABCD 关于点 O 中心对称;
- (3) 四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 与四边形 $A_2B_2C_2D_2$ 是否对称, 若对称请在图中画出对称轴或对称中心.



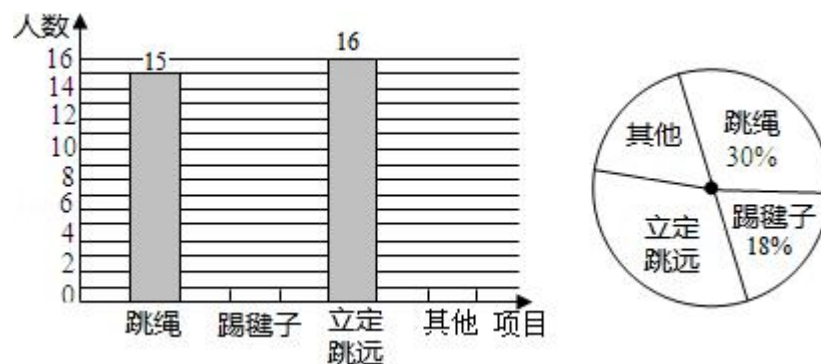
23. (6分) (2014•齐齐哈尔) 如图, 已知抛物线的顶点为 $A(1, 4)$, 抛物线与 y 轴交于点 $B(0, 3)$, 与 x 轴交于 C 、 D 两点, 点 P 是 x 轴上的一个动点.

(1) 求此抛物线的解析式;

(2) 当 $PA+PB$ 的值最小时, 求点 P 的坐标.



24. (7分) (2014•齐齐哈尔) 在大课间活动中, 同学们积极参加体育锻炼, 小龙在全校随机抽取一部分同学就“我最喜爱的体育项目”进行了一次抽样调查, 下面是他通过收集的数据绘制的两幅不完整的统计图, 请你根据图中提供的信息, 解答下列问题:



(1) 小龙共抽取_____名学生;

(2) 补全条形统计图;

(3) 在扇形统计图中, “立定跳远”部分对应的圆心角的度数是_____度;

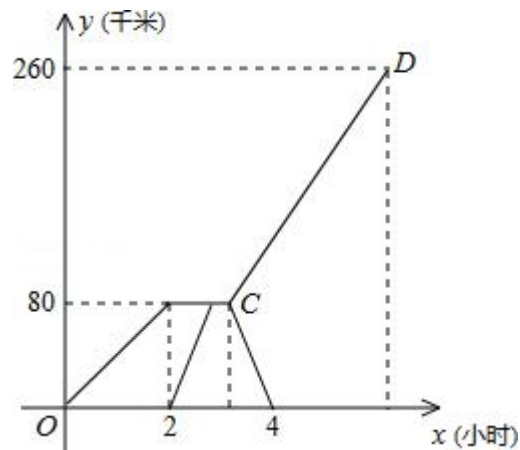
(4) 若全校共 2130 名学生, 请你估算“其他”部分的学生人数.

25. (8分) (2014•齐齐哈尔) 已知, A、B 两市相距 260 千米, 甲车从 A 市前往 B 市运送物资, 行驶 2 小时在 M 地汽车出现故障, 立即通知技术人员乘乙车从 A 市赶来维修 (通知时间忽略不计), 乙车到达 M 地后又经过 20 分钟修好甲车后以原速原路返回, 同时甲车以原速 1.5 倍的速度前往 B 市, 如图是两车距 A 市的路程 y (千米) 与甲车行驶时间 x (小时) 之间的函数图象, 结合图象回答下列问题:

(1) 甲车提速后的速度是_____千米/时, 乙车的速度是_____千米/时, 点 C 的坐标为_____;

(2) 求乙车返回时 y 与 x 的函数关系式并写出自变量 x 的取值范围;

(3) 求甲车到达 B 市时乙车已返回 A 市多长时间?



26. (8 分) (2014•齐齐哈尔) 在等腰直角三角形 ABC 中, $\angle BAC=90^\circ$, $AB=AC$, 直线 MN 过点 A 且 $MN \parallel BC$, 过点 B 为一锐角顶点作 $Rt\triangle BDE$, $\angle BDE=90^\circ$, 且点 D 在直线 MN 上 (不与点 A 重合), 如图 1, DE 与 AC 交于点 P , 易证: $BD=DP$. (无需写证明过程)

(1) 在图 2 中, DE 与 CA 延长线交于点 P , $BD=DP$ 是否成立? 如果成立, 请给予证明; 如果不成立, 请说明理由;

(2) 在图 3 中, DE 与 AC 延长线交于点 P , BD 与 DP 是否相等? 请直接写出你的结论, 无需证明.

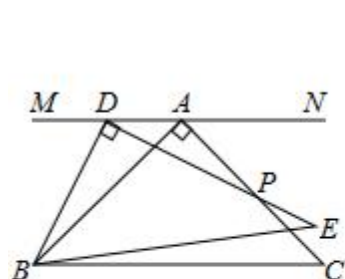


图1

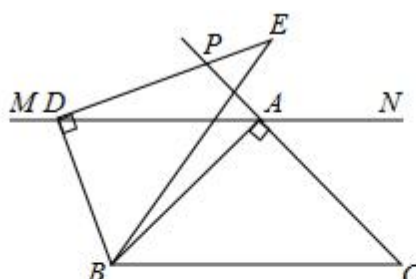


图2

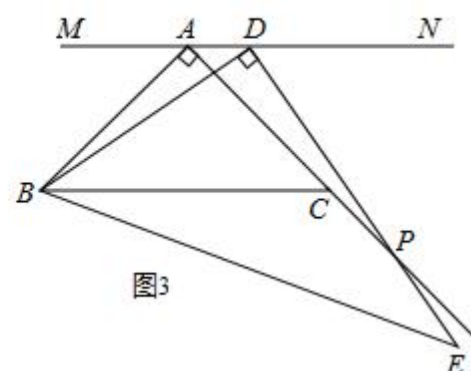


图3

27. (10 分) (2014•齐齐哈尔) 某工厂计划生产 A、B 两种产品共 60 件, 需购买甲、乙两种材料, 生产一件 A 产品需甲种材料 4 千克, 乙种材料 1 千克; 生产一件 B 产品需甲、乙两种材料各 3 千克, 经测算, 购买甲、乙两种材料各 1 千克共需资金 60 元; 购买甲种材料 2 千克和乙种材料 3 千克共需资金 155 元.

(1) 甲、乙两种材料每千克分别是多少元?

(2) 现工厂用于购买甲、乙两种材料的资金不超过 9900 元, 且生产 B 产品不少于 38 件, 问符合生产条件的生产方案有哪几种?

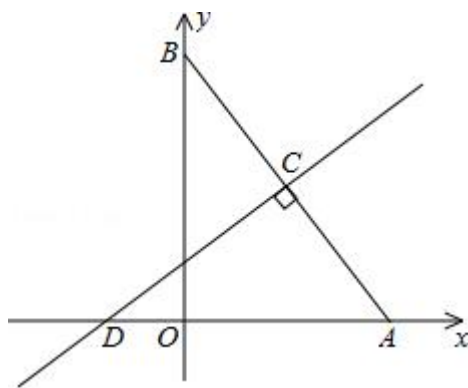
(3) 在 (2) 的条件下, 若生产一件 A 产品需加工费 40 元, 若生产一件 B 产品需加工费 50 元, 应选择哪种生产方案, 使生产这 60 件产品的成本最低? (成本=材料费+加工费)

28. (10 分) (2014•齐齐哈尔) 如图, 在平面直角坐标系中, 已知 $R\triangle AOB$ 的两直角边 OA 、 OB 分别在 x 轴、 y 轴的正半轴上 ($OA < OB$), 且 OA 、 OB 的长分别是一元二次方程 $x^2 - 14x + 48 = 0$ 的两个根. 线段 AB 的垂直平分线 CD 交 AB 于点 C , 交 x 轴于点 D , 点 P 是直线 CD 上一个动点, 点 Q 是直线 AB 上一个动点.

(1) 求 A 、 B 两点的坐标;

(2) 求直线 CD 的解析式;

(3) 在坐标平面内是否存在点 M , 使以点 C 、 P 、 Q 、 M 为顶点的四边形是正方形, 且该正方形的边长为 AB 长? 若存在, 请直接写出点 M 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



2014 年黑龙江省齐齐哈尔市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、单项选择题（每小题 3 分，满分 30 分）

1. (3 分) (2014•齐齐哈尔) 下列各式计算正确的是 ()

- A. $a^4 \cdot a^3 = a^{12}$ B. $3a \cdot 4a = 12a$ C. $(a^3)^4 = a^{12}$ D. $a^{12} \div a^3 = a^4$

考点: 同底数幂的除法; 同底数幂的乘法; 幂的乘方与积的乘方; 单项式乘单项式.

分析: 根据同底数幂的乘法, 可判断 A、B, 根据幂的乘方, 可判断 C, 根据同底数幂的除法, 可判断 D.

解答: 解: A、底数不变指数相加, 故 A 错误;

B、底数不变指数相加, 故 B 错误;

C、底数不变指数相乘, 故 C 正确;

D、底数不变指数相减, 故 D 错误;

故选: C.

点评: 本题考查了同底数幂的除法, 同底数幂的除法底数不变指数相减是解题关键.

2. (3 分) (2014•齐齐哈尔) 下列英文字母既是中心对称图形又是轴对称图形的是 ()

- A.  B.  C.  D. 

考点: 中心对称图形; 轴对称图形.

分析: 根据轴对称图形与中心对称图形的概念结合几何图形的特点进行判断.

解答: 解: A、 $\because$ 此图形旋转 180° 后能与原图形重合, $\therefore$ 此图形是中心对称图形, 不是轴对称图形, 故此选项错误;

B、 $\because$ 此图形旋转 180° 后不能与原图形重合, $\therefore$ 此图形不是中心对称图形, 是轴对称图形, 故此选项错误;

C、此图形旋转 180° 后不能与原图形重合, 此图形不是中心对称图形, 是轴对称图形, 故此选项错误;

D、 $\because$ 此图形旋转 180° 后能与原图形重合, $\therefore$ 此图形是中心对称图形, 也是轴对称图形, 故此选项正确.

故选: D.

点评: 本题考查了中心对称图形与轴对称图形的概念.

(1) 如果一个图形沿着一条直线对折后两部分完全重合, 这样的图形叫做轴对称图形, 这条直线叫做对称轴.

(2) 如果一个图形绕某一点旋转 180° 后能够与自身重合, 那么这个图形就叫做中心对称图形, 这个点叫做对称中心.

3. (3 分) (2014•齐齐哈尔) 现测得齐齐哈尔市扎龙自然保护区六月某五天的最高气温分别为 27、30、27、32、34 (单位: $^\circ\text{C}$), 这组数据的众数和中位数分别是 ()

- A. 34、27 B. 27、30 C. 27、34 D. 30、27

考点: 众数; 中位数.

分析: 根据众数的定义即众数是一组数据中出现次数最多的数和中位数的定义即中位数是将一组数据从小到大 (或从大到小) 重新排列后, 最中间的那个数, 即可得出答案.

解答: 解: 27 出现了 2 次, 出现的次数最多, 则众数是 27;

把这组数据从小到大排列 27, 27, 30, 32, 34, 最中间的数是 30, 则中位数是 30;
故选 B.

点评: 此题考查了众数和中位数, 众数是一组数据中出现次数最多的数, 中位数是将一组数据从小到大 (或从大到小) 重新排列后, 最中间的那个数 (或最中间两个数的平均数), 叫做这组数据的中位数.

4. (3 分) (2014•齐齐哈尔) 将一张面值 100 元的人民币, 兑换成 10 元或 20 元的零钱, 兑换方案有 ()

A. 6 种 B. 7 种 C. 8 种 D. 9 种

考点: 二元一次方程的应用.

分析: 设兑换成 10 元 x 张, 20 元的零钱 y 元, 根据题意可得等量关系: $10 \times x$ 张 + $20 \times y$ 张 = 100 元, 根据等量关系列出方程求整数解即可.

解答: 解: 设兑换成 10 元 x 张, 20 元的零钱 y 元, 由题意得:

$$10x + 20y = 100,$$

整理得: $x + 2y = 10$,

方程组的整数解为: $\begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$, $\begin{cases} x=4 \\ y=3 \end{cases}$, $\begin{cases} x=6 \\ y=2 \end{cases}$, $\begin{cases} x=8 \\ y=1 \end{cases}$, $\begin{cases} x=10 \\ y=0 \end{cases}$, $\begin{cases} x=0 \\ y=5 \end{cases}$,

因此兑换方案有 6 种,

故选: A.

点评: 此题主要考查了二元一次方程的应用, 关键是正确理解题意, 找出题目中的等量关系, 列出方程.

5. (3 分) (2014•齐齐哈尔) 关于 x 的分式方程 $\frac{2x-a}{x+1} = 1$ 的解为正数, 则字母 a 的取值范围为 ()

A. $a \geq -1$ B. $a > -1$ C. $a \leq -1$ D. $a < -1$

考点: 分式方程的解.

分析: 化为整式方程, 求得 x 的值然后根据解为正数, 求得 a 的范围, 但还应考虑分母 $x+1 \neq 0$ 即 $x \neq -1$.

解答: 解: 分式方程去分母得: $2x - a = x + 1$,

解得: $x = a + 1$,

根据题意得: $a + 1 > 0$ 且 $a + 1 + 1 \neq 0$,

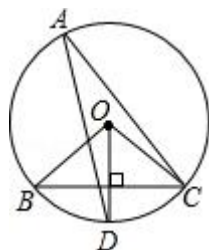
解得: $a > -1$ 且 $a \neq -2$.

即字母 a 的取值范围为 $a > -1$.

故选 B.

点评: 本题考查了分式方程的解, 本题需注意在任何时候都要考虑分母不为 0.

6. (3分) (2014•齐齐哈尔) 如图, 在 $\odot O$ 中, $OD \perp BC$, $\angle BOD = 60^\circ$, 则 $\angle CAD$ 的度数等于 ()



- A. 15° B. 20° C. 25° D. 30°

考点: 圆周角定理; 垂径定理.

分析: 由在 $\odot O$ 中, $OD \perp BC$, 根据垂径定理的即可求得: $\widehat{BD} = \widehat{CD}$, 然后利用圆周角定理求解即可求得答案.

解答: 解: $\because$ 在 $\odot O$ 中, $OD \perp BC$,

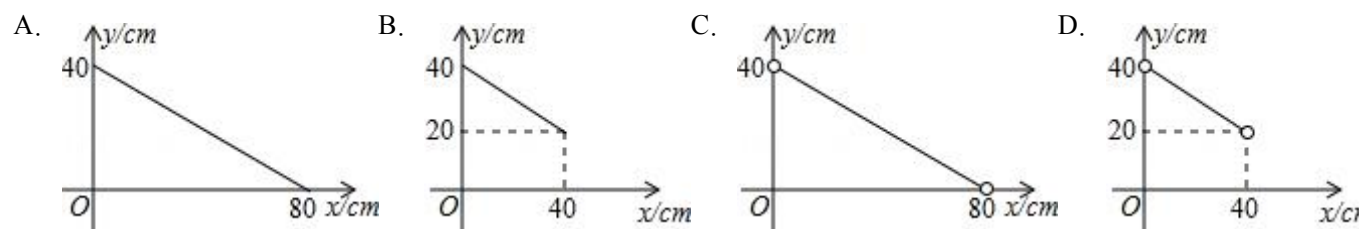
$$\therefore \widehat{BD} = \widehat{CD},$$

$$\therefore \angle CAD = \angle BOD = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ.$$

故选 D.

点评: 此题考查了圆周角定理以及垂径定理. 此题难度不大, 注意掌握数形结合思想的应用.

7. (3分) (2014•齐齐哈尔) 若等腰三角形的周长是 80cm, 则能反映这个等腰三角形的腰长 ycm 与底边长 xcm 的函数关系式的图象是 ()



考点: 一次函数的应用; 一次函数的图象; 等腰三角形的性质.

分析: 根据三角形的周长列式并整理得到 y 与 x 的函数关系式, 再根据三角形的任意两边之和大于第三边, 任意两边之和大于第三边列式求出 x 的取值范围, 即可得解.

解答: 解: 根据题意, $x + 2y = 80$,

$$\text{所以, } y = -\frac{1}{2}x + 40,$$

$$\text{根据三角形的三边关系, } x > y - y = 0,$$

$$x < y + y = 2y,$$

$$\text{所以, } x + x < 80,$$

$$\text{解得 } x < 40,$$

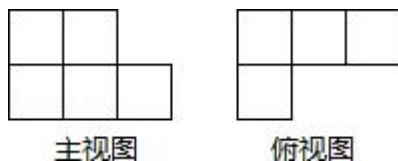
$$\text{所以, } y \text{ 与 } x \text{ 的函数关系式为 } y = -\frac{1}{2}x + 40 \quad (0 < x < 40),$$

只有 D 选项符合.

故选: D.

点评: 本题考查了一次函数的应用, 主要利用了三角形的周长公式, 难点在于利用三角形的三边关系求出底边 x 的取值范围.

8. (3分) (2014•齐齐哈尔) 如图, 由几个相同的小正方体搭成的几何体的主视图和俯视图, 组成这个几何体的小正方体的个数是 ()



- A. 5个或6个 B. 6个或7个 C. 7个或8个 D. 8个或9个

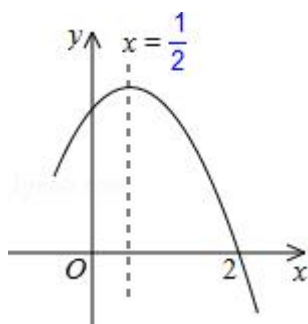
考点: 由三视图判断几何体.

分析: 从俯视图中可以看出最底层小正方体的个数及形状, 从主视图可以看出每一层小正方体的层数和个数, 从而算出总的个数.

解答: 解: 从俯视图可得最底层有4个小正方体, 由主视图可得上面一层是2个或3个小正方体,
则组成这个几何体的小正方体的个数是6个或7个;
故选 B.

点评: 本题考查三视图的知识及从不同方向观察物体的能力, 解题中用到了观察法. 确定该几何体有几列以及每列方块的个数是解题关键.

9. (3分) (2014•齐齐哈尔) 如图, 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 图象的一部分, 对称轴为直线 $x=$, 且经过点 $(2, 0)$, 下列说法: ① $abc < 0$; ② $a+b=0$; ③ $4a+2b+c < 0$; ④若 $(-2, y_1)$, $(, y_2)$ 是抛物线上的两点, 则 $y_1 < y_2$, 其中说法正确的是 ()



- A. ①②④ B. ③④ C. ①③④ D. ①②

考点: 二次函数图象与系数的关系.

分析: ①根据抛物线开口方向、对称轴位置、抛物线与 y 轴交点位置求得 a 、 b 、 c 的符号;
②根据对称轴求出 $b = -a$;
③把 $x=2$ 代入函数关系式, 结合图象判定符号;
④求出点 $(-2, y_1)$ 关于直线 $x=$ 的对称点的坐标, 根据对称轴即可判断 y_1 和 y_2 的大小.

解答: 解: ① $\because$ 二次函数的图象开口向下,
 $\therefore a < 0$,
 $\because$ 二次函数的图象交 y 轴的正半轴于一点,
 $\therefore c > 0$,
 $\because$ 对称轴是直线 $x=$,

$$\therefore -\frac{b}{2a}=,$$

$$\therefore b=-a>0,$$

$$\therefore abc<0.$$

故①正确;

$$\textcircled{2} \because b=-a$$

$$\therefore a+b=0.$$

故②正确;

$$\textcircled{3} \text{把 } x=2 \text{ 代入 } y=ax^2+bx+c \text{ 得: } y=4a+2b+c,$$

$$\because \text{抛物线经过点 } (2, 0),$$

$$\therefore \text{当 } x=2 \text{ 时, } y=0, \text{ 即 } 4a+2b+c=0.$$

故③错误;

$$\textcircled{4} \because (-2, y_1) \text{ 关于直线 } x= \text{的对称点的坐标是 } (3, y_1),$$

$$\text{又} \because \text{当 } x> \text{时, } y \text{ 随 } x \text{ 的增大而减小, } < 3,$$

$$\therefore y_1 < y_2.$$

故④错误;

综上所述, 正确的结论是①②④.

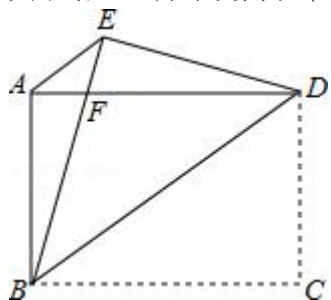
故选: A.

点评: 本题考查了二次函数的图象和系数的关系的应用, 注意: 当 $a>0$ 时, 二次函数的图象开口向上, 当 $a<0$ 时, 二次函数的图象开口向下.

10. (3 分) (2014•齐齐哈尔) 如图, 四边形 ABCD 是矩形, AB=6cm, BC=8cm, 把矩形沿直线 BD 折叠, 点 C 落在点 E 处, BE 与 AD 相交于点 F, 连接 AE, 下列结论:

①△FED 是等腰三角形; ②四边形 ABDE 是等腰梯形; ③图中共有 6 对全等三角形; ④四边形 BCDF 的周长为 $\frac{53}{2}$ cm; ⑤AE 的长为 $\frac{14}{5}$ cm.

其中结论正确的个数为 ()



A. 2 个

B. 3 个

C. 4 个

D. 5 个

考点: 翻折变换 (折叠问题); 全等三角形的判定与性质; 矩形的性质; 等腰梯形的判定.

分析: ①由折叠的性质可得到 $\triangle ABD \cong \triangle EDB$, 那么 $\angle ADB = \angle EBD$, 所以 $BF = DF$, 所以 $AF = EF$,

② $\angle AEF = (180^\circ - \angle AFE) \div 2 = (180^\circ - \angle BFD) \div 2 = \angle FBD$, 则 $AE \parallel BD$, 据此即可证得;

- ③根据折叠的性质，得到相等的边角，即可判断；
 ④根据勾股定理即可求得 BF 的长，则 CF 即可求得，从而求得四边形的周长；
 ⑤利用 $\triangle BDF \sim \triangle EAF$ ，根据相似三角形的对应边的比相等即可求解。

解答：解：①由折叠的性质知， $CD=ED$ ， $BE=BC$ 。

$\because$ 四边形 ABCD 是矩形，
 $\therefore AD=BC$ ， $AB=CD$ ， $\angle BAD=90^\circ$ ，
 $\therefore AB=DE$ ， $BE=AD$ ， $BD=BD$ ，
 $\therefore \triangle ABD \cong \triangle EDB$ ，
 $\therefore \angle EBD = \angle ADB$ ，
 $\therefore BF=DF$ ，即 $\triangle FED$ 是等腰三角形，结论正确；

② $\because AD=BE$ ， $AB=DE$ ， $AE=AE$ ，
 $\therefore \triangle AED \cong \triangle EAB$ (SSS)，
 $\therefore \angle AEB = \angle EAD$ ，
 $\therefore \angle AFE = \angle BFD$ ，
 $\therefore \angle AEB = \angle EBD$ ，
 $\therefore AE \parallel BD$ ，
 又 $\because AB=DE$ ，

$\therefore$ 四边形 ABDE 是等腰梯形。结论正确；

③图中的全等三角形有： $\triangle ABD \cong \triangle CDB$ ， $\triangle ABD \cong \triangle EDB$ ， $\triangle CDB \cong \triangle EDB$ ，
 $\triangle ABF \cong \triangle EDF$ ， $\triangle ABE \cong \triangle EDA$ 共有 5 对，则结论错误；

④ $BC=BE=8\text{cm}$ ， $CD=ED=AB=6\text{cm}$ ，

则设 $BF=DF=x\text{cm}$ ，则 $AF=8-x\text{cm}$ ，

在直角 $\triangle ABF$ 中， $AB^2+AF^2=BF^2$ ，则 $36+(8-x)^2=x^2$ ，

解得： $x=\frac{25}{4}\text{cm}$ ，

则四边形 BCDF 的周长为： $8+6+2\times\frac{25}{4}=14+\frac{25}{2}=\frac{53}{2}\text{cm}$ ，则结论正确；

⑤在直角 $\triangle BCD$ 中， $BD=\sqrt{BC^2+CD^2}=10$ ，

$\therefore AE \parallel BD$ ，

$\therefore \triangle BDF \sim \triangle EAF$ ，

$$\therefore \frac{AE}{BD} = \frac{DF}{BF} = \frac{8-\frac{25}{4}}{\frac{25}{4}} = \frac{7}{25}$$

$\therefore AE = \frac{7}{25}BD = \frac{7}{25} \times 10 = \frac{14}{5}\text{cm}$ 。则结论正确。

综上所述，正确的结论有①②④⑤，共 4 个。

故选 C。

点评：本题考查了：①折叠的性质：折叠是一种对称变换，它属于轴对称，根据轴对称的性质，折叠前后图形的形状和大小不变，位置变化，对应边和对应角相等；②全等三角形的判定和性质，等角对等边，三角形的内角和，平行线的判定求解。

二、填空题 (每小题 3 分，满分 30 分)

11. (3分) (2014•齐齐哈尔) 财政部近日公开的情况显示, 2014 年中央本级“三公”经费财政拨款预算比去年年初预算减少 8.18 亿元, 用科学记数法表示 8.18 亿元为 8.18×10^8 .

考点: 科学记数法—表示较大的数.

分析: 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

解答: 解: 8.18 亿元 $= 8.18 \times 10^8$.

故答案为: 8.18×10^8 .

点评: 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

12. (3分) (2014•齐齐哈尔) 在函数 $y = \frac{\sqrt{2x-1}}{x-3}$ 中, 自变量 x 的取值范围是 $x \geq \frac{1}{2}$ 且 $x \neq 3$.

考点: 函数自变量的取值范围.

分析: 根据被开方数大于等于 0, 分母不等于 0 列式计算即可得解.

解答: 解: 由题意得, $2x - 1 \geq 0$ 且 $x - 3 \neq 0$,

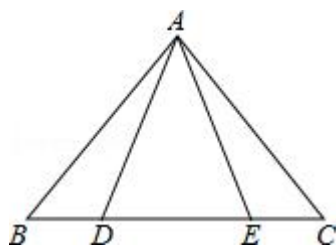
解得 $x \geq \frac{1}{2}$ 且 $x \neq 3$.

故答案为: $x \geq \frac{1}{2}$ 且 $x \neq 3$.

点评: 本题考查了函数自变量的范围, 一般从三个方面考虑:

- (1) 当函数表达式是整式时, 自变量可取全体实数;
- (2) 当函数表达式是分式时, 考虑分式的分母不能为 0;
- (3) 当函数表达式是二次根式时, 被开方数非负.

13. (3分) (2014•齐齐哈尔) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 点 D 、 E 在 BC 上, 要使 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$, 则只需添加一个适当的条件是 $BD = CE$. (只填一个即可)



考点: 全等三角形的判定.

专题: 开放型.

分析: 此题是一道开放型的题目, 答案不唯一, 如 $BD = CE$, 根据 SAS 推出即可; 也可以 $\angle BAD = \angle CAE$ 等.

解答: 解: $BD = CE$,

理由是: $\because AB = AC$,

$\therefore \angle B = \angle C$,

$$\text{在}\triangle ABD\text{和}\triangle ACE\text{中,}\begin{cases} AB=AC \\ \angle B=\angle C, \\ BD=CE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE$ (SAS),

故答案为: $BD=CE$.

点评: 本题考查了全等三角形的判定的应用, 注意: 全等三角形的判定定理有 SAS, ASA, AAS, SSS, 题目比较好, 难度适中.

14. (3 分) (2014•齐齐哈尔) 已知 $x^2 - 2x = 5$, 则代数式 $2x^2 - 4x - 1$ 的值为 9.

考点: 代数式求值.

分析: 把所求代数式整理成已知条件的形式, 然后代入进行计算即可得解.

解答: 解: $\because x^2 - 2x = 5$,
 $\therefore 2x^2 - 4x - 1 = 2(x^2 - 2x) - 1$,
 $= 2 \times 5 - 1$,
 $= 10 - 1$,
 $= 9$.

故答案为: 9.

点评: 本题考查了代数式求值, 整体思想的利用是解题的关键.

15. (3 分) (2014•齐齐哈尔) 从 2、3、4 这三个数字中任取两个数字组成一个两位数, 其中能被 3 整除的两位数的概率是 $\frac{1}{3}$.

考点: 列表法与树状图法.

分析: 首先根据题意画出树状图, 然后由树状图求得所有等可能的结果与其中能被 3 整除的两位数的情况, 再利用概率公式即可求得答案.

解答: 解: 画树状图得:



$\therefore$ 共有 6 种等可能的结果, 其中能被 3 整除的两位数的有: 24, 42,

$\therefore$ 其中能被 3 整除的两位数的概率是: $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

故答案为: $\frac{1}{3}$.

点评: 本题考查的是用列表法或画树状图法求概率. 列表法或画树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果, 列表法适合于两步完成的事件, 树状图法适合两步或两步以上完成的事件. 用到的知识点为: 概率 = 所求情况数与总情况数之比.

16. (3分) (2014•齐齐哈尔) 用一个圆心角为 240° 半径为 6 的扇形做一个圆锥的侧面, 则这个圆锥底面半径为 4.

考点: 圆锥的计算.

分析: 易得扇形的弧长, 除以 2π 即为圆锥的底面半径.

解答: 解: $\because$ 扇形的弧长 $= \frac{240\pi \times 6}{180} = 8\pi$,

$\therefore$ 圆锥的底面半径为 $8\pi \div 2\pi = 4$.

故答案为: 4.

点评: 考查了扇形的弧长公式; 圆的周长公式; 用到的知识点为: 圆锥的弧长等于底面周长.

17. (3分) (2014•齐齐哈尔) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, CD 是斜边 AB 上的中线, $CD=4$, $AC=6$, 则 $\sin B$ 的值是 $\frac{3}{4}$.

考点: 锐角三角函数的定义; 直角三角形斜边上的中线.

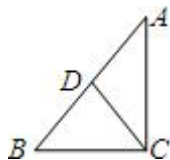
分析: 首先根据直角三角形斜边中线等于斜边一半求出 AB 的长度, 然后根据锐角三角函数的定义求出 $\sin B$ 即可.

解答: 解: $\because \text{Rt}\triangle ABC$ 中, CD 是斜边 AB 上的中线, $CD=4$,

$\therefore AB=2CD=8$,

则 $\sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$.

故答案为: $\frac{3}{4}$.



点评: 本题考查了锐角三角函数的定义, 属于基础题, 解答本题的关键是掌握直角三角形斜边上的中线定理和锐角三角函数的定义.

18. (3分) (2014•齐齐哈尔) 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 P 到 x 轴的距离为 3 个单位长度, 到原点 O 的距离为 5 个单位长度, 则经过点 P 的反比例函数的解析式为 $y = \frac{12}{x}$ 或 $y = -\frac{12}{x}$.

考点: 待定系数法求反比例函数解析式.

专题: 计算题.

分析: 根据题意确定出 P 的坐标, 设反比例解析式为 $y = \frac{k}{x}$, 将 P 坐标代入求出 k 的值, 即可确定出反比例解析式.

解答: 解: 根据题意得: $P(4, 3)$, $(4, -3)$, $(-4, 3)$, $(-4, -3)$,

设反比例解析式为 $y = \frac{k}{x}$, 将 P 坐标分别代入得: $k=12$, -12 ,

则反比例解析式为 $y = \frac{12}{x}$ 或 $y = -\frac{12}{x}$.

故答案为: $y = \frac{12}{x}$ 或 $y = -\frac{12}{x}$.

点评: 此题考查了待定系数法求反比例函数解析式, 熟练掌握待定系数法是解本题的关键.

19. (3 分) (2014•齐齐哈尔) 已知正方形 ABCD 的边长为 2cm, 以 CD 为边作等边三角形 CDE, 则 $\triangle ABE$ 的面积为 $(2+\sqrt{3})$ 或 $(2-\sqrt{3})$ cm^2 .

考点: 正方形的性质; 等边三角形的性质.

专题: 分类讨论.

分析: 作出图形, 根据等边三角形的性质求出点 E 到 CD 的距离, 从而得到点 E 到 AB 的距离, 再利用三角形的面积公式列式计算即可得解.

解答: 解: 如图, $\because \triangle CDE$ 是等边三角形,

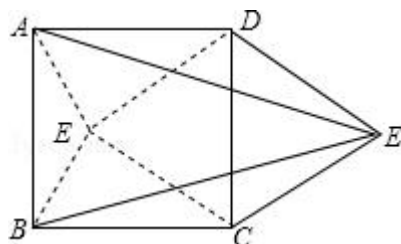
$\therefore$ 点 E 到 CD 的距离为 $2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \text{cm}$,

$\therefore$ 点 E 到 AB 的距离 $= 2 + \sqrt{3} \text{cm}$ 或 $2 - \sqrt{3} \text{cm}$,

$\therefore \triangle ABE$ 的面积 $= \frac{1}{2} \times 2 \times (2 + \sqrt{3}) = 2 + \sqrt{3} \text{cm}^2$,

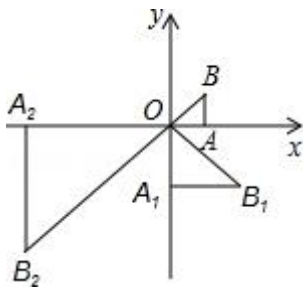
或 $\triangle ABE$ 的面积 $= \frac{1}{2} \times 2 \times (2 - \sqrt{3}) = 2 - \sqrt{3} \text{cm}^2$.

故答案为: $(2 + \sqrt{3})$ 或 $(2 - \sqrt{3})$.



点评: 本题考查了正方形的性质, 等边三角形的性质, 熟记各性质并求出点 E 到 AB 边的距离是解题的关键, 易错点在于点 E 的位置不确定要分情况讨论, 作出图形更形象直观.

20. (3 分) (2014•齐齐哈尔) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 有一个等腰直角三角形 AOB, $\angle OAB = 90^\circ$, 直角边 AO 在 x 轴上, 且 $AO = 1$. 将 $\text{Rt}\triangle AOB$ 绕原点 O 顺时针旋转 90° 得到等腰直角三角形 A_1OB_1 , 且 $A_1O = 2AO$, 再将 $\text{Rt}\triangle A_1OB_1$ 绕原点 O 顺时针旋转 90° 得到等腰直角三角形 A_2OB_2 , 且 $A_2O = 2A_1O \dots$, 依此规律, 得到等腰直角三角形 $A_{2014}OB_{2014}$, 则点 A_{2014} 的坐标为 $(-2^{2014}, 0)$.



考点: 规律型: 点的坐标.

分析: 根据题意得出 A 点坐标变化规律, 进而得出点 A_{2014} 的坐标位置, 进而得出答案.

解答: 解: $\because$ 将 $\text{Rt}\triangle AOB$ 绕原点 O 顺时针旋转 90° 得到等腰直角三角形 A_1OB_1 , 且 $A_1O=2AO$, 再将 $\text{Rt}\triangle A_1OB_1$ 绕原点 O 顺时针旋转 90° 得到等腰三角形 A_2OB_2 , 且 $A_2O=2A_1O$..., 依此规律,

$\therefore$ 每 4 次循环一周, $A_1(0, -2)$, $A_2(-4, 0)$, $A_3(0, 8)$, $A_4(16, 0)$,

$\therefore 2014 \div 4 = 503 \dots 2$,

$\therefore$ 点 A_{2014} 的坐标与 A_2 所在同一象限,

$\therefore -4 = -2^2$, $8 = 2^3$, $16 = 2^4$,

$\therefore$ 点 $A_{2014}(-2^{2014}, 0)$.

故答案为: $(-2^{2014}, 0)$.

点评: 此题主要考查了点的坐标变化规律, 得出 A 点坐标变化规律是解题关键.

三、解答题 (满分 60 分)

21. (5 分) (2014•齐齐哈尔) 先化简, 再求值: $(\frac{x}{x-2} - \frac{x}{x+2}) \div \frac{4x}{x-2}$, 其中 $x = -1$.

考点: 分式的化简求值.

专题: 计算题.

分析: 原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算, 再利用除法法则计算, 约分得到最简结果, 将 x 的值代入计算即可求出值.

解答: 解: 原式 $= \frac{x(x+2) - x(x-2)}{(x+2)(x-2)} \cdot \frac{x-2}{4x} = \frac{4x}{(x+2)(x-2)} \cdot \frac{x-2}{4x} = \frac{1}{x+2}$,

当 $x = -1$ 时, 原式 $= 1$.

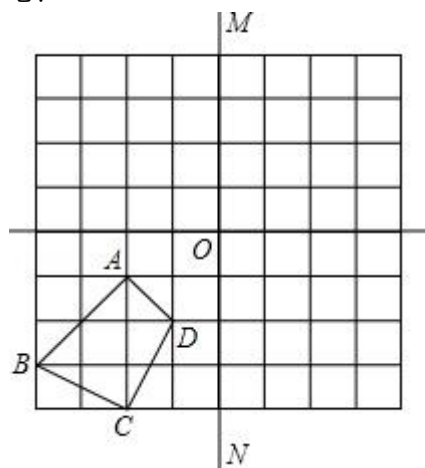
点评: 此题考查了分式的化简求值, 以及实数的运算, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

22. (6 分) (2014•齐齐哈尔) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中,

(1) 画出四边形 $A_1B_1C_1D_1$, 使四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 与四边形 $ABCD$ 关于直线 MN 成轴对称;

(2) 画出四边形 $A_2B_2C_2D_2$, 使四边形 $A_2B_2C_2D_2$ 与四边形 $ABCD$ 关于点 O 中心对称;

(3) 四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 与四边形 $A_2B_2C_2D_2$ 是否对称, 若对称请在图中画出对称轴或对称中心.



考点: 作图-旋转变换; 作图-轴对称变换.

专题: 作图题.

分析: (1) 根据网格结构找出点 A 、 B 、 C 、 D 关于直线 MN 的对称点 A_1 、 B_1 、 C_1 、 D_1 的

位置，然后顺次连接即可；

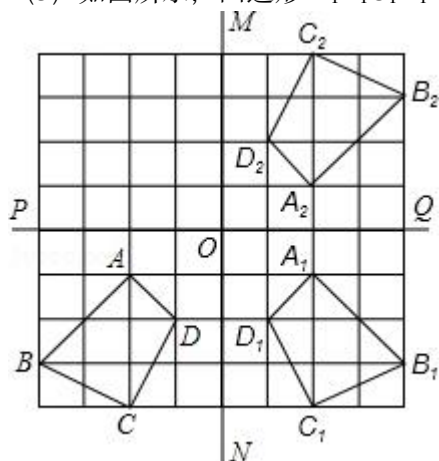
(2) 根据网格结构找出点 A、B、C、D 关于点 O 的对称点 A_2 、 B_2 、 C_2 、 D_2 的位置，然后顺次连接即可；

(3) 观察图形，根据轴对称的性质解答.

解答: 解: (1) 四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 如图所示；

(2) 四边形 $A_2B_2C_2D_2$ 如图所示；

(3) 如图所示，四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 与四边形 $A_2B_2C_2D_2$ 关于直线 PQ 成轴对称.

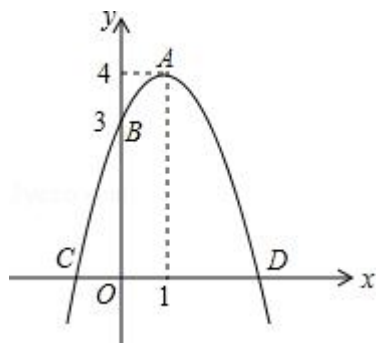


点评: 本题考查了利用旋转变换作图，利用轴对称变换作图，熟练掌握网格结构准确找出对应点的位置是解题的关键.

23. (6 分) (2014•齐齐哈尔) 如图，已知抛物线的顶点为 A (1, 4)，抛物线与 y 轴交于点 B (0, 3)，与 x 轴交于 C、D 两点，点 P 是 x 轴上的一个动点.

(1) 求此抛物线的解析式；

(2) 当 PA+PB 的值最小时，求点 P 的坐标.



考点: 轴对称-最短路线问题；待定系数法求二次函数解析式.

分析: (1) 设抛物线顶点式解析式 $y=a(x-1)^2+4$ ，然后把点 B 的坐标代入求出 a 的值，即可得解；

(2) 先求出点 B 关于 x 轴的对称点 B' 的坐标，连接 AB' 与 x 轴相交，根据轴对称确定最短路线问题，交点即为所求的点 P，然后利用待定系数法求一次函数解析式求出直线 AB' 的解析式，再求出与 x 轴的交点即可.

解答: 解: (1) $\because$ 抛物线的顶点为 A (1, 4),

$\therefore$ 设抛物线的解析式 $y=a(x-1)^2+4$,

把点 B (0, 3) 代入得, $a+4=3$,

解得 $a = -1$,

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y = -(x-1)^2 + 4$;

(2) 点 B 关于 x 轴的对称点 B' 的坐标为 $(0, -3)$,

由轴对称确定最短路线问题, 连接 AB' 与 x 轴的交点即为点 P,

设直线 AB' 的解析式为 $y = kx + b$ ($k \neq 0$),

$$\text{则} \begin{cases} k+b=4 \\ b=-3 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k=7 \\ b=-3 \end{cases},$$

$\therefore$ 直线 AB' 的解析式为 $y = 7x - 3$,

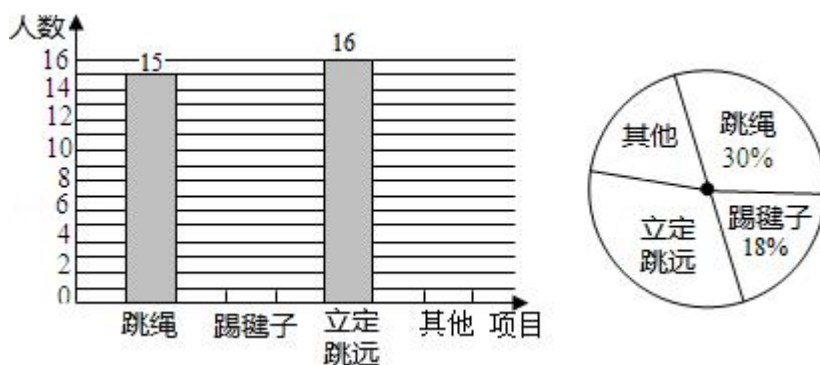
令 $y = 0$, 则 $7x - 3 = 0$,

$$\text{解得} x = \frac{3}{7},$$

所以, 当 $PA + PB$ 的值最小时的点 P 的坐标为 $(\frac{3}{7}, 0)$.

点评: 本题考查了轴对称确定最短路线问题, 待定系数法求二次函数解析式, 待定系数法求一次函数解析式, (1) 利用顶点式解析式求解更简便, (2) 熟练掌握点 P 的确定方法是解题的关键.

24. (7 分) (2014·齐齐哈尔) 在大课间活动中, 同学们积极参加体育锻炼, 小龙在全校随机抽取一部分同学就“我最喜爱的体育项目”进行了一次抽样调查, 下面是他通过收集的数据绘制的两幅不完整的统计图, 请你根据图中提供的信息, 解答下列问题:



- (1) 小龙共抽取 50 名学生;
- (2) 补全条形统计图;
- (3) 在扇形统计图中, “立定跳远”部分对应的圆心角的度数是 115.2 度;
- (4) 若全校共 2130 名学生, 请你估算“其他”部分的学生人数.

考点: 条形统计图; 用样本估计总体; 扇形统计图.

分析: (1) 根据跳绳的人数是 15, 占 30%, 即可求得总人数;

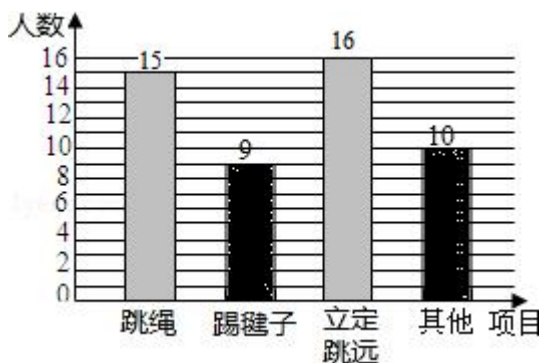
(2) 根据百分比的意义求得踢毽子的人数, 则其他项目的人数可求得, 从而补全直方图;

(3) 利用 360° 乘以对应的比例即可求得;

(4) 利用总人数 2130 乘以对应的比例即可求解.

解答: 解: (1) 抽取的总人数是: $15 \div 30\% = 50$ (人);

(2) 踢毽子的人数是： $50 \times 18\% = 9$ (人)，
 则其他项目的人数是： $50 - 15 - 16 - 9 = 10$ (人)，



(3) “立定跳远”部分对应的圆心角的度数是： $360^\circ \times \frac{16}{50} = 115.2^\circ$ ；

(4) “其他”部分的学生人数是： $2130 \times \frac{10}{50} = 426$ (人)。

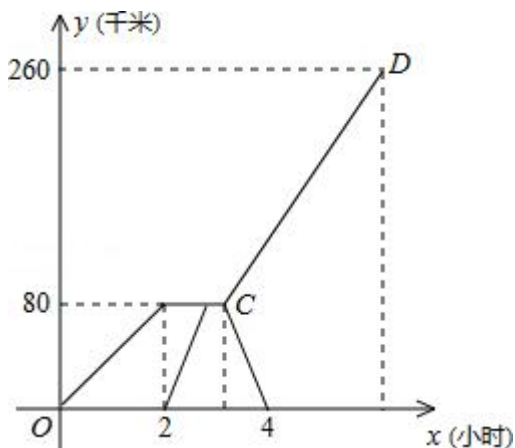
点评： 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键。条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小。

25. (8分) (2014•齐齐哈尔) 已知，A、B两市相距260千米，甲车从A市前往B市运送物资，行驶2小时在M地汽车出现故障，立即通知技术人员乘乙车从A市赶来维修（通知时间忽略不计），乙车到达M地后又经过20分钟修好甲车后以原速原路返回，同时甲车以原速1.5倍的速度前往B市，如图是两车距A市的路程y（千米）与甲车行驶时间x（小时）之间的函数图象，结合图象回答下列问题：

(1) 甲车提速后的速度是 60 千米/时，乙车的速度是 96 千米/时，点C的坐标为 $(\frac{19}{6}, 80)$ ；

(2) 求乙车返回时y与x的函数关系式并写出自变量x的取值范围；

(3) 求甲车到达B市时乙车已返回A市多长时间？



考点： 一次函数的应用。

分析： (1) 由甲车行驶2小时在M地可知M地距A市80千米，由此求得甲车原来的速度 $80 \div 2 = 40$ 千米/小时，进一步求得甲车提速后的速度是 $40 \times 1.5 = 60$ 千米/时；乙车从出

发到返回共用 $4 - 2 = 2$ 小时，行车时间为 $2 - =$ 小时，速度为 $80 \times 2 \div = 96$ 千米/时；点 C 的横坐标为 $2 + \frac{80 - 19}{96} = \frac{19}{6}$ ，纵坐标为 80；

(2) 设乙车返回时 y 与 x 的函数关系式 $y = kx + b$ ，代入点 C 和 $(4, 0)$ 求得答案即可；

(3) 求出甲车提速后到达 B 市时间减去乙车已返回 A 市的时间即可.

解答: 解: (1) 甲车提速后的速度: $80 \div 2 \times 1.5 = 60$ 千米/时,

乙车的速度: $80 \times 2 \div (2 -) = 96$ 千米/时;

点 C 的横坐标为 $2 + \frac{80 - 19}{96} = \frac{19}{6}$ ，纵坐标为 80，坐标为 $(\frac{19}{6}, 80)$;

(2) 设乙车返回时 y 与 x 的函数关系式 $y = kx + b$ ，代入 $(\frac{19}{6}, 80)$ 和 $(4, 0)$ 得

$$\begin{cases} 4k + b = 0 \\ \frac{19}{6}k + b = 80 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = -96 \\ b = 384 \end{cases}$$

所以 y 与 x 的函数关系式 $y = -96x + 384$ ($\frac{19}{6} \leq x \leq 4$);

(3) $(260 - 80) \div 60 - 80 \div 96$

$= 3 -$

$= \frac{13}{6}$ (小时).

答: 甲车到达 B 市时乙车已返回 A 市 $\frac{13}{6}$ 小时.

点评: 此题考查一次函数的实际运用，结合图象，理解题意，正确列出函数解析式解决问题.

26. (8 分) (2014•齐齐哈尔) 在等腰直角三角形 ABC 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = AC$ ，直线 MN 过点 A 且 $MN \parallel BC$ ，过点 B 为一锐角顶点作 $Rt\triangle BDE$ ， $\angle BDE = 90^\circ$ ，且点 D 在直线 MN 上 (不与点 A 重合)，如图 1，DE 与 AC 交于点 P，易证: $BD = DP$. (无需写证明过程)

(1) 在图 2 中，DE 与 CA 延长线交于点 P， $BD = DP$ 是否成立? 如果成立，请给予证明; 如果不成立，请说明理由;

(2) 在图 3 中，DE 与 AC 延长线交于点 P，BD 与 DP 是否相等? 请直接写出你的结论，无需证明.

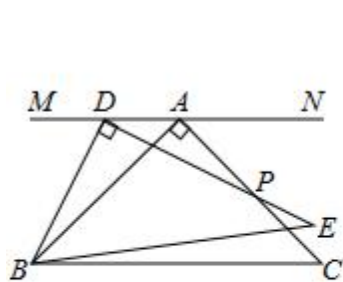


图1

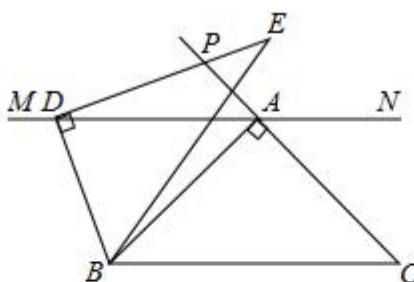


图2

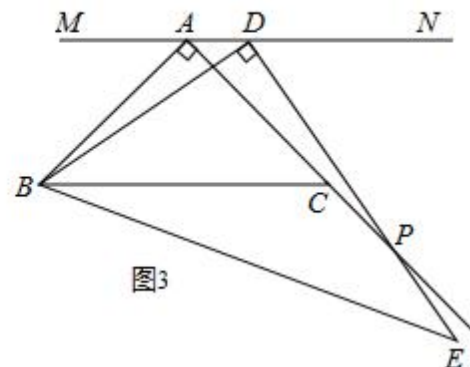


图3

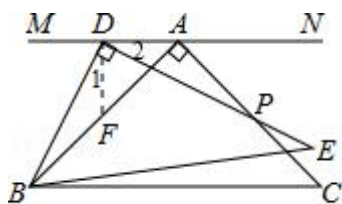
考点: 全等三角形的判定与性质; 等腰直角三角形.

分析: (1) 如答图 2, 作辅助线, 构造全等三角形 $\triangle BDF \cong \triangle PDA$, 可以证明 $BD=DP$;

(2) 如答图 3, 作辅助线, 构造全等三角形 $\triangle BDF \cong \triangle PDA$, 可以证明 $BD=DP$.

解答: 题干引论:

证明: 如答图 1, 过点 D 作 $DF \perp MN$, 交 AB 于点 F,
则 $\triangle ADF$ 为等腰直角三角形, $\therefore DA=DF$.



答图1

$$\because \angle 1 + \angle FDP = 90^\circ, \angle FDP + \angle 2 = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2.$$

在 $\triangle BDF$ 与 $\triangle PDA$ 中,

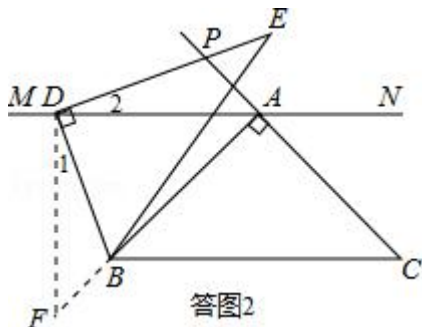
$$\begin{cases} \angle 1 = \angle 2 \\ DF = DA \\ \angle DFB = \angle DAP = 135^\circ \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BDF \cong \triangle PDA \text{ (ASA)}$$

$$\therefore BD=DP.$$

(1) 答: $BD=DP$ 成立.

证明: 如答图 2, 过点 D 作 $DF \perp MN$, 交 AB 的延长线于点 F,
则 $\triangle ADF$ 为等腰直角三角形, $\therefore DA=DF$.



答图2

$\therefore \angle 1 + \angle ADB = 90^\circ$, $\angle ADB + \angle 2 = 90^\circ$,

$\therefore \angle 1 = \angle 2$.

在 $\triangle BDF$ 与 $\triangle PDA$ 中,

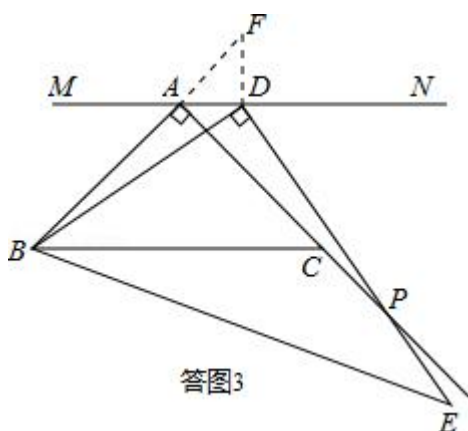
$$\begin{cases} \angle 1 = \angle 2 \\ DF = DA \\ \angle DFB = \angle DAP = 45^\circ \end{cases}$$

$\therefore \triangle BDF \cong \triangle PDA$ (ASA)

$\therefore BD = DP$.

(2) 答: $BD = DP$.

证明: 如答图 3, 过点 D 作 $DF \perp MN$, 交 AB 的延长线于点 F , 则 $\triangle ADF$ 为等腰直角三角形, $\therefore DA = DF$.



答图3

在 $\triangle BDF$ 与 $\triangle PDA$ 中,

$$\begin{cases} \angle F = \angle PAD = 45^\circ \\ DF = DA \\ \angle BDF = \angle PDA \end{cases}$$

$\therefore \triangle BDF \cong \triangle PDA$ (ASA)

$\therefore BD = DP$.

点评: 本题考查了全等三角形的判定与性质、等腰直角三角形的性质、平行线的性质等知识, 作辅助线构造全等三角形是解题的关键.

27. (10 分) (2014•齐齐哈尔) 某工厂计划生产 A、B 两种产品共 60 件, 需购买甲、乙两种材料, 生产一件 A 产品需甲种材料 4 千克, 乙种材料 1 千克; 生产一件 B 产品需甲、乙两种材料各 3 千克, 经测算, 购买甲、乙两种材料各 1 千克共需资金 60 元; 购买甲种材料 2 千克和乙种材料 3 千克共需资金 155 元.

(1) 甲、乙两种材料每千克分别是多少元?

(2) 现工厂用于购买甲、乙两种材料的资金不超过 9900 元, 且生产 B 产品不少于 38 件, 问符合生产条件的生产方案有哪几种?

(3) 在 (2) 的条件下, 若生产一件 A 产品需加工费 40 元, 若生产一件 B 产品需加工费 50 元, 应选择哪种生产方案, 使生产这 60 件产品的成本最低? (成本=材料费+加工费)

考点: 一元一次不等式组的应用; 二元一次方程组的应用.

分析: (1) 设甲材料每千克 x 元, 乙材料每千克 y 元, 根据购买甲、乙两种材料各 1 千克

共需资金 60 元；购买甲种材料 2 千克和乙种材料 3 千克共需资金 155 元，可列出方

程组 $\begin{cases} x+y=60 \\ 2x+3y=155 \end{cases}$ ，解方程组即可得到甲材料每千克 25 元，乙材料每千克 35 元；

(2) 设生产 A 产品 m 件，生产 B 产品 $(60-m)$ 件，先表示出生产这 60 件产品的材料费为 $25 \times 4m + 35 \times 1m + 25 \times 3(60-m) + 35 \times 3(60-m) = -45m + 10800$ ，根据购买甲、乙两种材料的资金不超过 9900 元得到 $-45m + 10800 \leq 9900$ ，根据生产 B 产品不少于 38 件得到 $60-m \geq 38$ ，然后解两个不等式求出其公共部分得到 $20 \leq m \leq 22$ ，而 m 为整数，则 m 的值为 20, 21, 22，易得符合条件的生产方案；

(3) 设总生产成本为 W 元，加工费为： $40m + 50(60-m)$ ，根据成本=材料费+加工费得到 $W = -45m + 10800 + 40m + 50(60-m) = -55m + 13800$ ，根据一次函数的性质得到 W 随 m 的增大而减小，然后把 $m=22$ 代入，即可得到最低成本的生产方案.

解答: 解: (1) 设甲材料每千克 x 元，乙材料每千克 y 元，

则 $\begin{cases} x+y=60 \\ 2x+3y=155 \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} x=25 \\ y=35 \end{cases}$ ，

所以甲材料每千克 25 元，乙材料每千克 35 元；

(2) 设生产 A 产品 m 件，生产 B 产品 $(60-m)$ 件，则生产这 60 件产品的材料费为

$$25 \times 4m + 35 \times 1m + 25 \times 3(60-m) + 35 \times 3(60-m) = -45m + 10800,$$

由题意: $-45m + 10800 \leq 9900$ ，解得 $m \geq 20$ ，

又 $\because 60-m \geq 38$ ，解得 $m \leq 22$ ，

$\therefore 20 \leq m \leq 22$ ，

$\therefore m$ 的值为 20, 21, 22，

共有三种方案:

①生产 A 产品 20 件，生产 B 产品 40 件；

②生产 A 产品 21 件，生产 B 产品 39 件；

③生产 A 产品 22 件，生产 B 产品 38 件；

(3) 设总生产成本为 W 元，加工费为: $40m + 50(60-m)$ ，

则 $W = -45m + 10800 + 40m + 50(60-m) = -55m + 13800$ ，

$\therefore -55 < 0$ ，

$\therefore W$ 随 m 的增大而减小，

而 $m=20, 21, 22$ ，

$\therefore$ 当 $m=22$ 时，总成本最低.

答: 选择生产 A 产品 22 件，生产 B 产品 38 件，总成本最低.

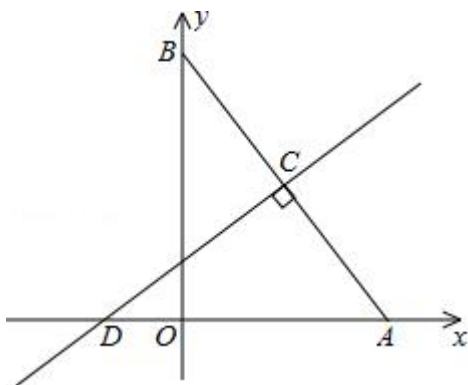
点评: 本题考查了一次函数的应用: 通过实际问题列出一元一次函数关系式，然后根据一次函数的性质解决问题. 也考查了二元一次方程组以及一元一次不等式组的应用.

28. (10 分) (2014•齐齐哈尔) 如图，在平面直角坐标系中，已知 $R\triangle AOB$ 的两直角边 OA 、 OB 分别在 x 轴、 y 轴的正半轴上 ($OA < OB$)，且 OA 、 OB 的长分别是一元二次方程 $x^2 - 14x + 48 = 0$ 的两个根. 线段 AB 的垂直平分线 CD 交 AB 于点 C ，交 x 轴于点 D ，点 P 是直线 CD 上一个动点，点 Q 是直线 AB 上一个动点.

(1) 求 A、B 两点的坐标；

(2) 求直线 CD 的解析式；

(3) 在坐标平面内是否存在点 M, 使以点 C、P、Q、M 为顶点的四边形是正方形, 且该正方形的边长为 AB 长? 若存在, 请直接写出点 M 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



考点: 二次函数综合题.

分析: (1) 利用因式分解法解方程 $x^2 - 14x + 48 = 0$, 求出 x 的值, 即可得到 A、B 两点的坐标;

(2) 先在 $Rt\triangle AOB$ 中利用勾股定理求出 $AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = 10$, 根据线段垂直平分线的性质得到 $AC = AB = 5$. 再由两角对应相等的两三角形相似证明 $\triangle ACD \sim \triangle AOB$, 由相似三角形对应边成比例得出 $\frac{AD}{AB} = \frac{AC}{AO}$, 求出 $AD = \frac{25}{3}$, 得到 D 点坐标 $(-\frac{25}{3}, 0)$, 根据中点坐标公式得出 C $(3, 4)$, 然后利用待定系数法即可求出直线 CD 的解析式;

(3) 分两种情况进行讨论: ①当点 Q 与点 B 重合时, 先求出 BM 的解析式为 $y = x + 8$, 设 M $(x, x + 8)$, 再根据 $BM = 5$ 列出方程 $(x + 8 - 8)^2 + x^2 = 5^2$, 解方程即可求出 M 的坐标; ②当点 Q 与点 A 重合时, 先求出 AM 的解析式为 $y = x - 6$, 设 M $(x, x - 6)$, 再根据 $AM = 5$ 列出方程 $(x - 6)^2 + (x - 6)^2 = 5^2$, 解方程即可求出 M 的坐标.

解答: 解: (1) 解方程 $x^2 - 14x + 48 = 0$,

得 $x_1 = 6, x_2 = 8$,

$\because OA < OB$,

$\therefore A(6, 0), B(0, 8)$;

(2) 在 $Rt\triangle AOB$ 中, $\because \angle AOB = 90^\circ, OA = 6, OB = 8$,

$\therefore AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = 10$,

$\because$ 线段 AB 的垂直平分线 CD 交 AB 于点 C,

$\therefore AC = AB = 5$.

在 $\triangle ACD$ 与 $\triangle AOB$ 中,

$$\begin{cases} \angle CAD = \angle OAB \\ \angle ACD = \angle AOB = 90^\circ \end{cases},$$

$\therefore \triangle ACD \sim \triangle AOB$,

$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AC}{AO}$, 即 $\frac{AD}{10}$,

解得 $AD = \frac{25}{3}$,

$\because A(6, 0)$, 点 D 在 x 轴上,

$\therefore D(-, 0)$.

设直线 CD 的解析式为 $y=kx+b$,

$\because C(3, 4)$, $D(-, 0)$,

$$\therefore \begin{cases} 3k+b=4 \\ -\frac{7}{3}k+b=0 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} k=\frac{3}{4} \\ b=\frac{7}{4} \end{cases}$$

$\therefore$ 直线 CD 的解析式为 $y=x+$;

(3) 在坐标平面内存在点 M , 使以点 C 、 P 、 Q 、 M 为顶点的四边形是正方形, 且该正方形的边长为 AB 长.

$\because AC=BC=AB=5$,

$\therefore$ 以点 C 、 P 、 Q 、 M 为顶点的正方形的边长为 5, 且点 Q 与点 B 或点 A 重合. 分两种情况:

①当点 Q 与点 B 重合时, 易求 BM 的解析式为 $y=x+8$, 设 $M(x, x+8)$,

$\because B(0, 8)$, $BM=5$,

$$\therefore (x+8-8)^2+x^2=5^2,$$

化简整理, 得 $x^2=16$,

解得 $x=\pm 4$,

$\therefore M_1(4, 11)$, $M_2(-4, 5)$;

②当点 Q 与点 A 重合时, 易求 AM 的解析式为 $y=x-$, 设 $M(x, x-)$,

$\because A(6, 0)$, $AM=5$,

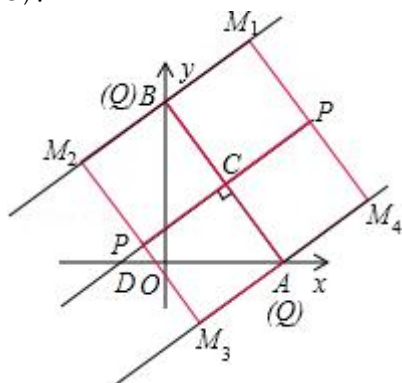
$$\therefore (x-)^2+(x-6)^2=5^2,$$

化简整理, 得 $x^2-12x+20=0$,

解得 $x_1=2$, $x_2=10$,

$\therefore M_3(2, -3)$, $M_4(10, 3)$;

综上所述, 所求点 M 的坐标为 $M_1(4, 11)$, $M_2(-4, 5)$, $M_3(2, -3)$, $M_4(10, 3)$.



点评: 本题是一次函数的综合题型, 其中涉及到的知识点有运用待定系数法求一次函数的解析式, 一元二次方程的解法, 相似三角形的判定与性质, 正方形的性质, 综合性较强, 难度适中. 运用数形结合、分类讨论及方程思想是解题的关键.

