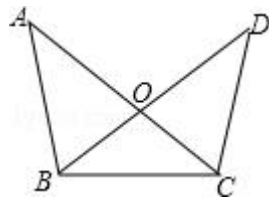


2014 年黑龙江省绥化市中考数学试卷

一、填空题 (每小题 3 分, 满分 33 分)

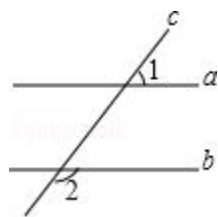
1. (3 分) (2014•绥化) -2014 的相反数_____.
2. (3 分) (2014•绥化) 使二次根式 $\sqrt{x+3}$ 有意义的 x 的取值范围是_____.
3. (3 分) (2014•绥化) 如图, AC 、 BD 相交于点 O , $\angle A = \angle D$, 请补充一个条件, 使 $\triangle AOB \cong \triangle DOC$, 你补充的条件是_____ (填出一个即可).



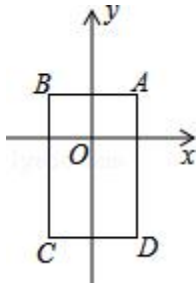
4. (3 分) (2014•绥化) 布袋中装有 3 个红球和 6 个白球, 它们除颜色外其他都相同, 如果从布袋里随机摸出一个球, 那么所摸到的球恰好为红球的概率是_____.

5. (3 分) (2014•绥化) 化简 $\frac{2}{a^2-1} - \frac{1}{a-1}$ 的结果是_____.

6. (3 分) (2014•绥化) 如图, 直线 a 、 b 被直线 c 所截, $a \parallel b$, $\angle 1 + \angle 2$ 的度数是_____.



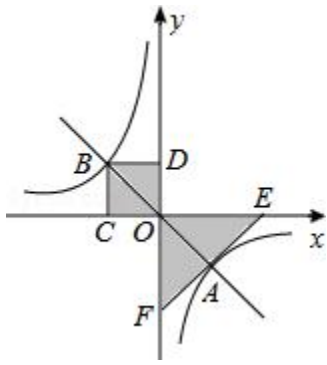
7. (3 分) (2014•绥化) 服装店销售某款服装, 一件服装的标价为 300 元, 若按标价的八折销售, 仍可获利 60 元, 则这款服装每件的标价比进价多_____元.
8. (3 分) (2014•绥化) 一个扇形的圆心角为 120° , 半径为 3, 则这个扇形的面积为_____ (结果保留 π)
9. (3 分) (2014•绥化) 分解因式: $a^3 - 4a^2 + 4a =$ _____.
10. (3 分) (2014•绥化) 如图, 在平面直角坐标系中, 已知点 $A(1, 1)$, $B(-1, 1)$, $C(-1, -2)$, $D(1, -2)$, 把一根长为 2014 个单位长度且没有弹性的细线 (线的粗细忽略不计) 的一端固定在 A 处, 并按 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A \dots$ 的规律紧绕在四边形 $ABCD$ 的边上, 则细线的另一端所在位置的点的坐标是_____.



11. (3分) (2014•绥化) 矩形纸片 ABCD 中, 已知 $AD=8$, $AB=6$, E 是边 BC 上的点, 以 AE 为折痕折叠纸片, 使点 B 落在点 F 处, 连接 FC, 当 $\triangle EFC$ 为直角三角形时, BE 的长为_____.

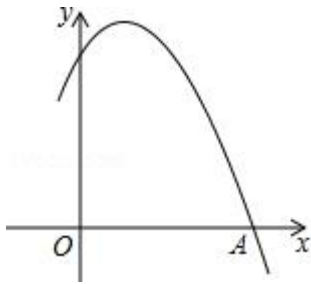
二、单项选择题 (每题 3 分, 满分 21 分)

12. (3分) (2014•绥化) 下列运算正确的是 ()
- A. $(a^3)^2=a^6$ B. $3a+3b=6ab$ C. $a^6 \div a^3=a^2$ D. $a^3 - a=a^2$
13. (3分) (2014•绥化) 下列图形中, 既是中心对称图形又是轴对称图形的是 ()
- A. 角 B. 等边三角形 C. 平行四边形 D. 圆
14. (3分) (2014•绥化) 分式方程 $\frac{2x-5}{x-2} = \frac{3}{2-x}$ 的解是 ()
- A. $x=-2$ B. $x=2$ C. $x=1$ D. $x=1$ 或 $x=2$
15. (3分) (2014•绥化) 如图是一个由多个相同小正方体搭成的几何体的俯视图, 图中标数字为该位置小正方体的个数, 则这个几何体的左视图是 ()
- | | | |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 1 |
| | 3 | 2 |
- A. B. C. D.
16. (3分) (2014•绥化) 如图, 过点 O 作直线与双曲线 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 交于 A、B 两点, 过点 B 作 $BC \perp x$ 轴于点 C, 作 $BD \perp y$ 轴于点 D. 在 x 轴上分别取点 E、F, 使点 A、E、F 在同一条直线上, 且 $AE=AF$. 设图中矩形 ODBC 的面积为 S_1 , $\triangle EOF$ 的面积为 S_2 , 则 S_1 、 S_2 的数量关系是 ()



- A. $S_1=S_2$ B. $2S_1=S_2$ C. $3S_1=S_2$ D. $4S_1=S_2$

17. (3 分) (2014•绥化) 如图是二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 图象的一部分，且过点 A (3, 0)，二次函数图象的对称轴是 $x=1$ ，下列结论正确的是 ()

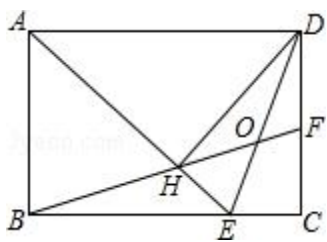


- A. $b^2 > 4ac$ B. $ac > 0$ C. $a - b + c > 0$ D. $4a + 2b + c < 0$

18. (3 分) (2014•绥化) 如图，在矩形 ABCD 中， $AD=\sqrt{2}AB$ ， $\angle BAD$ 的平分线交 BC 于点 E， $DH \perp AE$ 于点 H，连接 BH 并延长交 CD 于点 F，连接 DE 交 BF 于点 O，下列结论：

① $\angle AED = \angle CED$ ；② $OE = OD$ ；③ $BH = HF$ ；④ $BC - CF = 2HE$ ；⑤ $AB = HF$ ，

其中正确的有 ()



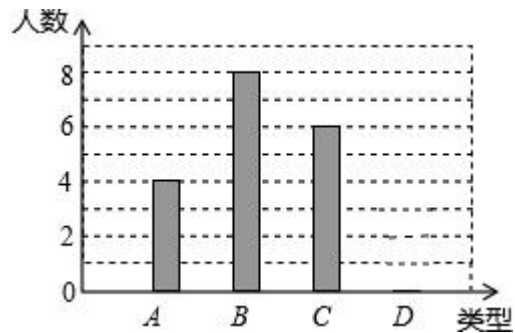
- A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个

三、解答题 (满分 66 分)

19. (5 分) (2014•绥化) 计算: $\sqrt{12} - 2\cos 30^\circ + (\sqrt{3} - 1)^0 - \left(\frac{1}{8}\right)^{-1}$.

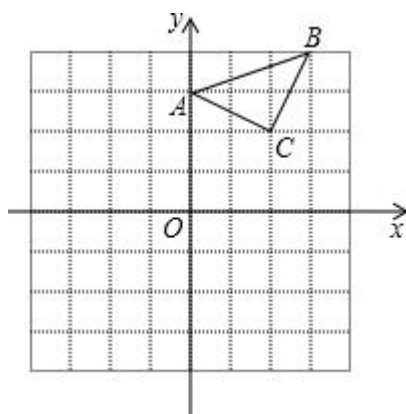
20. (6分) (2014•绥化) 某校 240 名学生参加植树活动, 要求每人植树 4~7 棵, 活动结束后抽查了 20 名学生每人的植树量, 并分为四类: A 类 4 棵、B 类 5 棵、C 类 6 棵、D 类 7 棵, 将各类的人数绘制成如图所示不完整的条形统计图, 回答下列问题:

- (1) 补全条形图;
- (2) 写出这 20 名学生每人植树量的众数和中位数;
- (3) 估计这 240 名学生共植树多少棵?



21. (6分) (2014•绥化) 已知: $\triangle ABC$ 在直角坐标平面内, 三个顶点的坐标分别为 A (0, 3)、B (3, 4)、C (2, 2) (正方形网格中每个小正方形的边长是一个单位长度).

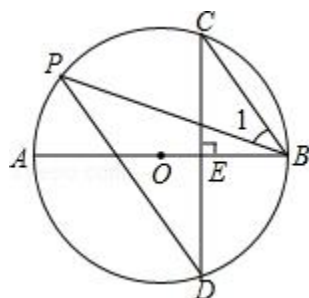
- (1) 画出 $\triangle ABC$ 向下平移 4 个单位长度得到的 $\triangle A_1B_1C_1$, 点 C_1 的坐标是_____;
- (2) 以点 B 为位似中心, 在网格内画出 $\triangle A_2B_2C_2$, 使 $\triangle A_2B_2C_2$ 与 $\triangle ABC$ 位似, 且位似比为 2: 1, 点 C_2 的坐标是_____;
- (3) $\triangle A_2B_2C_2$ 的面积是_____平方单位.



22. (6分) (2014•绥化) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$ 于点 E, 点 P 在 $\odot O$ 上, $\angle 1 = \angle BCD$.

(1) 求证: $CB \parallel PD$;

(2) 若 $BC=3$, $\sin \angle BPD = \frac{3}{5}$, 求 $\odot O$ 的直径.

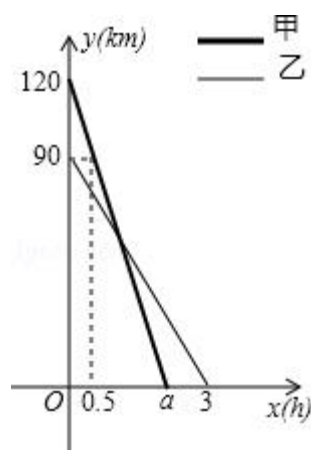


23. (8分) (2014•绥化) 在一条笔直的公路旁依次有 A、B、C 三个村庄, 甲、乙两人同时分别从 A、B 两村出发, 甲骑摩托车, 乙骑电动车沿公路匀速驶向 C 村, 最终到达 C 村. 设甲、乙两人到 C 村的距离 y_1, y_2 (km) 与行驶时间 x (h) 之间的函数关系如图所示, 请回答下列问题:

(1) A、C 两村间的距离为_____km, $a =$ _____;

(2) 求出图中点 P 的坐标, 并解释该点坐标所表示的实际意义;

(3) 乙在行驶过程中, 何时距甲 10km?



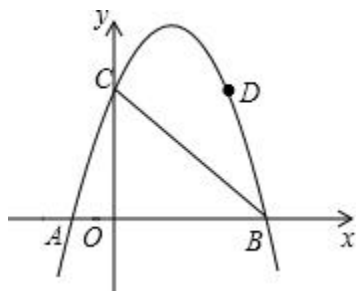
24. (8分) (2014•绥化) 某商场用 36 万元购进 A、B 两种商品, 销售完后共获利 6 万元, 其进价和售价如下表:

	A	B
进价 (元/件)	1200	1000
售价 (元/件)	1380	1200

- (1) 该商场购进 A、B 两种商品各多少件;
- (2) 商场第二次以原进价购进 A、B 两种商品. 购进 B 种商品的件数不变, 而购进 A 种商品的件数是第一次的 2 倍, A 种商品按原售价出售, 而 B 种商品打折销售. 若两种商品销售完毕, 要使第二次经营活动获利不少于 81600 元, B 种商品最低售价为每件多少元?

25. (8分) (2014•绥化) 如图, 抛物线 $y = -x^2 + 3x + 4$ 与 x 轴交于 A、B 两点, 与 y 轴交于 C 点, 点 D 在抛物线上且横坐标为 3.

- (1) 求 $\tan \angle DBC$ 的值;
- (2) 点 P 为抛物线上一点, 且 $\angle DBP = 45^\circ$, 求点 P 的坐标.

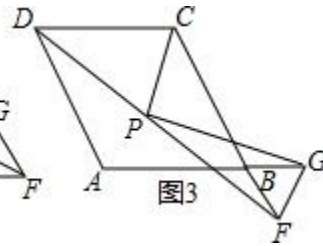
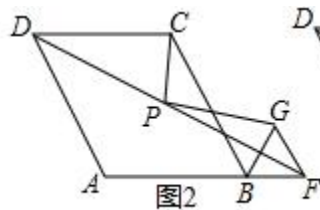
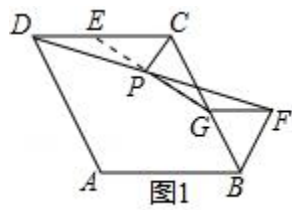


26. (9分) (2014•绥化) 在菱形 $ABCD$ 和正三角形 BGF 中, $\angle ABC=60^\circ$, P 是 DF 的中点, 连接 PG 、 PC .

(1) 如图 1, 当点 G 在 BC 边上时, 易证: $PG=\sqrt{3}PC$. (不必证明)

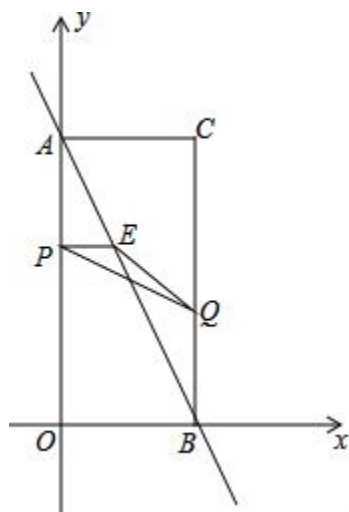
(2) 如图 2, 当点 F 在 AB 的延长线上时, 线段 PC 、 PG 有怎样的数量关系, 写出你的猜想, 并给与证明;

(3) 如图 3, 当点 F 在 CB 的延长线上时, 线段 PC 、 PG 又有怎样的数量关系, 写出你的猜想 (不必证明).



27. (10 分) (2014•绥化) 如图, 在平面直角坐标系中, 已知矩形 $AOBC$ 的顶点 C 的坐标是 $(2, 4)$, 动点 P 从点 A 出发, 沿线段 AO 向终点 O 运动, 同时动点 Q 从点 B 出发, 沿线段 BC 向终点 C 运动. 点 P 、 Q 的运动速度均为 1 个单位, 运动时间为 t 秒. 过点 P 作 $PE \perp AO$ 交 AB 于点 E .

- (1) 求直线 AB 的解析式;
- (2) 设 $\triangle PEQ$ 的面积为 S , 求 S 与 t 时间的函数关系, 并指出自变量 t 的取值范围;
- (3) 在动点 P 、 Q 运动的过程中, 点 H 是矩形 $AOBC$ 内 (包括边界) 一点, 且以 B 、 Q 、 E 、 H 为顶点的四边形是菱形, 直接写出 t 值和与其对应的点 H 的坐标.



2014 年黑龙江省绥化市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、填空题 (每小题 3 分, 满分 33 分)

1. (3 分) (2014•绥化) -2014 的相反数 2014.

考点: 相反数.

分析: 根据只有符号不同的两个数互为相反数, 可得答案.

解答: 解: $\because -2014$ 的相反数是 2014,
故答案为: 2014.

点评: 本题考查了相反数, 在一个数的前面加上负号就是这个数的相反数.

2. (3 分) (2014•绥化) 使二次根式 $\sqrt{x+3}$ 有意义的 x 的取值范围是 $x \geq -3$.

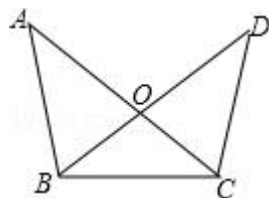
考点: 二次根式有意义的条件.

分析: 二次根式有意义, 被开方数为非负数, 列不等式求解.

解答: 解: 根据二次根式的意义, 得 $x+3 \geq 0$,
解得 $x \geq -3$.

点评: 用到的知识点为: 二次根式的被开方数是非负数.

3. (3 分) (2014•绥化) 如图, AC 、 BD 相交于点 O , $\angle A = \angle D$, 请补充一个条件, 使 $\triangle AOB \cong \triangle DOC$, 你补充的条件是 $AB = CD$ (填出一个即可).



考点: 全等三角形的判定.

专题: 开放型.

分析: 添加条件是 $AB = CD$, 根据 SAS 推出两三角形全等即可.

解答: 解: $AB = CD$,

理由是: $\because$ 在 $\triangle AOB$ 和 $\triangle DOC$ 中

$$\begin{cases} \angle AOB = \angle DOC \\ \angle A = \angle D \\ AB = CD \end{cases}$$

$\therefore \triangle AOB \cong \triangle DOC$,

故答案为: $AB = CD$.

点评: 本题考查了全等三角形的判定的应用, 注意: 全等三角形的判定定理有 SAS, ASA, AAS, SSS, 题目是一道开放型的题目, 答案不唯一.

4. (3分) (2014•绥化) 布袋中装有3个红球和6个白球, 它们除颜色外其他都相同, 如果从布袋里随机摸出一个球, 那么所摸到的球恰好为红球的概率是 $-\frac{1}{3}$.

考点: 概率公式.

分析: 根据概率公式, 求摸到红球的概率, 即用红球除以小球总个数即可得出得到红球的概率.

解答: 解: $\because$ 一个布袋里装有3个红球和6个白球,

$\therefore$ 摸出一个球摸到红球的概率为: $\frac{3}{3+6} = \frac{1}{3}$.

故答案为 $-\frac{1}{3}$.

点评: 此题主要考查了概率公式的应用, 由已知求出小球总个数再利用概率公式求出是解决问题的关键.

5. (3分) (2014•绥化) 化简 $\frac{2}{a^2-1} - \frac{1}{a-1}$ 的结果是 $-\frac{1}{a+1}$.

考点: 分式的加减法.

专题: 计算题.

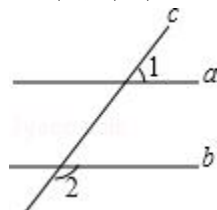
分析: 原式通分并利用同分母分式的减法法则计算即可得到结果.

解答: 解: 原式 $= \frac{2}{(a+1)(a-1)} - \frac{a+1}{(a+1)(a-1)}$
 $= -\frac{a-1}{(a+1)(a-1)}$
 $= -\frac{1}{a+1}$.

故答案为: $-\frac{1}{a+1}$.

点评: 此题考查了分式的加减法, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

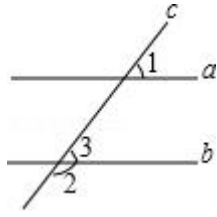
6. (3分) (2014•绥化) 如图, 直线a、b被直线c所截, $a \parallel b$, $\angle 1 + \angle 2$ 的度数是 180° .



考点: 平行线的性质.

分析: 根据平行线的性质得出 $\angle 1 = \angle 3$, 求出 $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$, 代入求出即可.

解答:



解:

$$\because a \parallel b,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 3,$$

$$\because \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ,$$

故答案为: 180° .

点评: 本题考查了平行线的性质的应用, 注意: 两直线平行, 同位角相等.

7. (3 分) (2014•绥化) 服装店销售某款服装, 一件服装的标价为 300 元, 若按标价的八折销售, 仍可获利 60 元, 则这款服装每件的标价比进价多 120 元.

考点: 一元一次方程的应用.

分析: 设这款服装每件的进价为 x 元, 根据利润=售价-进价建立方程求出 x 的值就可以求出结论.

解答: 解: 设这款服装每件的进价为 x 元, 由题意, 得

$$300 \times 0.8 - x = 60,$$

$$\text{解得: } x = 180.$$

$$\therefore \text{标价比进价多 } 300 - 180 = 120 \text{ 元.}$$

故答案为: 120.

点评: 本题考查了列一元一次方程解实际问题的运用, 销售问题的数量关系利润=售价-进价的运用, 解答时根据销售问题的数量关系建立方程是关键.

8. (3 分) (2014•绥化) 一个扇形的圆心角为 120° , 半径为 3, 则这个扇形的面积为 3π (结果保留 π)

考点: 扇形面积的计算.

专题: 计算题; 压轴题.

分析: 根据扇形公式 $S_{\text{扇形}} = \frac{n\pi R^2}{360}$, 代入数据运算即可得出答案.

解答: 解: 由题意得, $n = 120^\circ$, $R = 3$,

$$\text{故 } S_{\text{扇形}} = \frac{n\pi R^2}{360} = \frac{120\pi \times 3^2}{360} = 3\pi.$$

故答案为: 3π .

点评: 此题考查了扇形的面积计算, 属于基础题, 解答本题的关键是熟练掌握扇形的面积公式, 另外要明白扇形公式中, 每个字母所代表的含义.

9. (3 分) (2014•绥化) 分解因式: $a^3 - 4a^2 + 4a = \underline{a(a-2)^2}$.

考点: 提公因式法与公式法的综合运用.

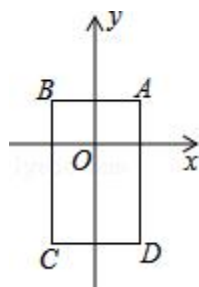
分析: 观察原式 $a^3 - 4a^2 + 4a$, 找到公因式 a , 提出公因式后发现 $a^2 - 4a + 4$ 是完全平方公式, 利用完

全平方公式继续分解可得.

解答: 解: $a^3 - 4a^2 + 4a$,
 $=a(a^2 - 4a + 4)$,
 $=a(a - 2)^2$.

点评: 考查了对一个多项式因式分解的能力. 一般地, 因式分解有两种方法, 提公因式法, 公式法, 能提公因式先提公因式, 然后再考虑公式法 (完全平方公式). 要求灵活运用各种方法进行因式分解.

10. (3 分) (2014•绥化) 如图, 在平面直角坐标系中, 已知点 A (1, 1), B (-1, 1), C (-1, -2), D (1, -2), 把一根长为 2014 个单位长度且没有弹性的细线 (线的粗细忽略不计) 的一端固定在 A 处, 并按 A→B→C→D→A... 的规律紧绕在四边形 ABCD 的边上, 则细线的另一端所在位置的点的坐标是 (-1, -1).



考点: 规律型: 点的坐标.

分析: 根据点的坐标求出四边形 ABCD 的周长, 然后求出另一端是绕第几圈后的第几个单位长度, 从而确定答案.

解答: 解: $\because A(1, 1), B(-1, 1), C(-1, -2), D(1, -2)$,
 $\therefore AB = 1 - (-1) = 2, BC = 1 - (-2) = 3, CD = 1 - (-1) = 2, DA = 1 - (-2) = 3$,
 $\therefore$ 绕四边形 ABCD 一周的细线长度为 $2 + 3 + 2 + 3 = 10$,
 $2014 \div 10 = 201 \dots 4$,
 $\therefore$ 细线另一端在绕四边形第 202 圈的第 4 个单位长度的位置,
即线段 BC 的中间位置, 点的坐标为 $(-1, -1)$.
故答案为: $(-1, -1)$.

点评: 本题主要考查了点的变化规律, 根据点的坐标求出四边形 ABCD 一周的长度, 从而确定 2014 个单位长度的细线的另一端落在第几圈第几个单位长度的位置是解题的关键.

11. (3 分) (2014•绥化) 矩形纸片 ABCD 中, 已知 $AD=8, AB=6$, E 是边 BC 上的点, 以 AE 为折痕折叠纸片, 使点 B 落在点 F 处, 连接 FC, 当 $\triangle EFC$ 为直角三角形时, BE 的长为 3 或 6.

考点: 翻折变换 (折叠问题).

专题: 分类讨论.

分析: 分 $\angle EFC=90^\circ$ 时, 先判断出点 F 在对角线 AC 上, 利用勾股定理列式求出 AC, 设 $BE=x$, 表示出 CE, 根据翻折变换的性质可得 $AF=AB, EF=BE$, 然后在 $Rt\triangle CEF$ 中, 利用勾股定理列出方程求解即可; $\angle CEF=90^\circ$ 时, 判断出四边形 ABEF 是正方形, 根据正方形的四条边都相等可得 $BE=AB$.

解答: 解: ① $\angle EFC=90^\circ$ 时, 如图 1,

$\because \angle AFE = \angle B = 90^\circ, \angle EFC = 90^\circ,$

$\therefore$ 点 A、F、C 共线,

$\because$ 矩形 ABCD 的边 $AD=8,$

$\therefore BC=AD=8,$

在 $Rt\triangle ABC$ 中, $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10,$

设 $BE=x,$ 则 $CE=BC - BE=8 - x,$

由翻折的性质得, $AF=AB=6, EF=BE=x,$

$\therefore CF=AC - AF=10 - 6=4,$

在 $Rt\triangle CEF$ 中, $EF^2 + CF^2 = CE^2,$

即 $x^2 + 4^2 = (8 - x)^2,$

解得 $x=3,$

即 $BE=3;$

② $\angle CEF=90^\circ$ 时, 如图 2,

由翻折的性质得, $\angle AEB = \angle AEF = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ,$

$\therefore$ 四边形 ABEF 是正方形,

$\therefore BE=AB=6,$

综上所述, BE 的长为 3 或 6.

故答案为: 3 或 6.

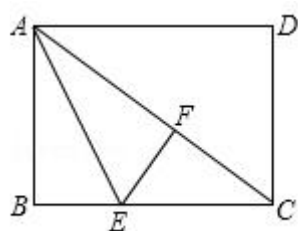


图1

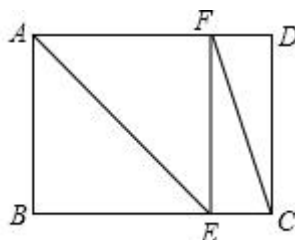


图2

点评: 本题考查了翻折变化的性质, 勾股定理, 正方形的判定与性质, 此类题目, 利用勾股定理列出方程求解是常用的方法, 本题难点在于分情况讨论, 作出图形更形象直观.

二、单项选择题 (每题 3 分, 满分 21 分)

12. (3 分) (2014•绥化) 下列运算正确的是 ()

A. $(a^3)^2 = a^6$

B. $3a + 3b = 6ab$

C. $a^6 \div a^3 = a^2$

D. $a^3 - a = a^2$

考点: 同底数幂的除法; 合并同类项; 幂的乘方与积的乘方.

分析: 根据幂的乘方, 可判断 A, 根据合并同类项, 可判断 B, 根据同底数幂的除法, 可判断 C、D.

解答: 解: A、底数不变指数相乘, 故 A 正确;

B、不是同类项不能合并, 故 B 错误;

C、底数不变指数相减, 故 C 错误;

D、不是同底数幂的除法, 指数不能相减, 故 D 错误;

故选: A.

点评: 本题考查了幂的运算, 根据法则计算是解题关键.

13. (3 分) (2014•绥化) 下列图形中, 既是中心对称图形又是轴对称图形的是 ()

- A. 角 B. 等边三角形 C. 平行四边形 D. 圆

考点：中心对称图形；轴对称图形.

专题：常规题型.

分析：根据轴对称及中心对称的定义，结合选项所给图形的特点即可作出判断.

解答：解：A、角是轴对称图形，不是中心对称图形，故本选项错误；

B、等边三角形是轴对称图形，不是中心对称图形，故本选项错误；

C、平行四边形不是轴对称图形，是中心对称图形，故本选项错误；

D、圆既是轴对称图形也是中心对称图形，故本选项正确；

故选 D.

点评：本题考查了中心对称图形与轴对称图形的概念：轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后两部分重合.

14. (3 分) (2014•绥化) 分式方程 $\frac{2x-5}{x-2} = \frac{3}{2-x}$ 的解是 ()

- A. $x = -2$ B. $x = 2$ C. $x = 1$ D. $x = 1$ 或 $x = 2$

考点：解分式方程.

专题：方程思想.

分析：观察可得最简公分母是 $(x-2)$ ，方程两边乘最简公分母，可以把分式方程转化为整式方程求解.

解答：解：方程的两边同乘 $(x-2)$ ，得

$$2x - 5 = -3,$$

解得 $x = 1$.

检验：当 $x = 1$ 时， $(x-2) = -1 \neq 0$.

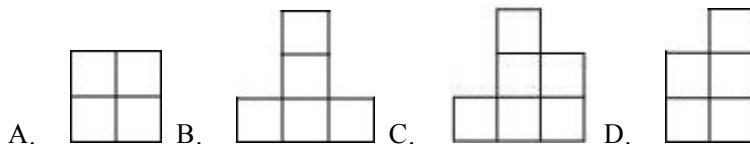
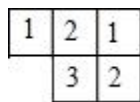
∴原方程的解为： $x = 1$.

故选 C.

点评：考查了解分式方程，注意：

- (1) 解分式方程的基本思想是“转化思想”，把分式方程转化为整式方程求解.
- (2) 解分式方程一定要注意要验根.

15. (3 分) (2014•绥化) 如图是一个由多个相同小正方体搭成的几何体的俯视图，图中标数字为该位置小正方体的个数，则这个几何体的左视图是 ()



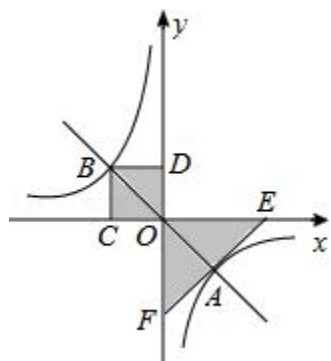
考点：由三视图判断几何体；简单组合体的三视图.

分析：俯视图中的每个数字是该位置小立方体的个数，分析其中的数字，得主视图右 3 列，从左到右分别是 1，3，2 个正方形.

解答: 解: 由俯视图中的数字可得: 主视图有 3 列, 从左到右分别是 1, 3, 2 个正方形.
故选 C.

点评: 本题考查了学生的思考能力和对几何体三种视图的空间想象能力.

16. (3 分) (2014•绥化) 如图, 过点 O 作直线与双曲线 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 交于 A、B 两点, 过点 B 作 $BC \perp x$ 轴于点 C, 作 $BD \perp y$ 轴于点 D. 在 x 轴上分别取点 E、F, 使点 A、E、F 在同一条直线上, 且 $AE=AF$. 设图中矩形 ODBC 的面积为 S_1 , $\triangle EOF$ 的面积为 S_2 , 则 S_1 、 S_2 的数量关系是 ()



- A. $S_1=S_2$ B. $2S_1=S_2$ C. $3S_1=S_2$ D. $4S_1=S_2$

考点: 反比例函数系数 k 的几何意义.

分析: 根据题意, 易得 AB 两点关于原点对称, 可设 A 点坐标为 (m, n) , 则 B 的坐标为 $(-m, -n)$; 在 $\text{Rt}\triangle EOF$ 中, 由 $AE=AF$, 可得 A 为 EF 中点, 分析计算可得 S_2 , 矩形 ODBC 中, 易得 S_1 , 比较可得答案.

解答: 解: 设 A 点坐标为 (m, n) ,

过点 O 的直线与双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 交于 A、B 两点, 则 A、B 两点关于原点对称, 则 B 的坐标为 $(-m, -n)$;

矩形 ODBC 中, 易得 $OD=-n$, $OC=m$; 则 $S_1=-mn$;

在 $\text{Rt}\triangle EOF$ 中, $AE=AF$, 故 A 为 EF 中点,

由中位线的性质可得 $OF=-2n$, $OE=2m$;

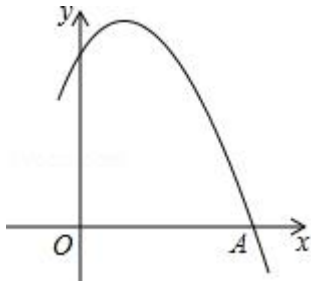
则 $S_2=OF \times OE = -4mn$;

故 $2S_1=S_2$.

故选 B.

点评: 本题考查反比例函数系数 k 的几何意义, 过双曲线上的任意一点分别向两条坐标轴作垂线, 与坐标轴围成的矩形面积就等于 $|k|$. 本知识点是中考的重要考点, 同学们应高度关注.

17. (3 分) (2014•绥化) 如图是二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 图象的一部分, 且过点 A $(3, 0)$, 二次函数图象的对称轴是 $x=1$, 下列结论正确的是 ()



A. $b^2 > 4ac$

B. $ac > 0$

C. $a - b + c > 0$

D. $4a + 2b + c < 0$

考点：二次函数图象与系数的关系.

专题：数形结合.

分析：根据抛物线与 x 轴有两个交点有 $b^2 - 4ac > 0$ 可对 A 进行判断；由抛物线开口向下得 $a < 0$ ，由抛物线与 y 轴的交点在 x 轴上方得 $c > 0$ ，则可对 B 进行判断；根据抛物线的对称性得到抛物线与 x 轴的另一个交点为 $(-1, 0)$ ，所以 $a - b + c = 0$ ，则可 C 选项进行判断；由于 $x = 2$ 时，函数值小于 0，则有 $4a + 2b + c < 0$ ，于是可对 D 选项进行判断.

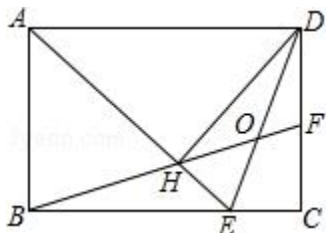
解答：解：∵ 抛物线与 x 轴有两个交点，
 ∴ $b^2 - 4ac > 0$ ，即 $b^2 > 4ac$ ，所以 A 选项正确；
 ∵ 抛物线开口向下，
 ∴ $a < 0$ ，
 ∵ 抛物线与 y 轴的交点在 x 轴上方，
 ∴ $c > 0$ ，
 ∴ $ac < 0$ ，所以 B 选项错误；
 ∵ 抛物线过点 A $(3, 0)$ ，二次函数图象的对称轴是 $x = 1$ ，
 ∴ 抛物线与 x 轴的另一个交点为 $(-1, 0)$ ，
 ∴ $a - b + c = 0$ ，所以 C 选项错误；
 ∵ 当 $x = 2$ 时， $y < 0$ ，
 ∴ $4a + 2b + c < 0$ ，所以 D 选项错误.
 故选 A.

点评：本题考查了二次函数的图象与系数的关系：二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象为抛物线，当 $a > 0$ ，抛物线开口向上；对称轴为直线 $x = -\frac{b}{2a}$ ；抛物线与 y 轴的交点坐标为 $(0, c)$ ；当 $b^2 - 4ac > 0$ ，抛物线与 x 轴有两个交点；当 $b^2 - 4ac = 0$ ，抛物线与 x 轴有一个交点；当 $b^2 - 4ac < 0$ ，抛物线与 x 轴没有交点.

18. (3 分) (2014•绥化) 如图，在矩形 ABCD 中， $AD = \sqrt{2}AB$ ， $\angle BAD$ 的平分线交 BC 于点 E， $DH \perp AE$ 于点 H，连接 BH 并延长交 CD 于点 F，连接 DE 交 BF 于点 O，下列结论：

① $\angle AED = \angle CED$ ；② $OE = OD$ ；③ $BH = HF$ ；④ $BC - CF = 2HE$ ；⑤ $AB = HF$ ，

其中正确的有 ()



A. 2 个

B. 3 个

C. 4 个

D. 5 个

考点: 矩形的性质; 全等三角形的判定与性质; 角平分线的性质; 等腰三角形的判定与性质.

分析: 根据角平分线的定义可得 $\angle BAE = \angle DAE = 45^\circ$, 然后利用求出 $\triangle ABE$ 是等腰直角三角形, 根据等腰直角三角形的性质可得 $AE = \sqrt{2}AB$, 从而得到 $AE = AD$, 然后利用“角角边”证明 $\triangle ABE$ 和 $\triangle AHD$ 全等, 根据全等三角形对应边相等可得 $BE = DH$, 再根据等腰三角形两底角相等求出 $\angle ADE = \angle AED = 67.5^\circ$, 根据平角等于 180° 求出 $\angle CED = 67.5^\circ$, 从而判断出①正确; 再求出 $\angle AHB = 67.5^\circ$, $\angle DOH = \angle ODH = 22.5^\circ$, 然后根据等角对等边可得 $OE = OD = OH$, 判断出②正确; 再求出 $\angle EBH = \angle OHD = 22.5^\circ$, $\angle AEB = \angle HDF = 45^\circ$, 然后利用“角边角”证明 $\triangle BEH$ 和 $\triangle HDF$ 全等, 根据全等三角形对应边相等可得 $BH = HF$, 判断出③正确; 根据全等三角形对应边相等可得 $DF = HE$, 然后根据 $DH = DC - CF$ 整理得到 $\sqrt{2}BC - 2CF = 2HE$, 判断出④错误; 判断出 $\triangle ABH$ 不是等边三角形, 从而得到 $AB \neq BH$, 即 $AB \neq HF$, 得到⑤错误.

解答: 解: $\because$ 在矩形 $ABCD$ 中, AE 平分 $\angle BAD$,

$$\therefore \angle BAE = \angle DAE = 45^\circ,$$

$\therefore \triangle ABE$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore AE = \sqrt{2}AB,$$

$$\therefore AD = \sqrt{2}AB,$$

$$\therefore AE = AD,$$

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle AHD$ 中,

$$\begin{cases} \angle BAE = \angle DAE \\ \angle ABE = \angle AHD = 90^\circ \\ AE = AD \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle AHD \text{ (AAS)},$$

$$\therefore BE = DH,$$

$$\therefore AB = BE = AH = HD,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle AED = \frac{1}{2} (180^\circ - 45^\circ) = 67.5^\circ,$$

$$\therefore \angle CED = 180^\circ - 45^\circ - 67.5^\circ = 67.5^\circ,$$

$$\therefore \angle AED = \angle CED, \text{ 故①正确;}$$

$$\therefore \angle AHB = \frac{1}{2} (180^\circ - 45^\circ) = 67.5^\circ, \angle OHE = \angle AHB \text{ (对顶角相等)},$$

$$\therefore \angle OHE = \angle AED,$$

$$\therefore OE = OH,$$

$$\therefore \angle DOH = 90^\circ - 67.5^\circ = 22.5^\circ, \angle ODH = 67.5^\circ - 45^\circ = 22.5^\circ,$$

$$\therefore \angle DOH = \angle ODH,$$

$$\therefore OH = OD,$$

$$\therefore OE = OD = OH, \text{ 故②正确;}$$

$$\therefore \angle EBH = 90^\circ - 67.5^\circ = 22.5^\circ,$$

$$\therefore \angle EBH = \angle OHD,$$

在 $\triangle BEH$ 和 $\triangle HDF$ 中,

$$\begin{cases} \angle EBH = \angle OHD = 22.5^\circ \\ BE = DH \\ \angle AEB = \angle HDF = 45^\circ \end{cases},$$

$\therefore \triangle BEH \cong \triangle HDF$ (ASA),
 $\therefore BH = HF, HE = DF$, 故③正确;

$$\begin{aligned} \therefore DF &= DC - CF = \frac{\sqrt{2}}{2}BC - CF, \\ \therefore \sqrt{2}BC - 2CF &= 2DF, \\ \therefore \sqrt{2}BC - 2CF &= 2HE, \text{ 故④错误;} \end{aligned}$$

$\therefore AB = AH, \angle BAE = 45^\circ$,
 $\therefore \triangle ABH$ 不是等边三角形,
 $\therefore AB \neq BH$,
 $\therefore$ 即 $AB \neq HF$, 故⑤错误;
 综上所述, 结论正确的是①②③共 3 个.
 故选 B.

点评: 本题考查了矩形的性质, 全等三角形的判定与性质, 角平分线的定义, 等腰三角形的判定与性质, 熟记各性质并仔细分析题目条件, 根据相等的度数求出相等的角, 从而得到三角形全等的条件或判断出等腰三角形是解题的关键, 也本题的难点.

三、解答题 (满分 66 分)

19. (5 分) (2014·绥化) 计算: $\sqrt{12} - 2\cos 30^\circ + (\sqrt{3} - 1)^0 - \left(\frac{1}{8}\right)^{-1}$.

考点: 实数的运算; 零指数幂; 负整数指数幂; 特殊角的三角函数值.

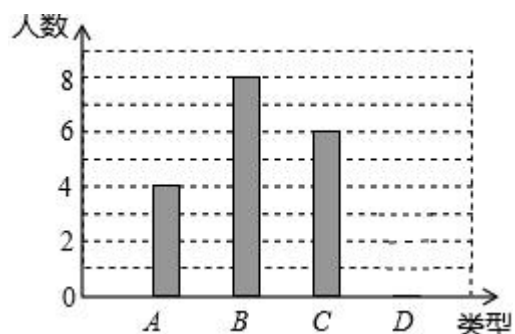
分析: 分别进行二次根式的化简、特殊角的三角函数值、零指数幂、负整数指数幂等运算, 然后按照实数的运算法则计算即可.

解答: 解: 原式 $= 2\sqrt{3} - 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 - 8 = \sqrt{3} - 7$.

点评: 本题考查了实数的运算, 涉及了二次根式的化简、特殊角的三角函数值、零指数幂、负整数指数幂等知识, 属于基础题.

20. (6 分) (2014·绥化) 某校 240 名学生参加植树活动, 要求每人植树 4~7 棵, 活动结束后抽查了 20 名学生每人的植树量, 并分为四类: A 类 4 棵、B 类 5 棵、C 类 6 棵、D 类 7 棵, 将各类的人数绘制成如图所示不完整的条形统计图, 回答下列问题:

- (1) 补全条形图;
- (2) 写出这 20 名学生每人植树量的众数和中位数;
- (3) 估计这 240 名学生共植树多少棵?



考点：条形统计图；用样本估计总体；中位数；众数.

专题：图表型.

分析： (1) 求出 D 类的人数，然后补全统计图即可；
 (2) 根据众数的定义解答，根据中位数的定义，找出第 10 人和第 11 人植树的棵树，然后解答即可；
 (3) 求出 20 人植树的平均棵树，然后乘以总人数 240 计算即可得解.

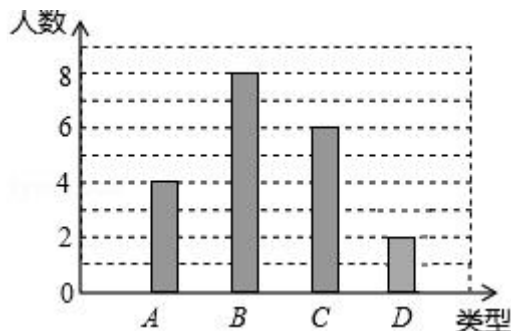
解答： 解：(1) D 类的人数为：20 - 4 - 8 - 6 = 20 - 18 = 2 人，
 补全统计图如图所示；

(2) 由图可知，植树 5 棵的人数最多，是 8 人，
 所以，众数为 5，
 按照植树的棵树从少到多排列，第 10 人与第 11 人都是植 5 棵树，
 所以，中位数是 5；

$$(3) \bar{x} = \frac{4 \times 4 + 5 \times 8 + 6 \times 6 + 7 \times 2}{20} = 5.3 \text{ (棵)},$$

$$240 \times 5.3 = 1272 \text{ (棵)}.$$

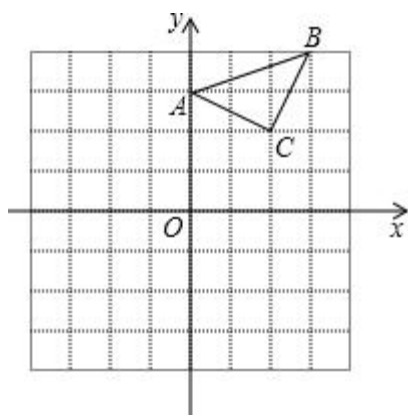
答：估计这 240 名学生共植树 1272 棵.



点评： 本题考查的是条形统计图的综合运用．读懂统计图，从统计图中得到必要的信息是解决问题的关键．条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据．

21. (6 分) (2014•绥化) 已知：△ABC 在直角坐标平面内，三个顶点的坐标分别为 A (0, 3)、B (3, 4)、C (2, 2) (正方形网格中每个小正方形的边长是一个单位长度).

- (1) 画出△ABC 向下平移 4 个单位长度得到的△A₁B₁C₁，点 C₁ 的坐标是 (2, -2)；
- (2) 以点 B 为位似中心，在网格内画出△A₂B₂C₂，使△A₂B₂C₂ 与△ABC 位似，且位似比为 2: 1，点 C₂ 的坐标是 (1, 0)；
- (3) △A₂B₂C₂ 的面积是 10 平方单位.



考点：作图-位似变换；作图-平移变换.

分析： (1) 利用平移的性质得出平移后图象进而得出答案；
 (2) 利用位似图形的性质得出对应点位置即可；
 (3) 利用等腰直角三角形的性质得出 $\triangle A_2B_2C_2$ 的面积.

解答： 解：(1) 如图所示： $C_1 (2, -2)$ ；

故答案为： $(2, -2)$ ；

(2) 如图所示： $C_2 (1, 0)$ ；

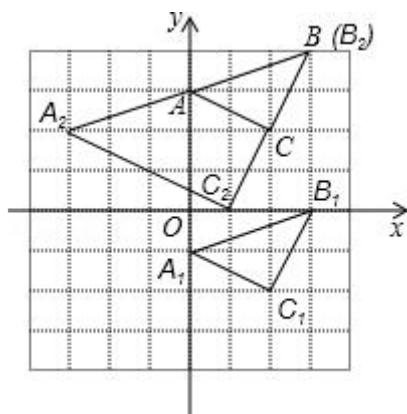
故答案为： $(1, 0)$ ；

$$(3) \because A_2C_2^2=20, B_2C_2^2=20, A_2B_2^2=40,$$

$\therefore \triangle A_2B_2C_2$ 是等腰直角三角形,

$\therefore \triangle A_2B_2C_2$ 的面积是： $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 20 = 10$ 平方单位.

故答案为： 10.

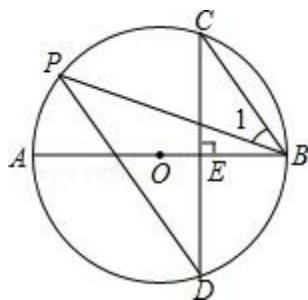


点评： 此题主要考查了位似图形的性质以及平移的性质和三角形面积求法等知识，得出对应点坐标是解题关键.

22. (6分) (2014•绥化) 如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，弦 $CD \perp AB$ 于点 E，点 P 在 $\odot O$ 上， $\angle 1 = \angle BCD$.

(1) 求证： $CB \parallel PD$ ；

(2) 若 $BC=3$, $\sin \angle BPD = \frac{3}{5}$, 求 $\odot O$ 的直径.



考点: 圆周角定理; 垂径定理; 解直角三角形.

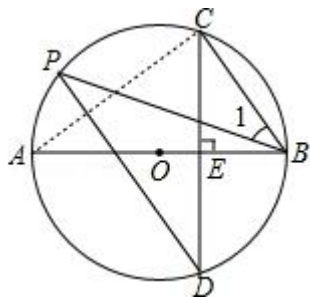
分析: (1) 根据圆周角定理和已知求出 $\angle D = \angle BCD$, 根据平行线的判定推出即可;

(2) 根据垂径定理求出弧 $BC =$ 弧 BD , 推出 $\angle A = \angle P$, 解直角三角形求出即可.

解答: (1) 证明: $\because \angle D = \angle 1$, $\angle 1 = \angle BCD$,

$$\therefore \angle D = \angle BCD,$$

$$\therefore CB \parallel PD;$$



(2) 解: 连接 AC ,

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

$\because CD \perp AB$,

$\therefore$ 弧 $BD =$ 弧 BC ,

$$\therefore \angle BPD = \angle CAB,$$

$$\therefore \sin \angle CAB = \sin \angle BPD = \frac{3}{5},$$

$$\text{即 } \frac{BC}{AB} = \frac{3}{5},$$

$$\because BC = 3,$$

$$\therefore AB = 5,$$

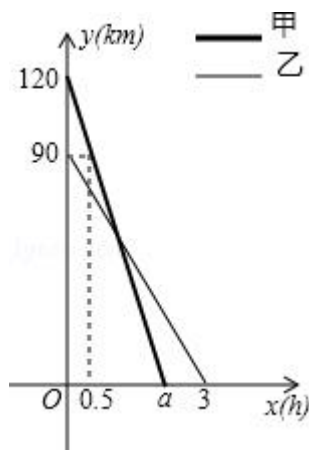
即 $\odot O$ 的直径是 5.

点评: 本题考查了圆周角定理, 解直角三角形, 垂径定理, 平行线的判定的应用, 主要考查学生的推理能力.

23. (8 分) (2014•绥化) 在一条笔直的公路旁依次有 A、B、C 三个村庄, 甲、乙两人同时分别从 A、B 两村出发, 甲骑摩托车, 乙骑电动车沿公路匀速驶向 C 村, 最终到达 C 村. 设甲、乙两人到 C 村的距离 y_1 , y_2 (km) 与行驶时间 x (h) 之间的函数关系如图所示, 请回答下列问题:

(1) A、C 两村间的距离为 120 km, $a =$ 2;

- (2) 求出图中点 P 的坐标，并解释该点坐标所表示的实际意义；
 (3) 乙在行驶过程中，何时距甲 10km？



考点：一次函数的应用.

- 分析：** (1) 由图可知与 y 轴交点的坐标表示 A、C 两村间的距离为 120km，再由 0.5 小时距离 C 村 90km，形式 $120 - 90 = 30$ km，速度为 60km/h，求得 $a=2$ ；
 (2) 求得 y_1, y_2 两个函数解析式，建立方程求得点 P 坐标，表示在什么时间相遇以及距离 C 村的距离；
 (3) 由 (2) 中的函数解析式根据距甲 10km 建立方程；探讨得出答案即可.

解答： 解：(1) A、C 两村间的距离 120km，
 $a = 120 \div [(120 - 90) \div 0.5] = 2$ ；
 (2) 设 $y_1 = k_1x + 120$ ，
 代入 $(2, 0)$ 解得 $y_1 = -60x + 120$ ，
 $y_2 = k_2x + 90$ ，
 代入 $(3, 0)$ 解得 $y_2 = -30x + 90$ ，
 由 $-60x + 120 = -30x + 90$
 解得 $x = 1$ ，则 $y_1 = y_2 = 60$ ，
 所以 P $(1, 60)$ 表示经过 1 小时甲与乙相遇且距 C 村 60km.
 (3) 当 $y_1 - y_2 = 10$ ，
 即 $-60x + 120 - (-30x + 90) = 10$
 解得 $x = \frac{2}{3}$ ，
 当 $y_2 - y_1 = 10$ ，
 即 $-30x + 90 - (-60x + 120) = 10$
 解得 $x = \frac{4}{3}$ ，
 当甲走到 C 地，而乙距离 C 地 10km 时，
 $-30x + 90 = 10$
 解得 $x = \frac{8}{3}$ ；
 综上所述当 $x = \frac{2}{3}h$ ，或 $x = \frac{4}{3}h$ ，或 $x = \frac{8}{3}h$ 乙距甲 10km.

点评： 此题考查一次函数的运用，一次函数与二元一次方程组的运用，解答时认真分析图象求出解

析式是关键，注意分类思想的渗透.

24. (8分) (2014•绥化) 某商场用 36 万元购进 A、B 两种商品，销售完后共获利 6 万元，其进价和售价如下表:

	A	B
进价 (元/件)	1200	1000
售价 (元/件)	1380	1200

(1) 该商场购进 A、B 两种商品各多少件;

(2) 商场第二次以原进价购进 A、B 两种商品. 购进 B 种商品的件数不变，而购进 A 种商品的件数是第一次的 2 倍，A 种商品按原售价出售，而 B 种商品打折销售. 若两种商品销售完毕，要使第二次经营活动获利不少于 81600 元，B 种商品最低售价为每件多少元?

考点: 一元一次不等式组的应用.

专题: 应用题; 压轴题.

分析: (1) 设购进 A 种商品 x 件，B 种商品 y 件，列出不等式方程组可求解.

(2) 由 (1) 得 A 商品购进数量，再求出 B 商品的售价.

解答: 解: (1) 设购进 A 种商品 x 件，B 种商品 y 件，

$$\text{根据题意得} \begin{cases} 1200x + 1000y = 360000 \\ (1380 - 1200)x + (1200 - 1000)y = 60000 \end{cases}$$

$$\text{化简得} \begin{cases} 6x + 5y = 1800 \\ 9x + 10y = 3000 \end{cases}, \text{解之得} \begin{cases} x = 200 \\ y = 120 \end{cases}.$$

答: 该商场购进 A、B 两种商品分别为 200 件和 120 件.

(2) 由于 A 商品购进 400 件，获利为

$$(1380 - 1200) \times 400 = 72000 \text{ (元)}$$

从而 B 商品售完获利应不少于 $81600 - 72000 = 9600$ (元)

设 B 商品每件售价为 z 元，则

$$120(z - 1000) \geq 9600$$

解之得 $z \geq 1080$

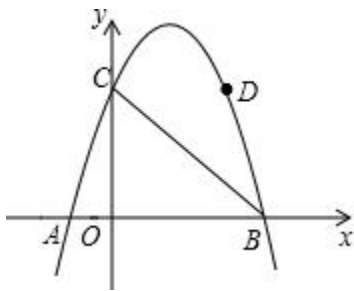
所以 B 种商品最低售价为每件 1080 元.

点评: 本题考查一元一次不等式组的应用，将现实生活中的事件与数学思想联系起来，读懂题列出不等式关系式即可求解. 准确的解不等式组是需要掌握的基本能力.

25. (8分) (2014•绥化) 如图，抛物线 $y = -x^2 + 3x + 4$ 与 x 轴交于 A、B 两点，与 y 轴交于 C 点，点 D 在抛物线上且横坐标为 3.

(1) 求 $\tan \angle DBC$ 的值;

(2) 点 P 为抛物线上一点，且 $\angle DBP = 45^\circ$ ，求点 P 的坐标.



考点：二次函数综合题.

分析： (1) 如图，连接 CD，过点 D 作 $DE \perp BC$ 于点 E. 利用抛物线解析式可以求得点 A、B、C、D 的坐标，则易推知 $CD \parallel AB$ ，所以 $\angle BCD = \angle ABC = 45^\circ$. 利用直角等腰直角三角形的性质和图中相关线段间的和差关系求得 $BC = 4\sqrt{2}$ ， $BE = BC - DE = \frac{5\sqrt{2}}{2}$. 由正切三角函数定义知

$$\tan \angle DBC = \frac{DE}{BE} = \frac{3}{5};$$

(2) 过点 P 作 $PF \perp x$ 轴于点 F. 由点 B、D 的坐标得到 $BD \perp x$ 轴， $\angle PBF = \angle DBC$ ，利用 (1) 中的结果得到： $\tan \angle PBF = \frac{3}{5}$. 设 $P(x, -x^2 + 3x + 4)$ ，则利用锐角三角函数定义推知

$$\frac{-x^2 + 3x + 4}{4 - x} = \frac{3}{5}, \text{ 通过解方程求得点 P 的坐标为 } \left(-\frac{2}{5}, \frac{66}{25}\right).$$

解答： 解：(1) 令 $y=0$ ，则 $-x^2 + 3x + 4 = -(x+1)(x-4) = 0$ ，
解得 $x_1 = -1$ ， $x_2 = 4$.

$\therefore A(-1, 0)$ ， $B(4, 0)$.

当 $x=3$ 时， $y = -3^2 + 3 \times 3 + 4 = 4$ ，

$\therefore D(3, 4)$.

如图，连接 CD，过点 D 作 $DE \perp BC$ 于点 E.

$\therefore C(0, 4)$ ，

$\therefore CD \parallel AB$ ，

$\therefore \angle BCD = \angle ABC = 45^\circ$.

在直角 $\triangle OBC$ 中， $\therefore OC = OB = 4$ ，

$\therefore BC = 4\sqrt{2}$.

在直角 $\triangle CDE$ 中， $CD = 3$.

$$\therefore CE = ED = \frac{3\sqrt{2}}{2},$$

$$\therefore BE = BC - DE = \frac{5\sqrt{2}}{2}.$$

$$\therefore \tan \angle DBC = \frac{DE}{BE} = \frac{3}{5};$$

(2) 过点 P 作 $PF \perp x$ 轴于点 F.

$\therefore \angle CBF = \angle DBP = 45^\circ$ ，

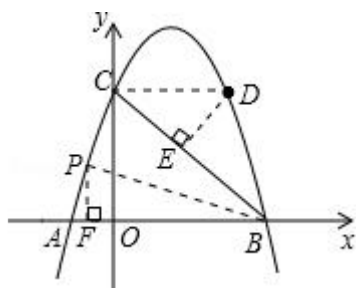
$\therefore \angle PBF = \angle DBC$ ，

$$\therefore \tan \angle PBF = \frac{3}{5}.$$

$$\text{设 } P(x, -x^2+3x+4), \text{ 则 } \frac{-x^2+3x+4}{4-x} = \frac{3}{5},$$

$$\text{解得 } x_1 = -\frac{2}{5}, x_2 = 4 \text{ (舍去),}$$

$$\therefore P(-\frac{2}{5}, \frac{66}{25}).$$



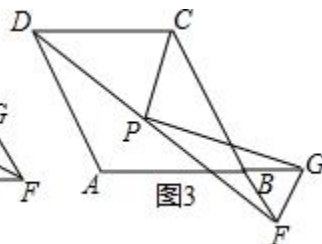
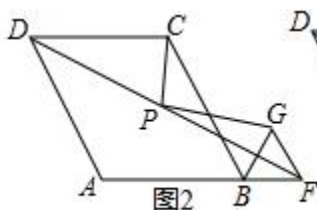
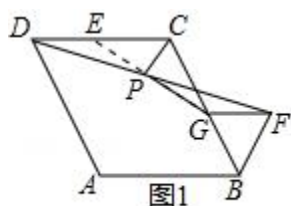
点评: 本题主要考查了二次函数综合型题目, 其中涉及到了坐标与图形性质, 勾股定理, 锐角三角函数定义以及二次函数图象上点的坐标特征等知识点. 解题时, 要注意数形结合的数学思想方法.

26. (9分) (2014·绥化) 在菱形 ABCD 和正三角形 BGF 中, $\angle ABC = 60^\circ$, P 是 DF 的中点, 连接 PG、PC.

(1) 如图 1, 当点 G 在 BC 边上时, 易证: $PG = \sqrt{3}PC$. (不必证明)

(2) 如图 2, 当点 F 在 AB 的延长线上时, 线段 PC、PG 有怎样的数量关系, 写出你的猜想, 并给与证明;

(3) 如图 3, 当点 F 在 CB 的延长线上时, 线段 PC、PG 又有怎样的数量关系, 写出你的猜想 (不必证明).



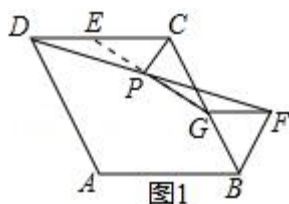
考点: 四边形综合题.

分析: (1) 延长 GP 交 DC 于点 E, 利用 $\triangle PED \cong \triangle PGF$, 得出 $PE = PG$, $DE = FG$, 得到 $CE = CG$, CP 是 EG 的中垂线, 在 $\text{RT}\triangle CPG$ 中, $\angle PCG = 60^\circ$, 所以 $PG = \sqrt{3}PC$.

(2) 延长 GP 交 DA 于点 E, 连接 EC, GC, 先证明 $\triangle DPE \cong \triangle FPG$, 再证得 $\triangle CDE \cong \triangle CBG$, 利用在 $\text{RT}\triangle CPG$ 中, $\angle PCG = 60^\circ$, 所以 $PG = \sqrt{3}PC$.

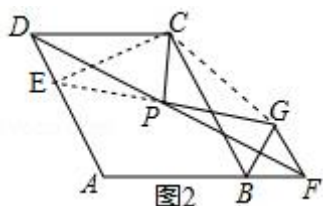
(3) 延长 GP 到 H, 使 $PH = PG$, 连接 CH、DH, 作 $ME \parallel DC$, 先证 $\triangle GFP \cong \triangle HDP$, 再证得 $\triangle HDC \cong \triangle GBC$, 在 $\text{RT}\triangle CPG$ 中, $\angle PCG = 60^\circ$, 所以 $PG = \sqrt{3}PC$.

解答:



(1) 提示: 如图 1: 延长 GP 交 DC 于点 E,
利用 $\triangle PED \cong \triangle PGF$, 得出 $PE=PG$, $DE=FG$,
 $\therefore CE=CG$,
 $\therefore CP$ 是 EG 的中垂线,
在 $RT\triangle CPG$ 中, $\angle PCG=60^\circ$,
 $\therefore PG=\sqrt{3}PC$.

(2) 如图 2, 延长 GP 交 DA 于点 E, 连接 EC, GC,



$\because \angle ABC=60^\circ$, $\triangle BGF$ 正三角形
 $\therefore GF \parallel BC \parallel AD$,
 $\therefore \angle EDP = \angle GFP$,

在 $\triangle DPE$ 和 $\triangle FPG$ 中

$$\begin{cases} \angle EDP = \angle GFP \\ DP = FP \\ \angle DPE = \angle FPG \end{cases}$$

$\therefore \triangle DPE \cong \triangle FPG$ (ASA)

$\therefore PE=PG$, $DE=FG=BG$,

$\therefore \angle CDE = \angle CBG = 60^\circ$, $CD=CB$,

在 $\triangle CDE$ 和 $\triangle CBG$ 中,

$$\begin{cases} CD=CB \\ \angle CDE = \angle CBG = 60^\circ \\ CE=CB \end{cases}$$

$\therefore \triangle CDE \cong \triangle CBG$ (SAS)

$\therefore CE=CG$, $\angle DCE = \angle BCG$,

$\therefore \angle ECG = \angle DCB = 120^\circ$,

$\therefore PE=PG$,

$\therefore CP \perp PG$, $\angle PCG = \frac{1}{2} \angle ECG = 60^\circ$

$\therefore PG=\sqrt{3}PC$.

(3) 猜想: $PG=\sqrt{3}PC$.

证明: 如图 3, 延长 GP 到 H, 使 $PH=PG$, 连接 CH, CG, DH, 作 $ME \parallel DC$

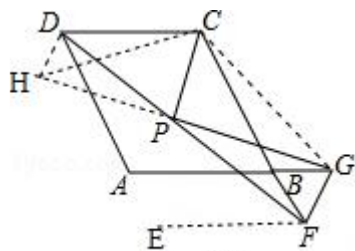


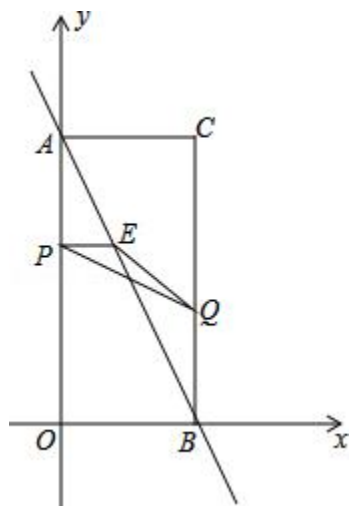
图3

$\because P$ 是线段 DF 的中点,
 $\therefore FP=DP$,
 $\because \angle GPF=\angle HPD$,
 $\therefore \triangle GFP \cong \triangle HDP$,
 $\therefore GF=HD, \angle GFP=\angle HDP$,
 $\because \angle GFP+\angle PFE=120^\circ, \angle PFE=\angle PDC$,
 $\therefore \angle CDH=\angle HDP+\angle PDC=120^\circ$,
 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,
 $\therefore CD=CB, \angle ADC=\angle ABC=60^\circ$, 点 A, B, G 又在一条直线上,
 $\therefore \angle GBC=120^\circ$,
 $\because$ 四边形 $BEFG$ 是菱形,
 $\therefore GF=GB$,
 $\therefore HD=GB$,
 $\therefore \triangle HDC \cong \triangle GBC$,
 $\therefore CH=CG, \angle DCH=\angle BCG$,
 $\therefore \angle DCH+\angle HCB=\angle BCG+\angle HCB=120^\circ$,
 即 $\angle HCG=120^\circ$
 $\because CH=CG, PH=PG$,
 $\therefore PG \perp PC, \angle GCP=\angle HCP=60^\circ$,
 $\therefore PG=\sqrt{3}PC$.

点评: 本题主要考查了菱形的性质, 以及全等三角形的判定等知识点, 根据已知和所求的条件正确的构建出相关的全等三角形是解题的关键.

27. (10 分) (2014•绥化) 如图, 在平面直角坐标系中, 已知矩形 $AOBC$ 的顶点 C 的坐标是 $(2, 4)$, 动点 P 从点 A 出发, 沿线段 AO 向终点 O 运动, 同时动点 Q 从点 B 出发, 沿线段 BC 向终点 C 运动. 点 P, Q 的运动速度均为 1 个单位, 运动时间为 t 秒. 过点 P 作 $PE \perp AO$ 交 AB 于点 E .

- (1) 求直线 AB 的解析式;
- (2) 设 $\triangle PEQ$ 的面积为 S , 求 S 与 t 时间的函数关系, 并指出自变量 t 的取值范围;
- (3) 在动点 P, Q 运动的过程中, 点 H 是矩形 $AOBC$ 内 (包括边界) 一点, 且以 B, Q, E, H 为顶点的四边形是菱形, 直接写出 t 值和与其对应的点 H 的坐标.



考点：一次函数综合题.

分析：（1）依据待定系数法即可求得；

（2）有两种情况：当 $0 < t < 2$ 时， $PF = 4 - 2t$ ，当 $2 < t \leq 4$ 时， $PF = 2t - 4$ ，然后根据面积公式即可求得；

（3）依据菱形的邻边相等关系即可求得.

解答：解：（1） $\because C(2, 4)$,

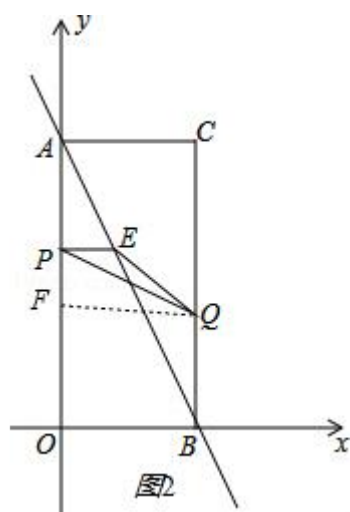
$\therefore A(0, 4), B(2, 0)$,

设直线 AB 的解析式为 $y = kx + b$,

$$\therefore \begin{cases} 4 = b \\ 0 = 2k + b \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = -2 \\ b = 4 \end{cases}$$

$\therefore$ 直线 AB 的解析式为 $y = -2x + 4$.



（2）如图 2，过点 Q 作 $QF \perp y$ 轴于 F，

$\therefore PE \parallel OB$,

$$\therefore \frac{PE}{AP} = \frac{OB}{AO} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{有 } AP=BQ=t, \quad PE=\frac{1}{2}t, \quad AF=CQ=4-t,$$

$$\text{当 } 0 < t < 2 \text{ 时, } PF=4-2t,$$

$$\therefore S = \frac{1}{2}PE \cdot PF = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}t(4-2t) = t - \frac{1}{2}t^2,$$

$$\text{即 } S = -\frac{1}{2}t^2 + t \quad (0 < t < 2),$$

$$\text{当 } 2 < t \leq 4 \text{ 时, } PF=2t-4,$$

$$\therefore S = \frac{1}{2}PE \cdot PF = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}t(2t-4) = \frac{1}{2}t^2 - t \quad (2 < t \leq 4).$$

$$(3) \quad t_1 = \frac{20}{13}, \quad H_1 \left(\frac{10}{13}, \frac{12}{13} \right),$$

$$t_2 = 20 - 8\sqrt{5}, \quad H_2 (10 - 4\sqrt{5}, 4).$$

点评: 本题考查了待定系数法求解析式, 平行线的性质, 以及菱形的性质和三角形的面积公式的应用.