

2014 年黑龙江省大庆市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分．在每小题所给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请将正确选项的序号填涂在答题卡上）

1. (3 分) (2014•大庆) 下列式子中成立的是 ()

- A. $-|-5| > 4$ B. $-3 < |-3|$ C. $-|-4| = 4$ D. $|-5.5| < 5$

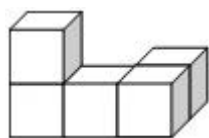
2. (3 分) (2014•大庆) 大庆油田某一年的石油总产量为 4 500 万吨，若用科学记数法表示应为 () 吨.

- A. 4.5×10^{-6} B. 4.5×10^6 C. 4.5×10^7 D. 4.5×10^8

3. (3 分) (2014•大庆) 已知 $a > b$ 且 $a+b=0$ ，则 ()

- A. $a < 0$ B. $b > 0$ C. $b \leq 0$ D. $a > 0$

4. (3 分) (2014•大庆) 如图中几何体的俯视图是 ()



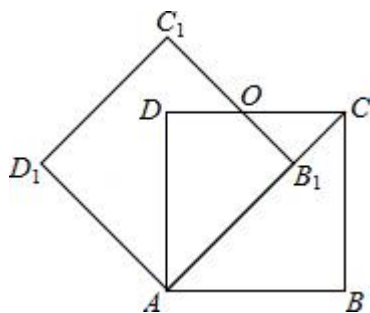
5. (3 分) (2014•大庆) 下列四个命题:

- (1) 两组对边分别相等的四边形是平行四边形;
- (2) 两组对角分别相等的四边形是平行四边形;
- (3) 对角线互相平分的四边形是平行四边形;
- (4) 一组对边平行且相等的四边形是平行四边形.

其中正确的命题个数有 ()

- A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

6. (3 分) (2014•大庆) 如图，边长为 1 的正方形 ABCD 绕点 A 逆时针旋转 45° 后得到正方形 $AB_1C_1D_1$ ，边 B_1C_1 与 CD 交于点 O，则四边形 AB_1OD 的面积是 ()



- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$ C. $\sqrt{2}-1$ D. $1+\sqrt{2}$

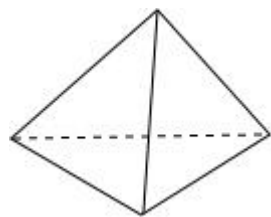
7. (3分) (2014•大庆) 某市出租车起步价是 5 元 (3 公里及 3 公里以内为起步价), 以后每公里收费是 1.6 元, 不足 1 公里按 1 公里收费, 小明乘出租车到达目的地时计价器显示为 11.4 元, 则此出租车行驶的路程可能为 ()

- A. 5.5 公里 B. 6.9 公里 C. 7.5 公里 D. 8.1 公里

8. (3分) (2014•大庆) 已知反比例函数的图象 $y = -\frac{2}{x}$ 上有两点 A (x_1, y_1)、B (x_2, y_2), 若 $y_1 > y_2$, 则 $x_1 - x_2$ 的值是 ()

- A. 正数 B. 负数 C. 非正数 D. 不能确定

9. (3分) (2014•大庆) 如图, 一个质地均匀的正四面体的四个面上依次标有数字 -2, 0, 1, 2, 连续抛掷两次, 朝下一面的数字分别是 a, b, 将其作为 M 点的横、纵坐标, 则点 M (a, b) 落在以 A (-2, 0), B (2, 0), C (0, 2) 为顶点的三角形内 (包含边界) 的概率是 ()



- A. $\frac{3}{8}$ B. $\frac{7}{16}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{9}{16}$

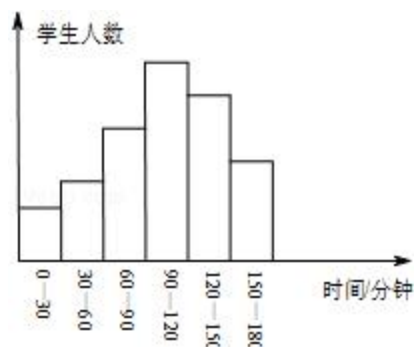
10. (3分) (2014•大庆) 对坐标平面内不同两点 A (x_1, y_1)、B (x_2, y_2), 用 $|AB|$ 表示 A、B 两点间的距离 (即线段 AB 的长度), 用 $\|AB\|$ 表示 A、B 两点间的格距, 定义 A、B 两点间的格距为 $\|AB\| = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$, 则 $|AB|$ 与 $\|AB\|$ 的大小关系为 ()

- A. $|AB| \geq \|AB\|$ B. $|AB| > \|AB\|$ C. $|AB| \leq \|AB\|$ D. $|AB| < \|AB\|$

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分．不需写出解答过程，请把答案直接填写在答题卡相应位置上）

11. (3 分) (2014•大庆) 若 $|x - y| + \sqrt{y - 2} = 0$ ，则 x^{y-3} 的值为_____.

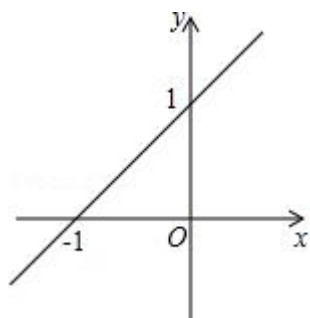
12. (3 分) (2014•大庆) 某记者抽样调查了某校一些学生假期用于读书的时间（单位：分钟）后，绘制了频数分布直方图，从左到右的前 5 个长方形相对应的频率之和为 0.9，最后一组的频数是 15，则此次抽样调查的人数为_____人．（注：横轴上每组数据包含最小值不包含最大值）



13. (3 分) (2014•大庆) 二元一次方程组 $\begin{cases} 7x - 4y = 13 \\ 5x - 6y = 3 \end{cases}$ 的解为_____.

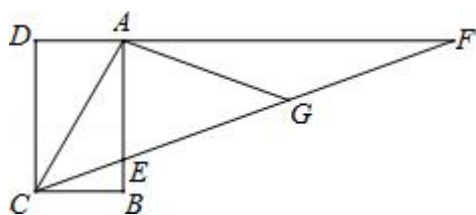
14. (3 分) (2014•大庆) $(x + \frac{1}{2})(2x - 1) \div (4x^2 - 1) =$ _____.

15. (3 分) (2014•大庆) 图中直线是由直线 l 向上平移 1 个单位，向左平移 2 个单位得到的，则直线 l 对应的一次函数关系式为_____.



16. (3 分) (2014•大庆) 在半径为 2 的圆中，弦 AC 长为 1，M 为 AC 中点，过 M 点最长的弦为 BD，则四边形 ABCD 的面积为_____.

17. (3 分) (2014•大庆) 如图，矩形 ABCD 中， $AD = \sqrt{2}$ ，F 是 DA 延长线上一点，G 是 CF 上一点，且 $\angle ACG = \angle AGC$ ， $\angle GAF = \angle F = 20^\circ$ ，则 AB =_____.



18. (3 分) (2014•大庆) 有一列数如下: 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, ..., 则第 9 个 1 在这列数中是第_____个数.

三、解答题 (本大题共 10 小题, 共 66 分, 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

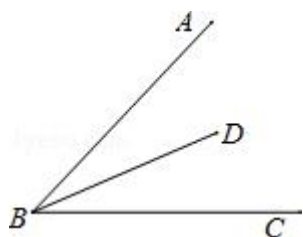
19. (4 分) (2014•大庆) 计算: $(\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}})^0 + \frac{|-\pi|}{\pi} + \tan 60^\circ + \sqrt[3]{-8}$.

20. (4 分) (2014•大庆) 求不等式组 $\begin{cases} 7(x-1) < 4x-3 \\ 6(0.5x+1) \geq 2x+5 \end{cases}$ 的整数解.

21. (4 分) (2014•大庆) 已知非零实数 a 满足 $a^2+1=3a$, 求 $a^2+\frac{1}{a^2}$ 的值.

22. (7 分) (2014•大庆) 如图, 点 D 为锐角 $\angle ABC$ 内一点, 点 M 在边 BA 上, 点 N 在边 BC 上, 且 $DM=DN$, $\angle BMD+\angle BND=180^\circ$.

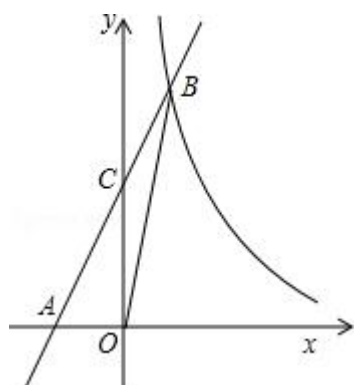
求证: BD 平分 $\angle ABC$.



23. (7分) (2014•大庆) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 一次函数 $y=ax+b$ 的图象与 x 轴相交于点 $A(-2, 0)$, 与 y 轴交于点 C , 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 在第一象限内的图象交于点 B

(m, n) , 连结 OB . 若 $S_{\triangle AOB}=6$, $S_{\triangle BOC}=2$.

- (1) 求一次函数的表达式;
- (2) 求反比例函数的表达式.



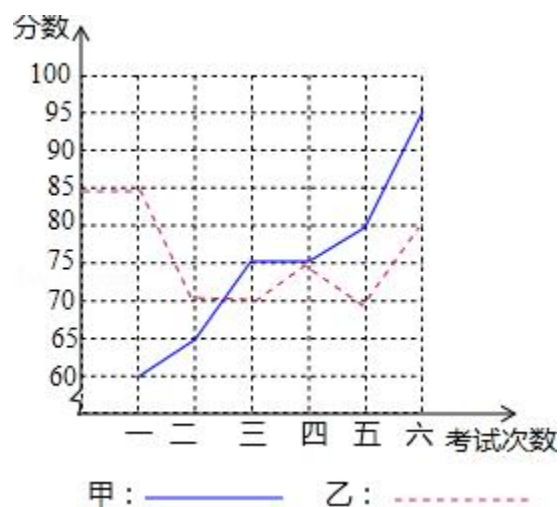
24. (7分) (2014•大庆) 甲、乙两名同学进入初四后, 某科 6 次考试成绩如图:

- (1) 请根据下图填写如表:

	平均数	方差	中位数	众数	极差
甲	75	_____	75	_____	_____
乙	_____	33.3	_____	_____	15

- (2) 请你分别从以下两个不同的方面对甲、乙两名同学 6 次考试成绩进行分析:

①从平均数和方差相结合看; ②从折线图上两名同学分数的走势上看, 你认为反映出什么问题?

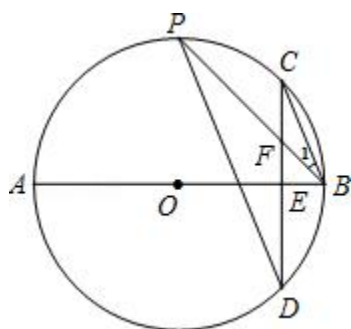


25. (7分) (2014•大庆) 关于 x 的函数 $y = (m^2 - 1)x^2 - (2m + 2)x + 2$ 的图象与 x 轴只有一个公共点, 求 m 的值.

26. (8分) (2014•大庆) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$ 于点 E , 点 P 在 $\odot O$ 上, PB 与 CD 交于点 F , $\angle PBC = \angle C$.

(1) 求证: $CB \parallel PD$;

(2) 若 $\angle PBC = 22.5^\circ$, $\odot O$ 的半径 $R = 2$, 求劣弧 AC 的长度.

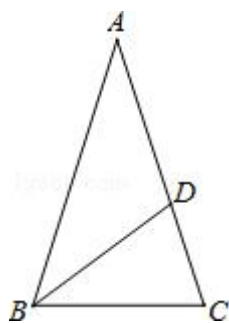


27. (9分) (2014•大庆) 如图, 等腰 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle BAC = 36^\circ$, $BC = 1$, 点 D 在边 AC 上且 BD 平分 $\angle ABC$, 设 $CD = x$.

(1) 求证: $\triangle ABC \sim \triangle BCD$;

(2) 求 x 的值;

(3) 求 $\cos 36^\circ - \cos 72^\circ$ 的值.

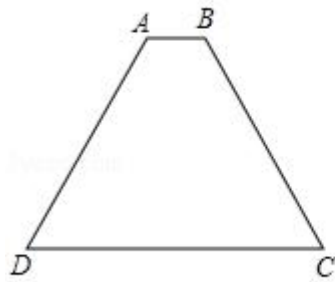


28. (9 分) (2014•大庆) 如图①, 已知等腰梯形 $ABCD$ 的周长为 48, 面积为 S , $AB \parallel CD$, $\angle ADC=60^\circ$, 设 $AB=3x$.

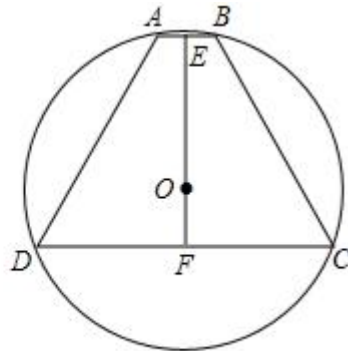
(1) 用 x 表示 AD 和 CD ;

(2) 用 x 表示 S , 并求 S 的最大值;

(3) 如图②, 当 S 取最大值时, 等腰梯形 $ABCD$ 的四个顶点都在 $\odot O$ 上, 点 E 和点 F 分别是 AB 和 CD 的中点, 求 $\odot O$ 的半径 R 的值.



图①



图②

2014 年黑龙江省大庆市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 在每小题所给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的, 请将正确选项的序号填涂在答题卡上)

1. (3 分) (2014•大庆) 下列式子中成立的是 ()

- A. $-|-5| > 4$ B. $-3 < |-3|$ C. $-|-4| = 4$ D. $|-5.5| < 5$

分析: 先对每一个选项化简, 再进行比较即可.

解答: 解: A. $-|-5| = -5 < 4$, 故 A 选项错误;

B. $|-3| = 3 > -3$, 故 B 选项正确;

C. $-|-4| = -4 \neq 4$, 故 C 选项错误;

D. $|-5.5| = 5.5 > 5$, 故 D 选项错误;

故选 B.

点评: 本题考查了有理数的大小比较, 化简是本题的关键.

2. (3 分) (2014•大庆) 大庆油田某一年的石油总产量为 4 500 万吨, 若用科学记数法表示应为 () 吨.

- A. 4.5×10^{-6} B. 4.5×10^6 C. 4.5×10^7 D. 4.5×10^8

考点: 科学记数法—表示较大的数.

分析: 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值是易错点, 由于 4 500 万有 8 位, 所以可以确定 $n = 8 - 1 = 7$.

解答: 解: 4 500 万 $= 45\,000\,000 = 4.5 \times 10^7$.

故选 C.

点评: 此题考查科学记数法表示较大的数的方法, 准确确定 a 与 n 值是关键.

3. (3 分) (2014•大庆) 已知 $a > b$ 且 $a + b = 0$, 则 ()

- A. $a < 0$ B. $b > 0$ C. $b \leq 0$ D. $a > 0$

考点: 有理数的加法.

专题: 计算题.

分析: 根据互为相反数两数之和为 0, 得到 a 与 b 互为相反数, 即可做出判断.

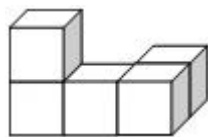
解答: 解: $\because a > b$ 且 $a + b = 0$,

$\therefore a > 0$, $b < 0$,

故选 D.

点评: 此题考查了有理数的加法, 熟练掌握互为相反数两数的性质是解本题的关键.

4. (3 分) (2014•大庆) 如图中几何体的俯视图是 ()





考点: 简单组合体的三视图.

分析: 找到从上面看所得到的图形即可, 注意所有的看到的棱都应表现在俯视图中.

解答: 解: 从上面看易得第一层最右边有 1 个正方形, 第二层有 3 个正方形.

故选 A.

点评: 本题考查了三视图的知识, 俯视图是从物体的上面看得到的视图.

5. (3 分) (2014•大庆) 下列四个命题:

- (1) 两组对边分别相等的四边形是平行四边形;
- (2) 两组对角分别相等的四边形是平行四边形;
- (3) 对角线互相平分的四边形是平行四边形;
- (4) 一组对边平行且相等的四边形是平行四边形.

其中正确的命题个数有 ()

- A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

考点: 命题与定理; 平行四边形的判定.

分析: 分别利用平行四边形的判定方法判断得出即可.

解答: 解: (1) 两组对边分别相等的四边形是平行四边形, 此选项正确;

(2) 两组对角分别相等的四边形是平行四边形, 此选项正确;

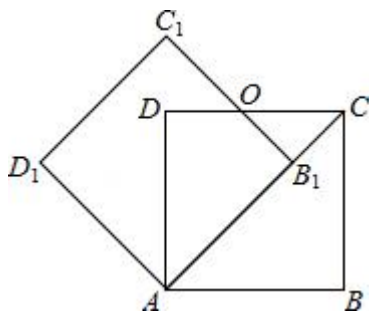
(3) 对角线互相平分的四边形是平行四边形, 此选项正确;

(4) 一组对边平行且相等的四边形是平行四边形, 此选项正确.

故选: A.

点评: 此题主要考查了平行四边形的判定, 熟练掌握平行四边形的判定是解题关键.

6. (3 分) (2014•大庆) 如图, 边长为 1 的正方形 ABCD 绕点 A 逆时针旋转 45° 后得到正方形 $AB_1C_1D_1$, 边 B_1C_1 与 CD 交于点 O, 则四边形 AB_1OD 的面积是 ()



- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$ C. $\sqrt{2}-1$ D. $1+\sqrt{2}$

考点: 旋转的性质; 正方形的性质.

分析: 连接 AC_1 , AO , 根据四边形 $AB_1C_1D_1$ 是正方形, 得出 $\angle C_1AB_1 = \angle AC_1B_1 = 45^\circ$, 求出 $\angle DAB_1 = 45^\circ$, 推出 A、D、 C_1 三点共线, 在 $Rt\triangle C_1D_1A$ 中, 由勾股定理求出 AC_1 , 进而求出 $DC_1 = OD$, 根据三角形的面积计算即可.

解答: 解: 连接 AC_1 ,

$\because$ 四边形 $AB_1C_1D_1$ 是正方形,

$$\therefore \angle C_1AB_1 = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ = \angle AC_1B_1,$$

$\because$ 边长为 1 的正方形 $ABCD$ 绕点 A 逆时针旋转 45° 后得到正方形 $AB_1C_1D_1$,

$$\therefore \angle B_1AB = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle DAB_1 = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ,$$

$\therefore AC_1$ 过 D 点, 即 A 、 D 、 C_1 三点共线,

$\because$ 正方形 $ABCD$ 的边长是 1,

$\therefore$ 四边形 $AB_1C_1D_1$ 的边长是 1,

在 $Rt\triangle C_1D_1A$ 中, 由勾股定理得: $AC_1 = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$,

$$\text{则 } DC_1 = \sqrt{2} - 1,$$

$$\therefore \angle AC_1B_1 = 45^\circ, \angle C_1DO = 90^\circ,$$

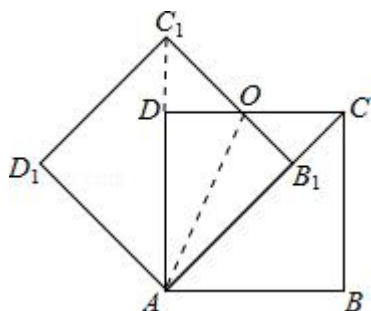
$$\therefore \angle C_1OD = 45^\circ = \angle DC_1O,$$

$$\therefore DC_1 = OD = \sqrt{2} - 1,$$

$$\therefore S_{\triangle ADO} = \frac{1}{2} \times OD \cdot AD = \frac{\sqrt{2} - 1}{2},$$

$$\therefore \text{四边形 } AB_1OD \text{ 的面积} = 2 \times \frac{\sqrt{2} - 1}{2} = \sqrt{2} - 1,$$

故选 C.



点评: 本题考查了正方形性质, 勾股定理等知识点, 主要考查学生运用性质进行计算的能力, 题目比较好, 但有一定的难度.

7. (3 分) (2014•大庆) 某市出租车起步价是 5 元 (3 公里及 3 公里以内为起步价), 以后每公里收费是 1.6 元, 不足 1 公里按 1 公里收费, 小明乘出租车到达目的地时计价器显示为 11.4 元, 则此出租车行驶的路程可能为 ()

- A. 5.5 公里 B. 6.9 公里 C. 7.5 公里 D. 8.1 公里

考点: 一元一次方程的应用.

分析: 设人坐车可行驶的路程最远是 x km, 根据起步价 5 元, 到达目的地后共支付车费 11 元得出等式求出即可.

解答: 解: 设人坐车可行驶的路程最远是 x km, 根据题意得:

$$5 + 1.6(x - 3) = 11.4,$$

$$\text{解得: } x = 7.$$

观察选项, 只有 B 选项符合题意.

故选：B.

点评：此题主要考查了一元一次方程的应用，根据总费用得出等式是解题关键.

8. (3分) (2014•大庆) 已知反比例函数的图象 $y = -\frac{2}{x}$ 上有两点 A (x_1 , y_1)、B (x_2 , y_2)，

若 $y_1 > y_2$ ，则 $x_1 - x_2$ 的值是 ()

- A. 正数 B. 负数 C. 非正数 D. 不能确定

考点：反比例函数图象上点的坐标特征.

分析：由于点 A、B 所在象限不定，那么自变量的值大小也不定，则 $x_1 - x_2$ 的值不确定.

解答：解：∵ 反比例函数的图象 $y = -\frac{2}{x}$ 的图象在二、四象限，

∴ 当点 A (x_1 , y_1)、B (x_2 , y_2) 都在第二象限时，由 $y_1 > y_2$ ，则 $x_1 - x_2 > 0$ ；

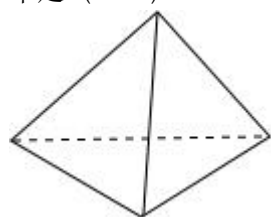
当点 A (x_1 , y_1)、B (x_2 , y_2) 都在第四象限时，由 $y_1 > y_2$ ，则 $x_1 - x_2 > 0$ ；

当点 A (x_1 , y_1) 在第二象限、B (x_2 , y_2) 在第四象限时，即 $y_1 > 0 > y_2$ ，则 $x_1 - x_2 > 0$ ；

故选 A.

点评：本题主要考查反比例函数图象上点的坐标特征，注意反比例函数的图象的增减性只指在同一象限内.

9. (3分) (2014•大庆) 如图，一个质地均匀的正四面体的四个面上依次标有数字 -2, 0, 1, 2，连续抛掷两次，朝下一面的数字分别是 a, b，将其作为 M 点的横、纵坐标，则点 M (a , b) 落在以 A (-2, 0), B (2, 0), C (0, 2) 为顶点的三角形内 (包含边界) 的概率是 ()



- A. $\frac{3}{8}$ B. $\frac{7}{16}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{9}{16}$

考点：列表法与树状图法.

分析：首先列举出所有可能的结果，再找出落在以 A (-2, 0), B (2, 0), C (0, 2) 为顶点的三角形内 (包含边界) 的可能情况，根据古典概型概率公式得到结果即可.

解答：解：列举出事件：(-2, 1), (-2, 0), (-2, 2), (0, -2), (0, 1), (0, 2), (1, 2), (1, 0), (1, -2), (2, -2), (2, 0), (2, 1) 共有 12 种结果，

而落在以 A (-2, 0), B (2, 0), C (0, 2) 为顶点的三角形内 (包含边界) 有：(-2, 0), (0, 1), (0, 2), (1, 0), (2, 0), (-1, 0) 共 6 中可能情况，

所以落在以 A (-2, 0), B (2, 0), C (0, 2) 为顶点的三角形内 (包含边界) 的

概率是 $= \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$,

故选 C.

点评：本题考查古典概型问题，可以列举出试验发生包含的事件和满足条件的事件，列举法，

是解决古典概型问题的一种重要的解题方法，属于中档题.

10. (3分) (2014•大庆) 对坐标平面内不同两点 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ ，用 $|AB|$ 表示 A 、 B 两点间的距离 (即线段 AB 的长度)，用 $\|AB\|$ 表示 A 、 B 两点间的格距，定义 A 、 B 两点间的格距为 $\|AB\| = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$ ，则 $|AB|$ 与 $\|AB\|$ 的大小关系为 ()

- A. $|AB| \geq \|AB\|$ B. $|AB| > \|AB\|$ C. $|AB| \leq \|AB\|$ D. $|AB| < \|AB\|$

考点: 线段的性质: 两点之间线段最短; 坐标与图形性质.

专题: 新定义.

分析: 根据点的坐标的特征, $|AB|$ 、 $|x_1 - x_2|$ 、 $|y_1 - y_2|$ 三者正好构成直角三角形, 然后利用两点之间线段最短解答.

解答: 解: $\because |AB|$ 、 $|x_1 - x_2|$ 、 $|y_1 - y_2|$ 的长度是以 $|AB|$ 为斜边的直角三角形,
 $\therefore |AB| \leq \|AB\|$.

故选 C.

点评: 本题考查两点之间线段最短的性质, 坐标与图形性质, 理解平面直角坐标系的特征, 判断出三角形的三边关系是解题的关键.

二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分. 不需写出解答过程, 请把答案直接填写在答题卡相应位置上)

11. (3分) (2014•大庆) 若 $|x - y| + \sqrt{y - 2} = 0$, 则 x^{y-3} 的值为 0.5.

考点: 非负数的性质: 算术平方根; 非负数的性质: 绝对值; 负整数指数幂.

分析: 根据非负数的性质列出方程求出 x 、 y 的值, 代入所求代数式计算即可.

解答: 解: $\because |x - y| + \sqrt{y - 2} = 0$,

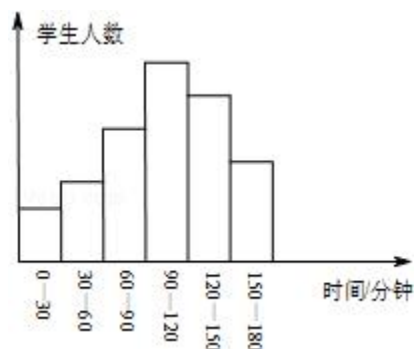
$$\therefore \begin{cases} x - y = 0 \\ y - 2 = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases},$$

$$\therefore x^{y-3} = 2^{2-3} = \frac{1}{2}.$$

点评: 本题考查了非负数的性质: 几个非负数的和为 0 时, 这几个非负数都为 0.

12. (3分) (2014•大庆) 某记者抽样调查了某校一些学生假期用于读书的时间 (单位: 分钟) 后, 绘制了频数分布直方图, 从左到右的前 5 个长方形相对应的频率之和为 0.9, 最后一组的频数是 15, 则此次抽样调查的人数为 150 人. (注: 横轴上每组数据包含最小值不包含最大值)



考点: 频数（率）分布直方图.

分析: 根据直方图中各组的频率之和等于 1，结合题意可得最后一组的频率，再由频率的计算公式可得总人数，即答案.

解答: 解：由题意可知：最后一组的频率 $= 1 - 0.9 = 0.1$ ，
则由频率 $=$ 频数 $\div$ 总人数可得：总人数 $= 15 \div 0.1 = 150$ 人；
故答案为：150.

点评: 本题考查了频数分布直方图的知识，解题的关键是牢记公式：频率 $=$ 频数 $\div$ 总人数.

13. (3 分) (2014•大庆) 二元一次方程组 $\begin{cases} 7x - 4y = 13 \\ 5x - 6y = 3 \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$.

考点: 解二元一次方程组.

专题: 计算题.

分析: 方程组利用加减消元法求出解即可.

解答: 解： $\begin{cases} 7x - 4y = 13 \text{ ①} \\ 5x - 6y = 3 \text{ ②} \end{cases}$ ，

① $\times 3 -$ ② $\times 2$ 得： $11x = 33$ ，即 $x = 3$ ，

将 $x = 3$ 代入②得： $y = 2$ ，

则方程组的解为 $\begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$.

故答案为： $\begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$.

点评: 此题考查了解二元一次方程组，利用了消元的思想，消元的方法有：代入消元法与加减消元法.

14. (3 分) (2014•大庆) $(x + \frac{1}{2})(2x - 1) \div (4x^2 - 1) = -\frac{1}{2}$.

考点: 整式的混合运算.

专题: 计算题.

分析: 先把 $(x + \frac{1}{2})$ 提 $\frac{1}{2}$ ，再把 $4x^2 - 1$ 分解，然后约分即可.

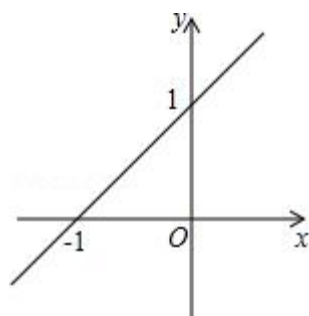
解答: 解: 原式 $= \frac{1}{2} (2x+1) (2x-1) \div [(2x-1) (2x+1)]$

$$= \frac{1}{2}.$$

故答案为 $\frac{1}{2}$.

点评: 本题考查了整式的混合运算: 有乘方、乘除的混合运算中, 要按照先乘方后乘除的顺序运算, 其运算顺序和有理数的混合运算顺序相似.

15. (3 分) (2014•大庆) 图中直线是由直线 l 向上平移 1 个单位, 向左平移 2 个单位得到的, 则直线 l 对应的一次函数关系式为 $y=x-2$.



考点: 一次函数图象与几何变换.

分析: 先求得图中直线方程, 然后利用平移的性质来求直线 l 的解析式.

解答: 解: 如图, 设该直线的解析式为 $y=kx+1$ ($k \neq 0$), 则

$$0 = -k + 1,$$

$$\text{解得 } k = 1.$$

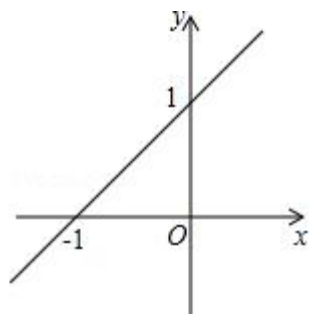
则该直线的解析式为 $y=x+1$.

$\because$ 图中直线是由直线 l 向上平移 1 个单位, 向左平移 2 个单位得到的,

$\therefore$ 由该直线向下平移 1 个单位, 向右移 2 个单位得到的直线 l ,

$\therefore$ 直线 l 的解析式为: $y=x+1-1-2=x-2$.

故答案是: $y=x-2$.



点评: 本题考查图形的平移变换和函数解析式之间的关系, 在平面直角坐标系中, 图形的平移与图形上某点的平移相同. 平移中点的变化规律是: 横坐标左移加, 右移减; 纵坐标上移加, 下移减. 平移后解析式有这样一个规律“左加右减, 上加下减”. 关键是要搞清楚平移前后的解析式有什么关系.

16. (3分) (2014•大庆) 在半径为2的圆中, 弦AC长为1, M为AC中点, 过M点最长的弦为BD, 则四边形ABCD的面积为 2.

考点: 垂径定理; 勾股定理.

分析: 先由直径是圆中最长的弦得出 $BD=4$, 再根据垂径定理的推论得出 $AC \perp BD$, 则四边

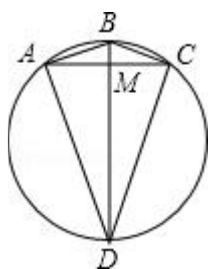
形ABCD的面积 $= \frac{1}{2} AC \cdot BD$.

解答: 解: 如图. $\because M$ 为 AC 中点, 过 M 点最长的弦为 BD ,

$\therefore BD$ 是直径, $BD=4$, 且 $AC \perp BD$,

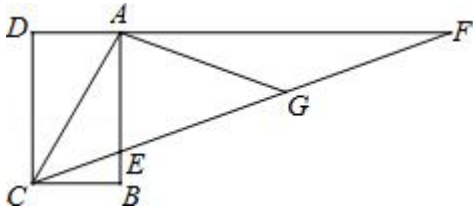
$\therefore$ 四边形ABCD的面积 $= \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{1}{2} \times 1 \times 4 = 2$.

故答案为2.



点评: 本题考查了垂径定理, 四边形的面积, 难度适中. 得出 BD 是直径是解题的关键.

17. (3分) (2014•大庆) 如图, 矩形ABCD中, $AD=\sqrt{2}$, F是DA延长线上一点, G是CF上一点, 且 $\angle ACG = \angle AGC$, $\angle GAF = \angle F = 20^\circ$, 则 $AB = \underline{\sqrt{6}}$.



考点: 矩形的性质; 等腰三角形的判定与性质; 含 30° 度角的直角三角形; 直角三角形斜边上的中线; 勾股定理.

分析: 根据三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和可得

$\angle AGC = \angle GAF + \angle F = 40^\circ$, 再根据等腰三角形的性质求出 $\angle CAG$, 然后求出

$\angle CAF = 120^\circ$, 再根据 $\angle BAC = \angle CAF - \angle BAF$ 求出 $\angle BAC = 30^\circ$, 再根据直角三角形 30° 角所对的直角边等于斜边的一半可得 $AC = 2BC = 2AD$, 然后利用勾股定理列式计算即可得解.

解答: 解: 由三角形的外角性质得, $\angle AGC = \angle GAF + \angle F = 20^\circ + 20^\circ = 40^\circ$,

$\because \angle ACG = \angle AGC$,

$\therefore \angle CAG = 180^\circ - \angle ACG - \angle AGC = 180^\circ - 2 \times 40^\circ = 100^\circ$,

$\therefore \angle CAF = \angle CAG + \angle GAF = 100^\circ + 20^\circ = 120^\circ$,

$\therefore \angle BAC = \angle CAF - \angle BAF = 30^\circ$,

在 $Rt\triangle ABC$ 中, $AC = 2BC = 2AD = 2\sqrt{2}$,

由勾股定理, $AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 - (\sqrt{2})^2} = \sqrt{6}$.

故答案为: $\sqrt{6}$.

点评: 本题考查了矩形的性质, 等腰三角形的性质, 直角三角形 30° 角所对的直角边等于斜边的一半的性质, 勾股定理, 熟记各性质并求出 AB 是 30° 角直角三角形的直角边是解题的关键.

18. (3 分) (2014•大庆) 有一列数如下: 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 1, ..., 则第 9 个 1 在这列数中是第 45 个数.

考点: 规律型: 数字的变化类.

专题: 规律型.

分析: 根据两个 1 之间的 0 的个数分别为 1、2、3... 个, 然后把 0 的个数相加再加上 9, 计算即可得解.

解答: 解: $\because$ 两个 1 之间的 0 的个数分别为 1、2、3...,
 $\therefore$ 到第 9 个 1, 0 的个数为: $1+2+3+4+5+6+7+8=36$,
 $\therefore$ 第 9 个 1 在这列数中是第 $36+9=45$ 个数.
故答案为: 45.

点评: 本题是对数字变化规律的考查, 观察出两个 1 之间的 0 的个数是从 1 开始的连续的自然数是解题的关键.

三、解答题 (本大题共 10 小题, 共 66 分, 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

19. (4 分) (2014•大庆) 计算: $\left(\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}\right)^0 + \frac{|-\pi|}{\pi} + \tan 60^\circ + \sqrt[3]{-8}$.

考点: 实数的运算; 零指数幂; 特殊角的三角函数值.

专题: 计算题.

分析: 原式第一项利用零指数幂法则计算, 第二项利用绝对值的代数意义化简, 第三项利用特殊角的三角函数值计算, 最后一项利用立方根定义化简计算即可得到结果.

解答: 解: 原式 $= 1 + 1 + \sqrt{3} - 2 = \sqrt{3}$.

点评: 此题考查了实数的运算, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

20. (4 分) (2014•大庆) 求不等式组 $\begin{cases} 7(x-1) < 4x-3 \\ 6(0.5x+1) \geq 2x+5 \end{cases}$ 的整数解.

考点: 一元一次不等式组的整数解.

分析: 此题可先根据一元一次不等式组解出 x 的取值, 根据 x 是整数解得出 x 的可能取值.

解答: 解: $\begin{cases} 7(x-1) < 4x-3 \cdots \textcircled{1} \\ 6(0.5x+1) \geq 2x+5 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$

解①得: $x < \frac{4}{3}$,

解②得: $x \geq -1$,

则不等式组的解集是： $-1 \leq x < \frac{4}{3}$.

则整数解是： $-1, 0, 1$.

点评： 本题考查不等式组的解法及整数解的确定. 求不等式组的解集，应遵循以下原则：同大取较大，同小取较小，小大大小中间找，大大小小解不了.

21. (4分) (2014•大庆) 已知非零实数 a 满足 $a^2+1=3a$ ，求 $a^2+\frac{1}{a^2}$ 的值.

考点： 分式的混合运算.

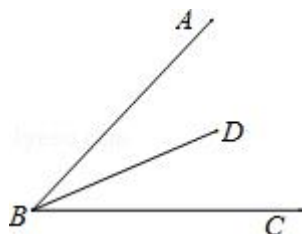
专题： 计算题.

分析： 已知等式两边除以 a 变形后求出 $a+\frac{1}{a}$ 的值，两边平方，利用完全平方公式展开即可求出所求式子的值.

解答： 解： $\because a^2+1=3a$ ，即 $a+\frac{1}{a}=3$ ，
 $\therefore$ 两边平方得： $(a+\frac{1}{a})^2=a^2+\frac{1}{a^2}+2=9$ ，
则 $a^2+\frac{1}{a^2}=7$.

点评： 此题考查了分式的混合运算，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

22. (7分) (2014•大庆) 如图，点 D 为锐角 $\angle ABC$ 内一点，点 M 在边 BA 上，点 N 在边 BC 上，且 $DM=DN$ ， $\angle BMD+\angle BND=180^\circ$.
求证： BD 平分 $\angle ABC$.



考点： 全等三角形的判定与性质；角平分线的性质.

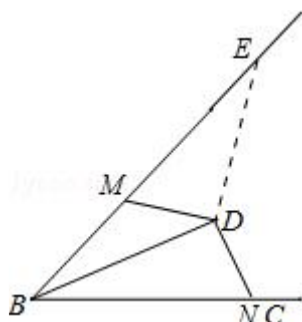
专题： 证明题.

分析： 在 AB 上截取 $ME=BN$ ，证得 $\triangle BND \cong \triangle EMD$ ，进而证得 $\angle DBN = \angle MED$ ， $BD=DE$ ，从而证得 BD 平分 $\angle ABC$.

解答： 解： 如图所示：在 AB 上截取 $ME=BN$ ，
 $\because \angle BMD + \angle DME = 180^\circ$ ， $\angle BMD + \angle BND = 180^\circ$ ，
 $\therefore \angle DME = \angle BND$ ，
在 $\triangle BND$ 与 $\triangle EMD$ 中，
$$\begin{cases} DN=DM \\ \angle DME = \angle BND, \\ BN=ME \end{cases}$$

 $\therefore \triangle BND \cong \triangle EMD$ (SAS),

$\therefore \angle DBN = \angle MED$, $BD = DE$,
 $\therefore \angle MBD = \angle MED$,
 $\therefore \angle MBD = \angle DBN$,
 $\therefore BD$ 平分 $\angle ABC$.

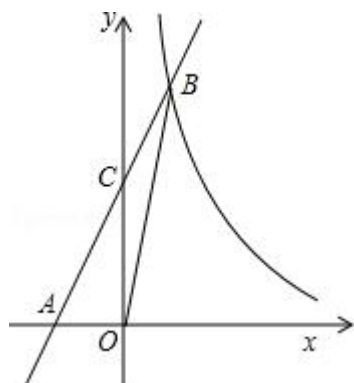


点评: 本题考查了三角形全等的判定和性质，等腰三角形的判定和性质.

23. (7 分) (2014•大庆) 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y = ax + b$ 的图象与 x 轴相交于点 $A(-2, 0)$ ，与 y 轴交于点 C ，与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 在第一象限内的图象交于点 B

(m, n) ，连结 OB 。若 $S_{\triangle AOB} = 6$ ， $S_{\triangle BOC} = 2$ 。

- (1) 求一次函数的表达式；
- (2) 求反比例函数的表达式。



考点: 反比例函数与一次函数的交点问题.

专题: 计算题.

分析: (1) 由 $S_{\triangle AOB} = 6$ ， $S_{\triangle BOC} = 2$ 得 $S_{\triangle AOC} = 4$ ，根据三角形面积公式得 $\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot OC = 4$ ，解得 $OC = 4$ ，则 C 点坐标为 $(0, 4)$ ，然后利用待定系数法求一次函数解析式；

(2) 由 $S_{\triangle BOC} = 2$ ，根据三角形面积公式得到 $\frac{1}{2} \times 4 \times m = 2$ ，解得 $m = 1$ ，则 B 点坐标为 $(1, 6)$ ，然后利用待定系数法确定反比例函数解析式。

解答: 解: (1) $\because S_{\triangle AOB} = 6$ ， $S_{\triangle BOC} = 2$ ，

$$\therefore S_{\triangle AOC} = 4,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot OC = 4, \text{ 解得 } OC = 4,$$

$$\therefore C \text{ 点坐标为 } (0, 4),$$

设一次函数解析式为 $y=mx+n$,

把 A (-2, 0), C (0, 4) 代入得 $\begin{cases} -2m+n=0 \\ n=4 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} m=2 \\ n=4 \end{cases}$,

$\therefore$ 一次函数解析式为 $y=2x+4$;

(2) $\because S_{\triangle BOC}=2$,

$\therefore \frac{1}{2} \times 4 \times m=2$, 解得 $m=1$,

$\therefore$ B 点坐标为 (1, 6),

把 B (1, 6) 代入 $y=\frac{k}{x}$ 得 $k=1 \times 6=6$,

$\therefore$ 反比例函数解析式为 $y=\frac{6}{x}$.

点评: 本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题: 反比例函数与一次函数图象的交点坐标满足两函数解析式. 也考查了待定系数法求函数解析式.

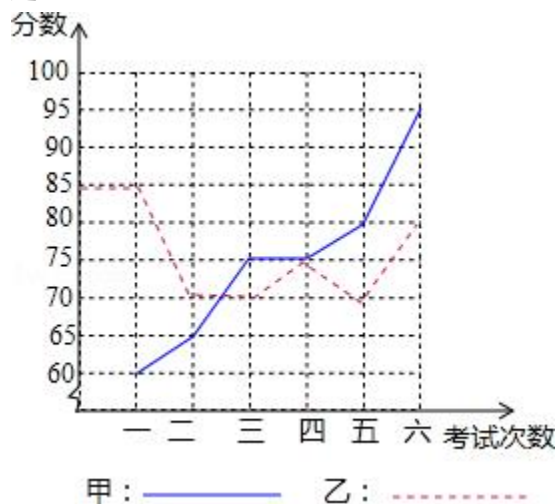
24. (7 分) (2014•大庆) 甲、乙两名同学进入初四后, 某科 6 次考试成绩如图:

(1) 请根据下图填写如表:

	平均数	方差	中位数	众数	极差
甲	75	125	75	75	35
乙	75	33.3	72.5	70	15

(2) 请你分别从以下两个不同的方面对甲、乙两名同学 6 次考试成绩进行分析:

①从平均数和方差相结合看; ②从折线图上两名同学分数的走势上看, 你认为反映出什么问题?



考点: 折线统计图; 算术平均数; 中位数; 极差; 方差.

分析: (1) 分别根据平均数、方差的求解进行计算, 中位数的定义, 众数的定义以及极差的定义解答;

(2) 根据方差的意义以及折线统计图的意义解答.

解答: 解: (1) 甲: 方差 $=\frac{1}{6}[(60-75)^2 + (65-75)^2 + (75-75)^2 + (75-75)^2 + (80-75)^2 + (95-75)^2]$

$$= \frac{1}{6} (225+100+0+0+25+400)$$

$$=125,$$

众数: 75,

极差: $95 - 60 = 35$;

$$\text{乙: 平均数} = \frac{1}{6} (85+70+70+75+70+80) = 75,$$

$$\text{中位数: } \frac{1}{2} (70+75) = 72.5,$$

众数: 70;

故答案为: 125, 75, 35; 75, 72.5, 70;

(2) ①从平均数和方差相结合看, 乙同学成绩更稳定;

②从折线图上两名同学分数的走势上看, 甲同学进步较快, 乙同学成绩稳定有小幅下滑.

点评: 本题考查折线统计图的运用, 折线统计图表示的是事物的变化情况.

25. (7分) (2014•大庆) 关于 x 的函数 $y = (m^2 - 1)x^2 - (2m+2)x + 2$ 的图象与 x 轴只有一个公共点, 求 m 的值.

考点: 抛物线与 x 轴的交点; 一次函数图象上点的坐标特征.

分析: 需要分类讨论: 该函数是一次函数和二次函数两种情况.

解答: 解: ①当 $m^2 - 1 = 0$, 且 $2m+2 \neq 0$, 即 $m=1$ 时, 该函数是一次函数, 则其图象与 x 轴只有一个公共点;

②当 $m^2 - 1 \neq 0$, 即 $m \neq \pm 1$ 时, 该函数是二次函数, 则

$$\Delta = (2m+2)^2 - 8(m^2 - 1) = 0,$$

解得 $m=3$, $m=-1$ (舍去).

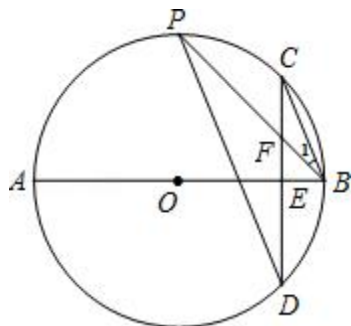
综上所述, m 的值是 1 或 3.

点评: 本题考查了抛物线与 x 轴的交点. 注意一定要分类讨论, 以防漏解.

26. (8分) (2014•大庆) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$ 于点 E , 点 P 在 $\odot O$ 上, PB 与 CD 交于点 F , $\angle PBC = \angle C$.

(1) 求证: $CB \parallel PD$;

(2) 若 $\angle PBC = 22.5^\circ$, $\odot O$ 的半径 $R=2$, 求劣弧 AC 的长度.



考点: 垂径定理; 圆周角定理; 弧长的计算.

分析：（1）先根据同弧所对的圆周角相等得出 $\angle PBC = \angle D$ ，再由等量代换得出 $\angle C = \angle D$ ，然后根据内错角相等两直线平行即可证明 $CB \parallel PD$ ；
 （2）先由垂径定理及圆周角定理得出 $\angle BOC = 2\angle PBC = 45^\circ$ ，再根据邻补角定义求出 $\angle AOC = 135^\circ$ ，然后根据弧长的计算公式即可得出劣弧 AC 的长度.

解答：解：（1） $\because \angle PBC = \angle D$ ， $\angle PBC = \angle C$ ，
 $\therefore \angle C = \angle D$ ，
 $\therefore CB \parallel PD$ ；

（2） $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径，弦 $CD \perp AB$ 于点 E ，

$\therefore \widehat{BC} = \widehat{BD}$ ，

$\therefore \angle PBC = \angle C = 22.5^\circ$ ，

$\therefore \angle BOC = \angle BOD = 2\angle C = 45^\circ$ ，

$\therefore \angle AOC = 180^\circ - \angle BOC = 135^\circ$ ，

$\therefore$ 劣弧 AC 的长为： $\frac{135 \times \pi \times 2}{180} = \frac{3\pi}{2}$.

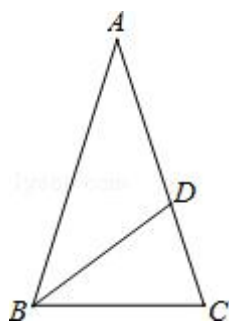
点评：本题考查了圆周角定理，平行线的判定，垂径定理，弧长的计算，难度适中.（2）中求出 $\angle AOC = 135^\circ$ 是解题的关键.

27. (9分) (2014•大庆) 如图，等腰 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $\angle BAC = 36^\circ$ ， $BC = 1$ ，点 D 在边 AC 上且 BD 平分 $\angle ABC$ ，设 $CD = x$.

(1) 求证： $\triangle ABC \sim \triangle BCD$ ；

(2) 求 x 的值；

(3) 求 $\cos 36^\circ - \cos 72^\circ$ 的值.



考点：相似三角形的判定与性质；等腰三角形的性质；黄金分割；解直角三角形.

专题：计算题.

分析：（1）由等腰三角形 ABC 中，顶角的度数求出两底角度数，再由 BD 为角平分线求出 $\angle DBC$ 的度数，得到 $\angle DBC = \angle A$ ，再由 $\angle C$ 为公共角，利用两对角相等的三角形相似得到三角形 ABC 与三角形 BCD 相似；

（2）根据（1）结论得到 $AD = BD = BC$ ，根据 $AD + DC$ 表示出 AC ，由（1）两三角形相似得比例求出 x 的值即可；

（3）过 B 作 BE 垂直于 AC ，交 AC 于点 E ，在直角三角形 ABE 和直角三角形 BCE 中，利用锐角三角函数定义求出 $\cos 36^\circ$ 与 $\cos 72^\circ$ 的值，代入原式计算即可得到结果.

解答：解：（1） $\because$ 等腰 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $\angle BAC = 36^\circ$ ，
 $\therefore \angle ABC = \angle C = 72^\circ$ ，

$\because BD$ 平分 $\angle ABC$,
 $\therefore \angle ABD = \angle CBD = 36^\circ$,
 $\therefore \angle CBD = \angle A = 36^\circ$, $\angle C = \angle C$,
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle BCD$;

(2) $\because \angle A = \angle ABD = 36^\circ$,
 $\therefore AD = BD$,
 $\therefore BD = BC$,
 $\therefore AD = BD = CD = 1$,

设 $CD = x$, 则有 $AB = AC = x + 1$,

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle BCD$,

$$\therefore \frac{AB}{BD} = \frac{BC}{CD}, \text{ 即 } \frac{x+1}{1} = \frac{1}{x},$$

整理得: $x^2 + x - 1 = 0$,

$$\text{解得: } x_1 = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}, x_2 = \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \text{ (负值, 舍去),}$$

$$\text{则 } x = \frac{-1+\sqrt{5}}{2};$$

(3) 过 B 作 $BE \perp AC$, 交 AC 于点 E ,

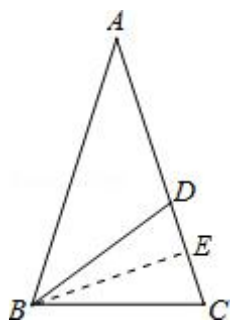
$\therefore BD = CD$,

$$\therefore E \text{ 为 } CD \text{ 中点, 即 } DE = CE = \frac{-1+\sqrt{5}}{4},$$

$$\text{在 Rt}\triangle ABE \text{ 中, } \cos A = \cos 36^\circ = \frac{AE}{AB} = \frac{1 + \frac{-1+\sqrt{5}}{4}}{\frac{-1+\sqrt{5}}{2} + 1} = \frac{3\sqrt{5}+4}{16},$$

$$\text{在 Rt}\triangle BCE \text{ 中, } \cos C = \cos 72^\circ = \frac{EC}{BC} = \frac{\frac{-1+\sqrt{5}}{4}}{1} = \frac{-1+\sqrt{5}}{4},$$

$$\text{则 } \cos 36^\circ - \cos 72^\circ = \frac{3\sqrt{5}+4}{16} - \frac{-1+\sqrt{5}}{4} = \frac{8+7\sqrt{5}}{16}.$$



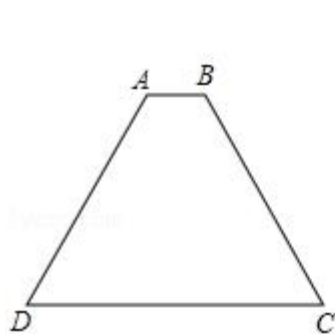
点评: 此题考查了相似三角形的判定与性质, 锐角三角函数定义, 以及一元二次方程的解法, 熟练掌握相似三角形的判定与性质是解本题的关键.

28. (9分) (2014•大庆) 如图①, 已知等腰梯形 $ABCD$ 的周长为 48, 面积为 S , $AB \parallel CD$, $\angle ADC = 60^\circ$, 设 $AB = 3x$.

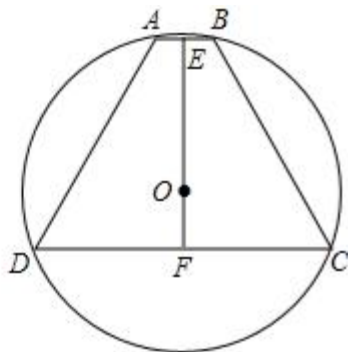
(1) 用 x 表示 AD 和 CD ;

(2) 用 x 表示 S , 并求 S 的最大值;

(3) 如图②, 当 S 取最大值时, 等腰梯形 $ABCD$ 的四个顶点都在 $\odot O$ 上, 点 E 和点 F 分别是 AB 和 CD 的中点, 求 $\odot O$ 的半径 R 的值.



图①



图②

考点: 圆的综合题.

专题: 综合题.

分析: (1) 作 $AH \perp CD$ 于 H , $BG \perp CD$ 于 G , 如图①, 易得四边形 $AHGB$ 为矩形, 则 $HG=AB=3x$, 再根据等腰梯形的性质得 $AD=BC$, $DH=CG$, 在 $Rt\triangle ADH$ 中, 设 $DH=t$, 根据含 30° 的直角三角形三边的关系得 $AD=2t$, $AH=\sqrt{3}t$, 然后根据等腰梯形 $ABCD$ 的周长为 48 得 $3x+2t+t+3x+t+2t=48$, 解得 $t=8-x$, 于是可得 $AD=18-2x$, $CD=16+x$;
 (2) 根据梯形的面积公式计算可得到 $S=-2\sqrt{3}x^2+8\sqrt{3}x+64\sqrt{3}$, 再进行配方得 $S=-2\sqrt{3}(x-2)^2+72\sqrt{3}$, 然后根据二次函数的最值问题求解;
 (3) 连结 OA 、 OD , 如图②, 由 (2) 得到 $x=2$ 时, 则 $AB=6$, $CD=18$, 等腰梯形的高为 $6\sqrt{3}$, 所以 $AE=3$, $DF=9$, 由于点 E 和点 F 分别是 AB 和 CD 的中点, 根据等腰梯形的性质得直线 EF 为等腰梯形 $ABCD$ 的对称轴, 所以 EF 垂直平分 AB 和 CD , EF 为等腰梯形 $ABCD$ 的高, 即 $EF=6\sqrt{3}$, 根据垂径定理的推论得等腰梯形 $ABCD$ 的外接圆的圆心 O 在 EF 上, 设 $OE=a$, 则 $OF=6\sqrt{3}-a$, 在 $Rt\triangle AOE$ 中, 利用勾股定理得 $a^2+3^2=R^2$, 在 $Rt\triangle ODF$ 中, 利用勾股定理得 $(6\sqrt{3}-a)^2+9^2=R^2$, 然后消去 R 得到 a 的方程 $a^2+3^2=(6\sqrt{3}-a)^2+9^2$, 解得 $a=5\sqrt{3}$, 最后利用 $R^2=(5\sqrt{3})^2+3^2$ 求解.

解答: 解: (1) 作 $AH \perp CD$ 于 H , $BG \perp CD$ 于 G , 如图①,

则四边形 $AHGB$ 为矩形,

$\therefore HG=AB=3x$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 为等腰梯形,

$\therefore AD=BC$, $DH=CG$,

在 $Rt\triangle ADH$ 中, 设 $DH=t$,

$\therefore \angle ADC=60^\circ$,

$\therefore \angle DAH=30^\circ$,

$\therefore AD=2t$, $AH=\sqrt{3}t$,

$\therefore BC=2t$, $CG=t$,

$\therefore$ 等腰梯形 $ABCD$ 的周长为 48,

$\therefore 3x+2t+t+3x+t+2t=48$, 解得 $t=8-x$,

$\therefore AD=2(8-x)=18-2x$,

$CD=8-x+3x+8-x=16+x$;

$$\begin{aligned}
 (2) S &= \frac{1}{2} (AB+CD) \cdot AH \\
 &= \frac{1}{2} (3x+16+x) \cdot \sqrt{3} (8-x) \\
 &= -2\sqrt{3}x^2 + 8\sqrt{3}x + 64\sqrt{3}, \\
 \therefore S &= -2\sqrt{3} (x-2)^2 + 72\sqrt{3}, \\
 \therefore \text{当 } x=2 \text{ 时, } S \text{ 有最大值 } 72\sqrt{3};
 \end{aligned}$$

(3) 连结 OA、OD，如图②，

当 $x=2$ 时， $AB=6$ ， $CD=16+2=18$ ，等腰梯形的高为 $\sqrt{3} \times (8-2) = 6\sqrt{3}$ ，
则 $AE=3$ ， $DF=9$ ，

$\therefore$ 点 E 和点 F 分别是 AB 和 CD 的中点，

$\therefore$ 直线 EF 为等腰梯形 ABCD 的对称轴，

$\therefore$ EF 垂直平分 AB 和 CD，EF 为等腰梯形 ABCD 的高，即 $EF=6\sqrt{3}$ ，

$\therefore$ 等腰梯形 ABCD 的外接圆的圆心 O 在 EF 上，

设 $OE=a$ ，则 $OF=6\sqrt{3}-a$ ，

在 $Rt\triangle AOE$ 中，

$$\therefore OE^2 + AE^2 = OA^2,$$

$$\therefore a^2 + 3^2 = R^2,$$

在 $Rt\triangle ODF$ 中，

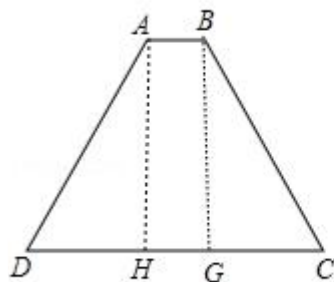
$$\therefore OF^2 + DF^2 = OD^2,$$

$$\therefore (6\sqrt{3}-a)^2 + 9^2 = R^2,$$

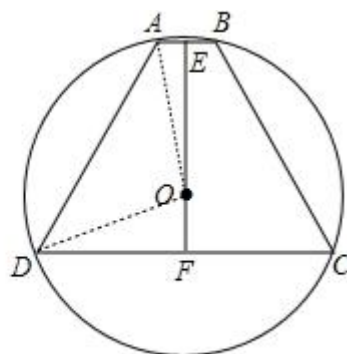
$$\therefore a^2 + 3^2 = (6\sqrt{3}-a)^2 + 9^2, \text{ 解得 } a=5\sqrt{3},$$

$$\therefore R^2 = (5\sqrt{3})^2 + 3^2 = 84,$$

$$\therefore R = 2\sqrt{21}.$$



图①



图②

点评： 本题考查了圆的综合题：熟练掌握垂径定理及其推论和等腰梯形的性质；会运用二次函数的性质解决最值问题；熟练运用勾股定理和含 30 度的直角三角形三边的关系进行计算.

