

哈尔滨市 2013 年初中升学考试

数学试卷

一、选择题 (每小题 3 分. 共计 30 分)

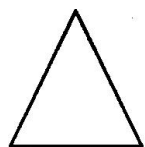
1. $-\frac{1}{3}$ 的倒数是().

- (A) 3 (B) -3 (C) $-\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{3}$

2. 下列计算正确的是().

- (A) $a^3 + a^2 = a^5$ (B) $a^3 \cdot a^2 = a^6$ (C) $(a^2)^3 = a^6$ (D) $(\frac{a}{2})^2 = \frac{a^2}{2}$

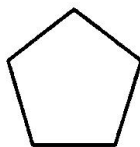
3. 下列图形中, 既是轴对称图形又是中心对称图形的是().



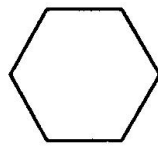
等边三角形
(A)



平行四边形
(B)



正五边形
(C)



正六边形
(D)

4. 如图所示的几何体是由一些正方体组合而成的立体图形, 则这个几何体的俯视图是().



(A)



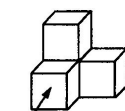
(B)



(C)



(D)



正面
(第 4 题图)

5. 把

抛

物线 $y=(x+1)^2$ 向下平移 2 个单位, 再向右平移 1 个单位, 所得到的抛物线是().

- (A) $y=(x+2)^2+2$ (B) $y=(x+2)^2-2$ (C) $y=x^2+2$ (D) $y=x^2-2$

6. 反比例函数 $y=\frac{1-2k}{x}$ 的图象经过点 $(-2, 3)$, 则 k 的值为().

- (A) 6 (B) -6 (C) $\frac{7}{2}$ (D) $-\frac{7}{2}$

7. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $AD=2AB$, CE 平分 $\angle BCD$ 交 AD 边于点 E , 且 $AE=3$, 则 AB 的长为().

- (A)4 (B)3 (C) $\frac{5}{2}$ (D)2

8. 在一个不透明的袋子中, 有 2 个白球和 2 个红球, 它们只有颜色上的区别, 从袋子中随机地摸出一个球记下颜色放回. 再随机地摸出一个球. 则两次都摸到白球的概率为().

- (A) $\frac{1}{16}$ (B) $\frac{1}{8}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{2}$

9. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, M 、 N 分别是边 AB 、 AC 的中点, 则 $\triangle AMN$ 的面积与四边形 $MBCN$ 的面积比为().

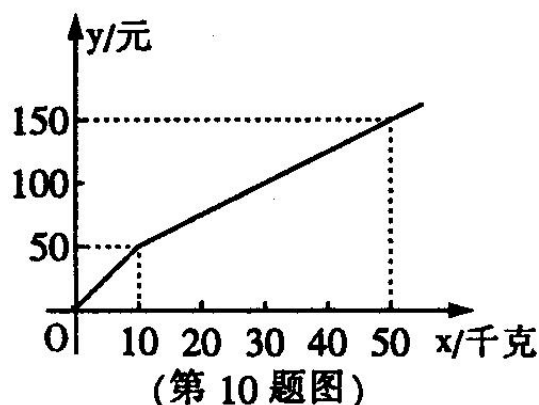
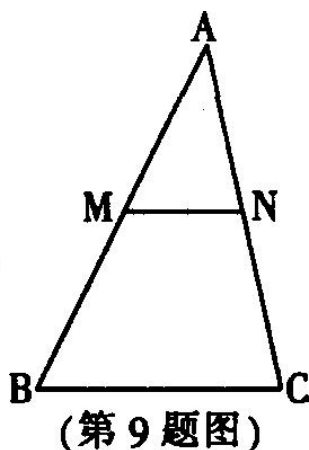
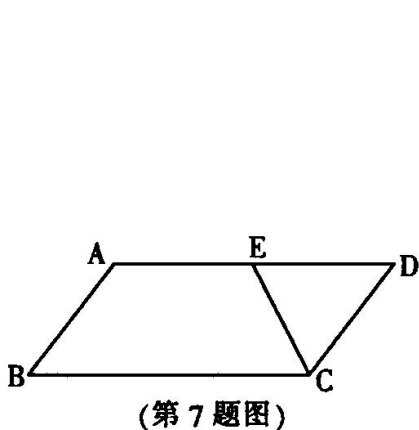
- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{2}{3}$

10. 梅凯种子公司以一定价格销售“黄金 1 号”玉米种子, 如果一次购买 10 千克以上(不含 10 千克)的种子, 超过 10 千克的那部分种子的价格将打折, 并依此得到付款金额 y (单位: 元)与一次购买种子数量 x (单位: 千克)之间的函数关系如图所示. 下列四种说法:

- ①一次购买种子数量不超过 10 千克时, 销售价格为 5 元/千克;
- ②一次购买 30 千克种子时, 付款金额为 100 元;
- ③一次购买 10 千克以上种子时, 超过 10 千克的那部分种子的价格打五折;
- ④一次购买 40 千克种子比分两次购买且每次购买 20 千克种子少花 25 元钱.

其中正确的个数是().

- (A)1 个 (B)2 个 (C)3 个 (D)4 个



二、填空题(每小题 3 分. 共计 30 分)

1 1. 把 98 000 用科学记数法表示为_____.

1 2. 在函数 $y = \frac{x}{x+3}$ 中, 自变量 x 的取值范围是_____.

13. 计算: $\sqrt{27} - \frac{\sqrt{3}}{2} =$ _____.

14. 不等式组 $3x-1 < 2$, $x+3 \geq 1$ 的解集是_____.

15. 把多项式 $4ax^2 - ay^2$ 分解因式的结果是_____.

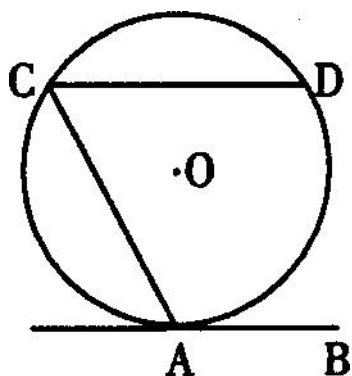
16. 一个圆锥的侧面积是 $36\pi \text{ cm}^2$, 母线长是 12cm, 则这个圆锥的底面直径是_____ cm.

17. 如图, 直线 AB 与 $\odot O$ 相切于点 A, AC、CD 是 $\odot O$ 的两条弦, 且 $CD \parallel AB$, 若 $\odot O$ 的半径为 $\frac{5}{2}$, $CD=4$, 则弦 AC 的长为_____.

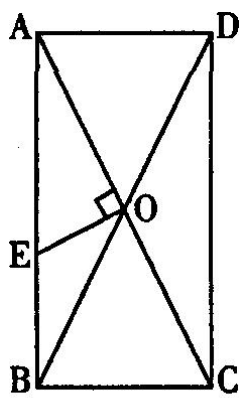
18. 某商品经过连续两次降价, 销售单价由原来的 125 元降到 80 元, 则平均每次降价的百分率为_____.

19. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=2\sqrt{2}$, $BC=1$, $\angle ABC=45^\circ$, 以 AB 为一边作等腰直角三角形 ABD, 使 $\angle ABD=90^\circ$, 连接 CD, 则线段 CD 的长为_____.

20. 如图。矩形 ABCD 的对角线 AC、BD 相交于点 O，过点 O 作 OE $\perp$ AC 交 AB 于 E，若 BC=4， $\triangle AOE$ 的面积为 5，则 $\sin \angle BOE$ 的值为_____。



(第 17 题图)



(第 20 题图)

三、解答题(其中 21-24 题各 6 分. 25-26 题各 8 分. 27-28 题各 10 分. 共计 60 分)

21. (本题 6 分)

先化简，再求代数式 $\frac{a}{a+2} - \frac{1}{a-1} \div \frac{a+2}{a^2-2a+1}$ 的值，其中

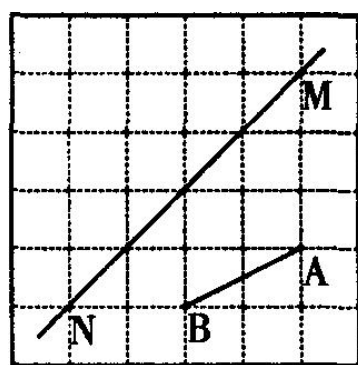
$$a = 6 \tan 60^\circ - 2$$

22. (本题 6 分)

如图。在每个小正方形的边长均为 1 个单位长度的方格纸中,有
线段 AB 和直线 MN, 点 A、B、M、N 均在小正方形的顶点上.

(1)在方格纸中画四边形 ABCD(四边形的各顶点均在小正方形的
顶点上), 使四边形 ABCD 是以直线 MN 为对称轴的轴对称图形, 点 A
的对称点为点 D, 点 B 的对称点为点 C;

(2)请直接写出四边形 ABCD 的周长.



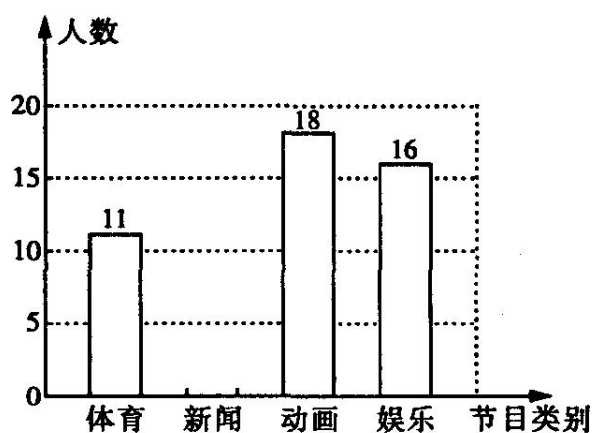
(第 22 题图)

23. (本题 6 分)

春雷中学要了解全校学生对不同类别电视节目的喜爱情况, 围绕
“在体育、新闻、动画、娱乐四类电视节目中, 你最喜欢哪一类?(必
选且只选一类)”的问题, 在全校范围内随机抽取部分学生进行问卷
调查. 将调查结果整理后绘制成如图所示的不完整的条形统计图. 其
中最喜欢新闻类电视节目的人数占被抽取人数的 10%. 请你根据以上
信息回答下列问题:

(1)在这次调查中，最喜欢新闻类电视节目的学生有多少名?并补全条形统计图:

(2)如果全校共有1200名学生，请你估计全校学生中最喜欢体育类电视节目的学生有多少名?



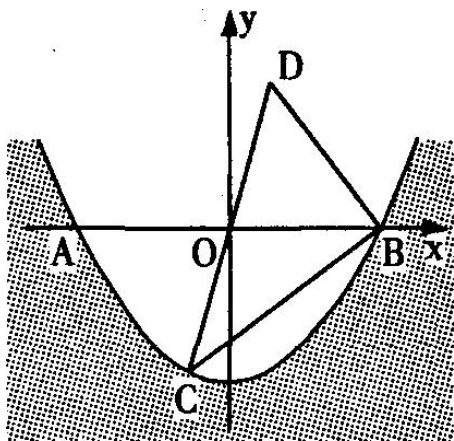
(第23题图)

24. (本题6分)

某水渠的横截面呈抛物线形，水面的宽为AB(单位：米)。现以AB所在直线为x轴，以抛物线的对称轴为y轴建立如图所示的平面直角坐标系，设坐标原点为O。已知AB=8米。设抛物线解析式为 $y=ax^2-4$ 。

(1)求a的值；

(2)点C(-1, m)是抛物线上一点，点C关于原点O的对称点为点D，连接CD、BC、BD，求ABCD的面积。



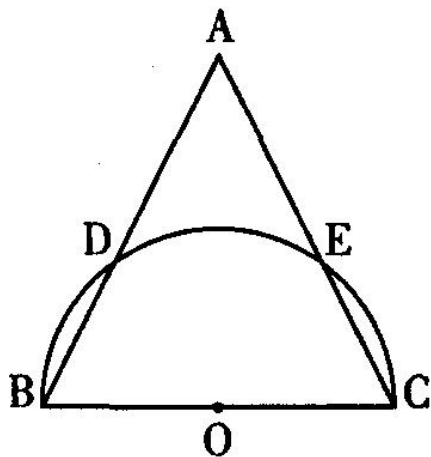
(第 24 题图)

25. (本题 8 分)

如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 以 BC 为直径作半圆 O , 交 AB 于点 D , 交 AC 于点 E . $AD=AE$

(1) 求证: $AB=AC$;

(2) 若 $BD=4$, $BO=2\sqrt{5}$, 求 AD 的长.



(第 25 题图)

26. (本题 8 分)

甲、乙两个工程队共同承担一项筑路任务, 甲队单独施工完成此项任务比乙队单独施工完成此项任务多用 10 天. 且甲队单独施工 45 天和乙队单独施工 30 天的工作量相同.

(1)甲、乙两队单独完成此项任务各需多少天? 、

(2)若甲、乙两队共同工作了 3 天后, 乙队因设备检修停止施工, 由甲队单独继续施工, 为了不影响工程进度。甲队的工作效率提高到原来的 2 倍。要使甲队总的工作量不少于乙队的工作量的 2 倍, 那么甲队至少再单独施工多少天?

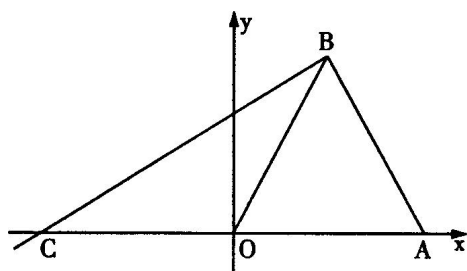
27. (本题 10 分)

如图, 在平面直角坐标系中, 点 O 为坐标原点, A 点的坐标为(3, 0), 以 OA 为边作等边三角形 OAB, 点 B 在第一象限, 过点 B 作 AB 的垂线交 x 轴于点 C. 动点 P 从 O 点出发沿 OC 向 C 点运动, 动点 Q 从 B 点出发沿 BA 向 A 点运动, P,Q 两点同时出发, 速度均为 1 个单位 / 秒。设运动时间为 t 秒.

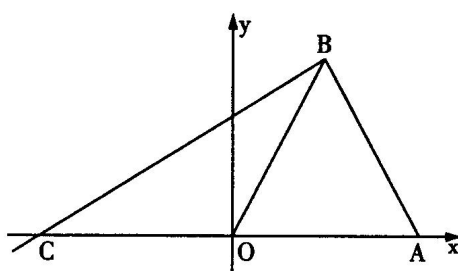
(1)求线段 BC 的长;

(2)连接 PQ 交线段 OB 于点 E, 过点 E 作 x 轴的平行线交线段 BC 于点 F. 设线段 EF 的长为 m, 求 m 与 t 之间的函数关系式, 并直接写出自变量 t 的取值范围:

(3)在(2)的条件下, 将 $\triangle BEF$ 绕点 B 逆时针旋转得到 $\triangle BE^1F^1$, 使点 E 的对应点 E^1 落在线段 AB 上, 点 F 的对应点是 F^1 , E^1F^1 交 x 轴于点 G, 连接 PF、QG, 当 t 为何值时, $2BQ - PF = \frac{\sqrt{3}}{3} QG$?



(第 27 题图)



(第 27 题备用图)

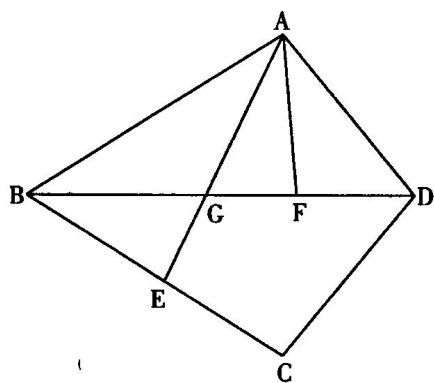
28. (本题 10 分)

已知: $\triangle ABD$ 和 $\triangle CBD$ 关于直线 BD 对称(点 A 的对称点是点 C),
点 E 、 F 分别是线段 BC

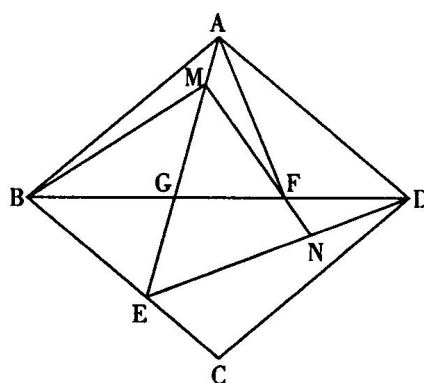
和线段 BD 上的点, 且点 F 在线段 EC 的垂直平分线上, 连接 AF 、 AE , AE 交 BD 于点 G .

(1)如图 1, 求证: $\angle EAF = \angle ABD$;

(2)如图 2, 当 $AB = AD$ 时, M 是线段 AG 上一点, 连接 BM 、 ED 、 MF , MF 的延长线交 ED 于点 N , $\angle MBF = \frac{1}{2} \angle BAF$, $AF = \frac{2}{3} AD$, 试探究线段 FM 和 FN 之间的数量关系, 并证明你的结论.



(图 1)



(第 28 题图)

(图 2)

哈尔滨市 2013 年初中升学考试 数学试题参考答案及评分标准

一、选择题: 1. B; 2. C; 3. D; 4. A; 5. D; 6. C; 7. B; 8. C; 9. B; 10. D.

二、填空题: 11. 9.8×10^4 ; 12. $x \neq -3$; 13. $\frac{5}{2}\sqrt{3}$; 14. $-2 \leq x < 1$; 15. $a(2x+y)(2x-y)$;

16. 6; 17. $2\sqrt{5}$; 18. 20%; 19. $\sqrt{5}$ 或 $\sqrt{13}$; 20. $\frac{3}{5}$.

三、解答题:

21. 解: 原式 = $\frac{a}{a+2} - \frac{1}{a-1} \cdot \frac{(a-1)^2}{a+2} = \frac{a}{a+2} - \frac{a-1}{a+2} = \frac{1}{a+2}$ 2分

$\therefore a = 6 \tan 30^\circ - 2 = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{3} - 2 = 2\sqrt{3} - 2$ 2分

$\therefore$ 原式 = $\frac{1}{a+2} = \frac{1}{2\sqrt{3} - 2 + 2} = \frac{1}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{6}$ 2分

22. (1) 正确画图 3分

(2) $2\sqrt{5} + 5\sqrt{2}$ 3分

23. (1) 解: $(11 + 18 + 16) \div (1 - 10\%) = 50$ (名) 1分

$50 - 11 - 18 - 16 = 5$ (名) 1分

$\therefore$ 在这次调查中, 最喜欢新闻类电视节目的学生有 5 名

补全条形图如图所示 1分

(2) 解: $1200 \times \frac{11}{50} = 264$ (名) 2分

$\therefore$ 估计全校学生中最喜欢体育类电视节目的学生有 264 名 1分

24. (1) 解: $\because AB = 8$ 由抛物线的对称性可知 $OB = 4$

$\therefore B(4, 0)$ 1分 $0 = 16a - 4$ 1分

$\therefore a = \frac{1}{4}$ 1分

(2) 解: 过点 C 作 $CE \perp AB$ 于 E, 过点 D 作 $DF \perp AB$ 于 F

$\because a = \frac{1}{4} \therefore y = \frac{1}{4}x^2 - 4$

令 $x = -1 \therefore y = \frac{1}{4} \times (-1)^2 - 4 = -\frac{15}{4} \therefore C(-1, -\frac{15}{4})$ 1分

$\because$ 点 C 关于原点对称点为 D $\therefore D(1, \frac{15}{4}) \therefore CE = DF = \frac{15}{4}$ 1分

$S_{\triangle BCD} = S_{\triangle BOD} + S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} \cdot OB \cdot DF + \frac{1}{2} \cdot OB \cdot CE = \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{15}{4} + \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{15}{4} = 15$ 1分

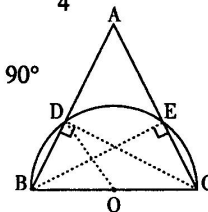
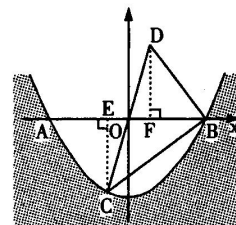
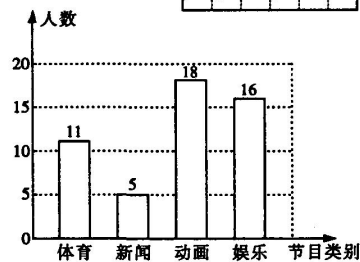
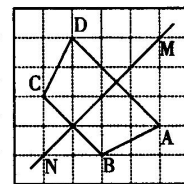
$\therefore \triangle BCD$ 的面积为 15 平方米

25. (1) 证明: 连接 CD、BE $\because BC$ 为半圆 O 的直径 $\therefore \angle BDC = \angle CEB = 90^\circ$

$\therefore \angle ADC = \angle AEB = 90^\circ$ 1分 又 $\because AD = AE \angle A = \angle A$

$\therefore \triangle ADC \cong \triangle AEB$ 2分

$\therefore AB = AC$ 1分



- (2) 解: 连接 OD $\because OD = OB \therefore \angle OBD = \angle ODB$ 1 分
 $\because AB = AC \therefore \angle OBD = \angle ACB \therefore \angle ODB = \angle ACB$ 1 分
 又 $\because \angle OBD = \angle ABC \therefore \triangle OBD \sim \triangle ABC \therefore \frac{BD}{BC} = \frac{BO}{AB}$ 1 分

$$\therefore BO = 2\sqrt{5} \therefore BC = 4\sqrt{5} \text{ 又 } \because BD = 4 \therefore \frac{4}{4\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{AB}$$

$$\therefore AB = 10 \therefore AD = AB - BD = 6 \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

26. (1) 解: 设乙队单独完成此项任务需 x 天, 则甲队单独完成此项任务需 $(x + 10)$ 天

$$\text{根据题意得 } \frac{45}{x+10} = \frac{30}{x} \dots\dots\dots 2 \text{ 分 } x = 20 \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\text{经检验 } x = 20 \text{ 是原方程的解 } \therefore x + 10 = 30(\text{天}) \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$\therefore$ 甲队单独完成此项任务需 30 天, 乙队单独完成此项任务需 20 天

- (2) 解: 设甲队再单独施工 a 天 $\frac{3}{30} + \frac{2a}{30} \geq 2 \times \frac{3}{20} \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

$$a \geq 3 \dots\dots\dots 1 \text{ 分 } \therefore \text{甲队至少再单独施工 3 天} \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

27. (1) 解: 如图 1 $\because \triangle AOB$ 为等边三角形 $\therefore \angle BAC = \angle AOB = 60^\circ$

$$\because BC \perp AB \therefore \angle ABC = 90^\circ \therefore \angle ACB = 30^\circ \angle OBC = 30^\circ$$

$$\therefore \angle ACB = \angle OBC \therefore CO = OB = AB = OA = 3$$

$$\therefore AC = 6 \dots\dots\dots 1 \text{ 分 } \therefore BC = \frac{\sqrt{3}}{2} AC = 3\sqrt{3} \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

- (2) 解: 如图 1 过点 Q 作 $QN \parallel OB$ 交 x 轴于点 N

$$\therefore \angle QNA = \angle BOA = 60^\circ = \angle QAN \therefore QN = QA$$

$$\therefore \triangle AQN \text{ 为等边三角形} \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\therefore NQ = NA = AQ = 3 - t$$

$$\therefore ON = 3 - (3 - t) = t \therefore PN = t + t = 2t$$

$$\because OE \parallel QN \therefore \triangle POE \sim \triangle PNQ \therefore \frac{OE}{QN} = \frac{PO}{PN} \therefore \frac{OE}{3-t} = \frac{1}{2} \quad (\text{图 1})$$

$$OE = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}t \dots\dots\dots 1 \text{ 分 } \therefore EF \parallel x \text{ 轴 } \therefore \angle BFE = \angle BCO = \angle FBE = 30^\circ$$

$$\therefore EF = BE \therefore m = BE = OB - OE = \frac{1}{2}t + \frac{3}{2} \dots\dots\dots 1 \text{ 分 } (0 < t < 3) \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

- (3) 解: 如图 2

$$\therefore \angle BE'F = \angle BEF = 180^\circ - \angle EBF - \angle EFB = 120^\circ$$

$$\therefore \angle AE'G = 60^\circ = \angle E'AG$$

$$\therefore GE' = GA \therefore \triangle AE'G \text{ 为等边三角形}$$

$$\therefore QE' = BE' - BQ = m - t = \frac{1}{2}t + \frac{3}{2} - t = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}t$$

$$\therefore GE' = GA = AE' = AB - BE' = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}t = QE'$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2 \quad \angle 3 = \angle 4$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ \therefore \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ$$

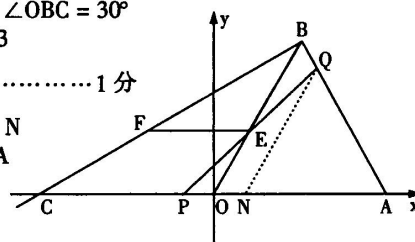
$$\text{即 } \angle QGA = 90^\circ$$

$$\therefore QG = \sqrt{3} AG = \frac{3}{2}\sqrt{3} - \frac{1}{2}\sqrt{3}t \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

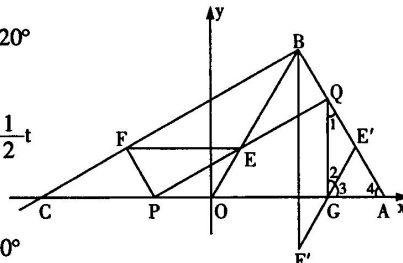
$$\because EF \parallel OC \therefore \frac{BF}{BC} = \frac{BE}{BO} \therefore \frac{BF}{3\sqrt{3}} = \frac{m}{3} \therefore BF = \sqrt{3} m = \frac{\sqrt{3}}{2}t + \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore CF = BC - BF = \frac{3}{2}\sqrt{3} - \frac{1}{2}\sqrt{3}t \quad CP = CO - OP = 3 - t$$

$$\therefore \frac{CF}{CB} = \frac{\frac{3}{2}\sqrt{3} - \frac{1}{2}\sqrt{3}t}{3\sqrt{3}} = \frac{3-t}{6} = \frac{CP}{CA}$$



(图 1)



(图 2)

$$\because \angle FCP = \angle BCA \quad \therefore \triangle FCP \sim \triangle BCA \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\therefore \frac{PF}{AB} = \frac{CP}{CA} \quad \therefore PF = \frac{3-t}{2} \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\therefore 2BQ - PF = \frac{\sqrt{3}}{3} QG \quad \therefore 2t - \frac{3-t}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3} \times (\frac{3}{2}\sqrt{3} - \frac{1}{2}\sqrt{3}t) \quad \therefore t = 1 \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\therefore \text{当 } t = 1 \text{ 时, } 2BQ - PF = \frac{\sqrt{3}}{3} QG$$

28. (1) 证明: 如图 1 连接 FE、FC $\because$ 点 F 在线段 EC 的垂直平分线上

$$\therefore FE = FC \quad \therefore \angle 1 = \angle 2 \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\because \triangle ABD \text{ 和 } \triangle CBD \text{ 关于直线 } BD \text{ 对称} \quad \therefore AB = CB \quad \angle 4 = \angle 3 \quad BF = BF$$

$$\therefore \triangle ABF \cong \triangle CBF \quad \therefore \angle BAF = \angle 2 \quad FA = FC \quad \therefore FE = FA \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\angle 1 = \angle BAF \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分} \quad \therefore \angle 5 = \angle 6 \quad \because \angle 1 + \angle BEF = 180^\circ \quad \therefore \angle BAF + \angle BEF = 180^\circ$$

$$\because \angle BAF + \angle BEF + \angle AFE + \angle ABE = 360^\circ \quad \therefore \angle AFE + \angle ABE = 180^\circ \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\text{又 } \because \angle AFE + \angle 5 + \angle 6 = 180^\circ \quad \therefore \angle 5 + \angle 6 = \angle 3 + \angle 4 \quad \therefore \angle 5 = \angle 4$$

$$\text{即 } \angle EAF = \angle ABD \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$(2) FM = \frac{7}{2} FN \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

证明: 如图 2 由(1)可知 $\angle EAF = \angle ABD$

$$\text{又 } \because \angle AFB = \angle GFA \quad \therefore \triangle AFG \sim \triangle BFA$$

$$\therefore \angle AGF = \angle BAF \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\text{又 } \because \angle MBF = \frac{1}{2} \angle BAF \quad \therefore \angle MBF = \frac{1}{2} \angle AGF$$

$$\text{又 } \because \angle AGF = \angle MBG + \angle BMG$$

$$\therefore \angle MBG = \angle BMG \quad \therefore BG = MG \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\because AB = AD \quad \therefore \angle ADB = \angle ABD = \angle EAF$$

$$\text{又 } \because \angle FGA = \angle AGD \quad \therefore \triangle AGF \sim \triangle DGA \quad \therefore \frac{GF}{AG} = \frac{AG}{GD} = \frac{AF}{AD} \quad (\text{图 1})$$

$$\because AF = \frac{2}{3} AD \quad \therefore \frac{GF}{AG} = \frac{AG}{GD} = \frac{2}{3} \quad \text{设 } GF = 2a \quad AG = 3a \quad \therefore GD = \frac{9}{2} a$$

$$\therefore FD = \frac{5}{2} a \quad \because \angle CBD = \angle ABD \quad \angle ABD = \angle ADB$$

$$\therefore \angle CBD = \angle ADB \quad \therefore BE \parallel AD \quad \therefore \frac{BG}{GD} = \frac{EG}{AG}$$

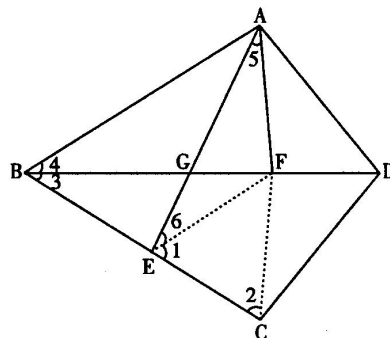
$$\therefore \frac{EG}{BG} = \frac{AG}{GD} = \frac{2}{3} \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分} \quad \text{设 } EG = 2k$$

$$\therefore BG = MG = 3k \quad \text{过点 F 作 } FQ \parallel ED \text{ 交 AE 于 Q}$$

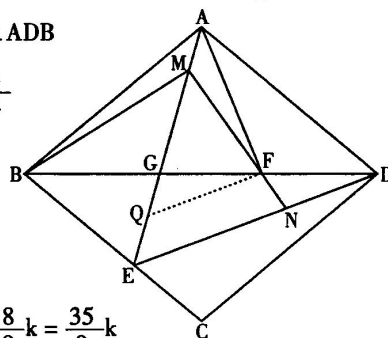
$$\therefore \frac{GQ}{QE} = \frac{GF}{FD} = \frac{2a}{\frac{5}{2}a} = \frac{4}{5} \quad \therefore GQ = \frac{4}{5} QE$$

$$\therefore GQ = \frac{4}{9} EG = \frac{8}{9} k \quad \therefore QE = \frac{10}{9} k \quad MQ = 3k + \frac{8}{9} k = \frac{35}{9} k$$

$$\because FQ \parallel ED \quad \therefore \frac{MF}{FN} = \frac{MQ}{QE} = \frac{7}{2} \quad \therefore FM = \frac{7}{2} FN \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$



(图 1)



(图 2)

(以上各解答题如有不同解法并且正确, 请按相应步骤给分)