

2009 年黑龙江省哈尔滨市中考数学试卷

一、选择题 (共 10 小题, 每小题 3 分, 满分 30 分)

1. (3 分) -2 的相反数是 ()

- A. $-\frac{1}{2}$ B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. 2

2. (3 分) 下列运算正确的是 ()

- A. $3a^2 - a^2 = 3$ B. $(a^2)^3 = a^5$ C. $a^3 \cdot a^6 = a^9$ D. $(2a^2)^2 = 4a^2$

3. 下列图形中, 既是轴对称图形, 又是中心对称图形的是 ().



(A)



(B)



(C)



(D)

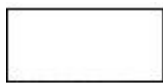
4. (3 分) 36 的算术平方根是 ()

- A. 6 B. ± 6 C. $\sqrt{6}$ D. $\pm\sqrt{6}$

5. (3 分) (2009•哈尔滨) 点 $P(1, 3)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象上, 则 k 的值是 ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. 3 C. $-\frac{1}{3}$ D. -3

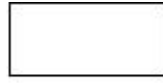
6. (3 分) (2009•哈尔滨) 如图是某一几何体的三视图, 则这个几何体是 ()



主视图



左视图



俯视图

- A. 长方体 B. 圆锥 C. 圆柱 D. 正三棱柱

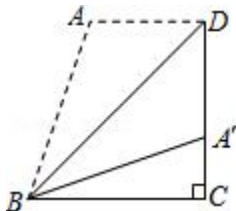
7. (3 分) (2009•哈尔滨) 小伟掷一个质地均匀的正方体骰子, 骰子的六个面上分别刻有 1 到 6 的点数. 则向上的一面的点数大于 4 的概率为 ()

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

8. (3 分) (2009•哈尔滨) 圆锥的底面半径为 8, 母线长为 9, 则该圆锥的侧面积为 ()

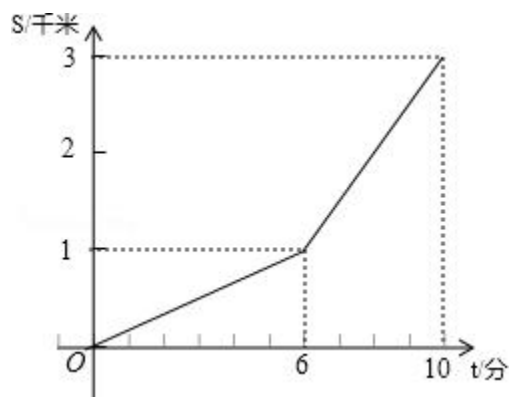
- A. 36π B. 48π C. 72π D. 144π

9. (3 分) (2009•哈尔滨) 如图, 梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $DC \perp BC$, 将梯形沿对角线 BD 折叠, 点 A 恰好落在 DC 边上的点 A' 处, 若 $\angle A'BC = 20^\circ$, 则 $\angle A'BD$ 的度数为 ()



- A. 15° B. 20° C. 25° D. 30°

10. (3 分) (2009•哈尔滨) 明明骑自行车去上学时, 经过一段先上坡后下坡的路, 在这段路上所走的路程 s (单位: 千米) 与时间 t (单位: 分) 之间的函数关系如图所示. 放学后如果按原路返回, 且往返过程中, 上坡速度相同, 下坡速度相同, 那么他回来时, 走这段路所用的时间为 ()



A. 12 分 B. 10 分 C. 16 分 D. 14 分

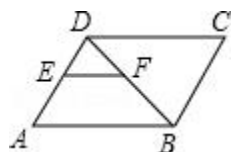
二、填空题 (共 8 小题, 每小题 3 分, 满分 24 分)

11. (3 分) (2009•哈尔滨) 长城总长约为 6 700 010 米, 用科学记数法表示为_____米 (保留两个有效数字).

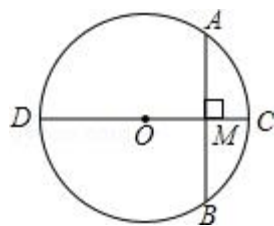
12. (3 分) (2009•哈尔滨) 函数 $y = \frac{x-2}{x+2}$ 的自变量 x 的取值范围是_____.

13. (3 分) (2009•哈尔滨) 把多项式 $x^3 - 4x$ 分解因式的结果为_____.

14. (3 分) (2009•哈尔滨) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, BD 为对角线, E 、 F 分别是 AD 、 BD 的中点, 连接 EF . 若 $EF=3$, 则 CD 的长为_____.



15. (3 分) (2009•哈尔滨) 如图, $\odot O$ 的直径 $CD=10$, 弦 $AB=8$, $AB \perp CD$, 垂足为 M , 则 DM 的长为_____.



16. (3 分) (2009•哈尔滨) (本两小题为考生根据所学内容任选其一作答)

(1) 如果 2 是一元二次方程 $x^2 + bx + 2 = 0$ 的一个根, 那么常数 b 的值为_____.

(2) 4 支排球队进行单循环比赛 (参加比赛的每两支球队之间都要进行一场比赛), 则总的比赛场数为_____场.

17. (3 分) (2009•哈尔滨) 观察下列图形, 它们是按一定规律排列的, 依照此规律, 第 16 个图形共有_____个★.



18. (3分) (2009•哈尔滨) 若正方形 ABCD 的边长为 4, E 为 BC 边上一点, BE=3, M 为线段 AE 上一点, 射线 BM 交正方形的一边于点 F, 且 BF=AE, 则 BM 的长为_____.

三、解答题 (共 10 小题, 满分 66 分)

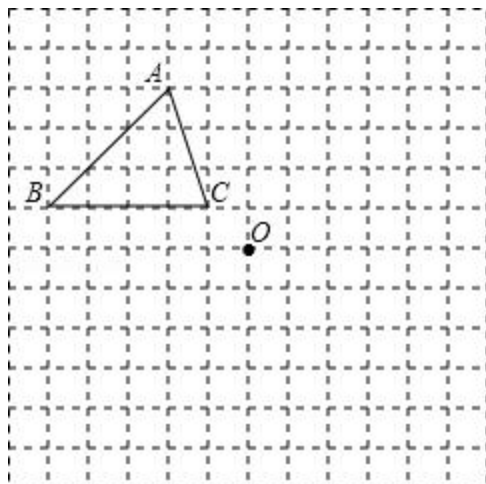
19. (5分) (2009•哈尔滨) 先化简, 再求代数式的值: $(\frac{2}{a+1} + \frac{a+2}{a^2-1}) \div \frac{a}{a-1}$, 其中

$$a = \tan 60^\circ - 2\sin 30^\circ.$$

20. (5分) (2009•哈尔滨) 如图, 在每个小正方形的边长均为 1 个单位长度的方格纸中, 有一个 $\triangle ABC$ 和一点 O, $\triangle ABC$ 的顶点和点 O 均与小正方形的顶点重合.

(1) 在方格纸中, 将 $\triangle ABC$ 向下平移 5 个单位长度得到 $\triangle A_1B_1C_1$, 请画出 $\triangle A_1B_1C_1$;

(2) 在方格纸中, 将 $\triangle ABC$ 绕点 O 旋转 180° 得到 $\triangle A_2B_2C_2$, 请画出 $\triangle A_2B_2C_2$.

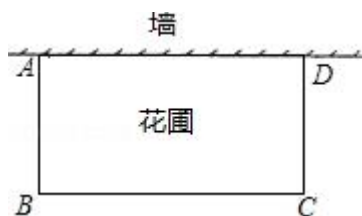


21. (5分) (2009•哈尔滨) 张大爷要围成一个矩形花圃. 花圃的一边利用足够长的墙另三边用总长为 32 米的篱笆恰好围成. 围成的花圃是如图所示的矩形 ABCD. 设 AB 边的长为 x 米. 矩形 ABCD 的面积为 S 平方米.

(1) 求 S 与 x 之间的函数关系式 (不要求写出自变量 x 的取值范围);

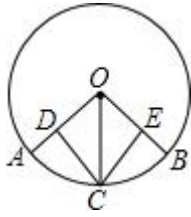
(2) 当 x 为何值时, S 有最大值并求出最大值.

(参考公式: 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), 当 $x = -\frac{b}{2a}$ 时, $y_{\text{最大(小)值}} = \frac{4ac - b^2}{4a}$)

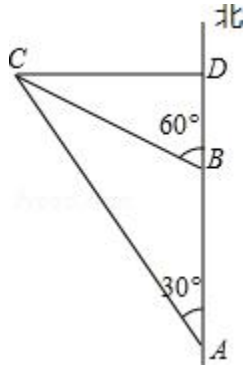


22. (5分) (2009•哈尔滨) 如图, 在 $\odot O$ 中, D、E 分别为半径 OA、OB 上的点, 且 AD=BE. 点 C 为弧 AB 上一点, 连接 CD、CE、CO, $\angle AOC = \angle BOC$.

求证: $CD = CE$.



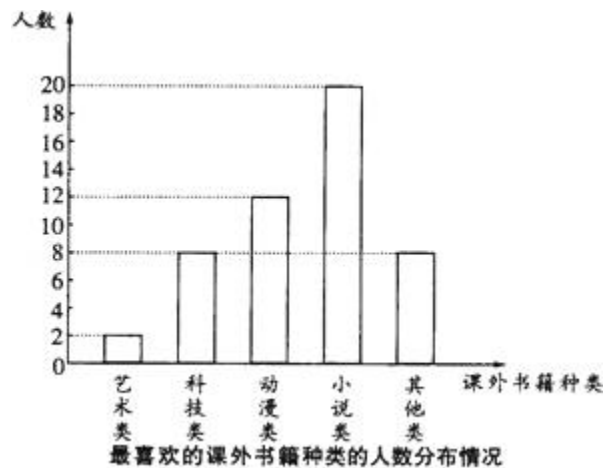
23. (6分) (2009•哈尔滨) 如图, 一艘轮船以每小时 20 海里的速度沿正北方向航行, 在 A 处测得灯塔 C 在北偏西 30° 方向, 轮船航行 2 小时后到达 B 处, 在 B 处测得灯塔 C 在北偏西 60° 方向. 当轮船到达灯塔 C 的正东方向的 D 处时, 求此时轮船与灯塔 C 的距离. (结果保留根号)



24. (6分) (2009•哈尔滨) 某中学为了解该校学生阅读课外书籍的情况, 学校决定围绕“在艺术类、科技类、动漫类、小说类、其他类课外书籍中, 你最喜欢的课外书籍种类是什么 (只写一类)”的问题, 在全校范围内随机抽取部分同学进行问卷调查, 并将调查问卷适当整理后绘制成如图所示的条形统计图.

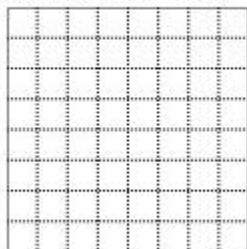
请结合统计图回答下列问题:

- (1) 在本次抽样调查中, 最喜欢哪类课外书籍的人数最多, 有多少人?
- (2) 求出该校一共抽取了多少名同学进行问卷调查?
- (3) 若该校有 800 人, 请你估计这 800 人中最喜欢动漫类课外书籍的约有多少人?



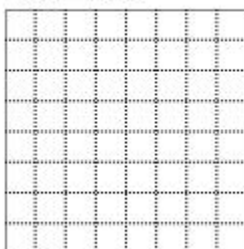
25. (6分) (2009•哈尔滨) 图 (a)、图 (b)、图 (c) 是三张形状、大小完全相同的方格纸, 方格纸中的每个小正方形的边长均为 1. 请在图 (a)、图 (b)、图 (c) 中, 分别画出符合要求的图形, 所画图形各顶点必须与方格纸中的小正方形顶点重合.

画一个底边长为4，面积为8的等腰三角形



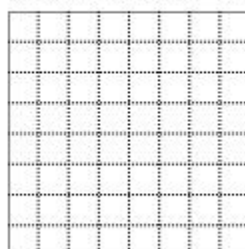
图(a)

画一个面积为10的等腰直角三角形



图(b)

画一个一边长为 $2\sqrt{2}$ ，面积为6的等腰三角形



图(c)

26. (8分) 跃壮五金商店准备从宁云机械厂购进甲、乙两种零件进行销售. 若每个甲种零件的进价比每个乙种零件的进价少2元, 且用80元购进甲种零件的数量与用100元购进乙种零件的数量相同.

(1) 求每个甲种零件、每个乙种零件的进价分别为多少元?

(2) 若该五金商店本次购进甲种零件的数量比购进乙种零件的数量的3倍还少5个, 购进两种零件的总数量不超过95个, 该五金商店每个甲种零件的销售价格为12元, 每个乙种零件的销售价格为15元, 则将本次购进的甲、乙两种零件全部售出后, 可使销售两种零件的总利润(利润=售价-进价)超过371元, 通过计算求出跃壮五金商店本次从宁云机械厂购进甲、乙两种零件有几种方案? 请你设计出来.

27. (10分) (2009•哈尔滨) 已知: $\triangle ABC$ 的高 AD 所在直线与高 BE 所在直线相交于点 F .

(1) 如图1, 若 $\triangle ABC$ 为锐角三角形, 且 $\angle ABC=45^\circ$, 过点 F 作 $FG \parallel BC$, 交直线 AB 于点 G , 求证: $FG+DC=AD$;

(2) 如图2, 若 $\angle ABC=135^\circ$, 过点 F 作 $FG \parallel BC$, 交直线 AB 于点 G , 则 FG 、 DC 、 AD 之间满足的数量关系是_____;

(3) 在(2)的条件下, 若 $AG=5\sqrt{2}$, $DC=3$, 将一个 45° 角的顶点与点 B 重合并绕点 B 旋转, 这个角的两边分别交线段 FG 于 M 、 N 两点 (如图3), 连接 CF , 线段 CF 分别与线段 BM 、线段 BN 相交于 P 、 Q 两点, 若 $NG=\frac{3}{2}$, 求线段 PQ 的长.

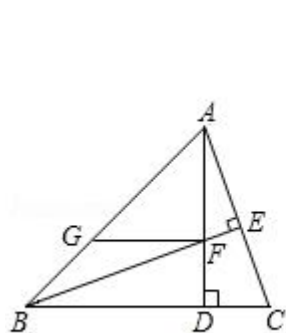


图1

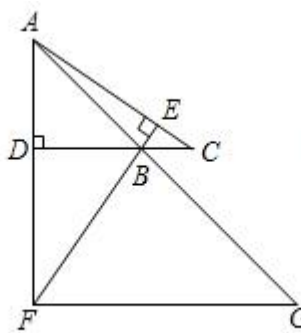


图2

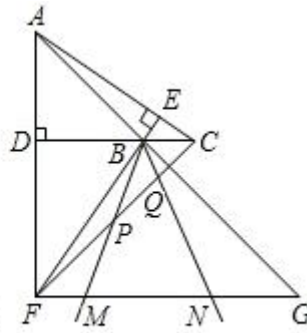


图3

28. (10 分) (2009•哈尔滨) 如图 1, 在平面直角坐标系中, 点 O 是坐标原点, 四边形 $ABCO$ 是菱形, 点 A 的坐标为 $(-3, 4)$, 点 C 在 x 轴的正半轴上, 直线 AC 交 y 轴于点 M , AB 边交 y 轴于点 H .

(1) 求直线 AC 的解析式;

(2) 连接 BM , 如图 2, 动点 P 从点 A 出发, 沿折线 ABC 方向以 2 个单位/秒的速度向终点 C 匀速运动, 设 $\triangle PMB$ 的面积为 S ($S \neq 0$), 点 P 的运动时间为 t 秒, 求 S 与 t 之间的函数关系式 (要求写出自变量 t 的取值范围);

(3) 在 (2) 的条件下, 当 t 为何值时, $\angle MPB$ 与 $\angle BCO$ 互为余角, 并求此时直线 OP 与直线 AC 所夹锐角的正切值.

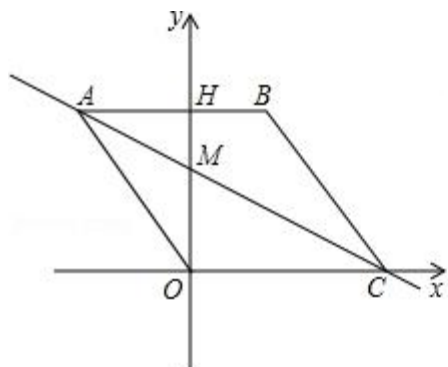


图1

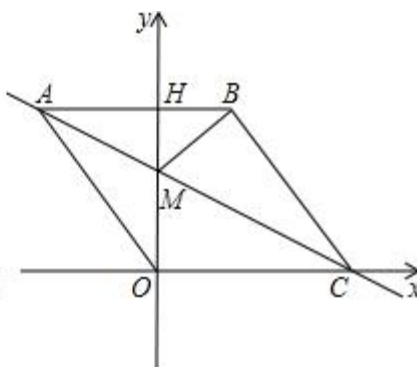


图2

2009 年黑龙江省哈尔滨市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分）

1. (3 分)

【考点】相反数.

【分析】根据相反数的定义：只有符号不同的两个数叫做互为相反数即可得到答案.

【解答】解：-2 的相反数是 2，

故选：D.

【点评】此题主要考查了相反数，关键是掌握相反数的定义.

2. (3 分)

【考点】同底数幂的乘法；合并同类项；幂的乘方与积的乘方.

【分析】根据同底数幂的乘法及幂的乘方与积的乘方的性质进行计算.

【解答】解：A、应为 $3a^2 - a^2 = 2a^2$ ，故本选项错误；

B、应为 $(a^2)^3 = a^{2 \times 3} = a^6$ ，故本选项错误；

C、 $a^3 \cdot a^6 = a^{3+6} = a^9$ ，正确；

D、应为 $(2a)^2 = 2^2 a^{2 \times 2} = 4a^4$ ，故本选项错误.

故选 C.

【点评】本题考查合并同类项法则、同底数幂的乘法、幂的乘方与积的乘方的性质，需熟练掌握且区分清楚，才不容易出错.

3. (3 分)

【考点】中心对称图形；轴对称图形.

【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解.

【解答】解：A、是中心对称图形，不是轴对称图形，故本选项错误；

B、不是中心对称图形，是轴对称图形，故本选项错误；

C、不是中心对称图形，是轴对称图形，故本选项错误；

D、既是中心对称图形又是轴对称图形，故本选项正确.

故选 D.

【点评】本题考查了中心对称图形与轴对称图形的概念，轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后两部分重合.

4. (3 分)

【考点】算术平方根.

【分析】算术平方根的定义：一个非负数的正的平方根，即为这个数的算术平方根，利用定义即可求出结果.

【解答】解： $\because 6$ 的平方为 36，

$\therefore 36$ 算术平方根为 6.

故选 A.

【点评】此题主要考查了算术平方根的概念，算术平方根易与平方根的概念混淆而导致错误.

5. (3分)

【考点】待定系数法求反比例函数解析式.

【分析】点P(1, 3)在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k\neq 0$)的图象上, 则点的坐标一定满足解析式,

代入就得到k的值.

【解答】解: 因为点p(1, 3)在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k\neq 0$)的图象上

$$\text{所以 } 3=\frac{k}{1}$$

解得: $k=3$.

故选B.

【点评】本题主要考查了函数图象上的点与图象的关系, 图象上的点满足解析式, 满足解析式的点在函数图象上.

6. (3分)

【考点】由三视图判断几何体.

【分析】主视图、左视图、俯视图是分别从物体正面、左面和上面看, 所得到的图形.

【解答】解: 由于主视图和左视图为长方形可得此几何体为柱体, 由俯视图为长方形可得为正方体. 故选A.

【点评】考查学生对三视图掌握程度和灵活运用能力, 同时也体现了对空间想象能力方面的考查.

7. (3分)

【考点】概率公式.

【分析】让骰子中大于4的数个数除以数的总个数即为所求的概率.

【解答】解: 根据等可能条件下的概率的公式可得: 小伟掷一个质地均匀的正方体骰子, 骰子的六个面上分别刻有1到6的点数, 则向上的一面的点数大于4的概率为 $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.

故选B.

【点评】用到的知识点为: 概率等于所求情况数与总情况数之比.

8. (3分)

【考点】圆锥的计算.

【分析】圆锥的侧面积=底面周长 $\times$ 母线长 $\div 2$.

【解答】解: 圆锥的侧面展开图为扇形, 由扇形面积公式可以得出此圆锥侧面积为:

$$\frac{1}{2} \times 9 \times 2\pi \times 8 = 72\pi. \text{ 故选C.}$$

【点评】本题利用了圆的周长公式和扇形面积公式求解.

9. (3分)

【考点】翻折变换(折叠问题).

【分析】易得 $\angle DA'B=110^\circ$, 那么根据折叠得到 $\angle DAB=110^\circ$, 进而利用平行得到 $\angle ABC$ 的度数, 那么就可得到 $\angle ABA'$ 的度数, 除以2就是 $\angle A'BD$ 的度数.

【解答】解: $\because \angle A'BC=20^\circ$

$$\therefore \angle BA'C=70^\circ$$

$$\therefore \angle DA'B=110^\circ$$

$$\therefore \angle DAB=110^\circ$$

$$\therefore \angle ABC = 70^\circ$$

$$\therefore \angle ABA' = \angle ABC - \angle A'BC = 70^\circ - 20^\circ = 50^\circ$$

$$\therefore \angle A'BD = \frac{1}{2} \angle ABA' = 25^\circ.$$

故选 C.

【点评】 本题考查图形的翻折变换，解题过程中应注意折叠是一种对称变换，它属于轴对称，根据轴对称的性质，折叠前后图形的形状和大小不变，如本题中折叠前后角相等.

10. (3 分)

【考点】 函数的图象.

【分析】 应先求出上坡速度和下坡速度，注意往返路程上下坡路程的转化.

【解答】 解：根据函数图象可得：明明骑自行车去上学时，上坡路为 1 千米，速度为 $1 \div 6 = \frac{1}{6}$

千米/分，下坡路程为 $3 - 1 = 2$ 千米，速度为 $2 \div (10 - 6) = \frac{1}{2}$ 千米/分，放学后如果按原路返

回，且往返过程中，上坡速度相同，下坡速度相同，那么他回来时，上坡路程为 2 千米，速度为 $\frac{1}{6}$ 千米/分，下坡路程为 1 千米，速度为 $\frac{1}{2}$ 千米/分，

因此走这段路所用的时间为 $2 \div \frac{1}{6} + 1 \div \frac{1}{2} = 14$ 分.

故选：D.

【点评】 本题考查利用函数的图象解决实际问题.

二、填空题 (共 8 小题，每小题 3 分，满分 24 分)

11. (3 分)

【考点】 科学记数法与有效数字.

【分析】 绝对值大于 10 时科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 本题中 6 700 010 有 7 位整数， $n = 7 - 1 = 6$.

有效数字的数法是从左边第一个不是 0 的数起，后面所有的数字都是有效数字.

【解答】 解：根据题意 6 700 010 米 $= 6.700010 \times 10^6$ 米 $= 6.7 \times 10^6$ 米. (保留两个有效数字)
故答案为 6.7×10^6 米.

【点评】 此题主要考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

12. (3 分)

【考点】 函数自变量的取值范围；分式有意义的条件.

【分析】 函数是分式形式时，分式的分母是不能为 0 的，所以 $x+2 \neq 0$ ，即可求得 x 的取值范围.

【解答】 解：由题意可知： $x+2 \neq 0$ ，
解得： $x \neq -2$ ；

所以，函数 $y = \frac{x-2}{x+2}$ 的自变量 x 的取值范围是 $x \neq -2$.

【点评】 (1) 当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；

(2) 当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为 0；

13. (3 分)

【考点】 提公因式法与公式法的综合运用.

【分析】先提取公因式 x ，然后再利用平方差公式进行二次分解.

【解答】解： $x^3 - 4x$ ，
 $=x(x^2 - 4)$ ，
 $=x(x+2)(x-2)$.

【点评】本题主要考查提公因式法分解因式和利用平方差公式分解因式，关键在于要进行二次分解因式.

14. (3 分)

【考点】三角形中位线定理；平行四边形的性质.

【分析】根据三角形中位线等于三角形第三边的一半可得 AB 长，进而根据平行四边形的对边相等可得 $CD=AB$.

【解答】解： $\because EF$ 是 $\triangle ABD$ 的中位线，
 $\therefore AB=2EF=6$ ，
又 $\because AB=CD$ ，
 $\therefore CD=6$.

故答案为：6.

【点评】本题考查了三角形中位线定理及平行四边形的性质，熟练掌握定理和性质是解题的关键.

15. (3 分)

【考点】垂径定理；勾股定理.

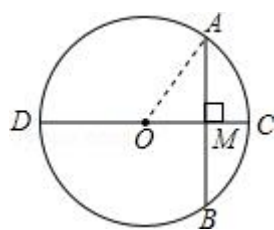
【分析】连接 OA ，根据垂径定理可知 AM 的长，根据勾股定理可将 OM 的长求出，从而可将 DM 的长求出.

【解答】解：连接 OA ，
 $\because AB \perp CD$ ， $AB=8$ ，
 $\therefore$ 根据垂径定理可知 $AM=\frac{1}{2}AB=4$ ，

在 $Rt\triangle OAM$ 中， $OM=\sqrt{OA^2 - AM^2}=\sqrt{5^2 - 4^2}=3$ ，

$\therefore DM=OD+OM=8$.

故答案为：8.



【点评】本题考查的是垂径定理及勾股定理，根据题意作出辅助线，构造出直角三角形，利用勾股定理求解是解答此题的关键.

16. (3 分)

【考点】一元二次方程的解.

【分析】(1) 一元二次方程的根就是能够使方程左右两边相等的未知数的值；即用这个数代替未知数所得式子仍然成立；将 $x=2$ 代入原方程即可求得 b 的值.

(2) 设出相应的球队，列举可能的情况即可.

【解答】解：(1) $\because 2$ 是一元二次方程 $x^2+bx+2=0$ 的一个根，
 $\therefore 2^2+2b+2=0$ ，

解得 $b = -3$.

(2) 设这 4 支排球队分别为 A, B, C, D, 则可能的情况有: AB, AC, BC, BD, CD, 一共有 6 种情况.

【点评】(1) 本题比较容易, 考查利用一元二次方程根的定义求字母系数. (2) 本题考事件的可能情况, 关键是列齐所有的可能情况.

17. (3 分)

【考点】规律型: 图形的变化类.

【分析】对于找规律的题目首先应找出哪些部分发生了变化, 是按照什么规律变化的.

【解答】解: 观察图形会发现, 第一个图形的五角星数为: $1 \times 3 + 1$; 第二个图形的五角星数为: $2 \times 3 + 1$; 第三个图形的五角星数为: $3 \times 3 + 1$; 第四个图形的五角星数为: $4 \times 3 + 1$; 则第 16 个图形的五角星数为: $16 \times 3 + 1 = 49$ 个五角星.

【点评】本题是一道找规律的题目, 这类题型在中考中经常出现.

18. (3 分)

【考点】正方形的性质.

【分析】分两种情况进行分析, ①当 BF 如图位置时, ②当 BF 为 BG 位置时; 根据相似三角形的性质即可求得 BM 的长.

【解答】解: 如图, 当 BF 如图位置时,

$\because AB=AB, \angle BAF=\angle ABE=90^\circ, AE=BF,$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle BAF \text{ (HL)},$

$\therefore \angle ABM = \angle BAM,$

$\therefore AM=BM, AF=BE=3,$

$\because AB=4, BE=3,$

$\therefore AE = \sqrt{AB^2 + BE^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5,$

过点 M 作 $MS \perp AB$, 由等腰三角形的性质知, 点 S 是 AB 的中点, $BS=2$, SM 是 $\triangle ABE$ 的中位线,

$\therefore BM = \frac{1}{2}AE = \frac{1}{2} \times 5 = \frac{5}{2},$

当 BF 为 BG 位置时, 易得 $\text{Rt} \triangle BCG \cong \text{Rt} \triangle ABE,$

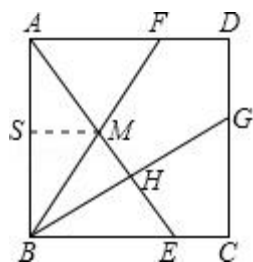
$\therefore BG=AE=5, \angle AEB = \angle BGC,$

$\therefore \triangle BHE \sim \triangle BCG,$

$\therefore BH: BC = BE: BG,$

$\therefore BH = \frac{12}{5}.$

故答案为: $\frac{5}{2}$ 或 $\frac{12}{5}.$



【点评】本题利用了全等三角形的判定和性质，等角对等边，相似三角形的判定和性质，勾股定理求解.

三、解答题 (共 10 小题, 满分 66 分)

19. (5 分)

【考点】分式的化简求值; 特殊角的三角函数值.

【分析】分别化简分式和 a 的值, 再代入计算求值.

【解答】解: 原式 $= \frac{2(a-1) + (a+2)}{(a+1)(a-1)} \cdot \frac{a-1}{a} = \frac{3}{a+1}$. (2 分)

当 $a = \tan 60^\circ - 2\sin 30^\circ = \sqrt{3} - 2 \times \frac{1}{2} = \sqrt{3} - 1$ 时, (2 分)

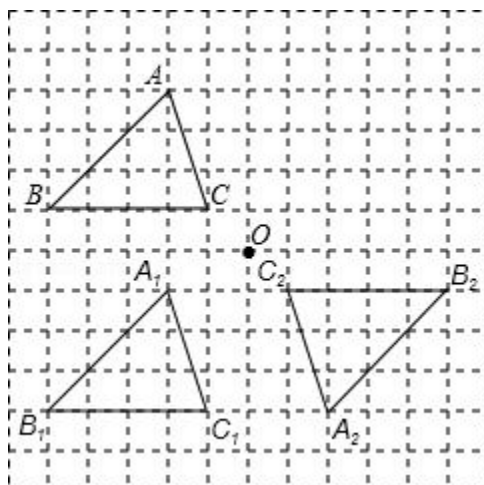
原式 $= \frac{3}{\sqrt{3}-1+1} = \sqrt{3}$. (1 分)

【点评】本题考查了分式的化简求值, 关键是化简. 同时也考查了特殊角的三角函数值; 注意分子、分母能因式分解的先因式分解, 除法要统一为乘法运算.

20. (5 分)

【考点】作图-旋转变换; 作图-平移变换.

【分析】无论是何种变换都需先找出各关键点的对应点, 然后顺次连接即可.



【解答】解:

【点评】本题的关键是作各个关键点的对应点.

21. (5 分)

【考点】二次函数的应用.

【分析】在题目已设自变量的基础上, 表示矩形的长, 宽; 用面积公式列出二次函数, 用二次函数的性质求最大值.

【解答】解: (1) 由题意, 得 $S = AB \cdot BC = x(32 - 2x)$,
 $\therefore S = -2x^2 + 32x$.

(2) $\because a = -2 < 0$,
 $\therefore S$ 有最大值.

$\therefore x = -\frac{b}{2a} = -\frac{32}{2 \times (-2)} = 8$ 时, 有 $S_{\text{最大}} = \frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{-32^2}{4 \times (-2)} = 128$.

∴ $x=8$ 时, S 有最大值, 最大值是 128 平方米.

【点评】 求二次函数的最大 (小) 值有三种方法, 第一种可由图象直接得出, 第二种是配方法, 第三种是公式法, 常用的是后两种方法, 当二次项系数 a 的绝对值是较小的整数时, 用配方法较好, 如 $y=-x^2-2x+5$, $y=3x^2-6x+1$ 等用配方法求解比用公式法简便.

22. (5 分)

【考点】 圆心角、弧、弦的关系; 全等三角形的判定.

【分析】 证 CD 和 CE 所在的三角形全等即可.

【解答】 证明: ∵ $OA=OB$ $AD=BE$,

∴ $OA-AD=OB-BE$, 即 $OD=OE$.

在 $\triangle ODC$ 和 $\triangle OEC$ 中,
$$\begin{cases} OD=OE \\ \angle AOC=\angle BOC, \\ OC=OC \end{cases}$$

∴ $\triangle ODC \cong \triangle OEC$ (SAS).

∴ $CD=CE$.

【点评】 两条线段在不同的三角形中要证明相等时, 通常是利用全等来进行证明.

23. (6 分)

【考点】 解直角三角形的应用-方向角问题.

【分析】 根据三角形外角和定理可求得 BC 的值, 然后放到直角三角形 BCD 中, 借助 60° 角的正弦值即可解答.

【解答】 解: 由题意得 $\angle CAB=30^\circ$, $\angle CBD=60^\circ$,

∴ $\angle ACB=30^\circ$,

∴ $BC=BA=40$ 海里,

∵ $\angle CDB=90^\circ$,

∴ $\sin \angle CBD = \frac{CD}{BC}$.

∴ $\sin 60^\circ = \frac{CD}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

∴ $CD = BC \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 40 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3}$ (海里).

∴ 此时轮船与灯塔 C 的距离为 $20\sqrt{3}$ 海里.

【点评】 将已知条件和所求结论转化到同一个直角三角形中求解是解直角三角形的常规思路.

24. (6 分)

【考点】 条形统计图; 用样本估计总体.

【分析】 (1) 根据统计图中各部分的高低即可判断;

(2) 根据各部分的人数即可计算总人数;

(3) 用样本平均数估计总体平均数, 再进一步计算.

【解答】 解: (1) 最喜欢小说类课外书籍的人数最多, 有 20 人;

(2) 由图可知: $2+8+12+20+8=50$ 人,

∴ 一共抽取了 50 名同学;

(3) 由样本估计总体得: $800 \times \frac{12}{50} = 192$ 人,

$\therefore$ 800 人中最喜欢读动漫类课外书籍的约有 192 人.

【点评】 从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据, 能够根据各个数据进行正确计算.

25. (6 分)

【考点】 作图—复杂作图.

【分析】 (1) 底边长为 4, 面积为 8, 即高也要为 4, 所以就从网格中找一条为 4 的底边, 找这个边的垂直平分线, 也为 4 的点, 即是三角形的顶点;

(2) 面积为 10 的等腰直角三角形, 根据三角形的面积公式可知, 两直角边要为 $\sqrt{20}$, 那就是找一个长为 4, 宽为 2 的矩形的对角线为直角边, 然后连接斜边;

(3) 一边长为 $2\sqrt{2}$ 即是一个边长为 2 的正方形的对角线, 面积为 6, 根据三角形的面积公式可得高为 $3\sqrt{2}$, 即从底边上的垂直平分线找高为 $3\sqrt{2}$ 的点, 顺次连接.

【解答】 解:

画一个底边长为 4, 面积为 8 的等腰三角形

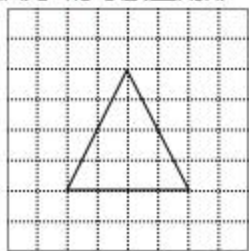


图 (a)

画一个面积为 10 的等腰直角三角形

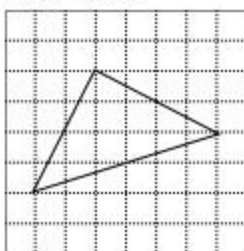


图 (b)

画一个一边长为 $2\sqrt{2}$ 面积为 6 的等腰三角形

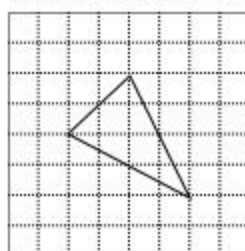


图 (c)

【点评】 本题主要考查了利用网格作图的方法, 做这类题时, 注意要严格按照要求来做.

26. (8 分)

【考点】 分式方程的应用; 一元一次不等式组的应用.

【分析】 (1) 关键词是“用 80 元购进甲种零件的数量与用 100 元购进乙种零件的数量相同”可根据此列出方程.

(2) 本题中“根据进两种零件的总数量不超过 95 个”可得出关于数量的不等式方程, 根据“使销售两种零件的总利润 (利润=售价-进价) 超过 371 元”看俄得出关于利润的不等式方程, 组成方程组后得出未知数的取值范围, 然后根据取值的不同情况, 列出不同的方案.

【解答】 解: (1) 设每个乙种零件进价为 x 元, 则每个甲种零件进价为 $(x-2)$ 元.

由题意得: $\frac{80}{x-2} = \frac{100}{x}$.

解得: $x=10$.

检验: 当 $x=10$ 时, $x(x-2) \neq 0$

$\therefore x=10$ 是原分式方程的解.

每个甲种零件进价为: $x-2=10-2=8$

答: 每个甲种零件的进价为 8 元, 每个乙种零件的进价为 10 元.

(2) 设购进乙种零件 y 个, 则购进甲种零件 $(3y - 5)$ 个.

由题意得:
$$\begin{cases} 3y - 5 + y \leq 95 \\ (12 - 8)(3y - 5) + (15 - 10)y > 371 \end{cases}$$

解得: $23 < y \leq 25$

$\because y$ 为整数 $\therefore y = 24$ 或 25 .

$\therefore$ 共有 2 种方案.

方案一: 购进甲种零件 67 个, 乙种零件 24 个;

方案二: 购进甲种零件 70 个, 乙种零件 25 个.

【点评】 本题考查了分式方程的应用、一元一次不等式组的应用, 列分式方程解应用题与所有列方程解应用题一样, 重点在于准确地找出相等关系, 这是列方程的依据. 本题要注意 (2) 中未知数的不同取值可视为不同的方案.

27. (10 分)

【考点】 直角三角形的性质; 三角形内角和定理; 全等三角形的判定; 矩形的判定.

【分析】 (1) 首先证明 $\angle CBE = \angle DAC$, $\angle AGF = \angle BAD$ 可推出 $FA = FG$;

(2) 与 (1) 证明方法同理;

(3) 首先证明 $\triangle FDC$ 为等腰直角三角形, 然后证明四边形 $DFHB$ 为矩形. 根据三角函数的计算得出.

【解答】 证明:

(1) $\because \angle ADB = 90^\circ$, $\angle ABC = 45^\circ$,

$\therefore \angle BAD = \angle ABC = 45^\circ$,

$\therefore AD = BD$

$\because \angle BEC = 90^\circ$,

$\therefore \angle CBE + \angle C = 90^\circ$,

$\because \angle DAC + \angle C = 90^\circ$,

$\therefore \angle CBE = \angle DAC$,

$\because GF \parallel BD$,

$\therefore \angle AGF = \angle ABC = 45^\circ$,

$\therefore \angle AGF = \angle BAD$,

$\therefore FA = FG$,

$\therefore FG + DC = FA + DF = AD$;

解: (2) $FG - DC = AD$;

(3) 如图,

$\because \angle ABC = 135^\circ$,

$\therefore \angle ABD = 45^\circ$,

$\because \angle ADB = 90^\circ$,

$\therefore \angle DAB = \angle DBA = 45^\circ$,

$\therefore AD = BD$,

$\because FG \parallel BC$,

$\therefore \angle G = \angle DBA = \angle DAB$,

$\therefore AF = FG$

$$\begin{aligned}\therefore AG &= 5\sqrt{2}, \quad FG^2 + AF^2 = AG^2, \\ \therefore FG &= AF = 5 \\ \because DC &= 3 \text{ 由 (2) 知 } FG - DC = AD, \\ \therefore AD &= BD = 2, \quad BC = 1, \quad DF = 3, \\ \therefore \triangle FDC &\text{ 为等腰直角三角形}\end{aligned}$$

$$\therefore FC = \sqrt{DF^2 + DC^2} = 3\sqrt{2},$$

分别过 B, N 作 $BH \perp FG$ 于点 H, $NK \perp BG$ 于点 K,

$$\begin{aligned}\therefore \text{四边形 DFHB} &\text{ 为矩形,} \\ \therefore HF &= BD = 2 \quad BH = DF = 3, \\ \therefore BH &= HG = 3,\end{aligned}$$

$$\therefore BG = \sqrt{BH^2 + HG^2} = 3\sqrt{2}$$

$$\because \sin G = \frac{NK}{NG},$$

$$\therefore NK = \frac{3}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{4},$$

$$\therefore BK = \frac{9\sqrt{2}}{4}$$

$$\because \angle MBN = \angle HBG = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle MBH = \angle NBK,$$

$$\because \angle MHB = \angle NKB = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle MBH \sim \triangle NBK$$

$$\therefore \frac{MH}{NK} = \frac{BH}{BK},$$

$$\therefore MH = 1,$$

$$\therefore FM = 1,$$

$$\because BC \parallel FG,$$

$$\therefore \angle BCF = \angle CFN,$$

$$\because \angle BPC = \angle MPF \quad CB = FM,$$

$$\therefore \triangle BPC \cong \triangle MPF,$$

$$\therefore PC = PF = \frac{1}{2}FC = \frac{3\sqrt{2}}{2},$$

$$\because \angle BQC = \angle NQF,$$

$$\therefore \triangle BCQ \sim \triangle NFQ,$$

$$\therefore \frac{BC}{NF} = \frac{CQ}{FQ},$$

$$\therefore \frac{CQ}{FQ} = \frac{1}{5 - \frac{3}{2}} = \frac{2}{7}$$

$$\therefore CQ = \frac{2}{9}FC = \frac{2}{9} \times 3\sqrt{2} = \frac{2\sqrt{2}}{3},$$

$$\therefore PQ = CP - CQ = \frac{3\sqrt{2}}{2} - \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{5\sqrt{2}}{6}.$$

$$\therefore OM = \frac{5}{2},$$

如图 (1), 当 P 点在 AB 边上运动时
由题意得 OH=4,

$$\therefore HM = OH - OM = 4 - \frac{5}{2} = \frac{3}{2},$$

$$\therefore s = \frac{1}{2} BP \cdot MH = \frac{1}{2} (5 - 2t) \cdot \frac{3}{2},$$

$$\therefore s = -\frac{3}{2}t + \frac{15}{4} \quad (0 \leq t < \frac{5}{2}),$$

当 P 点在 BC 边上运动时, 记为 P₁,

$\because \angle OCM = \angle BCM, CO = CB, CM = CM,$

$\therefore \triangle OMC \cong \triangle BMC,$

$$\therefore OM = BM = \frac{5}{2}, \quad \angle MOC = \angle MBC = 90^\circ,$$

$$\therefore S = \frac{1}{2} P_1B \cdot BM = \frac{1}{2} (2t - 5) \cdot \frac{5}{2},$$

$$\therefore S = \frac{5}{2}t - \frac{25}{4} \quad (\frac{5}{2} < t \leq 5),$$

(3) 设 OP 与 AC 相交于点 Q 连接 OB 交 AC 于点 K,

$\because \angle AOC = \angle ABC,$

$\therefore \angle AOM = \angle ABM,$

$\because \angle MPB + \angle BCO = 90^\circ, \angle BAO = \angle BCO, \angle BAO + \angle AOH = 90^\circ,$

$\therefore \angle MPB = \angle AOH,$

$\therefore \angle MPB = \angle MBH.$

当 P 点在 AB 边上运动时, 如图 (2)

$\because \angle MPB = \angle MBH,$

$\therefore PM = BM,$

$\because MH \perp PB,$

$\therefore PH = HB = 2,$

$\therefore PA = AH - PH = 1,$

$$\therefore t = \frac{1}{2},$$

$\because AB \parallel OC,$

$\therefore \angle PAQ = \angle OCQ,$

$\because \angle AQP = \angle CQO,$

$\therefore \triangle AQP \sim \triangle CQO,$

$$\therefore \frac{AQ}{CQ} = \frac{AP}{CO} = \frac{1}{5},$$

在 Rt△AEC 中, $AC = \sqrt{AE^2 + EC^2} = \sqrt{4^2 + 8^2} = 4\sqrt{5},$

$$\therefore AQ = \frac{2\sqrt{5}}{3}, \quad QC = \frac{10\sqrt{5}}{3},$$

在 Rt△OHB 中, $OB = \sqrt{HB^2 + HO^2} = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$,

$\because AC \perp OB$, $OK = KB$, $AK = CK$,

$\therefore OK = \sqrt{5}$, $AK = KC = 2\sqrt{5}$,

$\therefore QK = AK - AQ = \frac{4\sqrt{5}}{3}$,

$\therefore \tan \angle OQC = \frac{OK}{QK} = \frac{3}{4}$,

当 P 点在 BC 边上运动时, 如图 (3),

$\because \angle BHM = \angle PBM = 90^\circ$, $\angle MPB = \angle MBH$,

$\therefore \tan \angle MPB = \tan \angle MBH$,

$\therefore \frac{BM}{BP} = \frac{HM}{HB}$, 即 $\frac{\frac{5}{2}}{BP} = \frac{\frac{3}{2}}{2}$,

$\therefore BP = \frac{10}{3}$,

$\therefore t = \frac{25}{6}$,

$\therefore PC = BC - BP = 5 - \frac{10}{3} = \frac{5}{3}$.

由 $PC \parallel OA$, 同理可证 $\triangle PQC \sim \triangle OQA$,

$\therefore \frac{CQ}{AQ} = \frac{CP}{AO}$,

$\therefore \frac{CQ}{AQ} = \frac{1}{3}$,

$CQ = \frac{1}{4}AC = \sqrt{5}$,

$\therefore QK = KC - CQ = \sqrt{5}$,

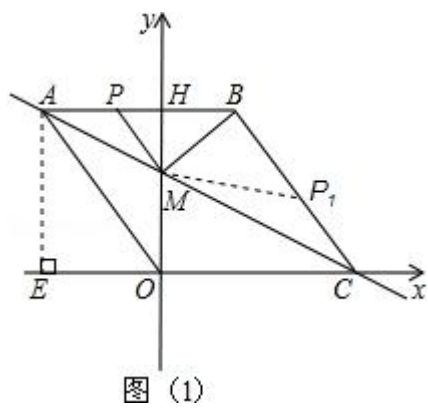
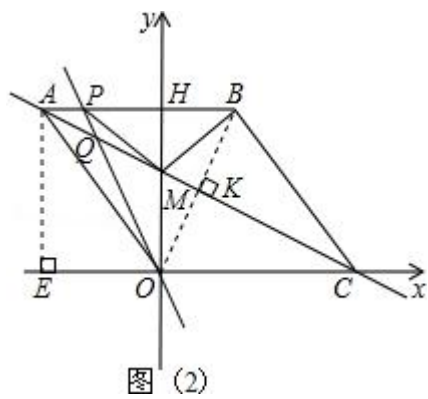
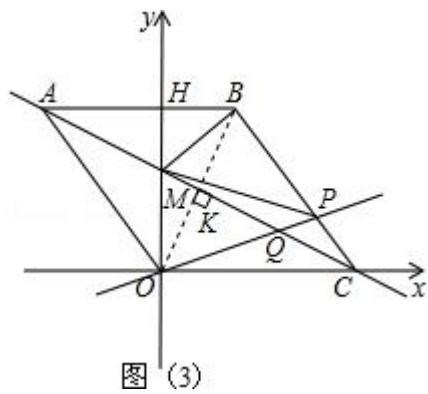
$\because OK = \sqrt{5}$,

$\therefore \tan \angle OQK = \frac{OK}{KQ} = 1$.

综上所述, 当 $t = \frac{1}{2}$ 时, $\angle MPB$ 与 $\angle BCO$ 互为余角, 直线 OP 与直线 AC 所夹锐角的正切值

为 $\frac{3}{4}$.

当 $t = \frac{25}{6}$ 时, $\angle MPB$ 与 $\angle BCO$ 互为余角, 直线 OP 与直线 AC 所夹锐角的正切值为 1.



【点评】 本题主要考查了利用待定系数法求函数的解析式，求三角函数值的问题可以转化为求直角三角形的边的比的问题.