

2014 年青海省西宁市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分，在每小题给出的四个选项中，恰有一项是最符合题目要求的.）

1. (3 分) (2014•西宁) -3 的相反数是 ()

- A. -3 B. $-\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. 3

2. (3 分) (2014•西宁) 下列各式计算正确的是 ()

- A. $3a+2a=5a^2$ B. $(2a)^3=6a^3$ C. $(x-1)^2=x^2-1$ D. $2\sqrt{2}\times\sqrt{2}=4$

3. (3 分) (2014•西宁) 下列线段能构成三角形的是 ()

- A. $2, 2, 4$ B. $3, 4, 5$ C. $1, 2, 3$ D. $2, 3, 6$

4. (3 分) (2014•西宁) 一次英语测试后，随机抽取九年级某班 5 名学生的成绩如下：91，

78，98，85，98. 关于这组数据说法正确的是 ()

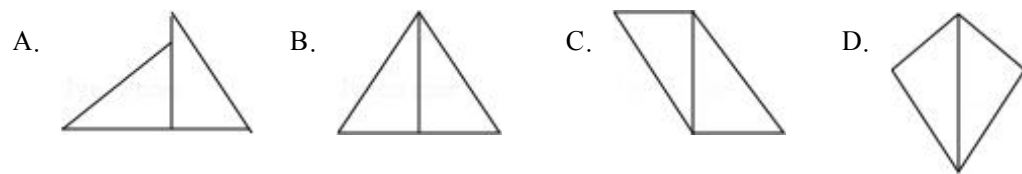
- A. 中位数是 91 B. 平均数是 91 C. 众数是 91 D. 极差是 78

5. (3 分) (2014•西宁) 如图是每个面上都有一个汉字的正方体的一种平面展开图，那么在原正方体中和“国”字相对的面是 ()

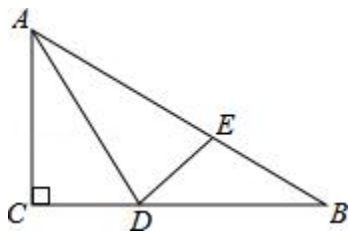


- A. 中 B. 钓 C. 鱼 D. 岛

6. (3 分) (2014•西宁) 将两个全等的直角三角形纸片构成如图的四个图形，其中属于中心对称图形的是 ()

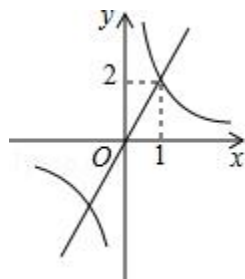


7. (3 分) (2014•西宁) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $\angle B=30^\circ$ ，AD 平分 $\angle CAB$ 交 BC 于点 D，E 为 AB 上一点，连接 DE，则下列说法错误的是 ()



- A. $\angle CAD=30^\circ$ B. $AD=BD$ C. $BD=2CD$ D. $CD=ED$

8. (3分) (2014•西宁) 反比例函数 $y_1=\frac{k}{x}$ 和正比例函数 $y_2=mx$ 的图象如图, 根据图象可以得到满足 $y_1 < y_2$ 的 x 的取值范围是 ()



- A. $x > 1$ B. $-1 < x < 1$ 或 $x < -1$ C. $-1 < x < 0$ 或 $x > 1$ D. $x > 2$ 或 $x < 1$

9. (3分) (2014•西宁) 如图1, 某超市从一楼到二楼有一自动扶梯, 图2是侧面示意图. 已知自动扶梯AB的坡度为1:2.4, AB的长度是13米, MN是二楼楼顶, $MN \parallel PQ$, C是MN上处在自动扶梯顶端B点正上方的一点, $BC \perp MN$, 在自动扶梯底端A处测得C点的仰角为 42° , 则二楼的层高BC约为 (精确到0.1米, $\sin 42^\circ \approx 0.67$, $\tan 42^\circ \approx 0.90$) ()



图1

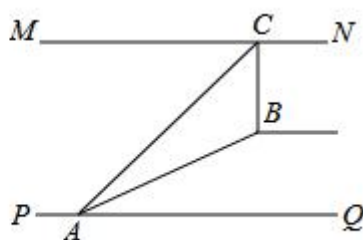
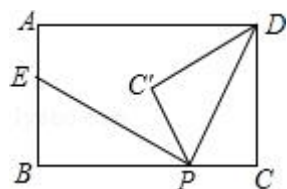


图2

- A. 10.8米 B. 8.9米 C. 8.0米 D. 5.8米

10. (3分) (2014•西宁) 如图, 矩形ABCD中, $AB=3$, $BC=5$, 点P是BC边上的一个动点 (点P不与点B, C重合), 现将 $\triangle PCD$ 沿直线PD折叠, 使点C落下点 C_1 处; 作 $\angle BPC_1$ 的平分线交AB于点E. 设 $BP=x$, $BE=y$, 那么 y 关于 x 的函数图象大致应为 ()



- A. B. C. D.

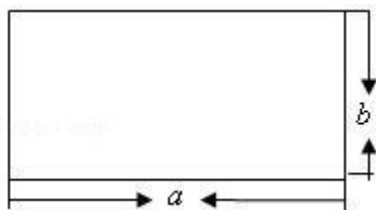
二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分，不需写出解答过程）

11. (2 分) (2014•西宁) 计算: $a^2 \cdot a^3 =$ _____.

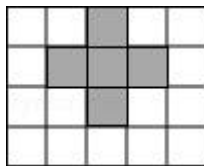
12. (2 分) (2014•西宁) 2014 年 6 月 4 日据经济日报报道: 青海格尔木枸杞已进入国际市场, 远销美国、欧盟、东南亚等国家和地区, 出口创汇达 4000000 美元, 将 4000000 美元用科学记数法表示为_____美元.

13. (2 分) (2014•西宁) 二次根式 $\sqrt{2x+1}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围为_____.

14. (2 分) (2014•西宁) 如图, 边长为 a 、 b 的矩形, 它的周长为 14, 面积为 10, 则 a^2b+ab^2 的值为_____.

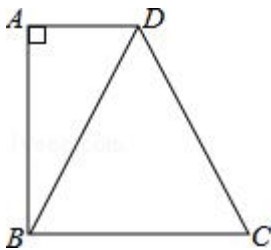


15. (2 分) (2014•西宁) 如图, 小红随意在地板上踢毽子, 则毽子恰好落在黑色方砖上的概率为_____.



16. (2 分) (2014•西宁) 若扇形的圆心角为 60° , 弧长为 2π , 则扇形的半径为_____.

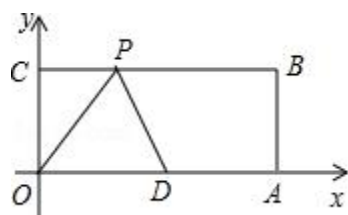
17. (2 分) (2014•西宁) 如图, 已知直角梯形 ABCD 的一条对角线把梯形分为一个直角三角形和一个以 BC 为底的等腰三角形. 若梯形上底为 5, 则连接 $\triangle DBC$ 两腰中点的线段的长为_____.



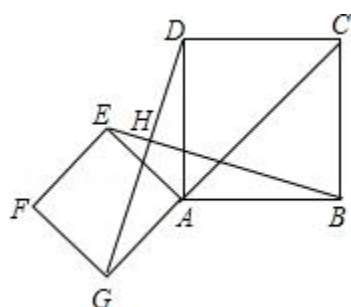
18. (2 分) (2014•西宁) $\odot O$ 的半径为 R , 点 O 到直线 l 的距离为 d , R , d 是方程 $x^2 - 4x + m = 0$ 的两根, 当直线 l 与 $\odot O$ 相切时, m 的值为_____.

19. (2 分) (2014•西宁) 如图, 在平面直角坐标系中, O 为坐标原点, 四边形 OABC 是矩形, 点 A, C 的坐标分别为 A (10, 0), C (0, 4), 点 D 是 OA 的中点, 点 P 为线段 BC

上的点. 小明同学写出了一个以 OD 为腰的等腰三角形 ODP 的顶点 P 的坐标 (3, 4), 请你写出其余所有符合这个条件的 P 点坐标_____.



20. (2 分) (2014•西宁) 如图, 点 G 是正方形 ABCD 对角线 CA 的延长线上任意一点, 以线段 AG 为边作一个正方形 AEFG, 线段 EB 和 GD 相交于点 H. 若 $AB=\sqrt{2}$, $AG=1$, 则 $EB=$ _____.



三、解答题 (本大题共 8 小题, 第 21、22 题每小题 7 分, 第 23、24、25 题每小题 7 分, 第 26、27 题每小题 7 分, 第 28 题 12 分, 共 70 分, 解答时写出文字说明、证明过程或演算步骤)

21. (7 分) (2014•西宁) 计算: $-1^{2014} + |-\sqrt{\frac{1}{2}}| - \sin 45^\circ$.

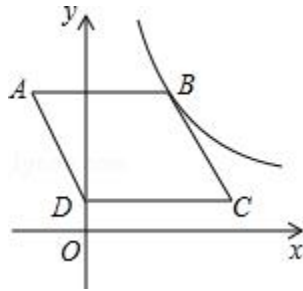
22. (7 分) (2014•西宁) (1) 解关于 m 的分式方程 $\frac{5}{m-3} = -1$;

(2) 若 (1) 中分式方程的解 m 满足不等式 $mx+3 > 0$, 求出此不等式的解集.

23. (8 分) (2014•西宁) 如图, 已知 $\square ABCD$ 水平放置在平面直角坐标系 xOy 中, 若点 A, D 的坐标分别为 $(-2, 5)$, $(0, 1)$, 点 B $(3, 5)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 图象上.

(1) 求反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的解析式;

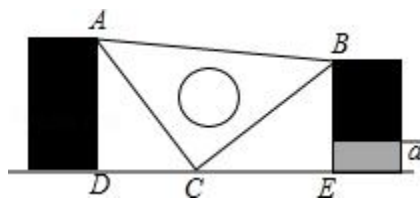
(2) 将 $\square ABCD$ 沿 x 轴正方向平移 10 个单位后, 能否使点 C 落在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上? 并说明理由.



24. (8 分) (2014•西宁) 课间, 小明拿着老师的等腰三角板玩, 不小心掉到两墙之间, 如图.

(1) 求证: $\triangle ADC \cong \triangle CEB$;

(2) 从三角板的刻度可知 $AC = 25\text{cm}$, 请你帮小明求出砌墙砖块的厚度 a 的大小 (每块砖的厚度相等).



25. (8分) (2014•西宁) 2014年西宁市教育局建立了“西宁招考信息网”，实现了“网上二填报三公开三查询”，标志着西宁中考迈出网络化管理第一步，在全市第二次模拟考试实战演练后，通过网上查询，某校数学教师对本班数学成绩（成绩取整数，满分为120分）作了统计分析，绘制成频数分布步和频数分布直方图，请你根据图表提供的信息，解答下列问题：

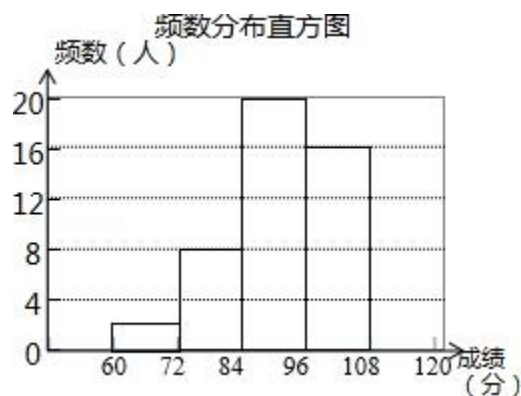
频数分布表：

分组	频数	频率
$60 < x \leq 72$	2	0.04
$72 < \leq 84$	8	0.16
$84 < x \leq 96$	20	a
$96 < x \leq 108$	16	0.32
$108 < x \leq 120$	b	0.08
合计	50	1

(1) 频数分布表中 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

(2) 补全频数分布直方图；

(3) 为了激励学生，教师准备从超过108分的学生中选2人介绍学习经验，那么取得118分的小红和112分的小明同时被选上的概率是多少？请用列表法或画树形图加以说明，并列出所有可能的结果．

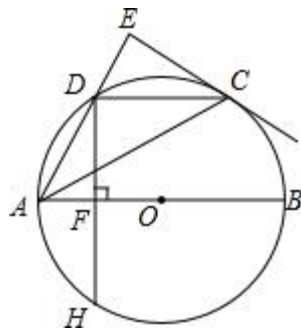


26. (10 分) (2014•西宁) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C, D 是半圆 O 的三等分点, 过点 C 作 $\odot O$ 的切线交 AD 的延长线于点 E , 过点 D 作 $DF \perp AB$ 于点 F , 交 $\odot O$ 于点 H , 连接 DC, AC .

(1) 求证: $\angle AEC = 90^\circ$;

(2) 试判断以点 A, O, C, D 为顶点的四边形的形状, 并说明理由;

(3) 若 $DC = 2$, 求 DH 的长.



27. (10 分) (2014•西宁) 今年 5 月 1 日起实施《青海省保障性住房准入分配退出和运营管理实施细则》规定: 公共租赁住房 and 廉租住房并轨运行 (以下简称并轨房), 计划 10 年内解决低收入人群住房问题. 已知第 x 年 (x 为正整数) 投入使用的并轨房面积为 y 百万平方米, 且 y 与 x 的函数关系式为 $y = -\frac{1}{6}x + 5$. 由于物价上涨等因素的影响, 每年单位面积租金也随之上调. 假设每年的并轨房全部出租完, 预计第 x 年投入使用的并轨房的单位面积租金 z 与时间 x 满足一次函数关系如下表:

时间 x (单位: 年, x 为正整数)	1	2	3	4	5	...
单位面积租金 z (单位: 元/平方米)	50	52	54	56	58	

(1) 求出 z 与 x 的函数关系式;

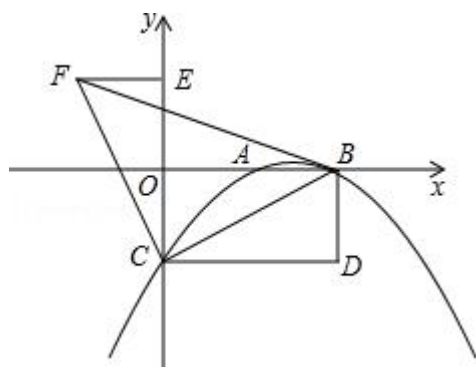
(2) 设第 x 年政府投入使用的并轨房收取的租金为 W 百万元, 请问政府在第几年投入使用的并轨房收取的租金最多, 最多为多少百万元?

28. (12 分) (2014•西宁) 如图, 抛物线 $y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x - 2$ 交 x 轴于 A, B 两点 (点 A 在点 B 的左侧), 交 y 轴于点 C , 分别过点 B, C 作 y 轴, x 轴的平行线, 两平行线交于点 D , 将 $\triangle BDC$ 绕点 C 逆时针旋转, 使点 D 旋转到 y 轴上得到 $\triangle FEC$, 连接 BF .

(1) 求点 B, C 所在直线的函数解析式;

(2) 求 $\triangle BCF$ 的面积;

(3) 在线段 BC 上是否存在点 P , 使得以点 P, A, B 为顶点的三角形与 $\triangle BOC$ 相似? 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



2014 年青海省西宁市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分，在每小题给出的四个选项中，恰有一项是最符合题目要求的.）

1. (3 分) (2014•西宁) -3 的相反数是 ()

- A. -3 B. $-\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. 3

考点: 相反数.

分析: 根据只有符号不同的两个数互为相反数解答.

解答: 解: -3 的相反数是 3 .

故选 D.

点评: 本题考查了相反数的定义, 是基础题, 熟记概念是解题的关键.

2. (3 分) (2014•西宁) 下列各式计算正确的是 ()

- A. $3a+2a=5a^2$ B. $(2a)^3=6a^3$ C. $(x-1)^2=x^2-1$ D. $2\sqrt{2}\times\sqrt{2}=4$

考点: 二次根式的乘除法; 合并同类项; 幂的乘方与积的乘方; 完全平方公式.

分析: 根据合并同类项的法则, 积的乘方, 二次根式的乘法与完全平方公式的知识求解即可求得答案.

解答: 解: A、 $3a+2a=5a$, 故 A 选项错误;

B、 $(2a)^3=8a^3$, 故 B 选项错误;

C、 $(x-1)^2=x^2-2x+1$. 故 C 选项错误;

D、 $2\sqrt{2}\times\sqrt{2}=4$, 故 D 选项正确.

故选: D.

点评: 此题考查了合并同类项的法则, 积的乘方, 二次根式的乘法与完全平方公式的知识, 解题要熟记法则, 公式.

3. (3 分) (2014•西宁) 下列线段能构成三角形的是 ()

- A. $2, 2, 4$ B. $3, 4, 5$ C. $1, 2, 3$ D. $2, 3, 6$

考点: 三角形三边关系.

分析: 根据三角形的任意两边之和大于第三边, 对各选项的数据进行判断即可.

解答: 解: A、 $2+2=4$, 不能构成三角形, 故本选项错误;

B、 $3, 4, 5$, 能构成三角形, 故本选项正确;

C、 $1+2=3$, 不能构成三角形, 故本选项错误;

D、 $2+3<6$, 不能构成三角形, 故本选项错误.

故选 B.

点评: 本题考查了三角形的三边关系, 熟记三角形的任意两边之和大于第三边, 两边之差小于第三边是解题的关键.

4. (3分) (2014•西宁) 一次英语测试后, 随机抽取九年级某班 5 名学生的成绩如下: 91, 78, 98, 85, 98. 关于这组数据说法正确的是 ()

- A. 中位数是 91 B. 平均数是 91 C. 众数是 91 D. 极差是 78

考点: 中位数; 算术平均数; 众数; 极差.

分析: 根据极差、中位数、众数及平均数的定义, 结合数据进行分析即可.

解答: 解: A、将数据从小到大排列为: 78, 85, 91, 98, 98, 中位数是 91, 故本选项正确;

B、平均数是 $(91+78+98+85+98) \div 5=90$, 故本选项错误;

C、众数是 98, 故本选项错误;

D、极差是 $98-78=20$, 故本选项错误;

故选: A.

点评: 本题考查了极差、中位数、众数及平均数的知识, 中位数是将一组数据从小到大 (或从大到小) 重新排列后, 最中间的那个数 (最中间两个数的平均数), 众数是一组数据中出现次数最多的数, 极差是用最大值减去最小值.

5. (3分) (2014•西宁) 如图是每个面上都有一个汉字的正方体的一种平面展开图, 那么在原正方体中和“国”字相对的面是 ()



- A. 中 B. 钓 C. 鱼 D. 岛

考点: 专题: 正方体相对两个面上的文字.

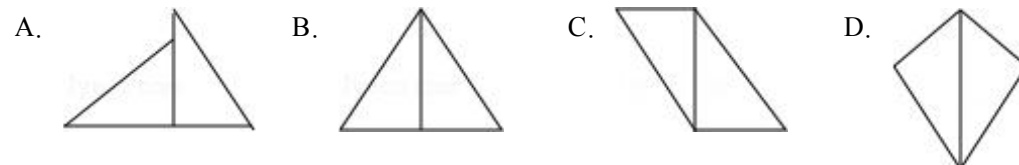
分析: 由平面图形的折叠及立体图形的表面展开图的特点解题.

解答: 解: 本题考查了正方体的平面展开图, 对于正方体的平面展开图中相对的面一定相隔一个小正方形, 由图形可知, 与“国”字相对的字是“鱼”.

故选 C.

点评: 本题考查了正方体相对的两个面上的文字, 注意正方体的空间图形, 从相对面入手, 分析及解答问题.

6. (3分) (2014•西宁) 将两个全等的直角三角形纸片构成如图的四个图形, 其中属于中心对称图形的是 ()



考点: 中心对称图形.

分析: 根据中心对称图形的概念求解.

解答: 解: A、不是中心对称图形, 故此选项错误;

B、不是中心对称图形, 故此选项错误;

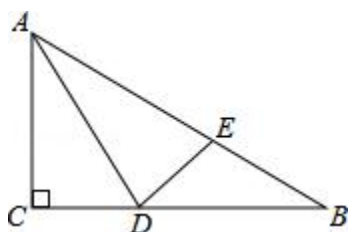
C、是中心对称图形, 故此选项正确;

D、不是中心对称图形, 故此选项错误;

故选：C.

点评：此题主要考查了中心对称图形，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后两部分重合.

7. (3 分) (2014•西宁) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $\angle B=30^\circ$ ，AD 平分 $\angle CAB$ 交 BC 于点 D，E 为 AB 上一点，连接 DE，则下列说法错误的是 ()



- A. $\angle CAD=30^\circ$ B. $AD=BD$ C. $BD=2CD$ D. $CD=ED$

考点：含 30 度角的直角三角形；角平分线的性质；等腰三角形的判定与性质.

分析：根据三角形内角和定理求出 $\angle CAB$ ，求出 $\angle CAD=\angle BAD=\angle B$ ，推出 $AD=BD$ ， $AD=2CD$ 即可.

解答：解： $\because$ 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $\angle B=30^\circ$ ，

$$\therefore \angle CAB=60^\circ,$$

$\because$ AD 平分 $\angle CAB$,

$$\therefore \angle CAD=\angle BAD=30^\circ,$$

$$\therefore \angle CAD=\angle BAD=\angle B,$$

$$\therefore AD=BD, AD=2CD,$$

$$\therefore BD=2CD,$$

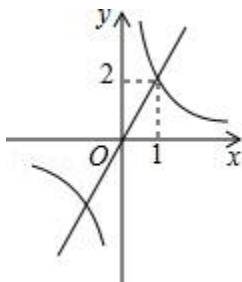
根据已知不能推出 $CD=DE$,

即只有 D 错误，选项 A、B、C 的答案都正确；

故 D.

点评：本题考查了三角形的内角和定理，等腰三角形的判定，含 30 度角的直角三角形的性质的应用，注意：在直角三角形中，如果有一个角等于 30° ，那么它所对的直角边等于斜边的一半.

8. (3 分) (2014•西宁) 反比例函数 $y_1=\frac{k}{x}$ 和正比例函数 $y_2=mx$ 的图象如图，根据图象可以得到满足 $y_1 < y_2$ 的 x 的取值范围是 ()



- A. $x > 1$ B. $- < x < 1$ 或 $x < -$ C. $-1 < x < 0$ 或 $x > 1$ D. $x > 2$ 或 $x < 1$

考点: 反比例函数与一次函数的交点问题.

专题: 数形结合.

分析: 先根据正比例函数和反比例函数图象的性质得反比例函数 $y_1 = \frac{k}{x}$ 和正比例函数 $y_2 = mx$ 的另一个交点坐标为 $(-1, -2)$, 然后观察函数图象得到当 $-1 < x < 0$ 或 $x > 1$ 时, 正比例函数图象都在反比例函数图象上方, 即 $y_1 < y_2$.

解答: 解: $\because$ 反比例函数 $y_1 = \frac{k}{x}$ 和正比例函数 $y_2 = mx$ 的交点关于原点中心对称,

$\therefore$ 反比例函数 $y_1 = \frac{k}{x}$ 和正比例函数 $y_2 = mx$ 的另一个交点坐标为 $(-1, -2)$,

$\therefore$ 当 $-1 < x < 0$ 或 $x > 1$ 时, $y_1 < y_2$.

点评: 本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题: 反比例函数与一次函数图象的交点坐标满足两函数解析式. 也考查了待定系数法求函数解析式以及观察函数图象的能力.

9. (3 分) (2014•西宁) 如图 1, 某超市从一楼到二楼有一自动扶梯, 图 2 是侧面示意图. 已知自动扶梯 AB 的坡度为 1: 2.4, AB 的长度是 13 米, MN 是二楼楼顶, MN $\parallel$ PQ, C 是 MN 上处在自动扶梯顶端 B 点正上方的一点, BC $\perp$ MN, 在自动扶梯底端 A 处测得 C 点的仰角为 42° , 则二楼的层高 BC 约为 (精确到 0.1 米, $\sin 42^\circ \approx 0.67$, $\tan 42^\circ \approx 0.90$) ()



图1

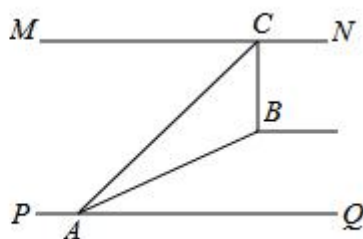


图2

A. 10.8 米

B. 8.9 米

C. 8.0 米

D. 5.8 米

考点: 解直角三角形的应用-仰角俯角问题; 解直角三角形的应用-坡度坡角问题.

分析: 延长 CB 交 PQ 于点 D, 根据坡度的定义即可求得 BD 的长, 然后在直角 $\triangle CDA$ 中利用三角函数即可求得 CD 的长, 则 BC 即可得到.

解答: 解: 延长 CB 交 PQ 于点 D.

$\because MN \parallel PQ$, $BC \perp MN$,

$\therefore BC \perp PQ$.

$\because$ 自动扶梯 AB 的坡度为 1: 2.4,

$$\therefore \frac{BD}{AD} = \frac{1}{2.4} = \frac{5}{12}.$$

设 $BD = 5k$ 米, $AD = 12k$ 米, 则 $AB = 13k$ 米.

$\because AB = 13$ 米,

$\therefore k = 1$,

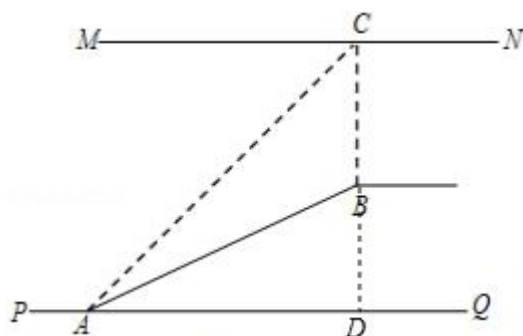
$\therefore BD = 5$ 米, $AD = 12$ 米.

在 $Rt\triangle CDA$ 中, $\angle CDA = 90^\circ$, $\angle CAD = 42^\circ$,

$\therefore CD = AD \cdot \tan \angle CAD \approx 12 \times 0.90 \approx 10.8$ 米,

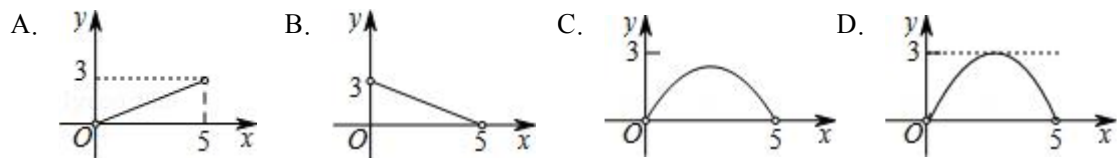
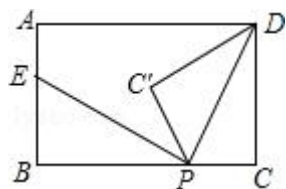
$\therefore BC \approx 5.8$ 米.

故选: D.



点评: 本题考查仰角和坡度的定义, 要求学生能借助仰角构造直角三角形并解直角三角形.

10. (3 分) (2014•西宁) 如图, 矩形 ABCD 中, $AB=3$, $BC=5$, 点 P 是 BC 边上的一个动点 (点 P 不与点 B, C 重合), 现将 $\triangle PCD$ 沿直线 PD 折叠, 使点 C 落下点 C_1 处; 作 $\angle BPC_1$ 的平分线交 AB 于点 E. 设 $BP=x$, $BE=y$, 那么 y 关于 x 的函数图象大致应为 ()



考点: 动点问题的函数图象.

分析: 根据翻折变换的性质可得 $\angle CPD = \angle C'PD$, 根据角平分线的定义可得 $\angle BPE = \angle C'PE$, 然后求出 $\angle BPE + \angle CPD = 90^\circ$, 再根据直角三角形两锐角互余求出 $\angle CPD + \angle PDC = 90^\circ$, 从而得到 $\angle BPE = \angle PDC$, 根据两组角对应相等的三角形相似求出 $\triangle PCD$ 和 $\triangle EBP$ 相似, 根据相似三角形对应边成比例列式求出 y 与 x 的关系式, 再根据二次函数的图象解答即可.

解答: 解: 由翻折的性质得, $\angle CPD = \angle C'PD$,

$\because PE$ 平分 $\angle BPC_1$,

$\therefore \angle BPE = \angle C'PE$,

$\therefore \angle BPE + \angle CPD = 90^\circ$,

$\because \angle C = 90^\circ$,

$\therefore \angle CPD + \angle PDC = 90^\circ$,

$\therefore \angle BPE = \angle PDC$,

又 $\because \angle B = \angle C = 90^\circ$,

$\therefore \triangle PCD \sim \triangle EBP$,

$$\therefore \frac{BE}{PC} = \frac{PB}{CD},$$

$$\text{即 } \frac{y}{5-x} = \frac{x}{3},$$

$$\therefore y = \frac{1}{3}x(5-x) = -\frac{1}{3}\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{25}{12},$$

$\therefore$ 函数图象为 C 选项图象.

故选 C.

点评: 本题考查了动点问题的函数图象, 主要利用了翻折变换的性质, 相似三角形的判定与性质, 表示出 y 与 x 的函数解析式是解题的关键, 还需注意 C、D 两选项的区别.

二、填空题 (本大题共 10 小题, 每小题 2 分, 共 20 分, 不需写出解答过程)

11. (2 分) (2014·西宁) 计算: $a^2 \cdot a^3 = \underline{a^5}$.

考点: 同底数幂的乘法.

分析: 根据同底数的幂的乘法, 底数不变, 指数相加, 计算即可.

解答: 解: $a^2 \cdot a^3 = a^{2+3} = a^5$.

故答案为: a^5 .

点评: 熟练掌握同底数的幂的乘法的运算是解题的关键.

12. (2 分) (2014·西宁) 2014 年 6 月 4 日据经济日报报道: 青海格尔木枸杞已进入国际市场, 远销美国、欧盟、东南亚等国家和地区, 出口创汇达 4000000 美元, 将 4000000 美元用科学记数法表示为 $\underline{4 \times 10^6}$ 美元.

考点: 科学记数法—表示较大的数.

分析: 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

解答: 解: $4000000 = 4 \times 10^6$.

故答案为: 4×10^6 .

点评: 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

13. (2 分) (2014·西宁) 二次根式 $\sqrt{2x+1}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围为 $\underline{x \geq -\frac{1}{2}}$.

考点: 二次根式有意义的条件.

分析: 先根据二次根式有意义的条件列出关于 x 的不等式, 求出 x 的取值范围即可.

解答: 解: $\because$ 二次根式 $\sqrt{2x+1}$ 在实数范围内有意义,

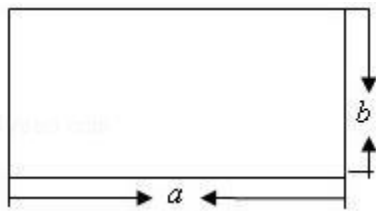
$$\therefore 2x+1 \geq 0,$$

$$\text{解得 } x \geq -\frac{1}{2}.$$

$$\text{故答案为: } x \geq -\frac{1}{2}.$$

点评: 本题考查的是二次根式有意义的条件, 熟知二次根式中的被开方数是非负数是解答此题的关键.

14. (2 分) (2014•西宁) 如图, 边长为 a 、 b 的矩形, 它的周长为 14, 面积为 10, 则 a^2b+ab^2 的值为 70.



考点: 因式分解的应用.

专题: 压轴题.

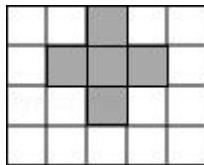
分析: 应把所给式子进行因式分解, 整理为与所给周长和面积相关的式子, 代入求值即可.

解答: 解: $\because a+b=7$, $ab=10$,

$$\therefore a^2b+ab^2=ab(a+b)=70.$$

点评: 本题既考查了对因式分解方法的掌握, 又考查了代数式求值的方法, 同时还隐含了整体的数学思想和正确运算的能力.

15. (2 分) (2014•西宁) 如图, 小红随意在地板上踢毽子, 则毽子恰好落在黑色方砖上的概率为 $\frac{1}{4}$.



考点: 几何概率.

分析: 先求出黑色方砖在整个地板面积中所占面积的比值, 根据此比值即可解答.

解答: 解: $\because$ 黑色方砖的面积为 5, 所有方砖的面积为 20,

$$\therefore \text{毽子恰落在黑色方砖上的概率为 } P(A) = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}.$$

故答案为: $\frac{1}{4}$.

点评: 此题考查了几何概率, 用到的知识点为: 概率=相应的面积与总面积之比, 关键是求出黑色方砖在整个地板面积中所占面积的比值, .

16. (2 分) (2014•西宁) 若扇形的圆心角为 60° , 弧长为 2π , 则扇形的半径为 6.

考点: 弧长的计算.

专题: 计算题.

分析: 利用扇形的弧长公式表示出扇形的弧长, 将已知的圆心角及弧长代入, 即可求出扇形的半径.

解答: 解: $\because$ 扇形的圆心角为 60° , 弧长为 2π ,

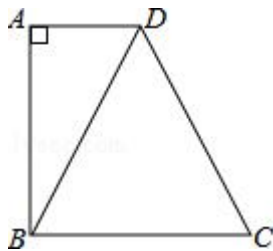
$$\therefore l = \frac{n\pi R}{180}, \text{ 即 } 2\pi = \frac{60\pi \cdot R}{180},$$

则扇形的半径 $R=6$.

故答案为: 6

点评: 此题考查了弧长的计算公式, 扇形的弧长公式为 $l = \frac{n\pi R}{180}$ (n 为扇形的圆心角度数, R 为扇形的半径), 熟练掌握弧长公式是解本题的关键.

17. (2分) (2014•西宁) 如图, 已知直角梯形 $ABCD$ 的一条对角线把梯形分为一个直角三角形和一个以 BC 为底的等腰三角形. 若梯形上底为 5, 则连接 $\triangle DBC$ 两腰中点的线段的长为 5.



考点: 直角梯形; 等腰三角形的性质; 三角形中位线定理.

分析: 利用直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半以及等腰三角形的性质和三角形中位线性质进而得出四边形 $AEFD$ 是平行四边形, 进而求出 EF 的长.

解答: 解: 连接 $\triangle DBC$ 两腰中点的线段 EF , AE ,

由题意可得出: $AD \parallel BC$,

$\therefore EF$ 是 $\triangle DBC$ 的中位线,

$$\therefore EF = \frac{1}{2}BC$$

$\therefore AD \parallel BC$,

$\therefore BD=CD$,

$\therefore \angle DBC = \angle DCB$,

则 $\angle DEF = \angle DFE$,

$\therefore AD \parallel EF$,

$\therefore \angle ADE = \angle DEF$,

$\therefore BE=DE$, $\angle BAD=90^\circ$,

$\therefore AE=DE=BE$,

$\therefore \angle EAD = \angle ADE$,

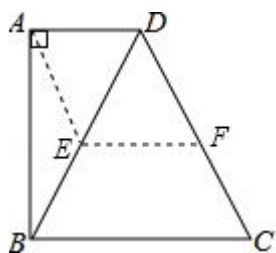
$\therefore \angle AED = \angle FDE$,

$\therefore AE \parallel DF$,

$\therefore$ 四边形 $AEFD$ 是平行四边形,

$\therefore AD=EF=5$.

故答案为: 5.



点评: 此题主要考查了直角梯形以及等腰三角形和三角形中位线定理等知识, 得出四边形AEFD 是平行四边形是解题关键.

18. (2 分) (2014•西宁) $\odot O$ 的半径为 R , 点 O 到直线 l 的距离为 d , R, d 是方程 $x^2 - 4x + m = 0$ 的两根, 当直线 l 与 $\odot O$ 相切时, m 的值为 4.

考点: 直线与圆的位置关系; 根的判别式.

分析: 先根据切线的性质得出方程有且只有一个根, 再根据 $\Delta = 0$ 即可求出 m 的值.

解答: 解: $\because d, R$ 是方程 $x^2 - 4x + m = 0$ 的两个根, 且直线 l 与 $\odot O$ 相切,

$$\therefore d = R,$$

$\therefore$ 方程有两个相等的实根,

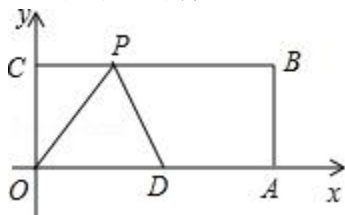
$$\therefore \Delta = 16 - 4m = 0,$$

解得, $m = 4$,

故答案为: 4.

点评: 本题考查的是切线的性质及一元二次方程根的判别式, 熟知以上知识是解答此题的关键.

19. (2 分) (2014•西宁) 如图, 在平面直角坐标系中, O 为坐标原点, 四边形 $OABC$ 是矩形, 点 A, C 的坐标分别为 $A(10, 0), C(0, 4)$, 点 D 是 OA 的中点, 点 P 为线段 BC 上的点. 小明同学写出了一个以 OD 为腰的等腰三角形 ODP 的顶点 P 的坐标 $(3, 4)$, 请你写出其余所有符合这个条件的 P 点坐标 $(2, 4)$ 或 $(8, 4)$.



考点: 矩形的性质; 坐标与图形性质; 等腰三角形的判定.

分析: 根据点 A, C 的坐标求出 OA, OC , 再根据线段中点的定义求出 $OD = 5$, 过点 P 作 $PE \perp x$ 轴于 E , 根据已知点 $P(3, 4)$ 判断出 $OP = OD$, 再根据 $PD = OD$ 利用勾股定理列式求出 DE 的长, 然后分点 E 在点 D 的左边与右边两种情况求出 OE , 然后写出点 P 的坐标即可.

解答: 解: $\because A(10, 0), C(0, 4)$,

$$\therefore OA = 10, OC = 4,$$

$\because$ 点 D 是 OA 的中点,

$$\therefore OD = \frac{1}{2}OA = \frac{1}{2} \times 10 = 5,$$

过点 P 作 $PE \perp x$ 轴于 E ,

则 $PE=OC=4$,

$\therefore P(3, 4)$,

$\therefore OP=\sqrt{3^2+4^2}=5$,

$\therefore$ 此时, $OP=OD$,

当 $PD=OD$ 时, 由勾股定理得, $DE=\sqrt{PD^2-PE^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$,

若点 E 在点 D 的左边, $OE=5-3=2$,

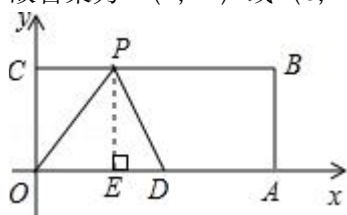
此时, 点 P 的坐标为 $(2, 4)$,

若点 E 在点 D 的右边, 则 $OE=5+3=8$,

此时, 点 P 的坐标为 $(8, 4)$,

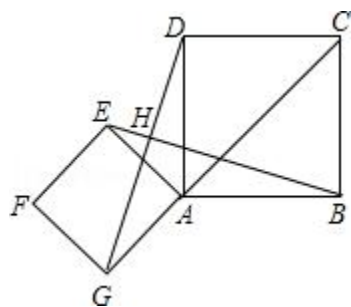
综上所述, 其余的点 P 的坐标为 $(2, 4)$ 或 $(8, 4)$.

故答案为: $(2, 4)$ 或 $(8, 4)$.



点评: 本题考查了矩形的性质, 坐标与图形性质, 等腰三角形的性质, 勾股定理, 难点在于要分两种情况写出点 P 的坐标.

20. (2分) (2014•西宁) 如图, 点 G 是正方形 $ABCD$ 对角线 CA 的延长线上任意一点, 以线段 AG 为边作一个正方形 $AEFG$, 线段 EB 和 GD 相交于点 H . 若 $AB=\sqrt{2}$, $AG=1$, 则 $EB=\sqrt{5}$.



考点: 正方形的性质; 全等三角形的判定与性质; 勾股定理.

分析: 首先连接 BD 交 AC 于 O , 由四边形 $ABCD$ 、 $AGFE$ 是正方形, 即可得 $AB=AD$, $AE=AG$, $\angle DAB=\angle EAG$, 然后利用 SAS 即可证得 $\triangle EAB \cong \triangle GAD$, 则可得 $EB=GD$, 然后在 $Rt\triangle ODG$ 中, 利用勾股定理即可求得 GD 的长, 继而可得 EB 的长.

解答: 解: 连接 BD 交 AC 于 O ,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 、 $AGFE$ 是正方形,

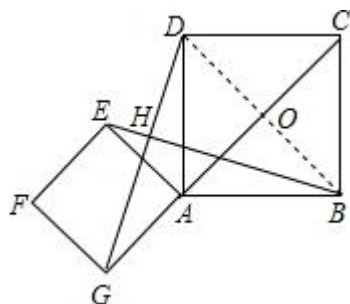
$\therefore AB=AD$, $AE=AG$, $\angle DAB=\angle EAG$,

$\therefore \angle EAB=\angle GAD$,

在 $\triangle AEB$ 和 $\triangle AGD$ 中,

$$\begin{cases} AE=AG \\ \angle EAB=\angle GAD, \\ AB=AD \end{cases}$$

$\therefore \triangle EAB \cong \triangle GAD$ (SAS),
 $\therefore EB=GD$,
 $\because$ 四边形 ABCD 是正方形, $AB=\sqrt{2}$,
 $\therefore BD \perp AC$, $AC=BD=\sqrt{2}AB=2$,
 $\therefore \angle DOG=90^\circ$, $OA=OD=\frac{1}{2}BD=1$,
 $\because AG=1$,
 $\therefore OG=OA+AG=2$,
 $\therefore GD=\sqrt{OD^2+OG^2}=\sqrt{5}$,
 $\therefore EB=\sqrt{5}$.
 故答案为: $\sqrt{5}$.



点评: 此题考查了正方形的性质、全等三角形的判定与性质以及勾股定理. 此题难度适中, 注意掌握数形结合思想的应用, 注意掌握辅助线的作法.

三、解答题 (本大题共 8 小题, 第 21、22 题每小题 7 分, 第 23、24、25 题每小题 7 分, 第 26、27 题每小题 7 分, 第 28 题 12 分, 共 70 分, 解答时写出文字说明、证明过程或演算步骤)

21. (7 分) (2014•西宁) 计算: $-1^{2014} + |-\sqrt{\frac{1}{2}}| - \sin 45^\circ$.

考点: 实数的运算; 特殊角的三角函数值.

专题: 计算题.

分析: 原式第一项利用乘方的意义化简, 第二项利用绝对值的代数意义化简, 最后一项利用特殊角的三角函数值计算即可得到结果.

解答: 解: 原式 $= -1 + \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = -1$.

点评: 此题考查了实数的运算, 以及特殊角的三角函数值, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

22. (7 分) (2014•西宁) (1) 解关于 m 的分式方程 $\frac{5}{m-3} = -1$;

(2) 若 (1) 中分式方程的解 m 满足不等式 $mx+3 > 0$, 求出此不等式的解集.

考点：解分式方程；解一元一次不等式.

专题：计算题.

分析：（1）方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 m 的值，检验即可；
（2）将 m 的值代入不等式，即可求出解集.

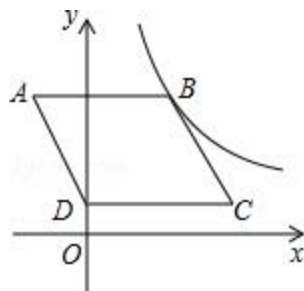
解答：解：（1）去分母得： $-m+3=5$ ，
解得： $m=-2$ ，
经检验 $m=-2$ 是分式方程的解；
（2）将 $m=-2$ 代入不等式得： $-2x+3>0$ ，
解得： $x<1.5$.

点评：此题考查了解分式方程，以及解一元一次不等式，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

23. (8分) (2014•西宁) 如图，已知 $\square ABCD$ 水平放置在平面直角坐标系 xOy 中，若点 A ， D 的坐标分别为 $(-2, 5)$ ， $(0, 1)$ ，点 $B(3, 5)$ 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($x>0$) 图象上.

(1) 求反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的解析式；

(2) 将 $\square ABCD$ 沿 x 轴正方向平移 10 个单位后，能否使点 C 落在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上？并说明理由.



考点：平行四边形的性质；反比例函数图象上点的坐标特征；待定系数法求反比例函数解析式；坐标与图形变化-平移.

分析：（1）利用待定系数法把 $B(3, 5)$ 代入反比例函数解析式可得 k 的值，进而得到函数解析式；
（2）根据 A 、 D 、 B 三点坐标可得 $AB=5$ ， $AB \parallel x$ 轴，根据平行四边形的性质可得 $AB \parallel CD \parallel x$ 轴，再由 C 点坐标可得 $\square ABCD$ 沿 x 轴正方向平移 10 个单位后 C 点坐标为 $(15, 1)$ ，根据反比例函数图象上点的坐标特点可得点 C 落在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上.

解答：解：（1） $\because$ 点 $B(3, 5)$ 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($x>0$) 图象上，
 $\therefore k=15$ ，
 $\therefore$ 反比例函数的解析式为 $y=\frac{15}{x}$;

(2) 平移后的点 C 能落在 $y=\frac{15}{x}$ 的图象上;

∵ 四边形 ABCD 是平行四边形,

∴ $AB \parallel CD$, $AB=CD$,

∵ 点 A, D 的坐标分别为 $(-2, 5)$, $(0, 1)$, 点 B $(3, 5)$,

∴ $AB=5$, $AB \parallel x$ 轴,

∴ $DC \parallel x$ 轴,

∴ 点 C 的坐标为 $(5, 1)$,

∴ $\square ABCD$ 沿 x 轴正方向平移 10 个单位后 C 点坐标为 $(15, 1)$,

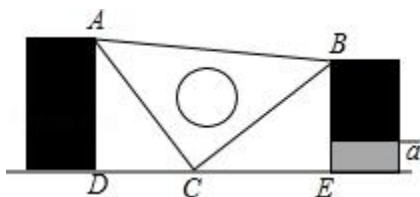
∴ 平移后的点 C 能落在 $y=\frac{15}{x}$ 的图象上.

点评: 此题主要考查了平行四边形的性质, 以及待定系数法求反比例函数和反比例函数图象上点的坐标特点, 根据题意得到 $AB=5$, $AB \parallel x$ 轴是解决问题的关键.

24. (8 分) (2014•西宁) 课间, 小明拿着老师的等腰三角板玩, 不小心掉到两墙之间, 如图.

(1) 求证: $\triangle ADC \cong \triangle CEB$;

(2) 从三角板的刻度可知 $AC=25\text{cm}$, 请你帮小明求出砌墙砖块的厚度 a 的大小 (每块砖的厚度相等).



考点: 全等三角形的应用; 勾股定理的应用.

分析: (1) 根据题意可得 $AC=BC$, $\angle ACB=90^\circ$, $AD \perp DE$, $BE \perp DE$, 进而得到

∴ $\angle ADC = \angle CEB = 90^\circ$, 再根据等角的余角相等可得 $\angle BCE = \angle DAC$, 再证明 $\triangle ADC \cong \triangle CEB$ 即可.

(2) 由题意得: $AD=4a$, $BE=3a$, 根据全等可得 $DC=BE=3a$, 根据勾股定理可得 $(4a)^2 + (3a)^2 = 25^2$, 再解即可.

解答: (1) 证明: 由题意得: $AC=BC$, $\angle ACB=90^\circ$, $AD \perp DE$, $BE \perp DE$,

∴ $\angle ADC = \angle CEB = 90^\circ$,

∴ $\angle ACD + \angle BCE = 90^\circ$, $\angle ACD + \angle DAC = 90^\circ$,

∴ $\angle BCE = \angle DAC$,

在 $\triangle ADC$ 和 $\triangle CEB$ 中,

$$\begin{cases} \angle ADC = \angle CEB \\ \angle DAC = \angle BCE, \\ AC = BC \end{cases}$$

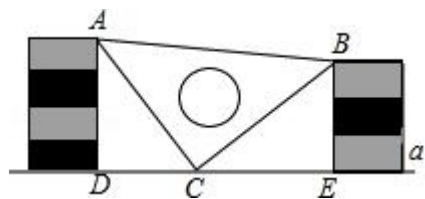
∴ $\triangle ADC \cong \triangle CEB$ (AAS);

(2) 解: 由题意得: $AD=4a$, $BE=3a$,

由 (1) 得: $\triangle ADC \cong \triangle CEB$,

∴ $DC=BE=3a$,

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中: $AD^2+CD^2=AC^2$,
 $\therefore (4a)^2+(3a)^2=25^2$,
 $\because a>0$,
 解得 $a=5$,
 答: 砌墙砖块的厚度 a 为 5cm .



点评: 此题主要考查了全等三角形的应用, 以及勾股定理的应用, 关键是正确找出证明三角形全等的条件.

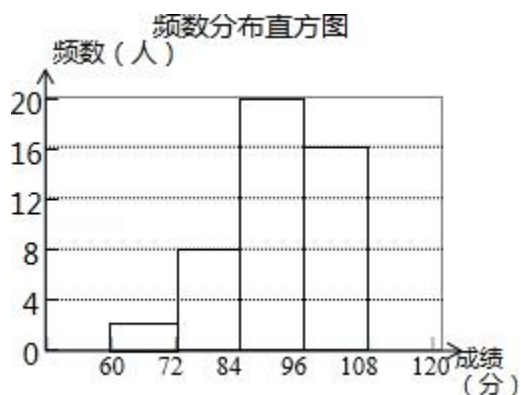
25. (8 分) (2014•西宁) 2014 年西宁市教育局建立了“西宁招考信息网”, 实现了“网上二填报三公开三查询”, 标志着西宁中考迈出网络化管理第一步, 在全市第二次模拟考试实战演练后, 通过网上查询, 某校数学教师对本班数学成绩 (成绩取整数, 满分为 120 分) 作了统计分析, 绘制成频数分布步和频数分布直方图, 请你根据图表提供的信息, 解答下列问题:
 频数分布表:

分组	频数	频率
$60 < x \leq 72$	2	0.04
$72 < \leq 84$	8	0.16
$84 < x \leq 96$	20	a
$96 < x \leq 108$	16	0.32
$108 < x \leq 120$	b	0.08
合计	50	1

(1) 频数分布表中 $a=0.4$, $b=4$;

(2) 补全频数分布直方图;

(3) 为了激励学生, 教师准备从超过 108 分的学生中选 2 人介绍学习经验, 那么取得 118 分的小红和 112 分的小明同时被选上的概率是多少? 请用列表法或画树形图加以说明, 并列出所有可能的结果.



考点: 频数 (率) 分布直方图; 频数 (率) 分布表; 列表法与树状图法.

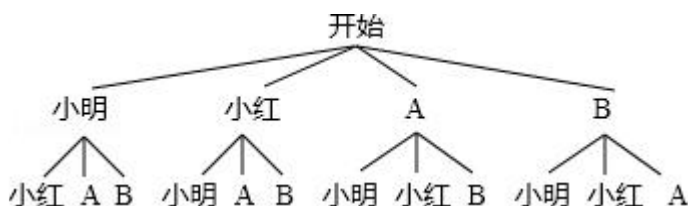
专题: 图表型.

分析： (1) 根据频率之和为 1 与频数之和等于 50 分别列式计算即可求出 a 、 b ；
 (2) 根据 b 的值补全统计图即可；
 (3) 设另外两个人分别是 A、B，然后画出树状图，再根据概率公式进行计算即可得解.

解答： 解：(1) $a = 1 - 0.04 - 0.16 - 0.32 - 0.08 = 1 - 0.6 = 0.4$ ，
 $b = 50 - 2 - 8 - 20 - 16 = 50 - 46 = 4$ ；
 故答案为：0.4，4；

(2) 补全统计图如图所示；

(3) 设另外两个人分别是 A、B，
 根据题意画出树状图如下：

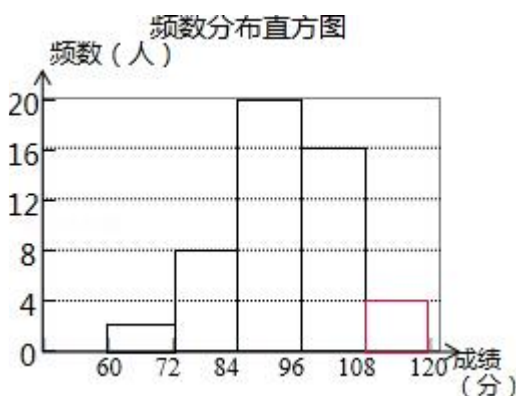


所有可能出现的结果是：(小明，小红)，(小明，A)，(小明，B)，(小红，小明)，(小红，A)，(小红，B)，

(A，小明)，(A，小红)，(A，B)，(B，小明)，(B，小红)，(B，A)，

由此可见，共有 12 种可能出现的结果，这些结果出现的可能性相等，其中抽到小明、小红两名学生的结果有 2 种，

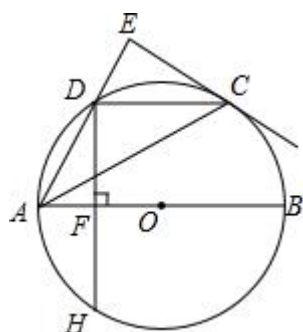
所以， $P(\text{恰好抽到小明，小红}) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.



点评： 本题考查读频数分布直方图的能力和利用统计图获取信息的能力；利用统计图获取信息时，必须认真观察、分析、研究统计图，才能作出正确的判断和解决问题.

26. (10 分) (2014•西宁) 如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，点 C，D 是半圆 O 的三等分点，过点 C 作 $\odot O$ 的切线交 AD 的延长线于点 E，过点 D 作 $DF \perp AB$ 于点 F，交 $\odot O$ 于点 H，连接 DC，AC.

- (1) 求证： $\angle AEC = 90^\circ$ ；
- (2) 试判断以点 A，O，C，D 为顶点的四边形的形状，并说明理由；
- (3) 若 $DC = 2$ ，求 DH 的长.



考点: 切线的性质；等边三角形的判定与性质；菱形的判定与性质；解直角三角形.

分析:

- (1) 连接 OC, 根据 EC 与 $\odot O$ 切点 C, 则 $\angle OCE=90^\circ$, 由题意得 $\widehat{AD}=\widehat{CD}=\widehat{CB}$, $\angle DAC=\angle CAB$, 即可证明 $AE \parallel OC$, 则 $\angle AEC+\angle OCE=180^\circ$, 从而得出 $\angle AEC=90^\circ$;
- (2) 四边形 AOCD 为菱形. 由 (1) 得 $\widehat{AD}=\widehat{CB}$, 则 $\angle DCA=\angle CAB$ 可证明四边形 AOCD 是平行四边形, 再由 $OA=OC$, 即可证明平行四边形 AOCD 是菱形 (一组邻边相等的平行四边形是菱形);
- (3) 连接 OD. 根据四边形 AOCD 为菱形, 得 $\triangle OAD$ 是等边三角形, 则 $\angle AOD=60^\circ$, 再由 $DH \perp AB$ 于点 F, AB 为直径, 在 $Rt\triangle OFD$ 中, 根据 $\sin \angle AOD=\frac{DF}{OD}$, 求得 DH 的长.

解答: 解: (1) 连接 OC,

$\because EC$ 与 $\odot O$ 切点 C,

$\therefore OC \perp EC$,

$\therefore \angle OCE=90^\circ$,

$\because$ 点 CD 是半圆 O 的三等分点,

$\therefore \widehat{AD}=\widehat{CD}=\widehat{CB}$,

$\therefore \angle DAC=\angle CAB$,

$\because OA=OC$,

$\therefore \angle CAB=\angle OCA$,

$\therefore \angle DAC=\angle OCA$,

$\therefore AE \parallel OC$ (内错角相等, 两直线平行)

$\therefore \angle AEC+\angle OCE=180^\circ$,

$\therefore \angle AEC=90^\circ$;

(2) 四边形 AOCD 为菱形.

理由是:

$\because \widehat{AD}=\widehat{CB}$,

$\therefore \angle DCA=\angle CAB$,

$\therefore CD \parallel OA$,

又 $\because AE \parallel OC$,

$\therefore$ 四边形 AOCD 是平行四边形,

$\because OA=OC$,

∴ 平行四边形 AOCD 是菱形 (一组邻边相等的平行四边形是菱形);

(3) 连接 OD.

∵ 四边形 AOCD 为菱形,

∴ OA=AD=DC=2,

∴ OA=OD,

∴ OA=OD=AD=2,

∴ △OAD 是等边三角形,

∴ ∠AOD=60°,

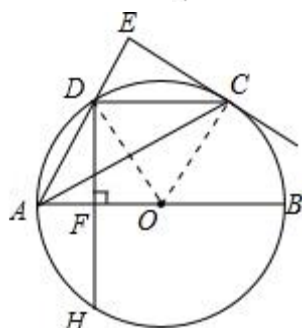
∵ DH⊥AB 于点 F, AB 为直径,

∴ DH=2DF,

在 Rt△OFD 中, $\sin \angle AOD = \frac{DF}{OD}$,

∴ $DF = OD \sin \angle AOD = 2 \sin 60^\circ = \sqrt{3}$,

∴ $DH = 2DF = 2\sqrt{3}$.



点评: 本题考查了切线的性质、等边三角形的判定和性质、菱形的判定和性质以及解直角三角形, 是中学阶段的重点内容.

27. (10 分) (2014·西宁) 今年 5 月 1 日起实施《青海省保障性住房准入分配退出和运营管理实施细则》规定: 公共租赁住房和廉租住房并轨运行 (以下简称并轨房), 计划 10 年内解决低收入人群住房问题. 已知第 x 年 (x 为正整数) 投入使用的并轨房面积为 y 百万平方米, 且 y 与 x 的函数关系式为 $y = -\frac{1}{6}x + 5$. 由于物价上涨等因素的影响, 每年单位面积租金也随

之上调. 假设每年的并轨房全部出租完, 预计第 x 年投入使用的并轨房的单位面积租金 z 与时间 x 满足一次函数关系如下表:

时间 x (单位: 年, x 为正整数)	1	2	3	4	5	...
单位面积租金 z (单位: 元/平方米)	50	52	54	56	58	

(1) 求出 z 与 x 的函数关系式;

(2) 设第 x 年政府投入使用的并轨房收取的租金为 W 百万元, 请问政府在第几年投入使用的并轨房收取的租金最多, 最多为多少百万元?

考点: 二次函数的应用.

分析: (1) 设 z 与 x 的一次函数关系为 $z = kx + b$ ($k \neq 0$), 然后任取两组数据, 利用待定系数法求一次函数解析式解答即可;

(2) 根据租金 = 单位面积租金 $\times$ 面积列式整理得到 W 与 x 的关系式, 再整理成顶点式形式, 然后根据二次函数的最值问题解答.

解答: 解: (1) 设 z 与 x 的一次函数关系为 $z = kx + b$ ($k \neq 0$),

$\therefore x=1$ 时, $z=50$, $x=2$ 时, $z=52$,

$$\therefore \begin{cases} k+b=50 \\ 2k+b=52 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k=2 \\ b=48 \end{cases},$$

$\therefore z$ 与 x 的函数关系式为 $z=2x+48$;

$$(2) \text{ 由题意得, } W=yz = \left(-\frac{1}{6}x+5\right)(2x+48),$$

$$= -\frac{1}{3}x^2 + 2x + 240,$$

$$= -\frac{1}{3}(x^2 - 6x + 9) + 3 + 240,$$

$$= -\frac{1}{3}(x-3)^2 + 243,$$

$$\therefore -\frac{1}{3} < 0,$$

$\therefore$ 当 $x=3$ 时, W 有最大值为 243,

答: 政府在第 3 年投入使用的并轨房收取的租金最多, 最多为 243 百万元.

点评: 本题考查了二次函数的应用, (2) 读懂题目信息, 列出 W 关于 x 的函数关系式并整理成顶点式形式是解题的关键.

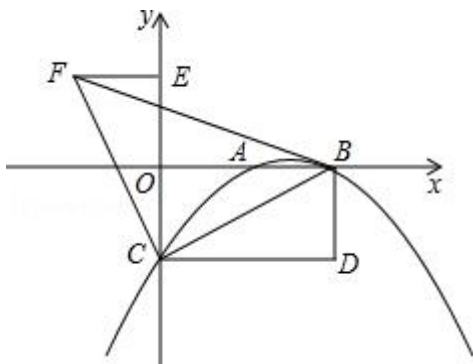
28. (12 分) (2014•西宁) 如图, 抛物线 $y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x - 2$ 交 x 轴于 A, B 两点 (点 A 在点 B

的左侧), 交 y 轴于点 C , 分别过点 B, C 作 y 轴, x 轴的平行线, 两平行线交于点 D , 将 $\triangle BDC$ 绕点 C 逆时针旋转, 使点 D 旋转到 y 轴上得到 $\triangle FEC$, 连接 BF .

(1) 求点 B, C 所在直线的函数解析式;

(2) 求 $\triangle BCF$ 的面积;

(3) 在线段 BC 上是否存在点 P , 使得以点 P, A, B 为顶点的三角形与 $\triangle BOC$ 相似? 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



考点: 二次函数综合题.

分析: (1) 根据坐标轴上点的坐标特征可得点 B, C 的坐标, 再根据待定系数法可得点 B, C 所在直线的函数解析式;

(2) 根据勾股定理可得 BC 的长, 根据旋转的性质和三角形面积公式即可求解;

(3) 存在. 分两种情况讨论: ①过 A 作 $AP_1 \perp x$ 轴交线段 BC 于点 P_1 , 则 $\triangle BAP_1 \sim \triangle BOC$; ②过 A 作 $AP_2 \perp BC$, 垂足点 P_2 , 过点 P_2 作 $P_2Q \perp x$ 轴于点 Q. 则 $\triangle BAP_2 \sim \triangle BCO$; 依此讨论即可求解.

解答: 解: (1) 当 $y=0$ 时, $-\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x - 2 = 0$,

解得 $x_1=2$, $x_2=4$,

$\therefore$ 点 A, B 的坐标分别为 $(2, 0)$, $(4, 0)$,

当 $x=0$ 时, $y=-2$,

$\therefore$ C 点的坐标分别为 $(0, -2)$,

设直线 BC 的解析式为 $y=kx+b$ ($k \neq 0$),

$$\text{则} \begin{cases} b = -2 \\ 4k + b = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = \frac{1}{2} \\ b = -2 \end{cases}.$$

$\therefore$ 直线 BC 的解析式为 $y = \frac{1}{2}x - 2$;

(2) $\because CD \parallel x$ 轴, $BD \parallel y$ 轴,

$\therefore \angle ECD = 90^\circ$,

$\therefore$ 点 B, C 的坐标分别为 $(4, 0)$, $(0, -2)$,

$$\therefore BC = \sqrt{OB^2 + OC^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5},$$

$\therefore \triangle FEC$ 是由 $\triangle BDC$ 绕点 C 逆时针旋转得到,

$$\therefore \triangle BCF \text{ 的面积} = \frac{1}{2}BC \cdot FC = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{5} \times 2\sqrt{5} = 10;$$

(3) 存在.

分两种情况讨论:

①过 A 作 $AP_1 \perp x$ 轴交线段 BC 于点 P_1 , 则 $\triangle BAP_1 \sim \triangle BOC$,

$\therefore$ 点 A 的坐标为 $(2, 0)$,

$\therefore$ 点 P_1 的横坐标是 2,

$\therefore$ 点 P_1 在点 BC 所在直线上,

$$\therefore y = \frac{1}{2}x - 2 = \frac{1}{2} \times 2 - 2 = -1,$$

$\therefore$ 点 P_1 的坐标为 $(2, -1)$;

②过 A 作 $AP_2 \perp BC$, 垂足点 P_2 , 过点 P_2 作 $P_2Q \perp x$ 轴于点 Q.

$\therefore \triangle BAP_2 \sim \triangle BCO$,

$$\therefore \frac{AP_2}{CO} = \frac{AB}{CB}, \quad \frac{AP_2}{CO} = \frac{BP_2}{OB}$$

$$\therefore \frac{AP_2}{2} = \frac{2}{2\sqrt{5}},$$

