

陕西省 2021 年中考数学试卷

注意事项:

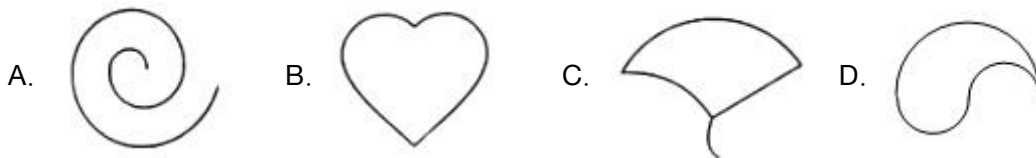
- 1.答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
- 2.回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用皮擦干净后,再选涂其他答案标号,回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效。
- 3.考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、单选题

1. 计算: $3 \times (-2) = (\quad)$

- A. 1 B. -1 C. 6 D. -6

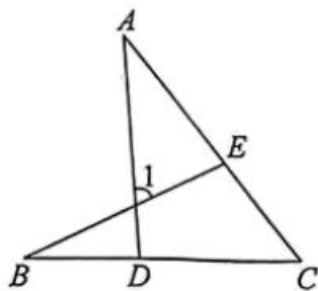
2. 下列图形中,是轴对称图形的是 ()



3. 计算: $(a^3b)^{-2} = (\quad)$

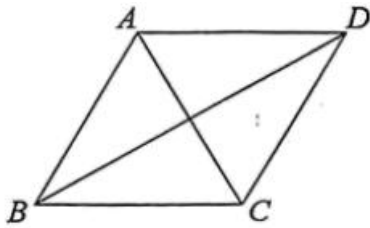
- A. $\frac{1}{a^6b^2}$ B. a^6b^2 C. $\frac{1}{a^5b^2}$ D. $-2a^3b$

4. 如图,点 D 、 E 分别在线段 BC 、 AC 上,连接 AD 、 BE . 若 $\angle A = 35^\circ$, $\angle B = 25^\circ$, $\angle C = 50^\circ$, 则 $\angle 1$ 的大小为 ()



- A. 60° B. 70° C. 75° D. 85°

5. 如图,在菱形 $ABCD$ 中, $\angle ABC = 60^\circ$, 连接 AC 、 BD , 则 $\frac{AC}{BD}$ 的值为 ()

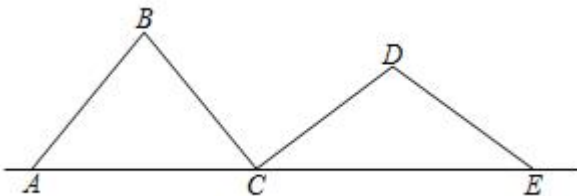


- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

6. 在平面直角坐标系中，若将一次函数 $y = 2x + m - 1$ 的图象向左平移 3 个单位后，得到个正比例函数的图象，则 m 的值为 ()

- A. -5 B. 5 C. -6 D. 6

7. 如图， AB 、 BC 、 CD 、 DE 是四根长度均为 5cm 的火柴棒，点 A 、 C 、 E 共线。若 $AC = 6\text{cm}$ ， $CD \perp BC$ ，则线段 CE 的长度为 ()



- A. 6 cm B. 7 cm C. $6\sqrt{2}\text{cm}$ D. 8 cm

8. 下表中列出的是一个二次函数的自变量 x 与函数 y 的几组对应值：

x	...	-2	0	1	3	...
y	...	6	-4	-6	-4	...

下列各选项中，正确的是

- A. 这个函数的图象开口向下
 B. 这个函数的图象与 x 轴无交点
 C. 这个函数的最小值小于 -6
 D. 当 $x > 1$ 时， y 的值随 x 值的增大而增大

二、填空题

9. 分解因式： $x^3 + 6x^2 + 9x = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. 正九边形一个内角的度数为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

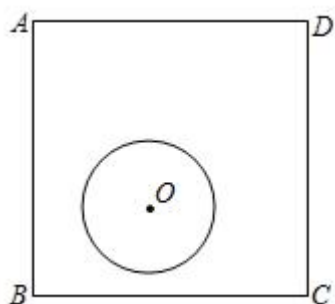
11. 幻方，最早源于我国，古人称之为纵横图。如图所示的幻方中，各行、各列及各条对角线上的三个数字之和均相等，则图中 a 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

-1	-6	1
----	----	---

0	a	-4
-5	2	-3

12. 若 $A(1, y_1)$, $B(3, y_2)$ 是反比例函数 $y = \frac{2m-1}{x} \left(m < \frac{1}{2} \right)$ 图象上的两点, 则 y_1 、 y_2 的大小关系是 y_1 _____ y_2 (填“>”、“=”或“<”)

13. 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 4, $\odot O$ 的半径为 1. 若 $\odot O$ 在正方形 $ABCD$ 内平移 ($\odot O$ 可以与该正方形的边相切), 则点 A 到 $\odot O$ 上的点的距离的最大值为_____.



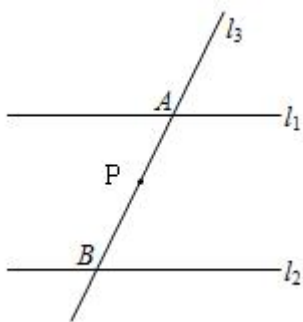
三、解答题

14. 计算: $\left(-\frac{1}{2}\right)^0 + |1 - \sqrt{2}| - \sqrt{8}$.

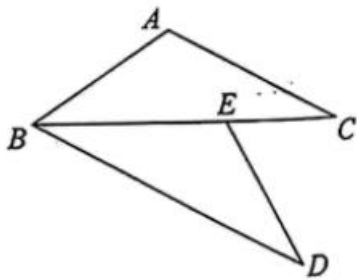
15. 解不等式组:
$$\begin{cases} x+5 < 4 \\ \frac{3x+1}{2} \geq 2x-1 \end{cases}$$

16. 解方程: $\frac{x-1}{x+1} - \frac{3}{x^2-1} = 1$.

17. 如图, 已知直线 $l_1 \parallel l_2$, 直线 l_3 分别与 l_1 、 l_2 交于点 A 、 B . 请用尺规作图法, 在线段 AB 上求作点 P , 使点 P 到 l_1 、 l_2 的距离相等. (保留作图痕迹, 不写作法)



18. 如图, $BD \parallel AC$, $BD = BC$, 点 E 在 BC 上, 且 $BE = AC$. 求证: $\angle D = \angle ABC$.



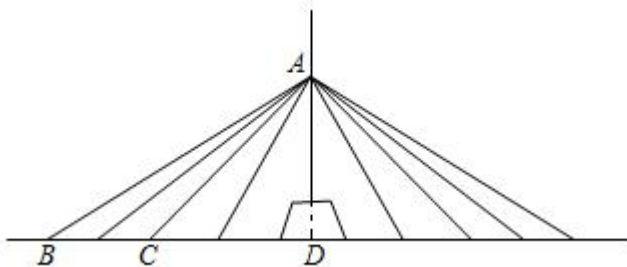
19. 一家商店在销售某种服装（每件的标价相同）时，按这种服装每件标价的 8 折销售 10 件的销售额，与按这种服装每件的标价降低 30 元销售 11 件的销售额相等．求这种服装每件的标价．

20. 从一副普通的扑克牌中取出四张牌，它们的牌面数字分别为 2，3，3，6．

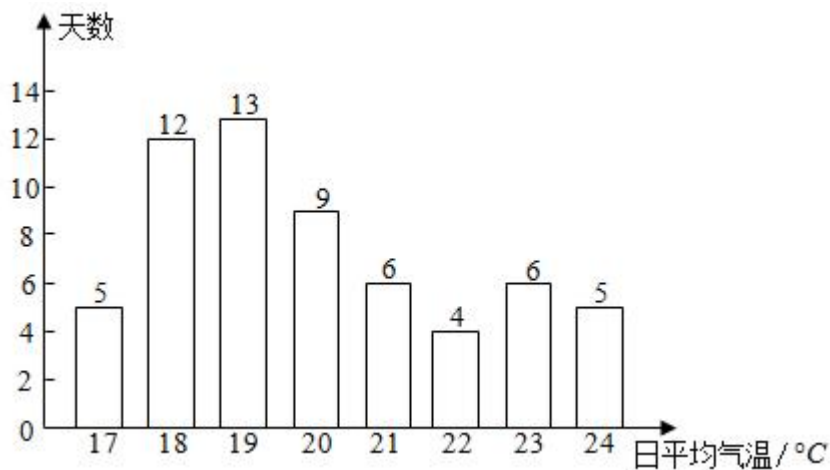
(1) 将这四张扑克牌背面朝上，洗匀，从中随机抽取一张，则抽取的这张牌的牌面数字是 3 的概率为_____；

(2) 将这四张扑克牌背面朝上，洗匀．从中随机抽取一张，不放回，再从剩余的三张牌中随机抽取一张．请利用画树状图或列表的方法，求抽取的这两张牌的牌面数字恰好相同的概率．

21. 一座吊桥的钢索立柱 AD 两侧各有若干条斜拉的钢索，大致如图所示．小明和小亮想用测量知识测较长钢索 AB 的长度，他们测得 $\angle ABD$ 为 30° ，由于 B 、 D 两点间的距离不易测得，通过探究和测量，发现 $\angle ACD$ 恰好为 45° ，点 B 与点 C 之间的距离约为 16m．已知点 B 、 C 、 D 共线， $AD \perp BD$ ．求钢索 AB 的长度．（结果保留根号）



22. 今年 9 月，第十四届全国运动会将在陕西省举行本届全运会主场馆在西安，开幕式、闭幕式均在西安举行．某校气象兴趣小组的同学们想预估一下西安市今年 9 月份日平均气温状况．他们收集了西安市近五年 9 月份每天的日平均气温，从中随机抽取了 60 天的日平均气温，并绘制成如下统计图：

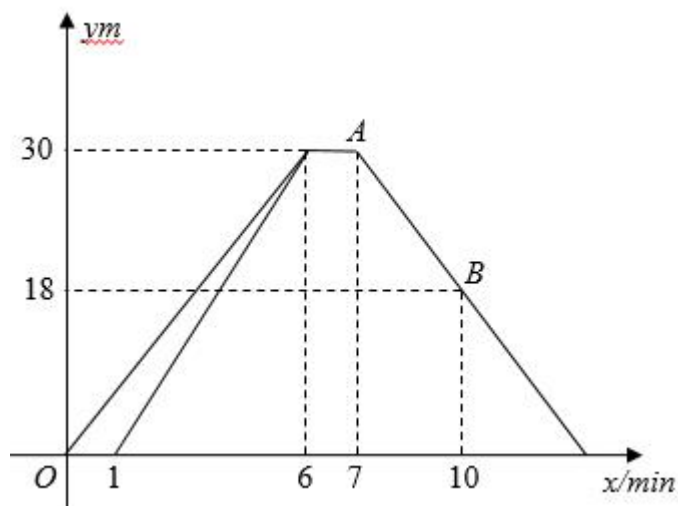


根据以上信息，回答下列问题：

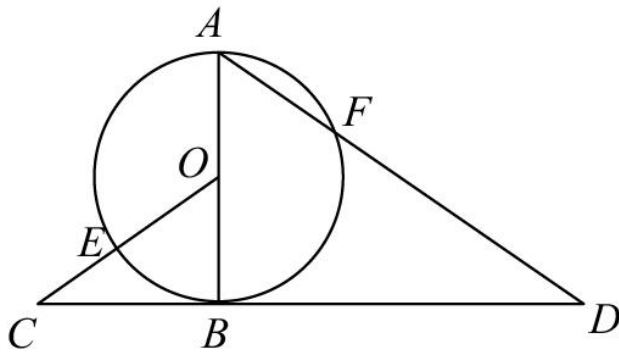
- (1) 这 60 天的日平均气温的中位数为_____，众数为_____；
- (2) 求这 60 天的日平均气温的平均数；
- (3) 若日平均气温在 $18^{\circ}\text{C}\sim 21^{\circ}\text{C}$ 的范围内（包含 18°C 和 21°C ）为“舒适温度”，请预估西安市今年 9 月份日平均气温为“舒适温度”的天数.

23. 在一次机器“猫”抓机器“鼠”的展演测试中，“鼠”先从起点出发，1min 后，“猫”从同一起点出发去追“鼠”，抓住“鼠”并稍作停留后，“猫”抓着“鼠”沿原路返回“鼠”、“猫”距起点的距离 $y(\text{m})$ 与时间 $x(\text{min})$ 之间的关系如图所示.

- (1) 在“猫”追“鼠”的过程中，“猫”的平均速度与“鼠”的平均速度的差是_____ m / min ；
- (2) 求 AB 的函数表达式；
- (3) 求“猫”从起点出发到返回至起点所用的时间.



24. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径，点 E 、 F 在 $\odot O$ 上，且 $\widehat{BF} = 2\widehat{BE}$ ，连接 OE 、 AF ，过点 B 作 $\odot O$ 的切线，分别与 OE 、 AF 的延长线交于点 C 、 D .



(1) 求证: $\angle COB = \angle A$;

(2) 若 $AB = 6$, $CB = 4$, 求线段 FD 的长.

25. 已知抛物线 $y = -x^2 + 2x + 8$ 与 x 轴交于点 A 、 B (其中 A 在点 B 的左侧), 与 y 轴交于点 C .

(1) 求点 B 、 C 的坐标;

(2) 设点 C' 与点 C 关于该抛物线的对称轴对称在 y 轴上是否存在点 P , 使 $\triangle PCC'$ 与 $\triangle POB$ 相似且 PC 与 PO 是对应边? 若存在, 求点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

26. 问题提出

(1) 如图 1, 在 $\square ABCD$ 中, $\angle A = 45^\circ$, $AB = 8$, $AD = 6$, E 是 AD 的中点, 点 F 在 DC 上且 $DF = 5$ 求四边形 $ABFE$ 的面积. (结果保留根号)

问题解决

(2) 某市进行河滩治理, 优化美化人居环境. 如图 2 所示, 现规划在河畔的一处滩地上建一个五边形河畔公园 $ABCDE$ 按设计要求, 要在五边形河畔公园 $ABCDE$ 内挖一个四边形人工湖 $OPMN$, 使点 O 、 P 、 M 、 N 分别在边 BC 、 CD 、 AE 、 AB 上, 且满足 $BO = 2AN = 2CP$, $AM = OC$. 已知五边形 $ABCDE$ 中, $\angle A = \angle B = \angle C = 90^\circ$, $AB = 800\text{m}$, $BC = 1200\text{m}$, $CD = 600\text{m}$, $AE = 900\text{m}$. 满足人工湖周边各功能场所及绿化用地需要, 想让人工湖面积尽可能小. 请问, 是否存在符合设计要求的面积最小的四边形人工湖 $OPMN$? 若存在, 求四边形 $OPMN$ 面积的最小值及这时点 N 到点 A 的距离; 若不存在, 请说明理由.

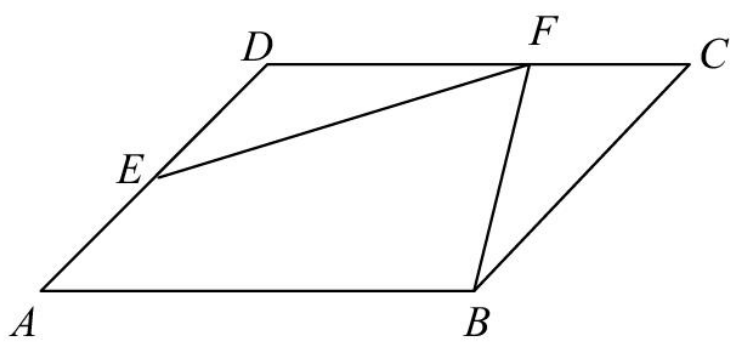


图1

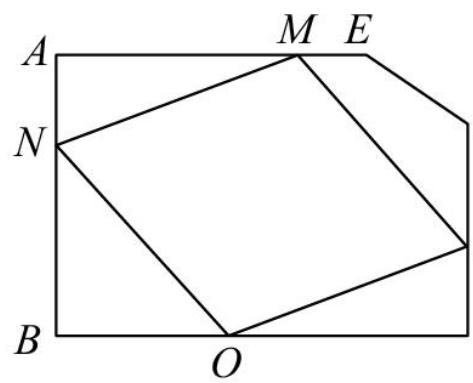


图2

参考答案

1. D

【分析】

根据有理数的运算法则可直接进行求解.

【详解】

解: $3 \times (-2) = -6$;

故选 D.

【点睛】

本题主要考查有理数的乘法法则, 熟练掌握有理数的乘法法则是解题的关键.

2. B

【分析】

根据轴对称图形的概念可直接进行排除选项.

【详解】

解: A、不是轴对称图形, 故不符合题意;

B、是轴对称图形, 故符合题意;

C、不是轴对称图形, 故不符合题意;

D、不是轴对称图形, 故不符合题意;

故选 B.

【点睛】

本题主要考查轴对称图形的识别, 熟练掌握轴对称图形的概念是解题的关键.

3. A

【分析】

根据积的乘方, 幂的乘方以及负整数指数幂运算法则计算即可.

【详解】

解: $(a^3b)^{-2} = \frac{1}{a^6b^2}$,

故选: A.

【点睛】

本题考查积的乘方, 幂的乘方以及负整数指数幂等知识点, 熟记相关定义与运算法则是解答本题的关键.

4. B

【分析】

由题意易得 $\angle BEC = 105^\circ$ ，然后根据三角形外角的性质可进行求解.

【详解】

解: $\because \angle B = 25^\circ, \angle C = 50^\circ$,

$\therefore$ 在 $\triangle BEC$ 中, 由三角形内角和可得 $\angle BEC = 105^\circ$,

$\because \angle A = 35^\circ$,

$\therefore \angle 1 = \angle BEC - \angle A = 70^\circ$;

故选 B.

【点睛】

本题主要考查三角形内角和及外角的性质, 熟练掌握三角形内角和及外角的性质是解题的关键.

5. D

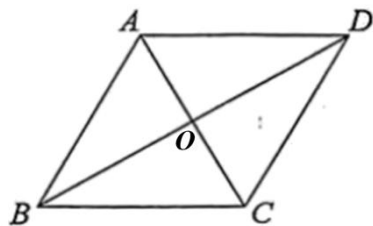
【分析】

设 AC 与 BD 的交点为 O , 由题意易得 $\angle ABD = \angle CBD = \frac{1}{2}\angle ABC$, $AB = BC$,

$AC \perp BD$, $BO = DO$, $AO = CO$, 进而可得 $\triangle ABC$ 是等边三角形, $BO = \sqrt{3}AO$, 然后问题可求解.

【详解】

解: 设 AC 与 BD 的交点为 O , 如图所示:



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore \angle ABD = \angle CBD = \frac{1}{2}\angle ABC$, $AB = BC$, $AC \perp BD$, $BO = DO$, $AO = CO$,

$\because \angle ABC = 60^\circ$,

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形,

$\therefore \angle ABO = 30^\circ$, $AB = AC$,

$$\therefore AO = \frac{1}{2} AB,$$

$$\therefore OB = \sqrt{AB^2 - AO^2} = \sqrt{3}OA,$$

$$\therefore BD = 2\sqrt{3}OA, AC = 2AO,$$

$$\therefore \frac{AC}{BD} = \frac{2OA}{2\sqrt{3}OA} = \frac{\sqrt{3}}{3};$$

故选 D.

【点睛】

本题主要考查菱形的性质、含 30° 角的直角三角形的性质及勾股定理, 熟练掌握菱形的性质、含 30° 角的直角三角形的性质及勾股定理是解题的关键.

6. A

【分析】

根据函数图像平移的性质求出平移以后的解析式即可求得 m 的值.

【详解】

解: 将一次函数 $y = 2x + m - 1$ 的图象向左平移 3 个单位后

得到的解析式为: $y = 2(x + 3) + m - 1,$

化简得: $y = 2x + m + 5,$

$\therefore$ 平移后得到的是正比例函数的图像,

$$\therefore m + 5 = 0,$$

解得: $m = -5,$

故选: A.

【点睛】

本题主要考查一次函数图像的性质, 根据“左加右减, 上加下减”求出平移后的函数解析式是解决本题的关键.

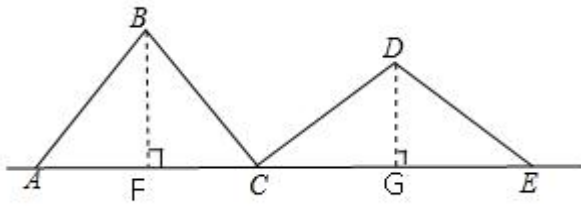
7. D

【分析】

分别过 B 、 D 作 AE 的垂线, 垂足分别为 F 、 G , 证明 $\triangle BFC \cong \triangle CGD$, 即可证明 $BF = CG$, 进一步计算即可得出答案.

【详解】

解: 分别过 B 、 D 作 AE 的垂线, 垂足分别为 F 、 G ,



$\therefore CD \perp BC$,

$\therefore \angle BCF + \angle FBC = 90^\circ$, $\angle BCF + \angle GCD = 90^\circ$,

$\therefore \angle FBC = \angle GCD$,

在 $\triangle BFC$ 和 $\triangle CGD$ 中;

$$\begin{cases} \angle BFC = \angle CGD \\ \angle FBC = \angle GCD, \\ BC = CD \end{cases}$$

$\therefore \triangle BFC \cong \triangle CGD$,

$\therefore BF = CG$,

$\therefore AB = BC = CD = DE = 5\text{cm}$,

$\therefore \triangle ABC, \triangle CDE$ 均为等腰三角形,

$\therefore AC = 6\text{cm}$,

$\therefore FC = \frac{1}{2}AC = 3\text{cm}$,

$\therefore BF = \sqrt{BC^2 - FC^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4\text{cm}$,

$\therefore CE = 2CG = 2BF = 2 \times 4 = 8\text{cm}$,

故选: D.

【点睛】

本题主要考查等腰三角形判定与性质, 全等三角形判定与性质以及勾股定理等知识点, 正确画出辅助线是解决本题的关键.

8. C

【分析】

利用表中的数据, 求得二次函数的解析式, 再配成顶点式, 根据二次函数的性质逐一分析即可判断.

【详解】

解：设二次函数的解析式为 $y = ax^2 + bx + c$,

$$\text{依题意得: } \begin{cases} 4a - 2b + c = 6 \\ c = -4 \\ a + b + c = -6 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \\ c = -4 \end{cases},$$

$$\therefore \text{二次函数的解析式为 } y = x^2 - 3x - 4 = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{25}{4},$$

$$\because a = 1 > 0,$$

$\therefore$ 这个函数的图象开口向上, 故 **A** 选项不符合题意;

$$\because \Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times 1 \times (-4) = 25 > 0,$$

$\therefore$ 这个函数的图象与 x 轴有两个不同的交点, 故 **B** 选项不符合题意;

$$\because a = 1 > 0, \therefore \text{当 } x = \frac{3}{2} \text{ 时, 这个函数有最小值 } -\frac{25}{4} < -6, \text{ 故 } \mathbf{C} \text{ 选项符合题意;}$$

$$\because \text{这个函数的图象的顶点坐标为 } \left(\frac{3}{2}, -\frac{25}{4}\right),$$

$$\therefore \text{当 } x > \frac{3}{2} \text{ 时, } y \text{ 的值随 } x \text{ 值的增大而增大, 故 } \mathbf{D} \text{ 选项不符合题意;}$$

故选: **C**.

【点睛】

本题主要考查了待定系数法求二次函数的解析式以及二次函数的性质, 利用二次函数的性质解答是解题关键.

$$9. \ x(x+3)^2$$

【分析】

题目中每项都含有 x , 提取公因式 x ; 先提取公因式, 再用完全平方公式即可得出答案.

【详解】

$$x^3 + 6x^2 + 9x = x(x^2 + 6x + 9) = x(x+3)^2$$

$$\text{故答案为 } x(x+3)^2.$$

【点睛】

本题考查了整式的因式分解, 提公因式法和公式法, 熟练掌握提公因式法分解因式、完全平方公式法分解因式是解题关键.

$$10. \ 140^\circ$$

【分析】

正多边形的每个内角相等，每个外角也相等，而每个内角等于 180° 减去一个外角，求出外角即可求解.

【详解】

正多边形的每个外角 $=\frac{360^\circ}{n}$ (n 为边数),

所以正九边形的一个外角 $=\frac{360^\circ}{9}=40^\circ$

$\therefore$ 正九边形一个内角的度数为 $180^\circ-40^\circ=140^\circ$

故答案为: 140° .

【点睛】

本题考查的是多边形的内角和，多边形的外角和为 360° ，正多边形的每个内角相等，通过计算 1 个外角的度数来求得 1 个内角度数是解题关键.

11. -2

【分析】

先通过计算第一行数字之和得到各行、各列及各条对角线上的三个数字之和，再利用第二列三个数之和得到 a 的值.

【详解】

解: 由表第一行可知，各行、各列及各条对角线上的三个数字之和均为 $-1-6+1=-6$,

$$\therefore -6+a+2=-6,$$

$$\therefore a=-2,$$

故答案为: -2.

【点睛】

本题考查了数字之间的关系，解决本题的关键是读懂题意，正确提取表中数据，找到它们之间的关系等，该题对学生的观察分析能力有一定的要求，同时也考查了学生对有理数的和差计算的基本功.

12. <

【分析】

先根据不等式的性质判断 $2m-1 < 0$ ，再根据反比例函数的增减性判断即可.

【详解】

解: $\because m < \frac{1}{2}$

$$\therefore 2m < \frac{1}{2} \times 2$$

$$\text{即 } 2m - 1 < 0$$

$\therefore$ 反比例函数图像每一个象限内, y 随 x 的增大而增大

$$\because 1 < 3$$

$$\therefore y_1 < y_2$$

故答案为: $<$.

【点睛】

本题考查反比例函数的增减性、不等式的性质、熟练掌握反比例函数的性质是关键.

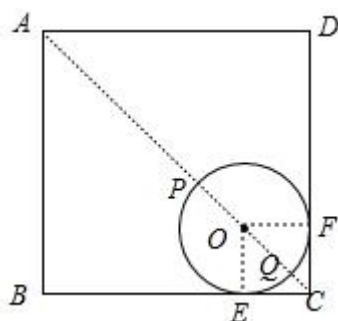
$$13. 3\sqrt{2} + 1$$

【分析】

由题意易得当 $\odot O$ 与 BC 、 CD 相切时, 切点分别为 F 、 G , 点 A 到 $\odot O$ 上的点的距离取得最大, 进而根据题意作图, 则连接 AC , 交 $\odot O$ 于点 E , 然后可得 AE 的长即为点 A 到 $\odot O$ 上的点的距离为最大, 由题意易得 $AB = BC = 4$, $\angle ACB = 45^\circ$, 则有 $\triangle OFC$ 是等腰直角三角形, $AC = 4\sqrt{2}$, 根据等腰直角三角形的性质可得 $OC = \sqrt{2}$, 最后问题可求解.

【详解】

解: 由题意得当 $\odot O$ 与 BC 、 CD 相切时, 切点分别为 F 、 G , 点 A 到 $\odot O$ 上的点的距离取得最大, 如图所示:



$$\angle OFC = 90^\circ$$

连接 AC , OF , AC 交 $\odot O$ 于点 E , 此时 AE 的长即为点 A 到 $\odot O$ 上的点的距离为最大, 如图所示,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形, 且边长为 4,

$$\therefore AB = BC = 4, \angle ACB = 45^\circ,$$

$$\therefore \triangle OFC \text{ 是等腰直角三角形, } AC = 4\sqrt{2},$$

$$\because \odot O \text{ 的半径为 } 1,$$

$$\therefore OF = FC = 1,$$

$$\therefore OC = \sqrt{2},$$

$$\therefore AO = AC - OC = 3\sqrt{2},$$

$$\therefore AE = AO + OE = 3\sqrt{2} + 1,$$

即点 A 到 $\odot O$ 上的点的距离的最大值为 $3\sqrt{2} + 1$;

故答案为 $3\sqrt{2} + 1$.

【点睛】

本题主要考查正方形的性质、切点的性质定理及等腰直角三角形的性质与判定, 熟练掌握正方形的性质、切点的性质定理及等腰直角三角形的性质与判定是解题的关键.

$$14. -\sqrt{2}$$

【分析】

根据零次幂、算术平方根及二次根式的加减运算可直接进行求解.

【详解】

$$\text{解: 原式} = 1 + \sqrt{2} - 1 - 2\sqrt{2}$$

$$= -\sqrt{2}.$$

【点睛】

本题主要考查零次幂、算术平方根及二次根式的加减运算, 熟练掌握零次幂、算术平方根及二次根式的加减运算是解题的关键.

$$15. x < -1$$

【分析】

根据一元一次不等式组的解法直接进行求解即可.

【详解】

$$\text{解: } \begin{cases} x + 5 < 4 \\ \frac{3x + 1}{2} \geq 2x - 1 \end{cases},$$

$$\text{由 } x + 5 < 4, \text{ 得 } x < -1;$$

$$\text{由 } \frac{3x + 1}{2} \geq 2x - 1, \text{ 得 } x \leq 3;$$

$\therefore$ 原不等式组的解集为 $x < -1$.

【点睛】

本题主要考查一元一次不等式组的解法，熟练掌握一元一次不等式组的解法是解题的关键.

16. $x = -\frac{1}{2}$

【分析】

按照解分式方程的方法和步骤求解即可.

【详解】

解：去分母（两边都乘以 $(x+1)(x-1)$ ），得，

$$(x-1)^2 - 3 = x^2 - 1.$$

去括号，得，

$$x^2 - 2x + 1 - 3 = x^2 - 1,$$

移项，得，

$$x^2 - 2x - x^2 = -1 - 1 + 3.$$

合并同类项，得，

$$-2x = 1.$$

系数化为 1，得，

$$x = -\frac{1}{2}.$$

检验：把 $x = -\frac{1}{2}$ 代入 $(x+1)(x-1) \neq 0$.

$\therefore x = -\frac{1}{2}$ 是原方程的根.

【点睛】

本题考查了分式方程的解法，熟知分式方程的解法步骤是解题的关键，尤其注意解分式方程必须检验.

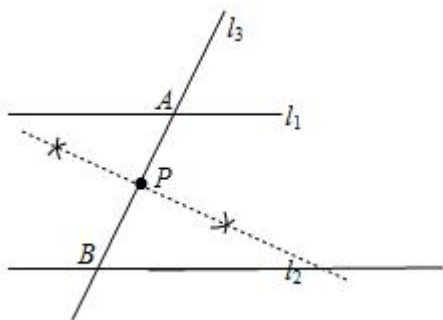
17. 见解析

【分析】

作出线段 AB 的垂直平分线即可.

【详解】

解：如图所示，点 P 即为所求.



【点睛】

本题考查了线段的垂直平分线的性质，解题的关键是熟练掌握基本作图．

18. 见解析

【分析】

由题意易得 $\angle EBD = \angle C$ ，进而可证 $\triangle EDB \cong \triangle ABC$ ，然后问题可求证．

【详解】

证明： $\because BD \parallel AC$ ，

$$\therefore \angle EBD = \angle C.$$

$$\because BD = BC, \quad BE = AC,$$

$$\therefore \triangle EDB \cong \triangle ABC (SAS).$$

$$\therefore \angle D = \angle ABC.$$

【点睛】

本题主要考查全等三角形的性质与判定，熟练掌握全等三角形的性质与判定是解题的关键．

19. 这种服装每件的标价是 110 元

【分析】

设这种服装每件的标价是 x 元，根据题意列出方程进行求解即可．

【详解】

解：设这种服装每件的标价是 x 元，根据题意，得

$$10 \times 0.8x = 11(x - 30),$$

解得 $x = 110$ ；

答：这种服装每件的标价是 110 元．

【点睛】

本题主要考查一元一次方程的应用，熟练掌握一元一次方程的应用是解题的关键．

20. (1) $\frac{1}{2}$; (2) $\frac{1}{6}$

【分析】

(1) 根据事件发生的概率计算公式: $p = \frac{k}{n}$, (k 为包含事件的结果数, n 为该事件所有等可能出现的结果数), 抽到牌面数字是 3 的结果有两种, 共有 4 种结果, 可得出答案;

(2) 注意题目中是不放回的抽取, 可用列表法或树状图法得出符合条件的结果和总的结果数 (如下图), 牌面数字相同的有两种, 共有 12 种结果, 故可得出答案.

【详解】

(1) 四张牌为: 2,3,3,6, 从中抽取一张, 共有四种等可能结果, 抽到牌面数字是 3 的有两种,

$$\therefore P(\text{抽到}3) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2};$$

(2) 解: 列表如下:

第二次 第一次	2	3	3	6
2		(2,3)	(2,3)	(2,6)
3	(3,2)		(3,3)	(3,6)
3	(3,2)	(3,3)		(3,6)
6	(6,2)	(6,3)	(6,3)	

由上表可知, 共有 12 种等可能的结果, 其中牌面数字恰好相同的结果有 2 种,

$$\therefore P(\text{牌面相同}) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}.$$

【点睛】

题目主要考察简单事件的概率问题, 找准题意中满足条件的等可能性结果及总的等可能结果是解题关键 (特别注意题目中是抽取后不放回).

21. $(16\sqrt{3}+16)\text{m}$

【分析】

先设 $AD = x$ ，再通过 x 表示出 BD ，最后利用三角函数关系建立方程即可完成求解.

【详解】

解：在 $\triangle ADC$ 中，设 $AD = x$.

$$\because AD \perp BD, \quad \angle ACD = 45^\circ,$$

$$\therefore CD = AD = x.$$

在 $\triangle ADB$ 中， $AD \perp BD$ ， $\angle ABD = 30^\circ$ ，

$$\therefore AD = BD \tan 30^\circ,$$

$$\text{即 } x = \frac{\sqrt{3}}{3}(16+x).$$

解之，得 $x = 8\sqrt{3} + 8$

$$\therefore AB = 2AD = 16\sqrt{3} + 16$$

$\therefore$ 钢索 AB 的长度约为 $(16\sqrt{3} + 16)\text{m}$.

【点睛】

本题考查了等腰直角三角形的性质、三角函数、一元一次方程等知识，解决本题的关键是能建立题干信息与图形的关联，能正确设出未知数建立方程等，本题涉及到二次根式的运算等内容，对学生的计算能力有一定的考查.

22. (1) 19.5, 19; (2) 20; (3) 20 天.

【分析】

(1) 根据中位数，众数的意义即可求解；

(2) 根据加权平均数的计算公式即可求解；

(3) 用 30 乘以样本中“舒适温度”所占百分比即可求解.

【详解】

解：(1) 由题意得样本共 60 个数据，故中位数取排序后第 30、31 个数的中位数，

由统计图得排序后第 30 个数为 19，第 31 个数为 20，

$$\therefore \text{中位数为 } \frac{19+20}{2} = 19.5,$$

平均气温 19 出现的次数最多，

$\therefore$ 众数为 19，

故答案为：19.5,19;

$$(2) \bar{x} = \frac{1}{60}(17 \times 5 + 18 \times 12 + 19 \times 13 + 20 \times 9 + 21 \times 6 + 22 \times 4 + 23 \times 6 + 24 \times 5)$$

$$= 20,$$

∴ 这 60 天的日平均气温的平均数为 20°C;

$$(3) \therefore \frac{12+13+9+6}{60} \times 30 = 20,$$

∴ 预估西安市今年 9 月份日平均气温为“舒适温度”的天数为 20 天.

【点睛】

本题考查了求一组数据的平均数、众数、中位数，用样本估计总体等知识，熟知众数、中位数的意义，加权平均数的计算公式是解题的关键，注意用样本估计总体思想的应用.

23. (1) 1; (2) $y = -4x + 58$; (3) 13.5min

【分析】

(1) 根据图象得到“猫”追上“鼠”时的路程与它们的用时，再求平均速度差即可;

(2) 找出 A 点和 B 点坐标，运用待定系数法求出直线 AB 的解析式即可;

(3) 令 $y = 0$ ，求出 x 的值，再减去 1 即可得解.

【详解】

解: (1) 从图象可以看出“猫”追上“鼠”时，行驶距离为 30 米，“鼠”用时 6min，“猫”用时 $(6-1) = 5\text{min}$,

所以，“猫”的平均速度与“鼠”的平均速度的差是 $\frac{30}{5} - \frac{30}{6} = 6 - 5 = 1(\text{m} / \text{min})$

故答案为：1;

(2) 由图象知，A (7, 30)，B (10, 18)

设 AB 的表达式 $y = kx + b (k \neq 0)$,

把点 A、B 代入解析式得，

$$\begin{cases} 30 = 7k + b \\ 18 = 10k + b \end{cases}$$

$$\text{解得, } \begin{cases} k = -4, \\ b = 58. \end{cases}$$

$$\therefore y = -4x + 58.$$

(3) 令 $y = 0$ ，则 $-4x + 58 = 0$.

$$\therefore x=14.5.$$

$$14.5-1=13.5(\text{min})$$

$\therefore$ “猫”从起点出发到返回至起点所用的时间为13.5min.

【点睛】

本题考查了一次函数的应用、待定系数法求函数解析式以及坐标与图形，解题的关键是：结合实际找出该线段的意义，根据点的坐标，利用待定系数法求出函数表达式.

$$24. (1) \text{见解析}; (2) \frac{32}{5}$$

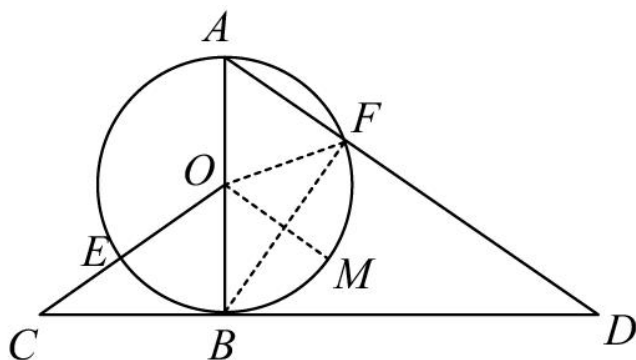
【分析】

(1) 取 $\widehat{BF}$ 的中点 M ，连接 OM 、 OF ，由题意易得 $\widehat{BM} = \widehat{MF} = \widehat{BE}$ ，则有 $\angle COB = \frac{1}{2}\angle BOF$ ，然后问题可求证；

(2) 连接 BF ，由题意易得 $AB \perp CD$ ，由(1)知 $\angle COB = \angle A$ ，则有 $\triangle OBC \sim \triangle ABD$ ，然后由相似三角形的性质可得 $BD=8$ ，则 $AD = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$ ，进而可得 $\triangle BFD \sim \triangle ABD$ ，最后问题可求解.

【详解】

(1) 证明：如图，取 $\widehat{BF}$ 的中点 M ，连接 OM 、 OF ，



$$\because \widehat{BF} = 2\widehat{BE},$$

$$\therefore \widehat{BM} = \widehat{MF} = \widehat{BE},$$

$$\therefore \angle COB = \frac{1}{2}\angle BOF,$$

$$\because \angle A = \frac{1}{2}\angle BOF,$$

$$\therefore \angle COB = \angle A;$$

(2) 解：连接 BF ，

$\because CD$ 是 $\odot O$ 的切线，

$$\therefore AB \perp CD,$$

由 (1) 知 $\angle COB = \angle A$,

$$\therefore \triangle OBC \sim \triangle ABD,$$

$$\therefore \frac{OB}{BC} = \frac{AB}{BD},$$

$$\because AB = 6, \quad CB = 4,$$

$$\therefore BD = \frac{BC \cdot AB}{OB} = \frac{4 \times 6}{3} = 8.$$

$$\therefore AD = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10,$$

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore BF \perp AD.$$

$$\because \angle D = \angle D,$$

$$\therefore \triangle BFD \sim \triangle ABD.$$

$$\therefore \frac{FD}{BD} = \frac{BD}{AD},$$

$$\therefore FD = \frac{BD^2}{AD} = \frac{8^2}{10} = \frac{32}{5}.$$

【点睛】

本题主要考查相似三角形的性质与判定、圆周角定理及切线的性质, 熟练掌握相似三角形的性质与判定、圆周角定理及切线的性质是解题的关键.

$$25. (1) B(4,0), C(0,8); (2) \text{存在, } P(0,16) \text{ 或 } P\left(0, \frac{16}{3}\right).$$

【分析】

(1) 令 $y=0$, 求 $-x^2 + 2x + 8 = 0$ 的根即可; 令 $x=0$, 求得 y 值即可确定点 C 的坐标;

(2) 确定抛物线的对称轴为 $x=1$, 确定 C' 的坐标为 $(2, 8)$, 计算 $C'C=2$, 利用直角相等, 两边对应成比例及其夹角相等的两个三角形相似, 分类求解即可.

【详解】

解: (1) 令 $y=0$, 则 $-x^2 + 2x + 8 = 0$,

$$\therefore x_1 = -2, \quad x_2 = 4$$

$$\therefore B(4,0).$$

令 $x=0$, 则 $y=8$.

$$\therefore C(0,8).$$

(2) 存在. 由已知得, 该抛物线的对称轴为直线 $x=1$.

$\because$ 点 C' 与点 C 关于直线 $x=1$ 对称,

$$\therefore C(2,8), CC'=2.$$

$$\therefore CC' \parallel OB.$$

$\because$ 点 P 在 y 轴上,

$$\therefore \angle PCC' = \angle POB = 90^\circ$$

$$\therefore \text{当 } \frac{PC}{PO} = \frac{CC'}{OB} \text{ 时, } \triangle PCC' \sim \triangle POB.$$

设 $P(0,y)$,

$$i) \text{ 当 } y > 8 \text{ 时, 则 } \frac{y-8}{y} = \frac{2}{4},$$

$$\therefore y=16.$$

$$\therefore P(0,16)$$

$$ii) \text{ 当 } 0 < y < 8 \text{ 时, 则 } \frac{8-y}{y} = \frac{2}{4},$$

$$\therefore y = \frac{16}{3}$$

$$\therefore P\left(0, \frac{16}{3}\right).$$

$$iii) \text{ 当 } y < 0 \text{ 时, 则 } CP > OP, \text{ 与 } \frac{PC}{PO} = \frac{1}{2} \text{ 矛盾.}$$

$\therefore$ 点 P 不存在

$$\therefore P(0,16) \text{ 或 } P\left(0, \frac{16}{3}\right).$$

【点睛】

本题考查了二次函数与一元二次方程的关系, 对称轴的意义, 三角形相似的判定和性质, 熟练掌握二次函数的性质, 灵活运用三角形的相似和进行一元二次方程根的求解是解题的关键.

26. (1) $\frac{63\sqrt{2}}{4}$; (2) 存在符合设计要求的四边形 $OPMN$ 面积的最小值为 470000m^2 , 这时, 点 N 到点 A 的距离为 350m .

【分析】

(1) 在 $\square ABCD$ 中, 设 AB 边上的高为 h , 根据题意求出 h 的值,

$$S_{\text{四边形}ABFE} = S_{\square ABCD} - (S_{\triangle DEF} + S_{\triangle BCF}), \text{ 计算即可};$$

$$\therefore \text{当 } x = 350 \text{ 时, } S_{\text{四边形}OPMN} = 470000.$$

$$AM = 1200 - 2x = 500 < 900, \quad CP = 350 < 600.$$

$\therefore$ 符合设计要求的四边形 $OPMN$ 面积的最小值为 470000m^2 ,

这时, 点 N 到点 A 的距离为 350m .

【点睛】

本题主要考查平行四边形性质, 运用锐角三角函数求边长, 根据二次函数图像求最值问题, 正确列出所求图形面积的式子是解题关键.