

陕西省 2020 年中考数学试卷

一. 选择题(共 10 小题)

1. -18 的相反数是()

A. 18

B. -18

C. $\frac{1}{18}$

D. $-\frac{1}{18}$

2. 若 $\angle A = 23^\circ$, 则 $\angle A$ 余角的大小是()

A. 57°

B. 67°

C. 77°

D. 157°

3. 2019 年, 我国国内生产总值约为 990870 亿元, 将数字 990870 用科学记数法表示为()

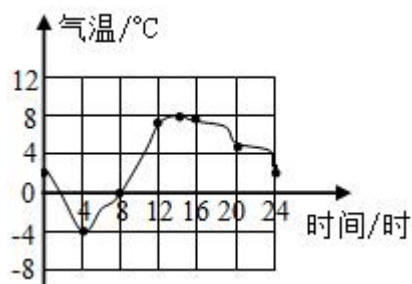
A. 9.9087×10^5

B. 9.9087×10^4

C. 99.087×10^4

D. 99.087×10^3

4. 如图, 是 A 市某一天的气温随时间变化的情况, 则这天的日温差(最高气温与最低气温的差)是()



A. 4°C

B. 8°C

C. 12°C

D. 16°C

5. 计算: $(-\frac{2}{3}x^2y)^3 =$ ()

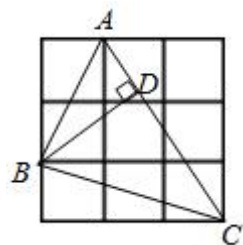
A. $-2x^6y^3$

B. $\frac{8}{27}x^6y^3$

C. $-\frac{8}{27}x^6y^3$

D. $-\frac{8}{27}x^5y^4$

6. 如图, 在 3×3 的网格中, 每个小正方形的边长均为 1, 点 A, B, C 都在格点上, 若 BD 是 $\triangle ABC$ 的高, 则 BD 的长为()



A. $\frac{10}{13}\sqrt{13}$

B. $\frac{9}{13}\sqrt{13}$

C. $\frac{8}{13}\sqrt{13}$

D. $\frac{7}{13}\sqrt{13}$

7. 在平面直角坐标系中, O 为坐标原点. 若直线 $y = x + 3$ 分别与 x 轴、直线 $y = -2x$ 交于点 A, B , 则 $\triangle AOB$ 的面积为()

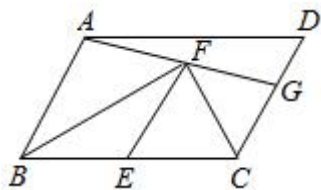
A. 2

B. 3

C. 4

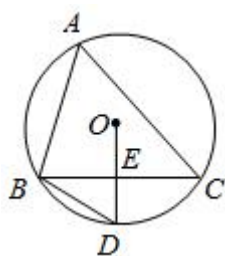
D. 6

8. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $AB = 5$, $BC = 8$. E 是边 BC 的中点, F 是 $\square ABCD$ 内一点, 且 $\angle BFC = 90^\circ$. 连接 AF 并延长, 交 CD 于点 G . 若 $EF \parallel AB$, 则 DG 的长为()



- A. $\frac{5}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. 3 D. 2

9. 如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, $\angle A = 50^\circ$. E 是边 BC 的中点, 连接 OE 并延长, 交 $\odot O$ 于点 D , 连接 BD , 则 $\angle D$ 的大小为()



- A. 55° B. 65° C. 60° D. 75°

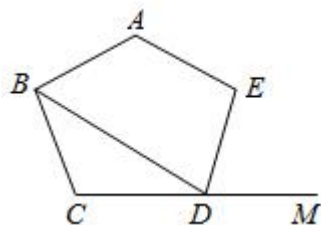
10. 在平面直角坐标系中, 将抛物线 $y = x^2 - (m - 1)x + m$ ($m > 1$) 沿 y 轴向下平移 3 个单位. 则平移后得到的抛物线的顶点一定在()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

二. 填空题(共 4 小题)

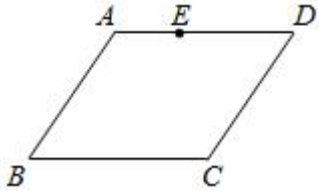
11. 计算: $(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) =$ _____.

12. 如图, 在正五边形 $ABCDE$ 中, DM 是边 CD 的延长线, 连接 BD , 则 $\angle BDM$ 的度数是_____.



13. 在平面直角坐标系中, 点 $A(-2, 1)$, $B(3, 2)$, $C(-6, m)$ 分别在三个不同的象限. 若反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象经过其中两点, 则 m 的值为_____.

14. 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $AB = 6$, $\angle B = 60^\circ$, 点 E 在边 AD 上, 且 $AE = 2$. 若直线 l 经过点 E , 将该菱形的面积平分, 并与菱形的另一边交于点 F , 则线段 EF 的长为_____.

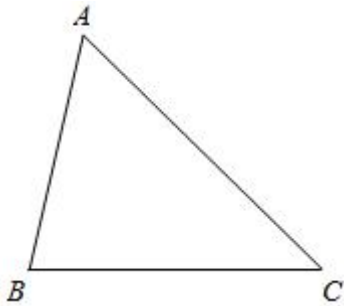


三. 解答题(共 11 小题)

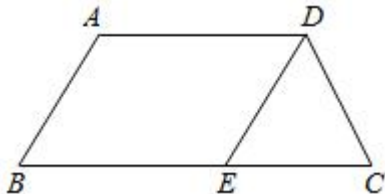
15. 解不等式组:
$$\begin{cases} 3x > 6, \\ 2(5-x) > 4. \end{cases}$$

16. 解分式方程:
$$\frac{x-2}{x} - \frac{3}{x-2} = 1.$$

17. 如图, 已知 $\triangle ABC$, $AC > AB$, $\angle C = 45^\circ$. 请用尺规作图法, 在 AC 边上求作一点 P , 使 $\angle PBC = 45^\circ$. (保留作图痕迹. 不写作法)



18. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle B = \angle C$. E 是边 BC 上一点, 且 $DE = DC$. 求证: $AD = BE$.

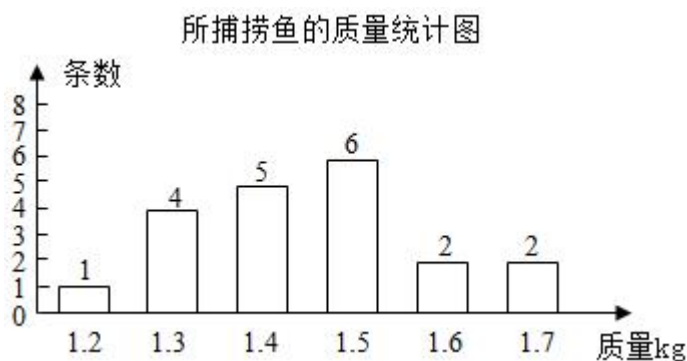


19. 王大伯承包了一个鱼塘, 投放了 2000 条某种鱼苗, 经过一段时间的精心喂养, 存活率大致达到了 90%. 他近期想出售鱼塘里的这种鱼. 为了估计鱼塘里这种鱼的总质量, 王大伯随机捕捞了 20 条鱼, 分别称得其质量后放回鱼塘. 现将这 20 条鱼的质量作为样本, 统计结果如图所示:

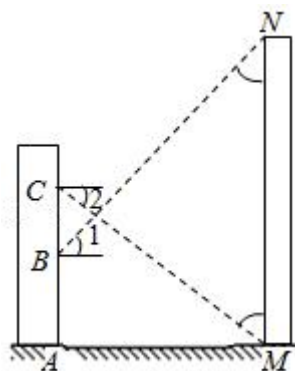
(1) 这 20 条鱼质量的中位数是_____, 众数是_____.

(2) 求这 20 条鱼质量的平均数;

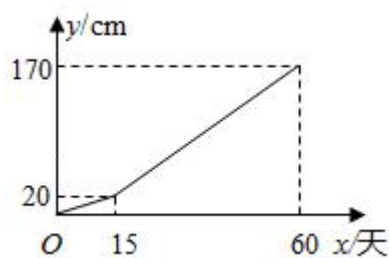
(3) 经了解, 近期市场上这种鱼的售价为每千克 18 元, 请利用这个样本的平均数. 估计王大伯近期售完鱼塘里的这种鱼可收入多少元?



20. 如图所示, 小明家与小华家住在同一栋楼的同一单元, 他俩想测算所住楼对面商业大厦的高 MN . 他俩在小明家的窗台 B 处, 测得商业大厦顶部 N 的仰角 $\angle 1$ 的度数, 由于楼下植物的遮挡, 不能在 B 处测得商业大厦底部 M 的俯角的度数. 于是, 他俩上楼来到小华家, 在窗台 C 处测得大厦底部 M 的俯角 $\angle 2$ 的度数, 竟然发现 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 恰好相等. 已知 A, B, C 三点共线, $CA \perp AM$, $NM \perp AM$, $AB = 31m$, $BC = 18m$, 试求商业大厦的高 MN .



21. 某农科所为定点帮扶村免费提供一种优质瓜苗及大棚栽培技术. 这种瓜苗早期在农科所的温室中生长, 长到大约 $20cm$ 时, 移至该村的大棚内, 沿插杆继续向上生长. 研究表明, 60 天内, 这种瓜苗生长的高度 $y(cm)$ 与生长时间 $x(天)$ 之间的关系大致如图所示.
- (1) 求 y 与 x 之间的函数关系式;
 - (2) 当这种瓜苗长到大约 $80cm$ 时, 开始开花结果, 试求这种瓜苗移至大棚后, 继续生长大约多少天, 开始开花结果?



22. 小亮和小丽进行摸球试验. 他们在一个不透明的空布袋内, 放入两个红球, 一个白球和

一个黄球，共四个小球．这些小球除颜色外其它都相同．试验规则：先将布袋内的小球摇匀，再从中随机摸出一个小球，记下颜色后放回，称为摸球一次．

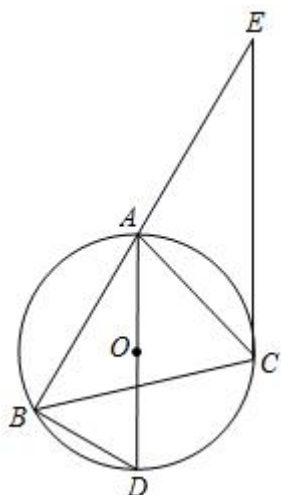
(1)小亮随机摸球 10 次，其中 6 次摸出的是红球，求这 10 次中摸出红球的频率；

(2)若小丽随机摸球两次，请利用画树状图或列表的方法，求这两次摸出的球中一个是白球、一个是黄球的概率．

23. 如图， $\triangle ABC$ 是 $\odot O$ 的内接三角形， $\angle BAC = 75^\circ$ ， $\angle ABC = 45^\circ$ ．连接 AO 并延长，交 $\odot O$ 于点 D ，连接 BD ．过点 C 作 $\odot O$ 的切线，与 BA 的延长线相交于点 E ．

(1)求证： $AD \parallel EC$ ；

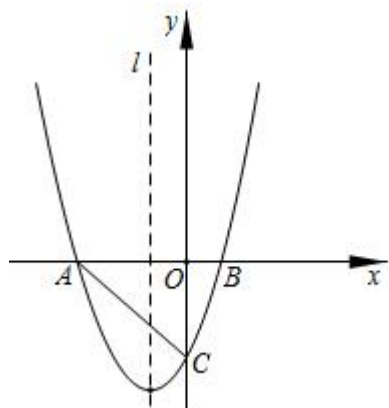
(2)若 $AB = 12$ ，求线段 EC 的长．



24. 如图，抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 经过点 $(3, 12)$ 和 $(-2, -3)$ ，与两坐标轴的交点分别为 A ， B ， C ，它的对称轴为直线 l ．

(1)求该抛物线的表达式；

(2) P 是该抛物线上的点，过点 P 作 l 的垂线，垂足为 D ， E 是 l 上的点．要使以 P 、 D 、 E 为顶点的三角形与 $\triangle AOC$ 全等，求满足条件的点 P ，点 E 的坐标．



25. 问题提出

(1)如图 1, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC > BC$, $\angle ACB$ 的平分线交 AB 于点 D . 过点 D 分别作 $DE \perp AC$, $DF \perp BC$. 垂足分别为 E , F , 则图 1 中与线段 CE 相等的线段是_____.

问题探究

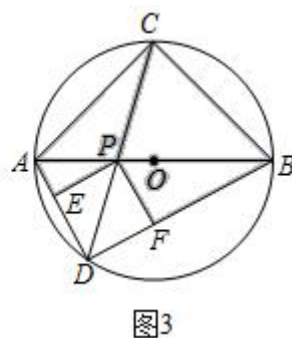
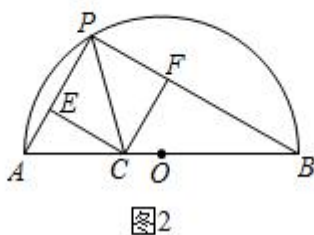
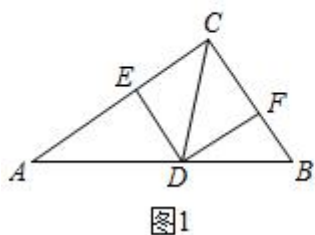
(2)如图 2, AB 是半圆 O 的直径, $AB = 8$. P 是 $\widehat{AB}$ 上一点, 且 $\widehat{PB} = 2\widehat{PA}$, 连接 AP , BP . $\angle APB$ 的平分线交 AB 于点 C , 过点 C 分别作 $CE \perp AP$, $CF \perp BP$, 垂足分别为 E , F , 求线段 CF 的长.

问题解决

(3)如图 3, 是某公园内“少儿活动中心”的设计示意图. 已知 $\odot O$ 的直径 $AB = 70\text{m}$, 点 C 在 $\odot O$ 上, 且 $CA = CB$. P 为 AB 上一点, 连接 CP 并延长, 交 $\odot O$ 于点 D . 连接 AD , BD . 过点 P 分别作 $PE \perp AD$, $PF \perp BD$, 垂足分别为 E , F . 按设计要求, 四边形 $PEDF$ 内部为室内活动区, 阴影部分是户外活动区, 圆内其余部分为绿化区. 设 AP 的长为 $x(\text{m})$, 阴影部分的面积为 $y(\text{m}^2)$.

①求 y 与 x 之间的函数关系式;

②按照“少儿活动中心”的设计要求, 发现当 AP 的长度为 30m 时, 整体布局比较合理. 试求当 $AP = 30\text{m}$ 时, 室内活动区(四边形 $PEDF$)的面积.



2020 年陕西省中考数学试卷

参考答案与试题解析

一. 选择题(共 10 小题)

1. -18 的相反数是()

A. 18

B. -18

C. $\frac{1}{18}$

D. $-\frac{1}{18}$

【分析】直接利用相反数的定义得出答案.

【解答】解: -18 的相反数是: 18 .

故选: A.

2. 若 $\angle A = 23^\circ$, 则 $\angle A$ 余角的大小是()

A. 57°

B. 67°

C. 77°

D. 157°

【分析】根据 $\angle A$ 的余角是 $90^\circ - \angle A$, 代入求出即可.

【解答】解: $\because \angle A = 23^\circ$,

$\therefore \angle A$ 的余角是 $90^\circ - 23^\circ = 67^\circ$.

故选: B.

3. 2019 年, 我国国内生产总值约为 990870 亿元, 将数字 990870 用科学记数法表示为()

A. 9.9087×10^5

B. 9.9087×10^4

C. 99.087×10^4

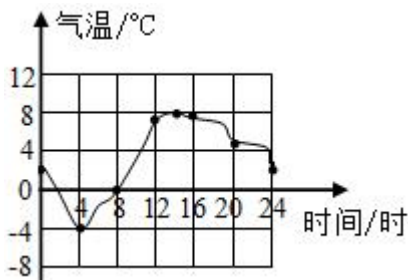
D. 99.087×10^3

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同.

【解答】解: $990870 = 9.9087 \times 10^5$,

故选: A.

4. 如图, 是 A 市某一天的气温随时间变化的情况, 则这天的日温差(最高气温与最低气温的差)是()



A. 4°C

B. 8°C

C. 12°C

D. 16°C

【分析】根据A市某一天内的气温变化图，分析变化趋势和具体数值，即可求出答案.

【解答】解：从折线统计图中可以看出，这一天中最高气温 8°C ，最低气温是 -4°C ，这一天中最高气温与最低气温的差为 12°C ，

故选：C.

5. 计算： $(-\frac{2}{3}x^2y)^3=(\quad)$

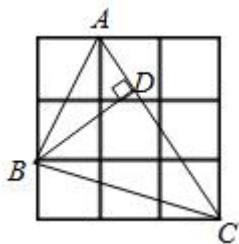
- A. $-2x^6y^3$ B. $\frac{8}{27}x^6y^3$ C. $-\frac{8}{27}x^6y^3$ D. $-\frac{8}{27}x^5y^4$

【分析】根据积的乘方运算法则计算即可，积的乘方，等于每个因式乘方的积.

【解答】解： $(-\frac{2}{3}x^2y)^3=(-\frac{2}{3})^3\cdot(x^2)^3\cdot y^3=-\frac{8}{27}x^6y^3$.

故选：C.

6. 如图，在 3×3 的网格中，每个小正方形的边长均为1，点A, B, C都在格点上，若BD是 $\triangle ABC$ 的高，则BD的长为()



- A. $\frac{10}{13}\sqrt{13}$ B. $\frac{9}{13}\sqrt{13}$ C. $\frac{8}{13}\sqrt{13}$ D. $\frac{7}{13}\sqrt{13}$

【分析】根据勾股定理计算AC的长，利用面积差可得三角形ABC的面积，由三角形的面积公式即可得到结论.

【解答】解：由勾股定理得： $AC=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$,

$$\therefore S_{\triangle ABC}=3\times 3-\frac{1}{2}\times 1\times 2-\frac{1}{2}\times 1\times 3-\frac{1}{2}\times 2\times 3=3.5,$$

$$\therefore \frac{1}{2}AC\cdot BD=\frac{7}{2},$$

$$\therefore \sqrt{13}\cdot BD=7,$$

$$\therefore BD=\frac{7\sqrt{13}}{13},$$

故选：D.

7. 在平面直角坐标系中，O为坐标原点. 若直线 $y=x+3$ 分别与x轴、直线 $y=-2x$ 交于点A、B，则 $\triangle AOB$ 的面积为()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 6

【分析】根据方程或方程组得到 $A(-3, 0)$, $B(-1, 2)$, 根据三角形的面积公式即可得到结论.

【解答】解: 在 $y = x + 3$ 中, 令 $y = 0$, 得 $x = -3$,

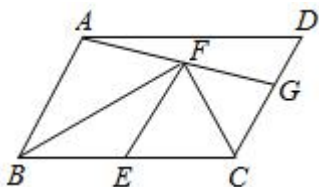
$$\text{解} \begin{cases} y = x + 3 \\ y = -2x \end{cases} \text{得}, \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases},$$

$$\therefore A(-3, 0), B(-1, 2),$$

$$\therefore \triangle AOB \text{ 的面积} = \frac{1}{2} \times 3 \times 2 = 3,$$

故选: B.

8. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $AB = 5$, $BC = 8$. E 是边 BC 的中点, F 是 $\square ABCD$ 内一点, 且 $\angle BFC = 90^\circ$. 连接 AF 并延长, 交 CD 于点 G . 若 $EF \parallel AB$, 则 DG 的长为()



- A. $\frac{5}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. 3 D. 2

【分析】依据直角三角形斜边上中线的性质, 即可得到 EF 的长, 再根据梯形中位线定理, 即可得到 CG 的长, 进而得出 DG 的长.

【解答】解: $\because E$ 是边 BC 的中点, 且 $\angle BFC = 90^\circ$,

$$\therefore \text{Rt}\triangle BCF \text{ 中}, EF = \frac{1}{2}BC = 4,$$

$\because EF \parallel AB$, $AB \parallel CG$, E 是边 BC 的中点,

$\therefore F$ 是 AG 的中点,

$\therefore EF$ 是梯形 $ABCG$ 的中位线,

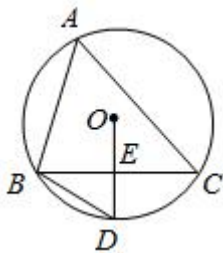
$$\therefore CG = 2EF - AB = 3,$$

又 $\because CD = AB = 5$,

$$\therefore DG = 5 - 3 = 2,$$

故选: D.

9. 如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, $\angle A = 50^\circ$. E 是边 BC 的中点, 连接 OE 并延长, 交 $\odot O$ 于点 D , 连接 BD , 则 $\angle D$ 的大小为()



- A. 55° B. 65° C. 60° D. 75°

【分析】连接 CD ，根据圆内接四边形的性质得到 $\angle CDB = 180^\circ - \angle A = 130^\circ$ ，根据垂径定理得到 $OD \perp BC$ ，求得 $BD = CD$ ，根据等腰三角形的性质即可得到结论．

【解答】解：连接 CD ，

$$\because \angle A = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle CDB = 180^\circ - \angle A = 130^\circ,$$

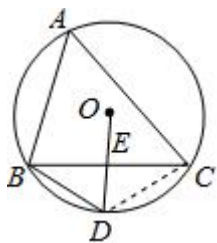
$\because E$ 是边 BC 的中点，

$$\therefore OD \perp BC,$$

$$\therefore BD = CD,$$

$$\therefore \angle ODB = \angle ODC = \frac{1}{2} \angle BDC = 65^\circ,$$

故选：B．



10. 在平面直角坐标系中，将抛物线 $y = x^2 - (m-1)x + m$ ($m > 1$) 沿 y 轴向下平移 3 个单位．则

平移后得到的抛物线的顶点一定在()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【分析】根据平移规律得到平移后抛物线的顶点坐标，然后结合 m 的取值范围判断新抛物线的顶点所在的象限即可．

$$\text{【解答】解：} \because y = x^2 - (m-1)x + m = \left(x - \frac{m-1}{2}\right)^2 + m - \frac{(m-1)^2}{4},$$

$$\therefore \text{该抛物线顶点坐标是} \left(\frac{m-1}{2}, m - \frac{(m-1)^2}{4}\right),$$

$\therefore$ 将其沿 y 轴向下平移 3 个单位后得到的抛物线的顶点坐标是 $(\frac{m-1}{2}, m - \frac{(m-1)^2}{4} - 3)$,

$\because m > 1$,

$\therefore m - 1 > 0$,

$\therefore \frac{m-1}{2} > 0$,

$\therefore m - \frac{(m-1)^2}{4} - 3 = \frac{4m - (m^2 - 2m + 1) - 12}{4} = \frac{-(m-3)^2 - 4}{4} = -\frac{(m-3)^2}{4} - 1 < 0$,

$\therefore$ 点 $(\frac{m-1}{2}, m - \frac{(m-1)^2}{4} - 3)$ 在第四象限;

故选: D .

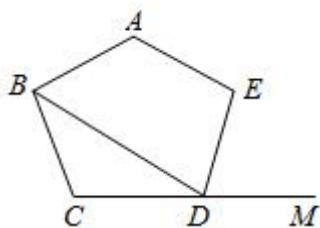
二. 填空题(共 4 小题)

11. 计算: $(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = \underline{1}$.

【分析】 先利用平方差公式展开得到原式 $= 2^2 - (\sqrt{3})^2$, 再利用二次根式的性质化简, 然后进行减法运算.

【解答】 解: 原式 $= 2^2 - (\sqrt{3})^2$
 $= 4 - 3$
 $= 1$.

12. 如图, 在正五边形 $ABCDE$ 中, DM 是边 CD 的延长线, 连接 BD , 则 $\angle BDM$ 的度数是 $\underline{144^\circ}$.



【分析】 根据正五边形的性质和内角和为 540° , 求得每个内角的度数为 108° , 再结合等腰三角形和邻补角的定义即可解答.

【解答】 解: 因为五边形 $ABCDE$ 是正五边形,
所以 $\angle C = \frac{(5-2) \cdot 180^\circ}{5} = 108^\circ$, $BC = DC$,

所以 $\angle BDC = \frac{180^\circ - 108^\circ}{2} = 36^\circ$,

所以 $\angle BDM = 180^\circ - 36^\circ = 144^\circ$,

故答案为: 144° .

13. 在平面直角坐标系中, 点 $A(-2, 1)$, $B(3, 2)$, $C(-6, m)$ 分别在三个不同的象限. 若反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象经过其中两点, 则 m 的值为 -1 .

【分析】 根据已知条件得到点 $A(-2, 1)$ 在第三象限, 求得点 $C(-6, m)$ 一定在第三象限, 由于反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象经过其中两点, 于是得到反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象经过 $B(3, 2)$, $C(-6, m)$, 于是得到结论.

【解答】 解: $\because$ 点 $A(-2, 1)$, $B(3, 2)$, $C(-6, m)$ 分别在三个不同的象限, 点 $A(-2, 1)$ 在第二象限,

$\therefore$ 点 $C(-6, m)$ 一定在第三象限,

$\because B(3, 2)$ 在第一象限, 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象经过其中两点,

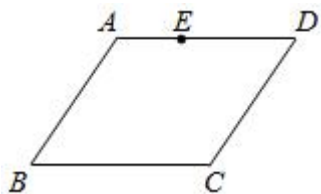
$\therefore$ 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象经过 $B(3, 2)$, $C(-6, m)$,

$$\therefore 3 \times 2 = -6m,$$

$$\therefore m = -1,$$

故答案为: -1 .

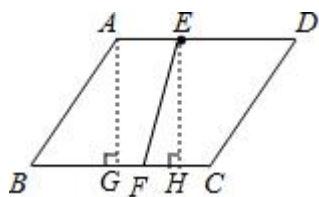
14. 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $AB = 6$, $\angle B = 60^\circ$, 点 E 在边 AD 上, 且 $AE = 2$. 若直线 l 经过点 E , 将该菱形的面积平分, 并与菱形的另一边交于点 F , 则线段 EF 的长为 $2\sqrt{7}$.



【分析】 过点 A 和点 E 作 $AG \perp BC$, $EH \perp BC$ 于点 G 和 H , 可得矩形 $AGHE$, 再根据菱形 $ABCD$ 中, $AB = 6$, $\angle B = 60^\circ$, 可得 $BG = 3$, $AG = 3\sqrt{3} = EH$, 由题意可得, $FH = FC - HC = 2 - 1 = 1$, 进而根据勾股定理可得 EF 的长.

【解答】 解: 如图, 过点 A 和点 E 作 $AG \perp BC$, $EH \perp BC$ 于点 G 和 H , 得矩形 $AGHE$,

$$\therefore GH = AE = 2,$$



$\because$ 在菱形 $ABCD$ 中, $AB = 6$, $\angle B = 60^\circ$,

$$\therefore BG = 3, AG = 3\sqrt{3} = EH,$$

$$\therefore HC = BC - BG - GH = 6 - 3 - 2 = 1,$$

$\because EF$ 平分菱形面积,

$$\therefore FC = AE = 2,$$

$$\therefore FH = FC - HC = 2 - 1 = 1,$$

在 $\text{Rt}\triangle EFH$ 中, 根据勾股定理, 得

$$EF = \sqrt{EH^2 + FH^2} = \sqrt{27 + 1} = 2\sqrt{7}.$$

故答案为: $2\sqrt{7}$.

三. 解答题(共 11 小题)

15. 解不等式组:
$$\begin{cases} 3x > 6, \\ 2(5-x) > 4. \end{cases}$$

【分析】 分别求出不等式组中两不等式的解集, 找出两解集的方法部分即可.

【解答】 解:
$$\begin{cases} 3x > 6 \text{ ①} \\ 2(5-x) > 4 \text{ ②} \end{cases}$$

由①得: $x > 2$,

由②得: $x < 3$,

则不等式组的解集为 $2 < x < 3$.

16. 解分式方程:
$$\frac{x-2}{x} - \frac{3}{x-2} = 1.$$

【分析】 分式方程去分母转化为整式方程, 求出整式方程的解得到 x 的值, 经检验即可得到分式方程的解.

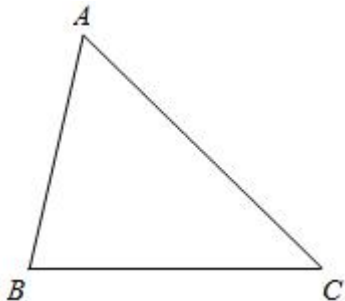
【解答】 解: 方程
$$\frac{x-2}{x} - \frac{3}{x-2} = 1,$$

去分母得: $x^2 - 4x + 4 - 3x = x^2 - 2x$,

解得: $x = \frac{4}{5}$,

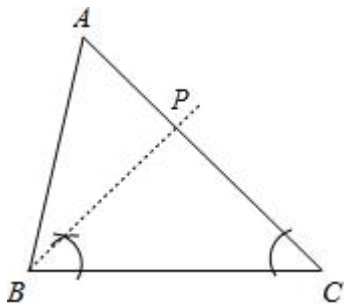
经检验 $x = \frac{4}{5}$ 是分式方程的解.

17. 如图, 已知 $\triangle ABC$, $AC > AB$, $\angle C = 45^\circ$. 请用尺规作图法, 在 AC 边上求作一点 P , 使 $\angle PBC = 45^\circ$. (保留作图痕迹. 不写作法)

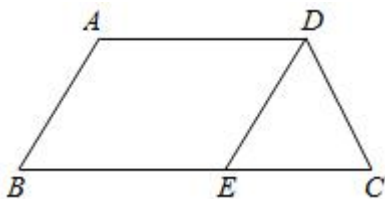


【分析】根据尺规作图法, 作一个角等于已知角, 在 AC 边上求作一点 P , 使 $\angle PBC = 45^\circ$ 即可.

【解答】解: 如图, 点 P 即为所求.



18. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle B = \angle C$. E 是边 BC 上一点, 且 $DE = DC$. 求证: $AD = BE$.



【分析】根据等边对等角的性质求出 $\angle DEC = \angle C$, 在由 $\angle B = \angle C$ 得 $\angle DEC = \angle B$, 所以 $AB \parallel DE$, 得出四边形 $ABED$ 是平行四边形, 进而得出结论.

【解答】证明: $\because DE = DC$,

$$\therefore \angle DEC = \angle C.$$

$$\because \angle B = \angle C,$$

$$\therefore \angle B = \angle DEC,$$

$$\therefore AB \parallel DE,$$

$\because AD \parallel BC$,

$\therefore$ 四边形 $ABED$ 是平行四边形.

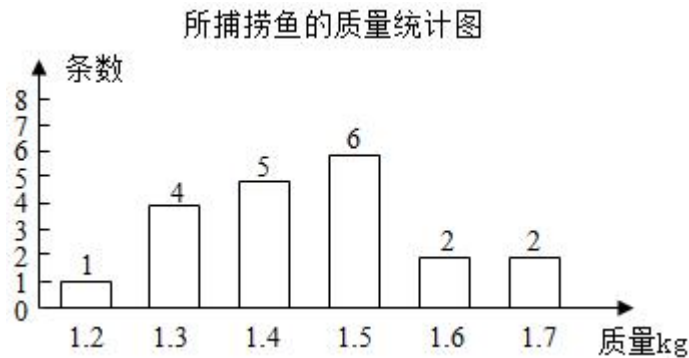
$\therefore AD = BE$.

19. 王大伯承包了一个鱼塘, 投放了 2000 条某种鱼苗, 经过一段时间的精心喂养, 存活率大致达到了 90%. 他近期想出售鱼塘里的这种鱼. 为了估计鱼塘里这种鱼的总质量, 王大伯随机捕捞了 20 条鱼, 分别称得其质量后放回鱼塘. 现将这 20 条鱼的质量作为样本, 统计结果如图所示:

(1) 这 20 条鱼质量的中位数是 1.45kg, 众数是 1.5kg.

(2) 求这 20 条鱼质量的平均数;

(3) 经了解, 近期市场上这种鱼的售价为每千克 18 元, 请利用这个样本的平均数, 估计王大伯近期售完鱼塘里的这种鱼可收入多少元?



【分析】 (1) 根据中位数和众数的定义求解可得;

(2) 利用加权平均数的定义求解可得;

(3) 用单价乘以(2)中所得平均数, 再乘以存活的数量, 从而得出答案.

【解答】 解: (1) $\because$ 这 20 条鱼质量的中位数是第 10、11 个数据的平均数, 且第 10、11 个数据分别为 1.4、1.5,

$\therefore$ 这 20 条鱼质量的中位数是 $\frac{1.4+1.5}{2} = 1.45(kg)$, 众数是 1.5kg,

故答案为: 1.45kg, 1.5kg.

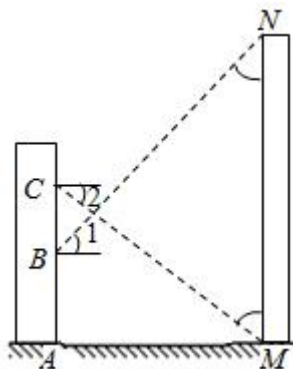
(2) $= \frac{1.2 \times 1 + 1.3 \times 4 + 1.4 \times 5 + 1.5 \times 6 + 1.6 \times 2 + 1.7 \times 2}{20} = 1.45(kg)$,

$\therefore$ 这 20 条鱼质量的平均数为 1.45kg;

(3) $18 \times 1.45 \times 2000 \times 90\% = 46980(\text{元})$,

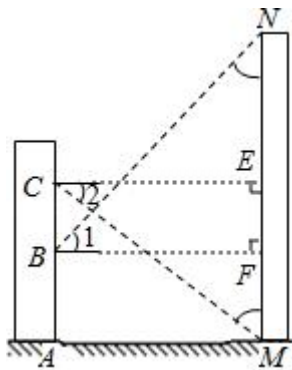
答：估计王大伯近期售完鱼塘里的这种鱼可收入 46980 元.

20. 如图所示，小明家与小华家住在同一栋楼的同一单元，他俩想测算所住楼对面商业大厦的高 MN . 他俩在小明家的窗台 B 处，测得商业大厦顶部 N 的仰角 $\angle 1$ 的度数，由于楼下植物的遮挡，不能在 B 处测得商业大厦底部 M 的俯角的度数. 于是，他俩上楼来到小华家，在窗台 C 处测得大厦底部 M 的俯角 $\angle 2$ 的度数，竟然发现 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 恰好相等. 已知 A, B, C 三点共线， $CA \perp AM$ ， $NM \perp AM$ ， $AB = 31m$ ， $BC = 18m$ ，试求商业大厦的高 MN .



【分析】 过点 C 作 $CE \perp MN$ 于点 E ，过点 B 作 $BF \perp MN$ 于点 F ，可得四边形 $AMEC$ 和四边形 $AMFB$ 均为矩形，可以证明 $\triangle BFN \cong \triangle CEM$ ，得 $NF = EM = 49$ ，进而可得商业大厦的高 MN .

【解答】 解：如图，过点 C 作 $CE \perp MN$ 于点 E ，过点 B 作 $BF \perp MN$ 于点 F ，



$$\therefore \angle CEF = \angle BFE = 90^\circ,$$

$$\because CA \perp AM, NM \perp AM,$$

$\therefore$ 四边形 $AMEC$ 和四边形 $AMFB$ 均为矩形，

$$\therefore CE = BF, ME = AC,$$

$$\angle 1 = \angle 2,$$

$$\therefore \triangle BFN \cong \triangle CEM(ASA),$$

$$\therefore NF = EM = 31 + 18 = 49,$$

由矩形性质可知: $EF = CB = 18$,

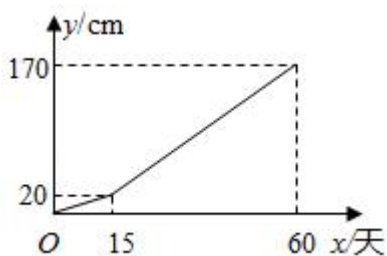
$$\therefore MN = NF + EM - EF = 49 + 49 - 18 = 80(m).$$

答: 商业大厦的高 MN 为 $80m$.

21. 某农科所为定点帮扶村免费提供一种优质瓜苗及大棚栽培技术. 这种瓜苗早期在农科所的温室中生长, 长到大约 $20cm$ 时, 移至该村的大棚内, 沿插杆继续向上生长. 研究表明, 60 天内, 这种瓜苗生长的高度 $y(cm)$ 与生长时间 $x(天)$ 之间的关系大致如图所示.

(1) 求 y 与 x 之间的函数关系式;

(2) 当这种瓜苗长到大约 $80cm$ 时, 开始开花结果, 试求这种瓜苗移至大棚后, 继续生长大约多少天, 开始开花结果?



【分析】 (1) 分段函数, 利用待定系数法解答即可;

(2) 利用(1)的结论, 把 $y = 80$ 代入求出 x 的值即可解答.

【解答】 解: (1) 当 $0 \leq x \leq 15$ 时, 设 $y = kx (k \neq 0)$,

$$\text{则: } 20 = 15k,$$

$$\text{解得 } k = \frac{4}{3},$$

$$\therefore y = \frac{4}{3}x;$$

当 $15 < x \leq 60$ 时, 设 $y = k'x + b (k' \neq 0)$,

$$\text{则: } \begin{cases} 20 = 15k' + b \\ 170 = 60k' + b \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} k' = \frac{10}{3} \\ b = -30 \end{cases},$$

$$\therefore y = \frac{10}{3}x - 30,$$

$$\therefore y = \begin{cases} \frac{4}{3}x & (0 \leq x \leq 15) \\ \frac{10}{3}x - 30 & (15 < x \leq 60) \end{cases};$$

(2)当 $y = 80$ 时, $80 = \frac{10}{3}x - 30$, 解得 $x = 33$,

$$33 - 15 = 18(\text{天}),$$

$\therefore$ 这种瓜苗移至大棚后, 继续生长大约 18 天, 开始开花结果.

22. 小亮和小丽进行摸球试验. 他们在一个不透明的空布袋内, 放入两个红球, 一个白球和一个黄球, 共四个小球. 这些小球除颜色外其它都相同. 试验规则: 先将布袋内的小球摇匀, 再从中随机摸出一个小球, 记下颜色后放回, 称为摸球一次.

(1)小亮随机摸球 10 次, 其中 6 次摸出的是红球, 求这 10 次中摸出红球的频率;

(2)若小丽随机摸球两次, 请利用画树状图或列表的方法, 求这两次摸出的球中一个是白球、一个是黄球的概率.

【分析】(1)由频率定义即可得出答案;

(2)首先根据题意画出树状图, 然后由树状图求得所有等可能的结果与两次摸出的球中一个是白球、一个是黄球的情况, 利用概率公式求解即可求得答案.

【解答】解: (1)小亮随机摸球 10 次, 其中 6 次摸出的是红球, 这 10 次中摸出红球的频率 $= \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$;

(2)画树状图得:



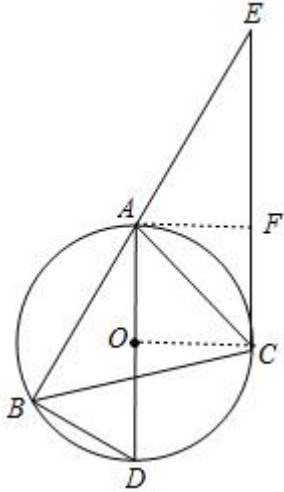
$\therefore$ 共有 16 种等可能的结果, 两次摸出的球中一个是白球、一个是黄球的有 2 种情况,

$\therefore$ 两次摸出的球中一个是白球、一个是黄球的概率 $= \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$.

23. 如图, $\triangle ABC$ 是 $\odot O$ 的内接三角形, $\angle BAC = 75^\circ$, $\angle ABC = 45^\circ$. 连接 AO 并延长, 交 $\odot O$ 于点 D , 连接 BD . 过点 C 作 $\odot O$ 的切线, 与 BA 的延长线相交于点 E .

(1)求证: $AD \parallel EC$;

(2)若 $AB = 12$, 求线段 EC 的长.



$$\because \angle BAC = 75^\circ, \angle ABC = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle D = \angle ACB = 60^\circ,$$

$$\therefore \sin \angle ADB = \frac{AB}{AD} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore AD = \frac{12 \times 2}{\sqrt{3}} = 8\sqrt{3},$$

$$\therefore OA = OC = 4\sqrt{3},$$

$$\because AF \perp EC, \angle OCE = 90^\circ, \angle AOC = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $OAFC$ 是矩形,

又 $\because OA = OC,$

$\therefore$ 四边形 $OAFC$ 是正方形,

$$\therefore CF = AF = 4\sqrt{3},$$

$$\because \angle BAD = 90^\circ - \angle D = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle EAF = 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ,$$

$$\because \tan \angle EAF = \frac{EF}{AF} = \sqrt{3},$$

$$\therefore EF = \sqrt{3}AF = 12,$$

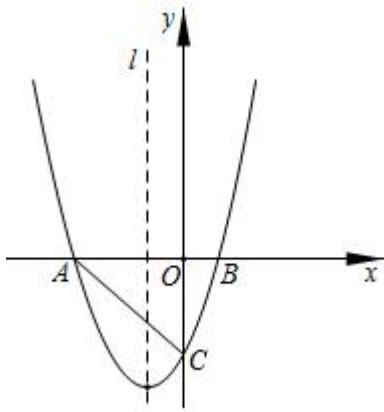
$$\therefore CE = CF + EF = 12 + 4\sqrt{3}.$$

24. 如图, 抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 经过点 $(3, 12)$ 和 $(-2, -3)$, 与两坐标轴的交点分别为 A, B, C , 它的对称轴为直线 l .

(1) 求该抛物线的表达式;

(2) P 是该抛物线上的点, 过点 P 作 l 的垂线, 垂足为 D, E 是 l 上的点. 要使以 P, D, E

为顶点的三角形与 $\triangle AOC$ 全等，求满足条件的点 P ，点 E 的坐标．



【分析】(1)将点 $(3, 12)$ 和 $(-2, -3)$ 代入抛物线表达式，即可求解；

(2)由题意得： $PD = DE = 3$ 时，以 P 、 D 、 E 为顶点的三角形与 $\triangle AOC$ 全等，分点 P 在抛物线对称轴右侧、点 P 在抛物线对称轴的左侧两种情况，分别求解即可．

【解答】解：(1)将点 $(3, 12)$ 和 $(-2, -3)$ 代入抛物线表达式得 $\begin{cases} 12=9+3b+c \\ -3=4-2b+c \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} b=2 \\ c=-3 \end{cases}$ ，

故抛物线的表达式为： $y = x^2 + 2x - 3$ ；

(2)抛物线的对称轴为 $x = -1$ ，令 $y = 0$ ，则 $x = -3$ 或 1 ，令 $x = 0$ ，则 $y = -3$ ，

故点 A 、 B 的坐标分别为 $(-3, 0)$ 、 $(1, 0)$ ；点 $C(0, -3)$ ，

故 $OA = OC = 3$ ，

$\therefore \angle PDE = \angle AOC = 90^\circ$ ，

$\therefore$ 当 $PD = DE = 3$ 时，以 P 、 D 、 E 为顶点的三角形与 $\triangle AOC$ 全等，

设点 $P(m, n)$ ，当点 P 在抛物线对称轴右侧时， $m - (-1) = 3$ ，解得： $m = 2$ ，

故 $n = 2^2 + 2 \times 2 - 3 = 5$ ，故点 $P(2, 5)$ ，

故点 $E(-1, 2)$ 或 $(-1, 8)$ ；

当点 P 在抛物线对称轴的左侧时，由抛物线的对称性可得，点 $P(-4, 5)$ ，此时点 E 坐标同上，

综上，点 P 的坐标为 $(2, 5)$ 或 $(-4, 5)$ ；点 E 的坐标为 $(-1, 2)$ 或 $(-1, 8)$ ．

25. 问题提出

(1)如图1，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC > BC$ ， $\angle ACB$ 的平分线交 AB 于点 D ．过点 D 分别作 $DE \perp AC$ ， $DF \perp BC$ ．垂足分别为 E ， F ，则图1中与线段 CE 相等的线段是 CF 、 DE 、 DF ．

问题探究

(2)如图 2, AB 是半圆 O 的直径, $AB = 8$. P 是 $\widehat{AB}$ 上一点, 且 $\widehat{PB} = 2\widehat{PA}$, 连接 AP , BP . $\angle APB$ 的平分线交 AB 于点 C , 过点 C 分别作 $CE \perp AP$, $CF \perp BP$, 垂足分别为 E , F , 求线段 CF 的长.

问题解决

(3)如图 3, 是某公园内“少儿活动中心”的设计示意图. 已知 $\odot O$ 的直径 $AB = 70m$, 点 C 在 $\odot O$ 上, 且 $CA = CB$. P 为 AB 上一点, 连接 CP 并延长, 交 $\odot O$ 于点 D . 连接 AD , BD . 过点 P 分别作 $PE \perp AD$, $PF \perp BD$, 垂足分别为 E , F . 按设计要求, 四边形 $PEDF$ 内部为室内活动区, 阴影部分是户外活动区, 圆内其余部分为绿化区. 设 AP 的长为 $x(m)$, 阴影部分的面积为 $y(m^2)$.

①求 y 与 x 之间的函数关系式;

②按照“少儿活动中心”的设计要求, 发现当 AP 的长度为 $30m$ 时, 整体布局比较合理. 试求当 $AP = 30m$ 时, 室内活动区(四边形 $PEDF$)的面积.

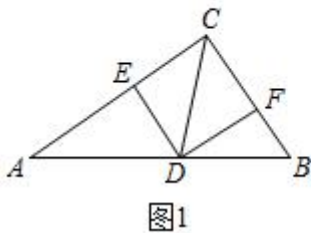


图1

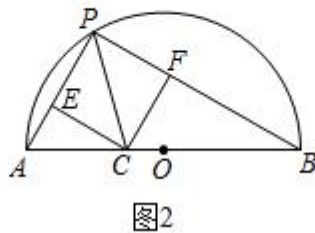


图2

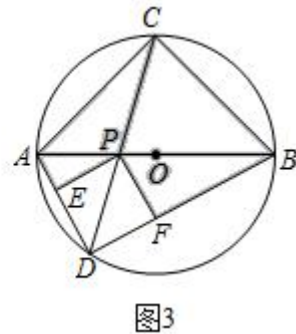


图3

【分析】 (1)证明四边形 $CEDF$ 是正方形, 即可得出结果;

(2)连接 OP , 由 AB 是半圆 O 的直径, $\widehat{PB} = 2\widehat{PA}$, 得出 $\angle APB = 90^\circ$, $\angle AOP = 60^\circ$, 则 $\angle ABP = 30^\circ$, 同(1)得四边形 $PECF$ 是正方形, 得 $PF = CF$, 在 $Rt\triangle APB$ 中, $PB = AB \cdot \cos \angle ABP = 4\sqrt{3}$, 在 $Rt\triangle CFB$ 中, $BF = \frac{CF}{\tan \angle ABC} = \sqrt{3}CF$, 推出 $PB = CF + BF$, 即可得出结果;

(3)①同(1)得四边形 $DEPF$ 是正方形, 得出 $PE = PF$, $\angle APE + \angle BPF = 90^\circ$, $\angle PEA = \angle PFB = 90^\circ$, 将 $\triangle APE$ 绕点 P 逆时针旋转 90° , 得到 $\triangle A'PF$, $PA' = PA$, 则 A' 、 F 、 B 三点共线, $\angle APE = \angle A'PF$, 证 $\angle A'PB = 90^\circ$, 得出 $S_{\triangle PAE} + S_{\triangle PBF} = S_{\triangle PA'B} = \frac{1}{2}PA' \cdot PB = \frac{1}{2}x(70 - x)$, 在 $Rt\triangle ACB$ 中, $AC = BC = 35\sqrt{2}$, $S_{\triangle ACB} = \frac{1}{2}AC^2 = 1225$, 由 $y = S_{\triangle PA'B} + S_{\triangle ACB}$, 即可得出结果;

②当 $AP = 30$ 时, $A'P = 30$, $PB = 40$, 在 $\text{Rt}\triangle A'PB$ 中, 由勾股定理得 $A'B = \sqrt{A'P^2 + PB^2} = 50$, 由 $S_{\triangle A'PB} = \frac{1}{2}A'B \cdot PF = \frac{1}{2}PB \cdot A'P$, 求 PF , 即可得出结果.

【解答】解: (1) $\because \angle ACB = 90^\circ$, $DE \perp AC$, $DF \perp BC$,

$\therefore$ 四边形 $CEDF$ 是矩形,

$\because CD$ 平分 $\angle ACB$, $DE \perp AC$, $DF \perp BC$,

$\therefore DE = DF$,

$\therefore$ 四边形 $CEDF$ 是正方形,

$\therefore CE = CF = DE = DF$,

故答案为: CF 、 DE 、 DF ;

(2) 连接 OP , 如图 2 所示:

$\because AB$ 是半圆 O 的直径, $\widehat{PB} = 2\widehat{PA}$,

$\therefore \angle APB = 90^\circ$, $\angle AOP = \frac{1}{3} \times 180^\circ = 60^\circ$,

$\therefore \angle ABP = 30^\circ$,

同(1)得: 四边形 $PECF$ 是正方形,

$\therefore PF = CF$,

在 $\text{Rt}\triangle APB$ 中, $PB = AB \cdot \cos \angle ABP = 8 \times \cos 30^\circ = 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$,

在 $\text{Rt}\triangle CFB$ 中, $BF = \frac{CF}{\tan \angle ABC} = \frac{CF}{\tan 30^\circ} = \frac{CF}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = \sqrt{3}CF$,

$\therefore PB = PF + BF$,

$\therefore PB = CF + BF$,

即: $4\sqrt{3} = CF + \sqrt{3}CF$,

解得: $CF = 6 - 2\sqrt{3}$;

(3) ① $\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle ACB = \angle ADB = 90^\circ$,

$\because CA = CB$,

$\therefore \angle ADC = \angle BDC$,

同(1)得: 四边形 $DEPF$ 是正方形,

$\therefore PE = PF$, $\angle APE + \angle BPF = 90^\circ$, $\angle PEA = \angle PFB = 90^\circ$,

$\therefore$ 将 $\triangle APE$ 绕点 P 逆时针旋转 90° ，得到 $\triangle A'PF$ ， $PA' = PA$ ，如图 3 所示：

则 A' 、 F 、 B 三点共线， $\angle APE = \angle A'PF$ ，

$\therefore \angle A'PF + \angle BPF = 90^\circ$ ，即 $\angle A'PB = 90^\circ$ ，

$$\therefore S_{\triangle PAE} + S_{\triangle PBF} = S_{\triangle PA'B} = \frac{1}{2} PA' \cdot PB = \frac{1}{2} x(70 - x),$$

$$\text{在 Rt}\triangle ACB \text{ 中, } AC = BC = \frac{\sqrt{2}}{2} AB = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 70 = 35\sqrt{2},$$

$$\therefore S_{\triangle ACB} = \frac{1}{2} AC^2 = \frac{1}{2} \times (35\sqrt{2})^2 = 1225,$$

$$\therefore y = S_{\triangle PA'B} + S_{\triangle ACB} = \frac{1}{2} x(70 - x) + 1225 = -\frac{1}{2} x^2 + 35x + 1225;$$

② 当 $AP = 30$ 时， $A'P = 30$ ， $PB = AB - AP = 70 - 30 = 40$ ，

在 $\text{Rt}\triangle A'PB$ 中，由勾股定理得： $A'B = \sqrt{A'P^2 + PB^2} = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50$ ，

$$\therefore S_{\triangle A'PB} = \frac{1}{2} A'B \cdot PF = \frac{1}{2} PB \cdot A'P,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 50 \times PF = \frac{1}{2} \times 40 \times 30,$$

解得： $PF = 24$ ，

$$\therefore S_{\text{四边形 } PEDF} = PF^2 = 24^2 = 576(m^2),$$

$\therefore$ 当 $AP = 30m$ 时，室内活动区(四边形 $PEDF$)的面积为 $576m^2$ 。

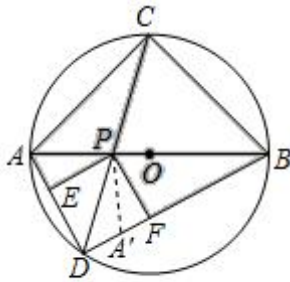


图3

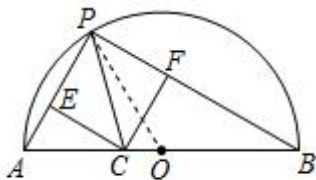


图2