

2015 年陕西省中考数学试卷

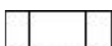
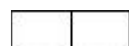
一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，计 30 分，每小题只有一个选项是符合题意的）

1. (3 分) (2015•陕西) 计算: $(-\frac{2}{3})^0 =$ ()

- A. 1 B. $-\frac{3}{2}$ C. 0 D. $\frac{2}{3}$

2. (3 分) (2015•陕西) 如图是一个螺母的示意图，它的俯视图是 ()

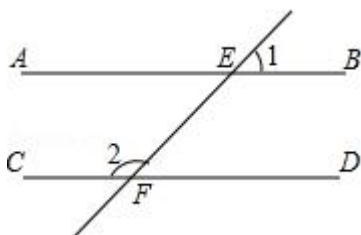


- A.  B.  C.  D. 

3. (3 分) (2015•陕西) 下列计算正确的是 ()

- A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ B. $(-2ab)^2 = 4a^2b^2$
C. $(a^2)^3 = a^5$ D. $3a^2b^2 \div a^2b^2 = 3ab$

4. (3 分) (2015•陕西) 如图, $AB \parallel CD$, 直线 EF 分别交直线 AB , CD 于点 E , F . 若 $\angle 1 = 46^\circ 30'$, 则 $\angle 2$ 的度数为 ()

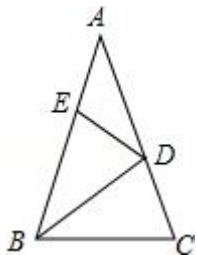


- A. $43^\circ 30'$ B. $53^\circ 30'$ C. $133^\circ 30'$ D. $153^\circ 30'$

5. (3 分) (2015•陕西) 设正比例函数 $y = mx$ 的图象经过点 $A(m, 4)$, 且 y 的值随 x 值的增大而减小, 则 $m =$ ()

- A. 2 B. -2 C. 4 D. -4

6. (3 分) (2015•陕西) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 36^\circ$, $AB = AC$, BD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线. 若在边 AB 上截取 $BE = BC$, 连接 DE , 则图中等腰三角形共有 ()



- A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个

7. (3 分) (2015•陕西) 不等式组 $\begin{cases} \frac{1}{2}x + 1 \geq -3 \\ x - 2(x - 3) > 0 \end{cases}$ 的最大整数解为 ()

- A. 8 B. 6 C. 5 D. 4

8. (3分) (2015·陕西) 在平面直角坐标系中, 将直线 $l_1: y = -2x - 2$ 平移后, 得到直线 $l_2: y = -2x + 4$, 则下列平移作法正确的是 ()

- A. 将 l_1 向右平移 3 个单位长度
B. 将 l_1 向右平移 6 个单位长度
C. 将 l_1 向上平移 2 个单位长度
D. 将 l_1 向上平移 4 个单位长度

9. (3分) (2015·陕西) 在 $\square ABCD$ 中, $AB=10$, $BC=14$, E, F 分别为边 BC, AD 上的点, 若四边形 $AECF$ 为正方形, 则 AE 的长为 ()

- A. 7
B. 4 或 10
C. 5 或 9
D. 6 或 8

10. (3分) (2015·陕西) 下列关于二次函数 $y = ax^2 - 2ax + 1$ ($a > 1$) 的图象与 x 轴交点的判断, 正确的是 ()

- A. 没有交点
B. 只有一个交点, 且它位于 y 轴右侧
C. 有两个交点, 且它们均位于 y 轴左侧
D. 有两个交点, 且它们均位于 y 轴右侧

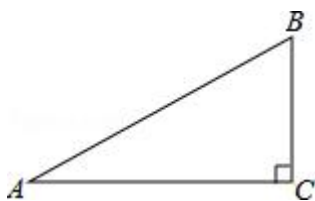
二、填空题 (共 5 小题, 每小题 3 分, 计 12 分, 其中 12、13 题为选做题, 任选一题作答)

11. (3分) (2015·陕西) 将实数 $\sqrt{5}, \pi, 0, -6$ 由小到大用“ $<$ ”号连起来, 可表示为_____.

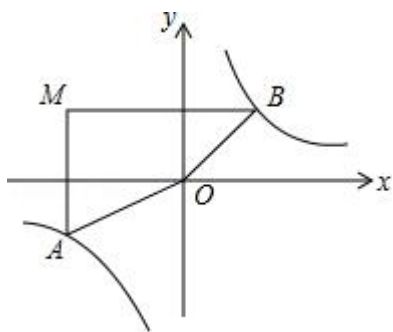
12. 请从以下两个小题任选一个作答, 若多选, 则按第一题计分。

A. (3分) (2015·陕西) 正八边形一个内角的度数为_____.

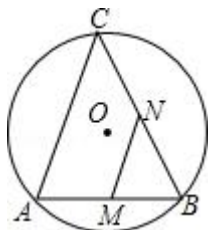
B. (3分) (2015·陕西) 如图, 有一滑梯 AB , 其水平宽度 AC 为 5.3 米, 铅直高度 BC 为 2.8 米, 则 $\angle A$ 的度数约为_____ (用科学计算器计算, 结果精确到 0.1°).



13. (3分) (2015·陕西) 如图, 在平面直角坐标系中, 过点 $M(-3, 2)$ 分别作 x 轴、 y 轴的垂线与反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ 的图象交于 A, B 两点, 则四边形 $MAOB$ 的面积为_____.



14. (3分) (2015·陕西) 如图, AB 是 $\odot O$ 的弦, $AB=6$, 点 C 是 $\odot O$ 上的一个动点, 且 $\angle ACB=45^\circ$. 若点 M, N 分别是 AB, BC 的中点, 则 MN 长的最大值是_____.

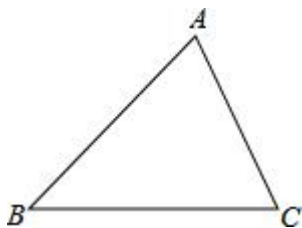


三、解答题 (共 11 小题, 计 78 分, 解答时写出过程)

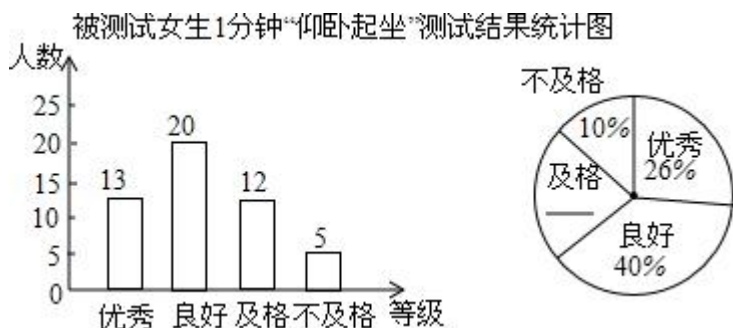
15. (5分) (2015·陕西) 计算: $\sqrt{3} \times (-\sqrt{6}) + |-2\sqrt{2}| + (\frac{1}{2})^{-3}$.

16. (5分) (2015•陕西) 解分式方程: $\frac{x-2}{x+3} - \frac{3}{x-3} = 1$.

17. (5分) (2015•陕西) 如图, 已知 $\triangle ABC$, 请用尺规过点A作一条直线, 使其将 $\triangle ABC$ 分成面积相等的两部分. (保留作图痕迹, 不写作法)



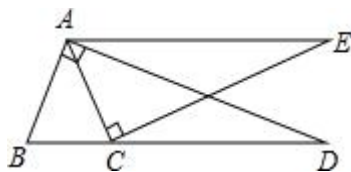
18. (5分) (2015•陕西) 某校为了了解本校九年级女生体育测试项目“仰卧起坐”的训练情况, 让体育老师随机抽查了该年级若干名女生, 并严格地对她们进行了1分钟“仰卧起坐”测试, 同时统计了每个人做的个数 (假设这个个数为 x), 现在我们将这些同学的测试结果分为四个等级: 优秀 ($x \geq 44$)、良好 ($36 \leq x \leq 43$)、及格 ($25 \leq x \leq 35$) 和不及格 ($x \leq 24$), 并将统计结果绘制成如下两幅不完整的统计图.



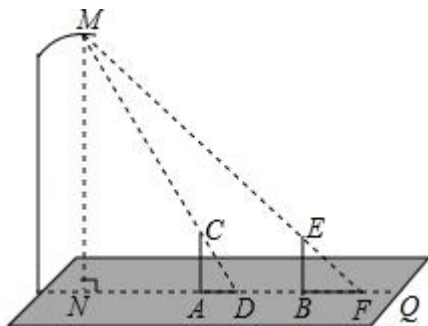
根据以上信息, 解答下列问题:

- (1) 补全上面的条形统计图和扇形统计图;
- (2) 被测试女生1分钟“仰卧起坐”个数的中位数落在_____等级;
- (3) 若该年级有650名女生, 请你估计该年级女生中1分钟“仰卧起坐”个数达到优秀的人数.

19. (7分) (2015•陕西) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 作 $AD \perp AB$ 交BC的延长线于点D, 作 $AE \parallel BD$, $CE \perp AC$, 且AE, CE相交于点E, 求证: $AD=CE$.



20. (7分) (2015•陕西) 晚饭后, 小聪和小军在社区广场散步, 小聪问小军: “你有多高?” 小军一时语塞. 小聪思考片刻, 提议用广场照明灯下的影长及地砖长来测量小军的身高. 于是, 两人在灯下沿直线NQ移动, 如图, 当小聪正好站在广场的A点 (距N点5块地砖长) 时, 其影长AD恰好为1块地砖长; 当小军正好站在广场的B点 (距N点9块地砖长) 时, 其影长BF恰好为2块地砖长. 已知广场地面由边长为0.8米的正方形地砖铺成, 小聪的身高AC为1.6米, $MN \perp NQ$, $AC \perp NQ$, $BE \perp NQ$. 请你根据以上信息, 求出小军身高BE的长. (结果精确到0.01米)



21. (7分) (2015•陕西) 胡老师计划组织朋友暑假去革命圣地延安两日游, 经了解, 现有甲、乙两家旅行社比较合适, 报价均为每人 640 元, 且提供的服务完全相同, 针对组团两日游的游客, 甲旅行社表示, 每人都按八五折收费; 乙旅行社表示, 若人数不超过 20 人, 每人都按九折收费, 超过 20 人, 则超出部分每人按七五折收费, 假设组团参加甲、乙两家旅行社两日游的人数均为 x 人.

- (1) 请分别写出甲、乙两家旅行社收取组团两日游的总费用 y (元) 与 x (人) 之间的函数关系式;
- (2) 若胡老师组团参加两日游的人数共有 32 人, 请你计算, 在甲、乙两家旅行社中, 帮助胡老师选择收取总费用较少的一家.

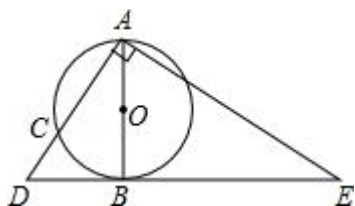
22. (7分) (2015•陕西) 某中学要在全校学生中举办“中国梦•我的梦”主题演讲比赛, 要求每班选一名代表参赛. 九年级 (1) 班经过投票初选, 小亮和小丽票数并列班级第一, 现在他们都想代表本班参赛. 经班长与他们协商决定, 用他们学过的掷骰子游戏来确定谁去参赛 (胜者参赛).

规则如下: 两人同时随机各掷一枚完全相同且质地均匀的骰子一次, 向上一面的点数都是奇数, 则小亮胜; 向上一面的点数都是偶数, 则小丽胜; 否则, 视为平局, 若为平局, 继续上述游戏, 直至分出胜负为止. 如果小亮和小丽按上述规则各掷一次骰子, 那么请你解答下列问题:

- (1) 小亮掷得向上一面的点数为奇数的概率是多少?
- (2) 该游戏是否公平? 请用列表或树状图等方法说明理由. (骰子: 六个面上分别刻有 1, 2, 3, 4, 5, 6 个小圆点的小正方体)

23. (8分) (2015•陕西) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, AC 是 $\odot O$ 的弦, 过点 B 作 $\odot O$ 的切线 DE , 与 AC 的延长线交于点 D , 作 $AE \perp AC$ 交 DE 于点 E .

- (1) 求证: $\angle BAD = \angle E$;
- (2) 若 $\odot O$ 的半径为 5, $AC = 8$, 求 BE 的长.

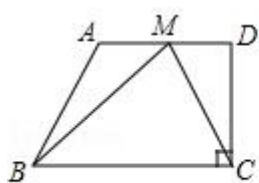


24. (10分) (2015•陕西) 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = x^2 + 5x + 4$ 的顶点为 M , 与 x 轴交于 A , B 两点, 与 y 轴交于 C 点.

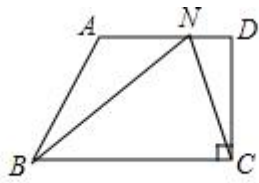
- (1) 求点 A , B , C 的坐标;
- (2) 求抛物线 $y = x^2 + 5x + 4$ 关于坐标原点 O 对称的抛物线的函数表达式;
- (3) 设 (2) 中所求抛物线的顶点为 M' , 与 x 轴交于 A' , B' 两点, 与 y 轴交于 C' 点, 在以 A , B , C , M , A' , B' , C' , M' 这八个点中的四个点为顶点的平行四边形中, 求其中一个不是菱形的平行四边形的面积.

25. (12分) (2015•陕西) 如图, 在每一个四边形 $ABCD$ 中, 均有 $AD \parallel BC$, $CD \perp BC$, $\angle ABC = 60^\circ$, $AD = 8$, $BC = 12$.

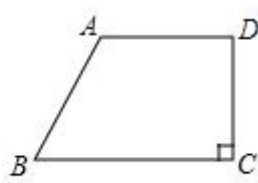
- (1) 如图①，点 M 是四边形 ABCD 边 AD 上的一点，则 $\triangle BMC$ 的面积为_____；
- (2) 如图②，点 N 是四边形 ABCD 边 AD 上的任意一点，请你求出 $\triangle BNC$ 周长的最小值；
- (3) 如图③，在四边形 ABCD 的边 AD 上，是否存在一点 P，使得 $\cos \angle BPC$ 的值最小？若存在，求出此时 $\cos \angle BPC$ 的值；若不存在，请说明理由.



图①



图②



图③

2015 年陕西省中考数学试卷
参考答案与试题解析

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，计 30 分，每小题只有一个选项是符合题意的）

1. (3 分) (2015•陕西) 计算： $(-\frac{2}{3})^0 =$ ()

- A. 1 B. $-\frac{3}{2}$ C. 0 D. $\frac{2}{3}$

考点：零指数幂.

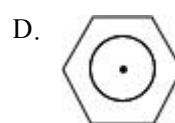
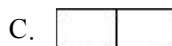
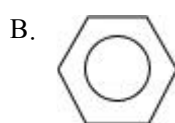
分析：根据零指数幂： $a^0=1$ ($a \neq 0$)，求出 $(-\frac{2}{3})^0$ 的值是多少即可.

解答：解： $(-\frac{2}{3})^0=1$.

故选：A.

点评：此题主要考查了零指数幂的运算，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：① $a^0=1$ ($a \neq 0$)；② $0^0 \neq 1$.

2. (3 分) (2015•陕西) 如图是一个螺母的示意图，它的俯视图是 ()



考点：简单组合体的三视图.

分析：根据从上面看得到的图形是俯视图，可得答案.

解答：解：从上面看外面是一个正六边形，里面是一个没有圆心的圆，
故选：B.

点评：本题考查了简单组合体的三视图，从上面看得到的图形是俯视图.

3. (3 分) (2015•陕西) 下列计算正确的是 ()

- A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ B. $(-2ab)^2 = 4a^2b^2$
C. $(a^2)^3 = a^5$ D. $3a^2b^2 \div a^2b^2 = 3ab$

考点：整式的除法；同底数幂的乘法；幂的乘方与积的乘方.

分析：根据同底数幂的乘法、积的乘方、幂的乘方、整式的除法，即可解答.

解答：解：A、 $a^2 \cdot a^3 = a^5$ ，故正确；

B、正确；

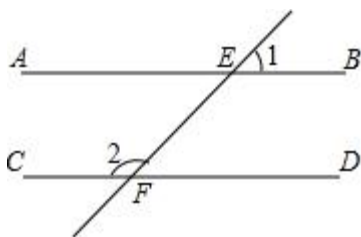
C、 $(a^2)^3 = a^6$ ，故错误；

D、 $3a^2b^2 \div a^2b^2 = 3$ ，故错误；

故选：B.

点评：本题考查了同底数幂的乘法、积的乘方、幂的乘方、整式的除法，解决本题的关键是熟记同底数幂的乘法、积的乘方、幂的乘方、整式的除法的法则.

4. (3分) (2015•陕西) 如图, $AB \parallel CD$, 直线 EF 分别交直线 AB , CD 于点 E , F . 若 $\angle 1 = 46^\circ 30'$, 则 $\angle 2$ 的度数为 ()



- A. $43^\circ 30'$ B. $53^\circ 30'$ C. $133^\circ 30'$ D. $153^\circ 30'$

考点: 平行线的性质.

分析: 先根据平行线的性质求出 $\angle EFD$ 的度数, 再根据补角的定义即可得出结论.

解答: 解: $\because AB \parallel CD$, $\angle 1 = 46^\circ 30'$,
 $\therefore \angle EFD = \angle 1 = 46^\circ 30'$,
 $\therefore \angle 2 = 180^\circ - 46^\circ 30' = 133^\circ 30'$.
故选 C.

点评: 本题考查的是平行线的性质, 用到的知识点为: 两线平行, 同位角相等.

5. (3分) (2015•陕西) 设正比例函数 $y = mx$ 的图象经过点 $A(m, 4)$, 且 y 的值随 x 值的增大而减小, 则 $m =$ ()

- A. 2 B. -2 C. 4 D. -4

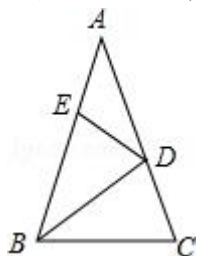
考点: 正比例函数的性质.

分析: 直接根据正比例函数的性质和待定系数法求解即可.

解答: 解: 把 $x = m$, $y = 4$ 代入 $y = mx$ 中,
可得: $m = \pm 2$,
因为 y 的值随 x 值的增大而减小,
所以 $m = -2$,
故选 B.

点评: 本题考查了正比例函数的性质: 正比例函数 $y = kx$ ($k \neq 0$) 的图象为直线, 当 $k > 0$, 图象经过第一、三象限, y 值随 x 的增大而增大; 当 $k < 0$, 图象经过第二、四象限, y 值随 x 的增大而减小.

6. (3分) (2015•陕西) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 36^\circ$, $AB = AC$, BD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线. 若在边 AB 上截取 $BE = BC$, 连接 DE , 则图中等腰三角形共有 ()

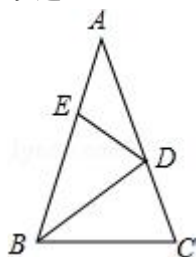


- A. 2个 B. 3个 C. 4个 D. 5个

考点: 等腰三角形的判定与性质.

分析: 根据已知条件分别求出图中三角形的内角度数, 再根据等腰三角形的判定即可找出图中的等腰三角形.

解答：解：∵ $AB=AC$ ，
 ∴ $\triangle ABC$ 是等腰三角形；
 ∵ $AB=AC$ ， $\angle A=36^\circ$ ，
 ∴ $\angle ABC=\angle C=72^\circ$ ，
 ∵ BD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，
 ∴ $\angle ABD=\angle DBC=\frac{1}{2}\angle ABC=36^\circ$ ，
 ∴ $\angle A=\angle ABD=36^\circ$ ，
 ∴ $BD=AD$ ，
 ∴ $\triangle ABD$ 是等腰三角形；
 在 $\triangle BCD$ 中，∵ $\angle BDC=180^\circ-\angle DBC-\angle C=180^\circ-36^\circ-72^\circ=72^\circ$ ，
 ∴ $\angle C=\angle BDC=72^\circ$ ，
 ∴ $BD=BC$ ，
 ∴ $\triangle BCD$ 是等腰三角形；
 ∵ $BE=BC$ ，
 ∴ $BD=BE$ ，
 ∴ $\triangle BDE$ 是等腰三角形；
 ∴ $\angle BED=(180^\circ-36^\circ)\div 2=72^\circ$ ，
 ∴ $\angle ADE=\angle BED-\angle A=72^\circ-36^\circ=36^\circ$ ，
 ∴ $\angle A=\angle ADE$ ，
 ∴ $DE=AE$ ，
 ∴ $\triangle ADE$ 是等腰三角形；
 ∴ 图中的等腰三角形有 5 个。
 故选 D.



点评：此题考查了等腰三角形的判定，用到的知识点是等腰三角形的判定、三角形内角和定理、三角形外角的性质、三角形的角平分线定义等，解题时要找出所有的等腰三角形，不要遗漏。

7. (3 分) (2015•陕西) 不等式组 $\begin{cases} \frac{1}{2}x+1 \geq -3 \\ x-2(x-3) > 0 \end{cases}$ 的最大整数解为 ()
- A. 8 B. 6 C. 5 D. 4

考点：一元一次不等式组的整数解.

分析：先求出各个不等式的解集，再求出不等式组的解集，最后求出答案即可.

解答：解： $\begin{cases} \frac{1}{2}x+1 \geq -3 \text{ ①} \\ x-2(x-3) > 0 \text{ ②} \end{cases}$

∵ 解不等式①得： $x \geq -8$ ，

解不等式②得： $x < 6$ ，

∴ 不等式组的解集为 $-8 \leq x < 6$ ，

∴ 不等式组的最大整数解为 5,

故选 C.

点评: 本题考查了解一元一次不等式组, 不等式组的整数解的应用, 解此题的关键是能根据不等式的解集求出不等式组的解集, 难度适中.

8. (3 分) (2015•陕西) 在平面直角坐标系中, 将直线 $l_1: y = -2x - 2$ 平移后, 得到直线 $l_2: y = -2x + 4$, 则下列平移作法正确的是 ()

A. 将 l_1 向右平移 3 个单位长度

B. 将 l_1 向右平移 6 个单位长度

C. 将 l_1 向上平移 2 个单位长度

D. 将 l_1 向上平移 4 个单位长度

考点: 一次函数图象与几何变换.

分析: 利用一次函数图象的平移规律, 左加右减, 上加下减, 得出即可.

解答: 解: ∵ 将直线 $l_1: y = -2x - 2$ 平移后, 得到直线 $l_2: y = -2x + 4$,

$$\therefore -2(x+a) - 2 = -2x + 4,$$

解得: $a = -3$,

故将 l_1 向右平移 3 个单位长度.

故选: A.

点评: 此题主要考查了一次函数图象与几何变换, 正确把握变换规律是解题关键.

9. (3 分) (2015•陕西) 在 $\square ABCD$ 中, $AB = 10$, $BC = 14$, E, F 分别为边 BC, AD 上的点, 若四边形 AECF 为正方形, 则 AE 的长为 ()

A. 7

B. 4 或 10

C. 5 或 9

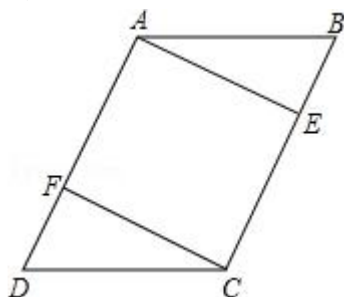
D. 6 或 8

考点: 平行四边形的性质; 勾股定理; 正方形的性质.

专题: 分类讨论.

分析: 设 AE 的长为 x, 根据正方形的性质可得 $BE = 14 - x$, 根据勾股定理得到关于 x 的方程, 解方程即可得到 AE 的长.

解答: 解: 如图:



设 AE 的长为 x, 根据正方形的性质可得 $BE = 14 - x$,
在 $\triangle ABE$ 中, 根据勾股定理可得 $x^2 + (14 - x)^2 = 10^2$,
解得 $x_1 = 6$, $x_2 = 8$.

故 AE 的长为 6 或 8.

故选: D.

点评: 考查了平行四边形的性质, 正方形的性质, 勾股定理, 关键是根据勾股定理得到关于 AE 的方程.

10. (3 分) (2015•陕西) 下列关于二次函数 $y = ax^2 - 2ax + 1$ ($a > 1$) 的图象与 x 轴交点的判断, 正确的是 ()

A. 没有交点

B. 只有一个交点, 且它位于 y 轴右侧

C. 有两个交点, 且它们均位于 y 轴左侧

D. 有两个交点, 且它们均位于 y 轴右侧

考点: 抛物线与 x 轴的交点.

分析: 根据函数值为零, 可得相应的方程, 根据根的判别式, 公式法求方程的根, 可得答案.

解答: 解: 当 $y=0$ 时, $ax^2 - 2ax + 1 = 0$,

$$\because a > 1$$

$$\therefore \Delta = (-2a)^2 - 4a = 4a(a-1) > 0,$$

$ax^2 - 2ax + 1 = 0$ 有两个根, 函数与 x 轴有两个交点,

$$x = \frac{2a - \sqrt{4a(a-1)}}{2a} > 0,$$

故选: D.

点评: 本题考查了抛物线与 x 轴的交点, 利用了函数与方程的关系, 方程的求根公式.

二、填空题 (共 5 小题, 每小题 3 分, 计 12 分, 其中 12、13 题为选做题, 任选一题作答)

11. (3 分) (2015•陕西) 将实数 $\sqrt{5}$, π , 0, -6 由小到大用“ $<$ ”号连起来, 可表示为 $-6 < 0 < \sqrt{5} < \pi$.

考点: 实数大小比较.

分析: 正实数都大于 0, 负实数都小于 0, 正实数大于一切负实数, 两个负实数绝对值大的反而小, 据此判断即可.

解答: 解: $\sqrt{5} \approx 2.236$, $\pi \approx 3.14$,

$$\therefore -6 < 0 < 2.236 < 3.14,$$

$$\therefore -6 < 0 < \sqrt{5} < \pi.$$

故答案为: $-6 < 0 < \sqrt{5} < \pi$.

点评: 此题主要考查了实数大小比较的方法, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确: 正实数 $> 0 >$ 负实数, 两个负实数绝对值大的反而小.

12. (3 分) (2015•陕西) 正八边形一个内角的度数为 135° .

考点: 多边形内角与外角.

分析: 首先根据多边形内角和定理: $(n-2) \cdot 180^\circ$ ($n \geq 3$ 且 n 为正整数) 求出内角和, 然后再计算一个内角的度数.

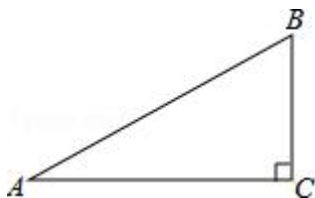
解答: 解: 正八边形的内角和为: $(8-2) \times 180^\circ = 1080^\circ$,

$$\text{每一个内角的度数为 } \frac{1}{8} \times 1080^\circ = 135^\circ.$$

故答案为: 135° .

点评: 此题主要考查了多边形内角和定理, 关键是熟练掌握计算公式: $(n-2) \cdot 180^\circ$ ($n \geq 3$ 且 n 为整数).

13. (2015•陕西) 如图, 有一滑梯 AB, 其水平宽度 AC 为 5.3 米, 铅直高度 BC 为 2.8 米, 则 $\angle A$ 的度数约为 27.8° (用科学计算器计算, 结果精确到 0.1°).



考点：解直角三角形的应用-坡度坡角问题.

分析：直接利用坡度的定义求得坡角的度数即可.

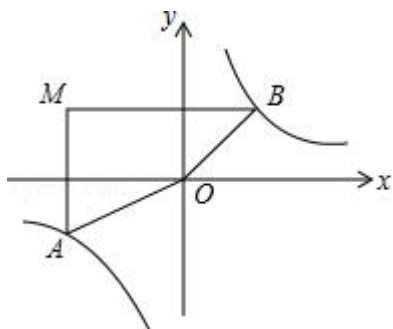
解答：解： $\because \tan \angle A = \frac{BC}{AC} = \frac{2.8}{5.3} \approx 0.5283$,

$\therefore \angle A = 27.8^\circ$,

故答案为： 27.8° .

点评： 本题考查了坡度坡角的知识，解题时注意坡角的正切值等于铅直高度与水平宽度的比值，难度不大.

14. (3 分) (2015•陕西) 如图，在平面直角坐标系中，过点 $M(-3, 2)$ 分别作 x 轴、 y 轴的垂线与反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ 的图象交于 A, B 两点，则四边形 $MAOB$ 的面积为 10.



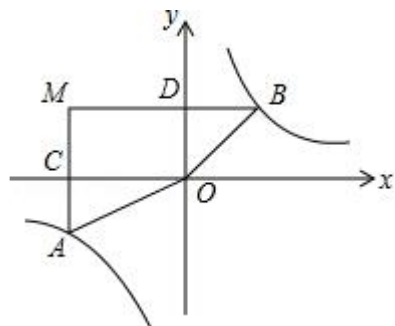
考点：反比例函数系数 k 的几何意义.

分析： 设点 A 的坐标为 (a, b) ，点 B 的坐标为 (c, d) ，根据反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ 的图象过 A, B 两点，所

以 $ab=4$ ， $cd=4$ ，进而得到 $S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2}|ab|=2$ ， $S_{\triangle BOD} = \frac{1}{2}|cd|=2$ ，

$S_{\text{矩形 MCDO}} = 3 \times 2 = 6$ ，根据四边形 $MAOB$ 的面积 $= S_{\triangle AOC} + S_{\triangle BOD} + S_{\text{矩形 MCDO}}$ ，即可解答.

解答： 解：如图，



设点 A 的坐标为 (a, b) ，点 B 的坐标为 (c, d) ，

$\because$ 反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ 的图象过 A, B 两点，

$\therefore ab=4$ ， $cd=4$ ，

$$\therefore S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2}|ab| = 2, \quad S_{\triangle BOD} = \frac{1}{2}|cd| = 2,$$

$$\therefore \text{点 } M(-3, 2),$$

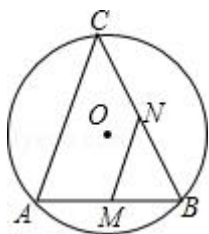
$$\therefore S_{\text{矩形 } MCDO} = 3 \times 2 = 6,$$

$$\therefore \text{四边形 } MAOB \text{ 的面积} = S_{\triangle AOC} + S_{\triangle BOD} + S_{\text{矩形 } MCDO} = 2 + 2 + 6 = 10,$$

故答案为：10.

点评： 本题主要考查反比例函数的对称性和 k 的几何意义，根据条件得出 $S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2}|ab| = 2$ ， $S_{\triangle BOD} = \frac{1}{2}|cd| = 2$ 是解题的关键，注意 k 的几何意义的应用.

15. (3分) (2015•陕西) 如图， AB 是 $\odot O$ 的弦， $AB=6$ ，点 C 是 $\odot O$ 上的一个动点，且 $\angle ACB=45^\circ$. 若点 M ， N 分别是 AB ， BC 的中点，则 MN 长的最大值是 $3\sqrt{2}$.



考点： 三角形中位线定理；等腰直角三角形；圆周角定理.

分析： 根据中位线定理得到 MN 的最大时， AC 最大，当 AC 最大时是直径，从而求得直径后就可以求得最大值.

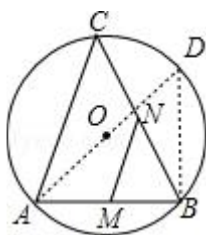
解答： 解： $\because$ 点 M ， N 分别是 AB ， BC 的中点，

$$\therefore MN = \frac{1}{2}AC,$$

$\therefore$ 当 AC 取得最大值时， MN 就取得最大值，

当 AC 是直径时，最大，

如图，



$$\because \angle ACB = \angle D = 45^\circ, \quad AB = 6,$$

$$\therefore AD = 6\sqrt{2},$$

$$\therefore MN = \frac{1}{2}AD = 3\sqrt{2}$$

故答案为： $3\sqrt{2}$.

点评： 本题考查了三角形的中位线定理、等腰直角三角形的性质及圆周角定理，解题的关键是了解什么时候 MN 的值最大，难度不大.

三、解答题 (共 11 小题，计 78 分，解答时写出过程)

16. (5分) (2015•陕西) 计算： $\sqrt{3} \times (-\sqrt{6}) + |-2\sqrt{2}| + \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$.

考点：二次根式的混合运算；负整数指数幂.

专题：计算题.

分析：根据二次根式的乘法法则和负整数指数幂的意义得到原式 $= -\sqrt{3 \times 6} + 2\sqrt{2} + 8$ ，然后化简后合并即可.

解答：解：原式 $= -\sqrt{3 \times 6} + 2\sqrt{2} + 8$
 $= -3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 8$
 $= 8 - \sqrt{2}.$

点评：本题考查了二次根式的计算：先把各二次根式化为最简二次根式，再进行二次根式的乘除运算，然后合并同类二次根式. 也考查了负整数指数幂.

17. (5 分) (2015•陕西) 解分式方程： $\frac{x-2}{x+3} - \frac{3}{x-3} = 1.$

考点：解分式方程.

专题：计算题.

分析：分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可得到分式方程的解.

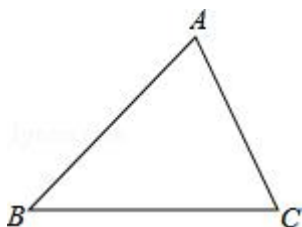
解答：解：去分母得： $x^2 - 5x + 6 - 3x - 9 = x^2 - 9$,

解得： $x = \frac{3}{4}$,

经检验 $x = \frac{3}{4}$ 是分式方程的解.

点评：此题考查了解分式方程，解分式方程的基本思想是“转化思想”，把分式方程转化为整式方程求解. 解分式方程一定要注意要验根.

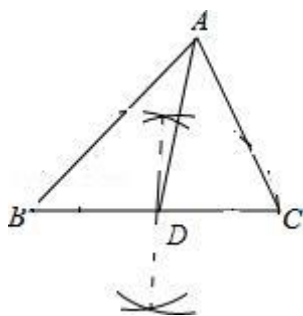
18. (5 分) (2015•陕西) 如图，已知 $\triangle ABC$ ，请用尺规过点 A 作一条直线，使其将 $\triangle ABC$ 分成面积相等的两部分. (保留作图痕迹，不写作法)



考点：作图—复杂作图.

分析：作 BC 边上的中线，即可把 $\triangle ABC$ 分成面积相等的两部分.

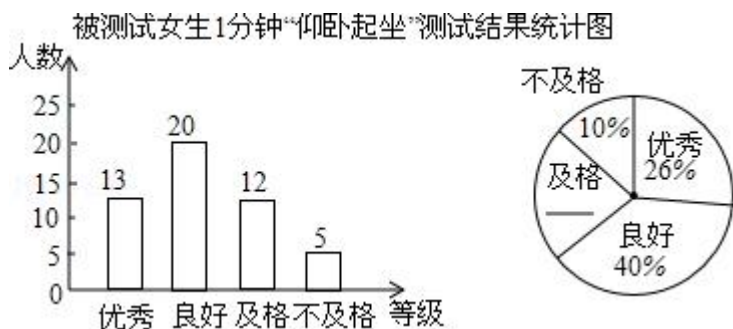
解答：



解：如图，直线 AD 即为所求：

点评：此题主要考查三角形中线的作法，同时要掌握若两个三角形等底等高，则它们的面积相等.

19. (5分) (2015·陕西) 某校为了了解本校九年级女生体育测试项目“仰卧起坐”的训练情况, 让体育老师随机抽查了该年级若干名女生, 并严格地对她们进行了1分钟“仰卧起坐”测试, 同时统计了每个人做的个数(假设这个个数为 x), 现在我们将这些同学的测试结果分为四个等级: 优秀 ($x \geq 44$)、良好 ($36 \leq x \leq 43$)、及格 ($25 \leq x \leq 35$) 和不及格 ($x \leq 24$), 并将统计结果绘制成如下两幅不完整的统计图.



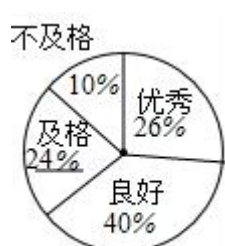
根据以上信息, 解答下列问题:

- (1) 补全上面的条形统计图和扇形统计图;
- (2) 被测试女生1分钟“仰卧起坐”个数的中位数落在良好等级;
- (3) 若该年级有650名女生, 请你估计该年级女生中1分钟“仰卧起坐”个数达到优秀的人数.

考点: 条形统计图; 用样本估计总体; 扇形统计图.

分析: (1) 根据各个等级的百分比得出答案即可;
 (2) 根据中位数的定义知道中位数是第25和26个数的平均数, 由此即可得出答案;
 (3) 首先根据扇形图得出优秀人数占的百分比, 条形统计图可以求出平均数的最小值, 然后即可求出答案.

解答:



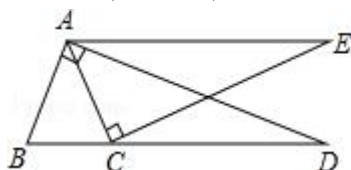
解: (1) ;

(2) $\because 13+20+12+5=50$,
 $50 \div 2 = 25$, $25+1=26$,
 $\therefore$ 中位数落在良好等级,
 故答案为: 良好;

(3) $650 \times 26\% = 169$ (人),
 即该年级女生中1分钟“仰卧起坐”个数达到优秀的人数是169.

点评: 本题难度中等, 主要考查统计图表的识别; 解本题要懂得频率分布直分图的意义. 同时考查了平均数和中位数的定义.

20. (7分) (2015·陕西) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 作 $AD \perp AB$ 交 BC 的延长线于点 D , 作 $AE \parallel BD$, $CE \perp AC$, 且 AE , CE 相交于点 E , 求证: $AD=CE$.



考点：全等三角形的判定与性质.

专题：证明题.

分析：根据平行线的性质得出 $\angle EAC = \angle ACB$ ，再利用 ASA 证出 $\triangle ABD \cong \triangle CAE$ ，从而得出 $AD = CE$.

解答：证明： $\because AE \parallel BD$,

$$\therefore \angle EAC = \angle ACB,$$

$$\because AB = AC,$$

$$\therefore \angle B = \angle ACB,$$

$$\therefore \angle B = \angle EAC,$$

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle CAE$ 中,

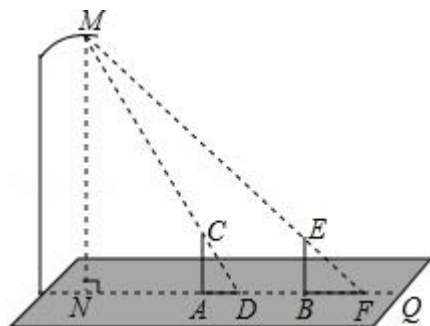
$$\begin{cases} \angle B = \angle EAC \\ AB = AC \\ \angle BAD = \angle ACE \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CAE,$$

$$\therefore AD = CE.$$

点评：此题考查了全等三角形的判定与性质，用到的知识点是全等三角形的判定与性质、平行线的性质，关键是利用 ASA 证出 $\triangle ABD \cong \triangle CAE$.

21. (7 分) (2015·陕西) 晚饭后，小聪和小军在社区广场散步，小聪问小军：“你有多高？”小军一时语塞. 小聪思考片刻，提议用广场照明灯下的影长及地砖长来测量小军的身高. 于是，两人在灯下沿直线 NQ 移动，如图，当小聪正好站在广场的 A 点（距 N 点 5 块地砖长）时，其影长 AD 恰好为 1 块地砖长；当小军正好站在广场的 B 点（距 N 点 9 块地砖长）时，其影长 BF 恰好为 2 块地砖长. 已知广场地面由边长为 0.8 米的正方形地砖铺成，小聪的身高 AC 为 1.6 米， $MN \perp NQ$ ， $AC \perp NQ$ ， $BE \perp NQ$. 请你根据以上信息，求出小军身高 BE 的长. (结果精确到 0.01 米)



考点：相似三角形的应用.

分析：先证明 $\triangle CAD \sim \triangle MND$ ，利用相似三角形的性质求得 $MN = 9.6$ ，再证明 $\triangle EFB \sim \triangle MFN$ ，即可解答.

解答：解：由题意得： $\angle CAD = \angle MND = 90^\circ$ ， $\angle CDA = \angle MDN$,

$$\therefore \triangle CAD \sim \triangle MND,$$

$$\therefore \frac{CA}{MN} = \frac{AD}{ND},$$

$$\therefore \frac{1.6}{MN} = \frac{1 \times 0.8}{(5+1) \times 0.8},$$

$$\therefore MN = 9.6,$$

$$\text{又} \because \angle EBF = \angle MNF = 90^\circ,$$

$$\angle EFB = \angle MFN,$$

$$\therefore \triangle EFB \sim \triangle MFN,$$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{EB}{MN} &= \frac{BF}{NF}, \\ \therefore \frac{EB}{9.6} &= \frac{2 \times 0.8}{(2+9) \times 0.8} \\ \therefore EB &\approx 1.75, \\ \therefore \text{小军身高约为 } 1.75 \text{ 米}.\end{aligned}$$

点评： 本题考查的是相似三角形的判定及性质，解答此题的关键是相似三角形的判定.

22. (7 分) (2015•陕西) 胡老师计划组织朋友暑假去革命圣地延安两日游，经了解，现有甲、乙两家旅行社比较合适，报价均为每人 640 元，且提供的服务完全相同，针对组团两日游的游客，甲旅行社表示，每人都按八五折收费；乙旅行社表示，若人数不超过 20 人，每人都按九折收费，超过 20 人，则超出部分每人按七五折收费，假设组团参加甲、乙两家旅行社两日游的人数均为 x 人.

(1) 请分别写出甲、乙两家旅行社收取组团两日游的总费用 y (元) 与 x (人) 之间的函数关系式;

(2) 若胡老师组团参加两日游的人数共有 32 人，请你计算，在甲、乙两家旅行社中，帮助胡老师选择收取总费用较少的一家.

考点： 一次函数的应用.

专题： 应用题.

分析： (1) 根据总费用等于人数乘以打折后的单价，易得 $y_{\text{甲}}=640 \times 0.85x$ ，对于乙两家旅行社的总费用，分类讨论：当 $0 \leq x \leq 20$ 时， $y_{\text{乙}}=640 \times 0.9x$ ；当 $x > 20$ 时， $y_{\text{乙}}=640 \times 0.9 \times 20 + 640 \times 0.75(x - 20)$ ；
(2) 把 $x=32$ 分别代入 (1) 中对应得函数关系计算 $y_{\text{甲}}$ 和 $y_{\text{乙}}$ 的值，然后比较大小即可.

解答： 解：(1) 甲两家旅行社的总费用： $y_{\text{甲}}=640 \times 0.85x=544x$ ；
乙两家旅行社的总费用：当 $0 \leq x \leq 20$ 时， $y_{\text{乙}}=640 \times 0.9x=576x$ ；当 $x > 20$ 时， $y_{\text{乙}}=640 \times 0.9 \times 20 + 640 \times 0.75(x - 20)=480x + 1920$ ；
(2) 当 $x=32$ 时， $y_{\text{甲}}=544 \times 32=17408$ (元)， $y_{\text{乙}}=480 \times 32 + 1920=17280$ ，
因为 $y_{\text{甲}} > y_{\text{乙}}$ ，
所以胡老师选择乙旅行社.

点评： 本题考查了一次函数的应用：利用实际问题中的数量关系建立一次函数关系，特别对乙旅行社的总费用要采用分段函数解决问题.

23. (7 分) (2015•陕西) 某中学要在全校学生中举办“中国梦•我的梦”主题演讲比赛，要求每班选一名代表参赛. 九年级 (1) 班经过投票初选，小亮和小丽票数并列班级第一，现在他们都想代表本班参赛. 经班长与他们协商决定，用他们学过的掷骰子游戏来确定谁去参赛 (胜者参赛).

规则如下：两人同时随机各掷一枚完全相同且质地均匀的骰子一次，向上一面的点数都是奇数，则小亮胜；向上一面的点数都是偶数，则小丽胜；否则，视为平局，若为平局，继续上述游戏，直至分出胜负为止. 如果小亮和小丽按上述规则各掷一次骰子，那么请你解答下列问题：

(1) 小亮掷得向上一面的点数为奇数的概率是多少？

(2) 该游戏是否公平？请用列表或树状图等方法说明理由. (骰子：六个面上分别刻有 1, 2, 3, 4, 5, 6 个小圆点的小正方体)

考点： 游戏公平性；列表法与树状图法.

分析： (1) 首先判断出向上一面的点数为奇数有 3 种情况，然后根据概率公式，求出小亮掷得向上一面的点数为奇数的概率是多少即可.

(2) 首先应用列表法，列举出所有可能的结果，然后分别判断出小亮、小丽获胜的概率是多少，再比较它们的大小，判断出该游戏是否公平即可.

解答： 解：(1) $\because$ 向上一面的点数为奇数有 3 种情况，

∴小亮掷得向上一面的点数为奇数的概率是： $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$.

(2) 填表如下：

	1	2	3	4	5	6
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

由上表可知，一共有 36 种等可能的结果，其中小亮、小丽获胜各有 9 种结果.

$$\therefore P(\text{小亮胜}) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}, \quad P(\text{小丽胜}) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4},$$

∴游戏是公平的.

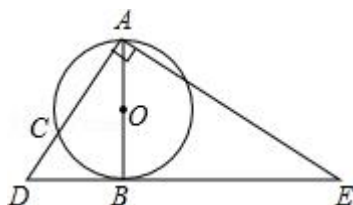
点评： (1) 此题主要考查了判断游戏公平性问题，要熟练掌握，首先计算每个事件的概率，然后比较概率的大小，概率相等就公平，否则就不公平.

(2) 此题主要考查了列举法（树形图法）求概率问题，解答此类问题的关键在于列举出所有可能的结果，列表法是一种，但当一个事件涉及三个或更多元素时，为不重不漏地列出所有可能的结果，通常采用树形图.

24. (8 分) (2015•陕西) 如图，AB 是⊙O 的直径，AC 是⊙O 的弦，过点 B 作⊙O 的切线 DE，与 AC 的延长线交于点 D，作 AE⊥AC 交 DE 于点 E.

(1) 求证：∠BAD=∠E;

(2) 若⊙O 的半径为 5，AC=8，求 BE 的长.



考点： 切线的性质；勾股定理；相似三角形的判定与性质.

分析： (1) 根据切线的性质，和等角的余角相等证明即可；

(2) 根据勾股定理和相似三角形进行解答即可.

解答： (1) 证明：∵AB 是⊙O 的直径，AC 是⊙O 的弦，过点 B 作⊙O 的切线 DE，

$$\therefore \angle ABE=90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE+\angle E=90^\circ,$$

$$\therefore \angle DAE=90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD+\angle BAE=90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD=\angle E;$$

(2) 解：连接 BC，如图：

解得: $\begin{cases} a=-1 \\ b=5 \end{cases}$,

$\therefore y = -x^2 + 5x - 4$.

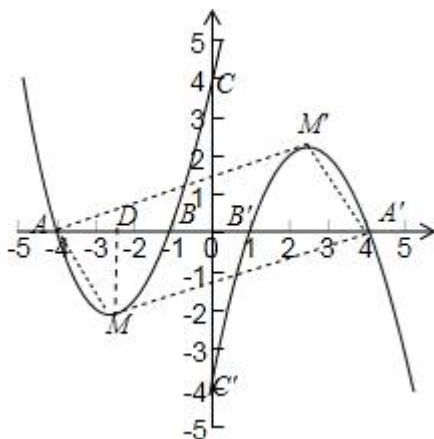
(3) 如图, 取四点 A, M, A', M', 连接 AM, MA', A'M', M'A, MM', 由中心对称性可知, MM' 过点 O, OA=OA', OM=OM',

$\therefore$ 四边形 AMA'M' 为平行四边形,

又知 AA' 与 MM' 不垂直,

$\therefore$ 平行四边形 AMA'M' 不是菱形,

过点 M 作 MD $\perp$ x 轴于点 D,



$\therefore y = x^2 + 5x + 4 = \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}$,

$\therefore M\left(-\frac{5}{2}, -\frac{9}{4}\right)$,

又 $\because A(-4, 0), A'(4, 0)$

$\therefore AA' = 8, MD = \frac{9}{4}$

$\therefore S_{\text{平行四边形} AMA'M'} = 2S_{\triangle AMA'} = 2 \times \frac{1}{2} \times 8 \times \frac{9}{4} = 18$

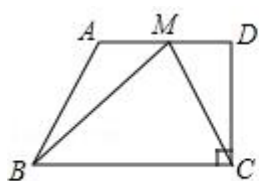
点评: 本题考查了二次函数的性质与图象、中心对称、平行四边形的判定、菱形的判定, 综合性较强, 解决本题的关键是根据中心对称, 求出抛物线的解析式, 在 (3) 中注意菱形的判定与数形结合思想的应用.

26. (12 分) (2015•陕西) 如图, 在每一个四边形 ABCD 中, 均有 AD $\parallel$ BC, CD $\perp$ BC, $\angle ABC = 60^\circ$, AD=8, BC=12.

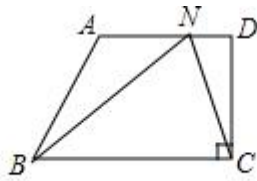
(1) 如图①, 点 M 是四边形 ABCD 边 AD 上的一点, 则 $\triangle BMC$ 的面积为 $24\sqrt{3}$;

(2) 如图②, 点 N 是四边形 ABCD 边 AD 上的任意一点, 请你求出 $\triangle BNC$ 周长的最小值;

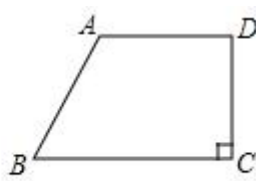
(3) 如图③, 在四边形 ABCD 的边 AD 上, 是否存在一点 P, 使得 $\cos \angle BPC$ 的值最小? 若存在, 求出此时 $\cos \angle BPC$ 的值; 若不存在, 请说明理由.



图①



图②



图③

考点：四边形综合题.

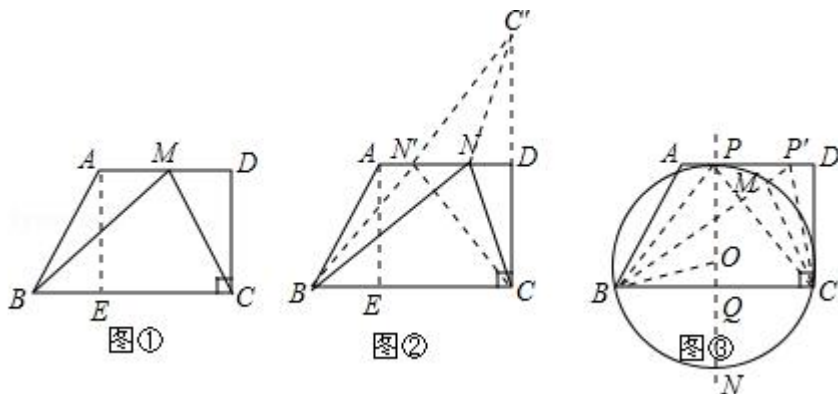
专题：综合题.

分析：(1) 如图①，过 A 作 $AE \perp BC$ ，可得出四边形 AECF 为矩形，得到 $EC=AD$ ， $BE=BC-EC$ ，在直角三角形 ABE 中，求出 AE 的长，即为三角形 BMC 的高，求出三角形 BMC 面积即可；

(2) 如图②，作点 C 关于直线 AD 的对称点 C' ，连接 $C'N$ ， $C'D$ ， $C'B$ 交 AD 于点 N' ，连接 CN' ，则 $BN+NC=BN+NC' \geq BC'=BN'+CN'$ ，可得出 $\triangle BNC$ 周长的最小值为 $\triangle BN'C$ 的周长 $=BN'+CN'+BC=BC'+BC$ ，求出即可；

(3) 如图③所示，存在点 P，使得 $\cos \angle BPC$ 的值最小，作 BC 的中垂线 PQ 交 BC 于点 Q，交 AD 于点 P，连接 BP，CP，作 $\triangle BPC$ 的外接圆 O，圆 O 与直线 PQ 交于点 N，则 $PB=PC$ ，圆心 O 在 PN 上，根据 AD 与 BC 平行，得到圆 O 与 AD 相切，根据 $PQ=DC$ ，判断得到 PQ 大于 BQ，可得出圆心 O 在 BC 上方，在 AD 上任取一点 P' ，连接 $P'B$ ， $P'C$ ， $P'B$ 交圆 O 于点 M，连接 MC，可得 $\angle BPC = \angle BMC \geq \angle BP'C$ ，即 $\angle BPC$ 最小， $\cos \angle BPC$ 的值最小，连接 OB，求出即可。

解答：解：(1) 如图①，过 A 作 $AE \perp BC$ ，
∴ 四边形 AECD 为矩形，
∴ $EC=AD=8$ ， $BE=BC-EC=12-8=4$ ，
在 $Rt\triangle ABE$ 中， $\angle ABE=60^\circ$ ， $BE=4$ ，
∴ $AB=2BE=8$ ， $AE=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}$ ，
则 $S_{\triangle BMC}=\frac{1}{2}BC \cdot AE=24\sqrt{3}$ ；故答案为： $24\sqrt{3}$ ；



(2) 如图②，作点 C 关于直线 AD 的对称点 C' ，连接 $C'N$ ， $C'D$ ， $C'B$ 交 AD 于点 N' ，连接 CN' ，则 $BN+NC=BN+NC' \geq BC'=BN'+CN'$ ，

∴ $\triangle BNC$ 周长的最小值为 $\triangle BN'C$ 的周长 $=BN'+CN'+BC=BC'+BC$ ，

∵ $AD \parallel BC$ ， $AE \perp BC$ ， $\angle ABC=60^\circ$ ，

∴ 过点 A 作 $AE \perp BC$ ，则 $CE=AD=8$ ，

∴ $BE=4$ ， $AE=BE \cdot \tan 60^\circ = 4\sqrt{3}$ ，

∴ $CC'=2CD=2AE=8\sqrt{3}$ ，

∴ $BC=12$ ，

∴ $BC'=\sqrt{BC^2+CC'^2}=4\sqrt{21}$ ，∴ $\triangle BNC$ 周长的最小值为 $4\sqrt{21}+12$ ；

(3) 如图③所示，存在点 P，使得 $\cos \angle BPC$ 的值最小，

作 BC 的中垂线 PQ 交 BC 于点 Q，交 AD 于点 P，连接 BP，CP，作 $\triangle BPC$ 的外接圆 O，圆 O 与直线 PQ 交于点 N，则 $PB=PC$ ，圆心 O 在 PN 上，

∵ $AD \parallel BC$ ，

∴ 圆 O 与 AD 相切于点 P，

∴ $PQ=DC=4\sqrt{3} > 6$ ，

$\therefore PQ > BQ$,
 $\therefore \angle BPC < 90^\circ$, 圆心 O 在弦 BC 的上方,
 在 AD 上任取一点 P', 连接 P'B, P'C, P'B 交圆 O 于点 M, 连接 MC,
 $\therefore \angle BPC = \angle BMC \geq \angle BP'C$,
 $\therefore \angle BPC$ 最大, $\cos \angle BPC$ 的值最小,
 连接 OB, 则 $\angle BON = 2\angle BPN = \angle BPC$,
 $\therefore OB = OP = 4\sqrt{3} - OQ$,
 在 Rt $\triangle BOQ$ 中, 根据勾股定理得: $OQ^2 + 6^2 = (4\sqrt{3} - OQ)^2$,
 解得: $OQ = \frac{\sqrt{3}}{2}$,
 $\therefore OB = \frac{7\sqrt{3}}{2}$,
 $\therefore \cos \angle BPC = \cos \angle BOQ = \frac{OQ}{OB} = \frac{1}{7}$, 则此时 $\cos \angle BPC$ 的值为 $\frac{1}{7}$.

点评: 此题属于四边形综合题, 涉及的知识有: 勾股定理, 矩形的判定与性质, 对称的性质, 圆的切线的判定与性质, 以及锐角三角函数定义, 熟练掌握定理及性质是解本题的关键.