

陕西省 2013 年中考数学试题 (含答案)

第 I 卷 (选择题 共 30 分)

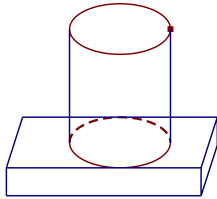
A 卷

一、选择题 (共 10 小题, 每小题 3 分, 计 30 分. 每小题只有一个选项是符合题意的)

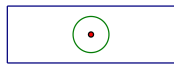
1. 下列四个数中最小的数是 ()

- A. -2 B. 0 C. $-\frac{1}{3}$ D. 5

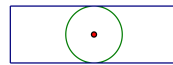
2. 如图, 下面的几何体是由一个圆柱和一个长方体组成的, 则它的俯视图是 ()



(第 2 题图)



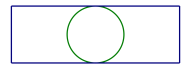
A



B



C



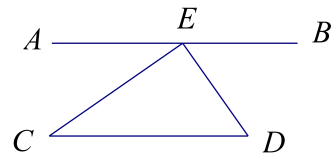
D

3. 如图, $AB \parallel CD$, $\angle CED = 90^\circ$, $\angle AEC = 35^\circ$, 则 $\angle D$ 的大小为 ()

- A. 65° B. 55° C. 45° D. 35°

4. 不等式组 $\begin{cases} x - \frac{1}{2} > 0 \\ 1 - 2x < 3 \end{cases}$ 的解集为 ()

- A. $x > \frac{1}{2}$ B. $x < -1$ C. $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$ D. $x > -\frac{1}{2}$



(第 3 题图)

5. 我省某市五月份第二周连续七天的空气质量指数分别为: 111, 96, 47, 68, 70, 77, 105. 则这七天空气质量指数的平均数是 ()

- A. 71.8 B. 77 C. 82 D. 95.7

6. 如果一个正比例函数的图象经过不同象限的两点 A (2, m)、B (n, 3), 那么一定有 ()

- A. $m > 0, n > 0$ B. $m > 0, n < 0$ C. $m < 0, n > 0$ D. $m < 0, n < 0$

7. 如图, 在四边形 ABCD 中, $AB = AD$, $CD = CB$. 若连接 AC、BD 相交于点 O, 则图中全等三角形共有 ()

- A. 1 对 B. 2 对 C. 3 对 D. 4 对

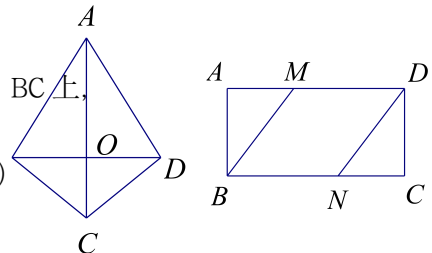
8. 根据下表中一次函数的自变量 x 与 y 的对应值, 可得 P 的值为 ()

x	-2	0	1
y	3	P	0

- A. 1 B. -1 C. 3 D. -3

9. 如图, 在矩形 ABCD 中, $AD = 2AB$, 点 M、N 分别在边 AD、BC 上,

连接 BM、DN. 若四边形 MBND 是菱形, 则 $\frac{AM}{MD}$ 等于 ()



- A. $\frac{3}{8}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

(第7题图)

(第9题图)

10. 已知两点 $A(-5, y_1)$ 、 $B(3, y_2)$ 均在抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 上, 点 C

(x_0, y_0) 是该抛物线的顶点, 若 $y_1 > y_2 \geq y_0$, 则 x_0 的取值范围是 ()

- A. $x_0 > -5$ B. $x_0 > -1$ C. $-5 < x_0 < -1$ D. $-2 < x_0 < 3$

B 卷

第 II 卷 (非选择题 共 90 分)

二、填空题 (共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

11. 计算: $(-2)^3 + (\sqrt{3} - 1)^0 =$ _____.

12. 一元二次方程 $x^2 - 3x = 0$ 的根是_____.

13. 请从以下两个小题中任选一个作答, 若多选, 则按所选的第一题计分.

A. 在平面直角坐标系中, 线段 AB 的两个端点的坐标分别为 $A(-2, 1)$ 、 $B(1, 3)$, 将线段 AB 经过平移后得到线段 $A'B'$. 若点 A 的对应点为 $A'(3, 2)$, 则点 B 的对应点 B' 的坐标是_____.

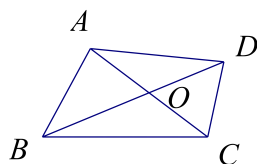
B. 比较 $8\cos 31^\circ$ _____ $\sqrt{35}$. (填 “>”、“=” 若 “<”)

14. 如图, 四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O , 且 BD 平分 AC . 若 $BD=8$, $AC=6$, $\angle BOC=120^\circ$, 则四边形 $ABCD$ 的面积为_____. (结果保留根号)

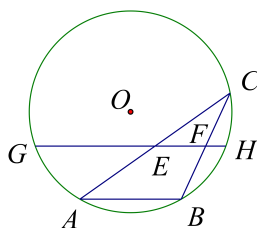
15. 如果一个正比例函数的图象与反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图象交于 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$

两点, 那么 $(x_2 - x_1)(y_2 - y_1)$ 的值为_____.

16. 如图, AB 是 $\odot O$ 的一条弦, 点 C 是 $\odot O$ 上一动点, 且 $\angle ACB=30^\circ$, 点 E 、 F 分别是 AC 、 BC 的中点, 直线 EF 与 $\odot O$ 交于 G 、 H 两点. 若 $\odot O$ 的半径为 7, 则 $GE+FH$ 的最大值为_____.



(第 14 题图)



(第 16 题图)

三、解答题 (共 9 小题, 计 72 分. 解答应写出过程)

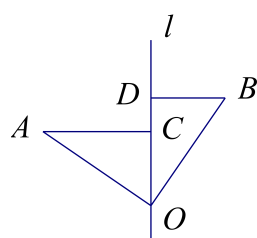
17. (本题满分 5 分)

解分式方程: $\frac{2}{x^2 - 4} + \frac{x}{x - 2} = 1$.

18. (本题满分 6 分)

如图, $\angle AOB = 90^\circ$, $OA = OB$, 直线 l 经过点 O , 分别过 A 、 B 两点作 $AC \perp l$ 交 l 于点 C , $BD \perp l$ 交 l 于点 D .

求证: $AC = OD$



(第 18 题图)

19. (本题满分 7 分)

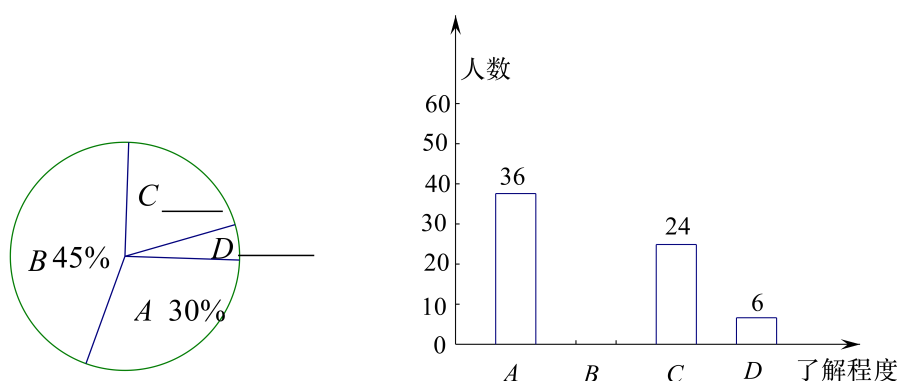
我省教育厅下发了《在全省中小学幼儿园广泛深入开展节约教育的通知》通知中要求各学校全面持续开展“光盘行动”.

某市教育局督导组为了调查学生对“节约教育”内容的了解程度(程度分为:“A—了解很多”, B—“了解较多”, “C—了解较少”, “D—不了解”), 对本市一所中学的学生进行了抽样调查. 我们将这次调查的结果绘制了以下两幅统计图.

根据以上信息, 解答下列问题:

- (1) 本次抽样调查了多少名学生?
- (2) 补全两幅统计图;
- (3) 若该中学共有 1800 名学生, 请你估计这所中学的所有学生中, 对“节约教育”内容“了解较多”的有多少名?

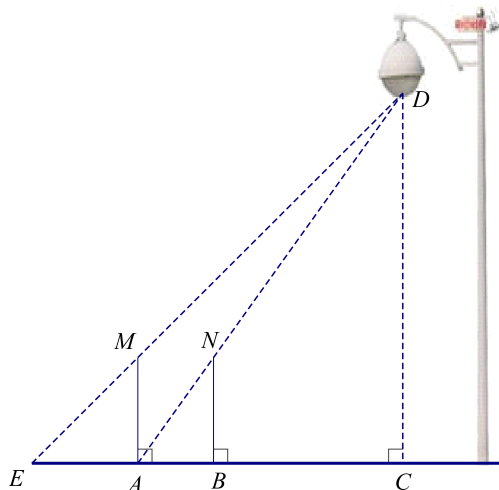
被调查学生对“节约教育”内容了解程度的统计图



(第 19 题图)

20. (本题满分 8 分)

一天晚上，李明和张龙利用灯光下的影子长来测量一路灯 D 的高度.如图，当李明走到点 A 处时，张龙测得李明直立向高 AM 与其影子长 AE 正好相等；接着李明沿 AC 方向继续向前走，走到点 B 处时，李明直立时身高 BN 的影子恰好是线段 AB，并测得 $AB=1.25\text{m}$.已知李明直立时的身高为 1.75m ，求路灯的高度 CD 的长. (精确到 0.1m)

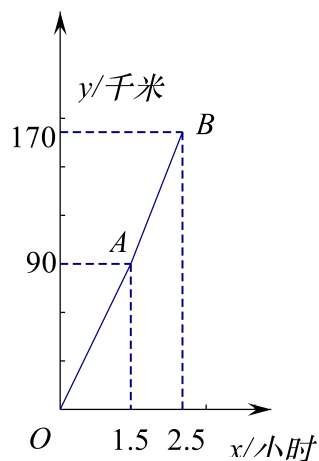


(第 20 题图)

21. (本题满分 8 分)

“五一节”期间，申老师一家自驾游去了离家 170 千米的某地.下面是他们离家的距离 y (千米) 与汽车行驶时间 x (小时) 之间的函数图象.

- (1) 求他们出发半小时时，离家多少千米？
- (2) 求出 AB 段图象的函数表达式；
- (3) 他们出发 2 小时时，离目的地还有多少千米？



(第 21 题图)

22. (本题满分 8 分)

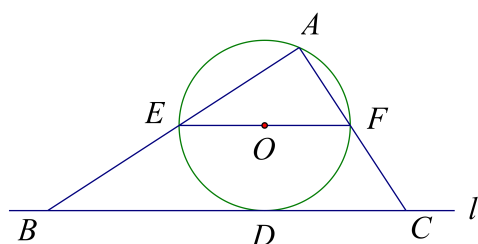
甲、乙两人用手指玩游戏，规则如下： i) 每次游戏时，两人同时随机地各伸出一根手指；
ii) 两人伸出的手指中，大拇指只胜食指、食指只胜中指、中指只胜无名指、无名指只胜小拇指，小拇指只胜大拇指，否则不分胜负.依据上述规则，当甲、乙两人同时随机地各伸出一根手指时.

- (1) 求甲伸出小拇指取胜的概率；
- (2) 求乙取胜的概率.

23. (本题满分 8 分)

如图，直线 l 与 $\odot O$ 相切于点 D .过圆心 O 作 $EF \parallel l$ 交 $\odot O$ 于 E 、 F 两点，点 A 是 $\odot O$ 上一点，连接 AE 、 AF .并分别延长交直线 l 于 B 、 C 两点.

- (1) 求证: $\angle ABC + \angle ACB = 90^\circ$;
- (2) 当 $\odot O$ 的半径 $R=5$, $BD=12$ 时, 求 $\tan \angle ABC$ 的值.

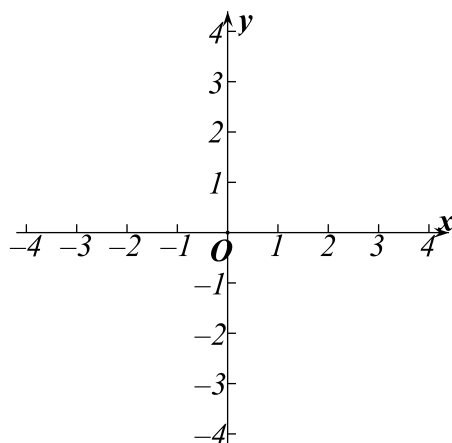


(第 23 题图)

24. (本题满分 10 分)

在平面直角坐标系中，一个二次函数的图象经过 $A(1, 0)$ 、 $B(3, 0)$ 两点.

- (1) 写出这个二次函数图象的对称轴；
- (2) 设这个二次函数图象的顶点为 D ，与 y 轴交于点 C ，它的对称轴与 x 轴交于点 E ，连接 AC 、 DE 和 DB .当 $\angle AOC$ 与 $\angle DEB$ 相似时，求这个函数的表达式.



(第 24 题图)

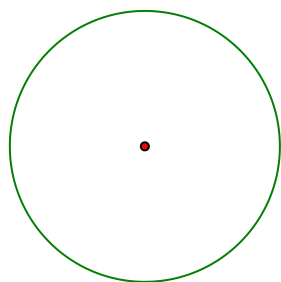
25. (本题满分 12 分)

问题探究

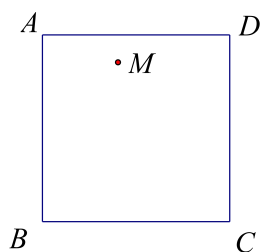
- (1) 请在图①中作出两条直线，使它们将圆面四等分；
- (2) 如图②， M 是正方形 $ABCD$ 内一定点，请在图②中作出两条直线（要求其中一条直线必须过点 M ），使它们将正方形 $ABCD$ 的面积四等分，并说明理由.

问题解决

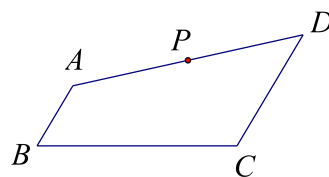
- (3) 如图③，在四边形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ， $AB + CD = BC$ ，点 P 是 AD 的中点. 如果 $AB = a$ ， $CD = b$ ，且 $b > a$ ，那么在边 BC 上是否存在一点 Q ，使 PQ 所在直线将四边形 $ABCD$ 的面积分成相等的两部分？若存在，求出 BQ 的长；若不存在，说明理由.



①



②



③

(第 25 题图)

参考答案

1. A; 2.D; 3.B; 4.A; 5.C; 6.D; 7.C; 8.A; 9.C; 10.B

11.-7; 12.0, 3; 13.A: (6, 4) B: >; 14. $12\sqrt{3}$; 15.24; 16.10.5;

三、解答题(共9小题,计72分.解答应写出过程)

17.(本题满分5分)

解分式方程: $\frac{2}{x^2-4} + \frac{x}{x-2} = 1$.

解: $2+x(x+2)=x^2-4$ (2分)

$$2+x^2+2x=x^2-4.$$

$x=-3$ (4分)

经检验, $x=-3$ 是原分式方程的根. (5分)

18.(本题满分6分)

如图, $\angle AOB=90^\circ$, $OA=OB$, 直线 l 经过点 O , 分别过 A 、 B 两点作 $AC \perp l$ 交 l 于点 C 、 $BD \perp l$ 交 l 于点 D .

求证: $AC=OD$.

证明: $\because \angle AOB=90^\circ$,

$\therefore \angle AOC + \angle BOD = 90^\circ$ (1分)

$\because AC \perp l, BD \perp l$,

$\therefore \angle ACO = \angle BDO = 90^\circ$.

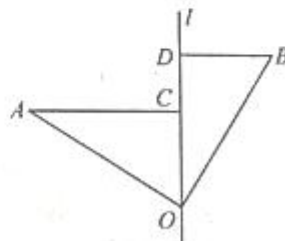
$\therefore \angle A + \angle AOC = 90^\circ$.

$\therefore \angle A = \angle BOD$ (3分)

又 $\because OA=OB$,

$\therefore \triangle AOC \cong \triangle OBD$ (5分)

$\therefore AC=OD$ (6分)



(第18题图)

19.(本题满分7分)

我省教育厅下发了《在全省中小学幼儿园广泛深入开展节约教育的通知》,通知中要求各学校全面持续开展“光盘行动”.

某市教育局督导组为了调查学生对“节约教育”内容的了解程度(程度分为:“A—了解很多”,“B—了解较多”,“C—了解较少”,“D—不了解”),对本市一所中学的学生进行了抽样调查.我们将这次调查的结果绘制了以下两幅统计图.

根据以上信息,解答下列问题:

(1)本次抽样调查了多少名学生?

(2)补全两幅统计图;

(3)若该中学共有1800名学生,请你估计这所中学的所有学生中,对“节约教育”内容“了解较多”的有多少名?

解:(1)抽样调查的学生人数为: $36 \div 30\% = 120$ (名). (2分)

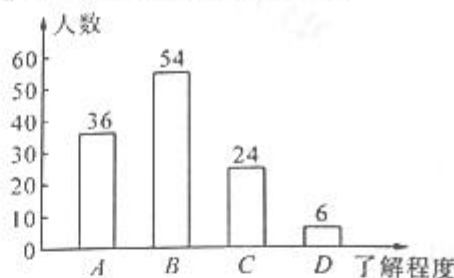
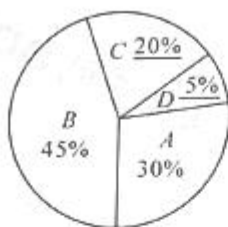
(2)B的人数: $120 \times 45\% = 54$ (名),

C的百分比: $\frac{24}{120} \times 100\% = 20\%$,

D的百分比: $\frac{6}{120} \times 100\% = 5\%$.

补全两幅统计图如图所示. (5分)

被调查学生对“节约教育”内容了解程度的统计图



(第19题答案图)

(3)对“节约教育”内容“了解较多”的学生人数为: $1800 \times 45\% = 810$ (名). (7分)

20. (本题满分 8 分)

一天晚上,李明和张龙利用灯光下的影子长来测量一路灯 D 的高度. 如图,当李明走到点 A 处时,张龙测得李明直立时身高 AM 与其影子长 AE 正好相等;接着李明沿 AC 方向继续向前走,走到点 B 处时,李明直立时身高 BN 的影子恰好是线段 AB ,并测得 $AB = 1.25$ m. 已知李明直立时的身高为 1.75 m,求路灯的高 CD 的长. (结果精确到 0.1 m)

解:设 CD 长为 x m.

$$\because AM \perp EC, CD \perp EC, BN \perp EC, EA = MA,$$

$$\therefore MA \parallel CD, BN \parallel CD.$$

$$\therefore EC = CD = x.$$

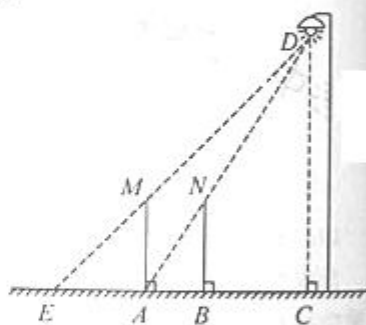
$$\therefore \triangle ABN \sim \triangle ACD.$$

$$\therefore \frac{BN}{CD} = \frac{AB}{AC} \quad \dots\dots (5 \text{ 分})$$

$$\text{即 } \frac{1.75}{x} = \frac{1.25}{x - 1.75}.$$

$$\text{解之,得 } x = 6.125 \approx 6.1.$$

$$\therefore \text{路灯高 } CD \text{ 约为 } 6.1 \text{ m}. \quad \dots\dots (8 \text{ 分})$$



(第20题图)

21. (本题满分 8 分)

“五一节”期间,申老师一家自驾游去了离家 170 千米的某地. 下面是他们离家的距离 y (千米)与汽车行驶时间 x (小时)之间的函数图象.

(1)求他们出发半小时时,离家多少千米?

(2)求出 AB 段图象的函数表达式;

(3)他们出发 2 小时时,离目的地还有多少千米?

解:(1)设 OA 段图象的函数表达式为 $y = kx$.

$$\because \text{当 } x = 1.5 \text{ 时, } y = 90;$$

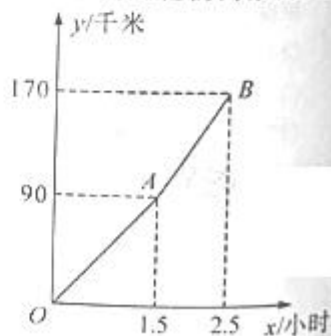
$$\therefore 1.5k = 90.$$

$$\therefore k = 60.$$

$$\therefore y = 60x, (0 \leq x \leq 1.5)$$

$$\therefore \text{当 } x = 0.5 \text{ 时, } y = 60 \times 0.5 = 30.$$

$$\therefore \text{行驶半小时时,他们离家 } 30 \text{ 千米}. \quad \dots\dots (3 \text{ 分})$$



(第21题图)

(2) 设 AB 段图象的函数表达式为 $y = k'x + b$. (4 分)

$\because A(1.5, 90), B(2.5, 170)$ 在 AB 上,

$$\therefore \begin{cases} 90 = 1.5k' + b, \\ 170 = 2.5k' + b. \end{cases}$$

解之, 得 $k' = 80, b = -30$.

$$\therefore y = 80x - 30. (1.5 \leq x \leq 2.5) \quad (6 \text{ 分})$$

(3) 当 $x = 2$ 时, $y = 80 \times 2 - 30 = 130$.

$$\therefore 170 - 130 = 40.$$

$\therefore$ 他们出发 2 小时时, 离目的地还有 40 千米. (8 分)

(注: 本题中对自变量取值范围不作要求.)

22. (本题满分 8 分)

甲、乙两人用手指玩游戏, 规则如下: i) 每次游戏时, 两人同时随机地各伸出一根手指; ii) 两人伸出的手指中, 大拇指只胜食指、食指只胜中指、中指只胜无名指、无名指只胜小拇指、小拇指只胜大拇指, 否则不分胜负. 依据上述规则, 当甲、乙两人同时随机地各伸出一根手指时,

(1) 求甲伸出小拇指取胜的概率;

(2) 求乙取胜的概率.

解: 设 A, B, C, D, E 分别表示大拇指、食指、中指、无名指、小拇指, 列表如下:

甲 \ 乙	A	B	C	D	E
A	AA	AB	AC	AD	AE
B	BA	BB	BC	BD	BE
C	CA	CB	CC	CD	CE
D	DA	DB	DC	DD	DE
E	EA	EB	EC	ED	EE

由表格可知, 共有 25 种等可能的结果.

(1) 由上表可知, 甲伸出小拇指取胜有 1 种可能.

$$\therefore P(\text{甲伸出小拇指取胜}) = \frac{1}{25}. \quad (3 \text{ 分})$$

(2) 由上表可知, 乙取胜有 5 种可能.

$$\therefore P(\text{乙取胜}) = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}. \quad (8 \text{ 分})$$

23. (本题满分 8 分)

如图, 直线 l 与 $\odot O$ 相切于点 D , 过圆心 O 作 $EF \parallel l$ 交 $\odot O$ 于 E, F 两点, 点 A 是 $\odot O$ 上一点, 连接 AE, AF , 并分别延长交直线 l 于 B, C 两点.

(1) 求证: $\angle ABC + \angle ACB = 90^\circ$;

(2) 当 $\odot O$ 的半径 $R = 5, BD = 12$ 时, 求 $\tan \angle ACB$ 的值.

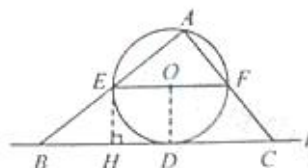
(1) 证明: $\because EF$ 是 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \angle EAF = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle ABC + \angle ACB = 90^\circ. \quad (3 \text{ 分})$$

(2) 解: 连接 OD , 则 $OD \perp BD$. (4 分)

过点 E 作 $EH \perp BC$, 垂足为点 H .



(第 23 题答案图)

$\therefore EH \parallel OD$.
 $\because EF \parallel BC, OE = OD, \therefore$ 四边形 $EODH$ 是正方形. (6分)

$\therefore EH = HD = OD = 5$.

又 $\because BD = 12, \therefore BH = 7$.

在 $Rt\triangle BEH$ 中, $\tan \angle BEH = \frac{BH}{EH} = \frac{7}{5}$.

而 $\angle ABC + \angle BEH = 90^\circ, \angle ABC + \angle ACB = 90^\circ, \therefore \angle ACB = \angle BEH$.

$\therefore \tan \angle ACB = \frac{7}{5}$ (8分)

24. (本题满分 10 分)

在平面直角坐标系中, 一个二次函数的图象经过 $A(1, 0), B(3, 0)$ 两点.

(1) 写出这个二次函数图象的对称轴;

(2) 设这个二次函数图象的顶点为 D , 与 y 轴交于点 C , 它的对称轴与 x 轴交于点 E , 连接 AC, DE 和 DB . 当 $\triangle AOC$ 与 $\triangle DEB$ 相似时, 求这个二次函数的表达式.

[提示: 如果一个二次函数的图象与 x 轴的交点为 $A(x_1, 0), B(x_2, 0)$, 那么它的表达式可表示为 $y = a(x - x_1)(x - x_2)$.]

解: (1) 二次函数图象的对称轴为直线 $x = 2$ (2分)

(2) 设二次函数的表达式为 $y = a(x - 1)(x - 3) (a \neq 0)$ (3分)

当 $x = 0$ 时, $y = 3a$; 当 $x = 2$ 时, $y = -a$.

$\therefore$ 点 C 坐标为 $(0, 3a)$, 顶点 D 坐标为 $(2, -a)$.

$\therefore OC = |3a|$.

又 $\because A(1, 0), E(2, 0)$,

$\therefore OA = 1, EB = 1, DE = |-a| = |a|$ (5分)

当 $\triangle AOC$ 与 $\triangle DEB$ 相似时,

① 假设 $\angle OCA = \angle EBD$,

可得 $\frac{AO}{DE} = \frac{OC}{EB}$, 即 $\frac{1}{|a|} = \frac{|3a|}{1}$.

$\therefore a = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 或 $a = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ (7分)

② 假设 $\angle OCA = \angle EDB$, 可得 $\frac{AO}{EB} = \frac{OC}{ED}$.

$\therefore \frac{1}{1} = \frac{|3a|}{|a|}$, 此方程无解. (8分)

综上所述, 所求二次函数的表达式为

$y = \frac{\sqrt{3}}{3}x^2 - \frac{4\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}$ 或 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 + \frac{4\sqrt{3}}{3}x - \sqrt{3}$ (10分)

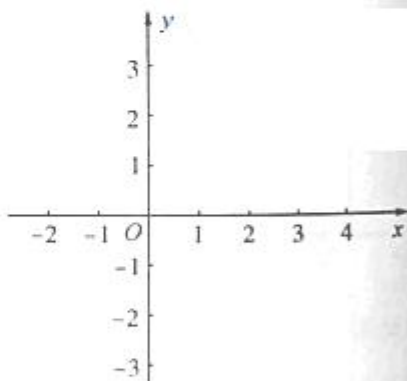
[写成 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}(x - 1)(x - 3)$ 或 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}(x - 1)(x - 3)$ 也可以]

25. (本题满分 12 分)

问题探究

(1) 请在图①中作出两条直线, 使它们将圆面四等分;

(2) 如图②, M 是正方形 $ABCD$ 内一定点, 请在图②中作出两条直线 (要求其中一条直线必须



(第24题图)

过点 M), 使它们将正方形 $ABCD$ 的面积四等分, 并说明理由.

问题解决

(3) 如图③, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AB + CD = BC$, 点 P 是 AD 的中点. 如果 $AB = a$, $CD = b$, 且 $b > a$, 那么在边 BC 上是否存在一点 Q , 使 PQ 所在直线将四边形 $ABCD$ 的面积分成相等的两部分? 若存在, 求出 BQ 的长; 若不存在, 说明理由.

解: (1) 如图①所示. (2 分)

(2) 如图②, 连接 AC , BD 相交于点 O , 作直线 OM 分别交 AD , BC 于 P , Q 两点, 过点 O 作 OM 的垂线分别交 AB , CD 于 E , F 两点, 则直线 OM , EF 将正方形 $ABCD$ 的面积四等分. (4 分)

理由如下:

$\because$ 点 O 是正方形的对称中心.

$\therefore AP = CQ$, $EB = DF$.

在 $\triangle AOP$ 和 $\triangle EOQ$ 中,

$\because \angle AOP = 90^\circ - \angle AOE$, $\angle BOE = 90^\circ - \angle AOE$,

$\therefore \angle AOP = \angle BOE$.

$\because OA = OB$, $\angle OAP = \angle EBO = 45^\circ$,

$\therefore \triangle AOP \cong \triangle EOQ$.

$\therefore AP = BE = DF = CQ$.

$\therefore AE = BQ = CF = PD$ (6 分)

设点 O 到正方形 $ABCD$ 一边的距离为 d .

$$\therefore \frac{1}{2}(AP + AE)d = \frac{1}{2}(BE + BQ)d = \frac{1}{2}(CQ + CF)d = \frac{1}{2}(PD + DF)d.$$

$$\therefore S_{\text{四边形}APOE} = S_{\text{四边形}BEQO} = S_{\text{四边形}CQOF} = S_{\text{四边形}POFD}.$$

$\therefore$ 直线 EF , OM 将正方形 $ABCD$ 面积四等分. (7 分)

(3) 存在. 当 $BQ = CD = b$ 时, PQ 将四边形 $ABCD$ 面积二等分. (8 分)

理由如下:

如图③, 延长 BA 到点 E , 使 $AE = b$, 延长 CD 到点 F , 使 $DF = a$, 连接 EF .

$\because BE \parallel CF$, $BE = BC = a + b$,

$\therefore$ 四边形 $EBCF$ 是菱形.

连接 BF 交 AD 于点 M , 则 $\triangle MAB \cong \triangle MDF$.

$\therefore AM = DM$.

$\therefore P$, M 两点重合.

$\therefore P$ 点是菱形 $EBCF$ 对角线的交点. (10 分)

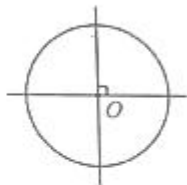
在 BC 上截取 $BQ = CD = b$, 则 $CQ = AB = a$.

设点 P 到菱形 $EBCF$ 一边的距离为 d ,

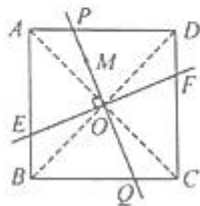
$$\text{则 } \frac{1}{2}(AB + BQ)d = \frac{1}{2}(CQ + CD)d = \frac{1}{2}(a + b)d.$$

$$\therefore S_{\text{四边形}ABQP} = S_{\text{四边形}CQDP}.$$

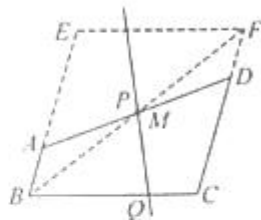
$\therefore$ 当 $BQ = b$ 时, 直线 PQ 将四边形 $ABCD$ 的面积分成相等的两部分. (12 分)



(第25题答案图①)



(第25题答案图②)



(第25题答案图③)