

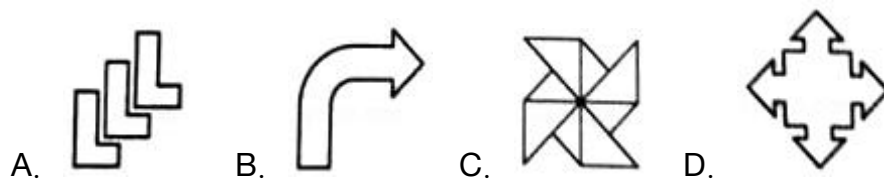
2017 年重庆市中考数学试卷 (B 卷)

一、选择题 (本大题共 12 小题, 每小题 4 分, 共 48 分)

1. (4 分) 5 的相反数是 ()

- A. -5 B. 5 C. $-\frac{1}{5}$ D. $\frac{1}{5}$

2. (4 分) 下列图形中是轴对称图形的是 ()



3. (4 分) 计算 $a^5 \div a^3$ 结果正确的是 ()

- A. a B. a^2 C. a^3 D. a^4

4. (4 分) 下列调查中, 最适合采用抽样调查的是 ()

- A. 对某地区现有的 16 名百岁以上老人睡眠时间的调查
B. 对“神舟十一号”运载火箭发射前零部件质量情况的调查
C. 对某校九年级三班学生视力情况的调查
D. 对某市场上某一品牌电脑使用寿命的调查

5. (4 分) 估计 $\sqrt{13}+1$ 的值在 ()

- A. 2 和 3 之间 B. 3 和 4 之间 C. 4 和 5 之间 D. 5 和 6 之间

6. (4 分) 若 $x=-3$, $y=1$, 则代数式 $2x-3y+1$ 的值为 ()

- A. -10 B. -8 C. 4 D. 10

7. (4 分) 若分式 $\frac{1}{x-3}$ 有意义, 则 x 的取值范围是 ()

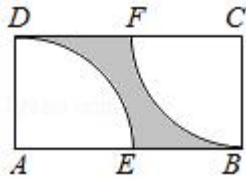
- A. $x>3$ B. $x<3$ C. $x\neq 3$ D. $x=3$

8. (4 分) 已知 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$, 且相似比为 1: 2, 则 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的面积

比为 ()

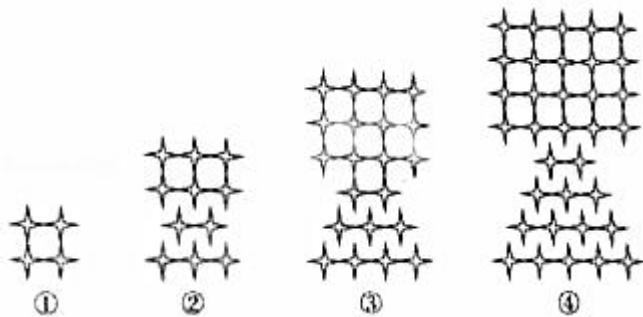
- A. 1: 4 B. 4: 1 C. 1: 2 D. 2: 1

9. (4 分) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=4$, $AD=2$, 分别以点 A 、 C 为圆心, AD 、 CB 为半径画弧, 交 AB 于点 E , 交 CD 于点 F , 则图中阴影部分的面积是 ()



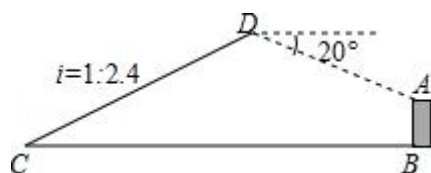
- A. $4 - 2\pi$ B. $8 - \frac{\pi}{2}$ C. $8 - 2\pi$ D. $8 - 4\pi$

10. (4 分) 下列图象都是由相同大小的 $\star$ 按一定规律组成的, 其中第①个图形中一共有 4 颗 $\star$, 第②个图形中一共有 11 颗 $\star$, 第③个图形中一共有 21 颗 $\star$, ..., 按此规律排列下去, 第⑨个图形中 $\star$ 的颗数为 ()



- A. 116 B. 144 C. 145 D. 150

11. (4 分) 如图, 已知点 C 与某建筑物底端 B 相距 306 米 (点 C 与点 B 在同一水平面上), 某同学从点 C 出发, 沿同一剖面的斜坡 CD 行走 195 米至坡顶 D 处, 斜坡 CD 的坡度 (或坡比) $i=1: 2.4$, 在 D 处测得该建筑物顶端 A 的俯角为 20° , 则建筑物 AB 的高度约为 (精确到 0.1 米, 参考数据: $\sin 20^\circ \approx 0.342$, $\cos 20^\circ \approx 0.940$, $\tan 20^\circ \approx 0.364$) ()



A. 29.1 米 B. 31.9 米 C. 45.9 米 D. 95.9 米

12. (4 分) 若数 a 使关于 x 的不等式组 $\begin{cases} \frac{x-2}{2} \leq -\frac{1}{2}x+2 \\ 7x+4 > -a \end{cases}$ 有且仅有四个整数解, 且

使关于 y 的分式方程 $\frac{a}{y-2} + \frac{2}{2-y} = 2$ 有非负数解, 则所有满足条件的整数 a 的值之和是 ()

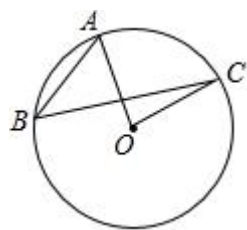
A. 3 B. 1 C. 0 D. -3

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

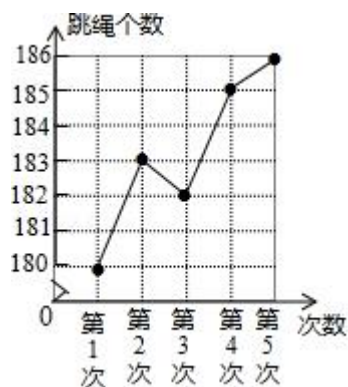
13. (4 分) 据统计, 2017 年五一假日三天, 重庆市共接待游客约为 14300000 人次, 将数 14300000 用科学记数法表示为_____.

14. (4 分) 计算: $|-3| + (-4)^0 =$ _____.

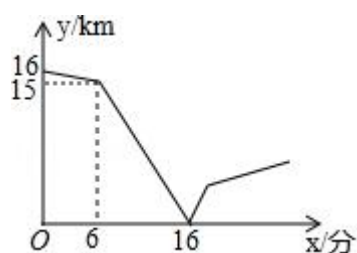
15. (4 分) 如图, OA 、 OC 是 $\odot O$ 的半径, 点 B 在 $\odot O$ 上, 连接 AB 、 BC , 若 $\angle ABC = 40^\circ$, 则 $\angle AOC =$ _____度.



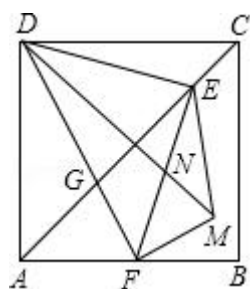
16. (4 分) 某同学在体育训练中统计了自己五次“1 分钟跳绳”成绩, 并绘制了如图所示的折线统计图, 这五次“1 分钟跳绳”成绩的中位数是_____个.



17. (4分) 甲、乙两人在一条笔直的道路上相向而行，甲骑自行车从 A 地到 B 地，乙驾车从 B 地到 A 地，他们分别以不同的速度匀速行驶，已知甲先出发 6 分钟后，乙才出发，在整个过程中，甲、乙两人的距离 y (千米) 与甲出发的时间 x (分) 之间的关系如图所示，当乙到达终点 A 时，甲还需_____分钟到达终点 B.

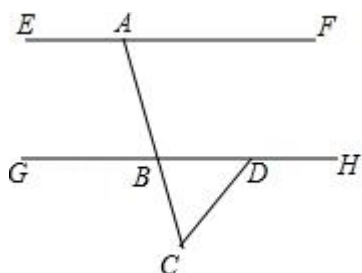


18. (4分) 如图，正方形 ABCD 中， $AD=4$ ，点 E 是对角线 AC 上一点，连接 DE，过点 E 作 $EF \perp ED$ ，交 AB 于点 F，连接 DF，交 AC 于点 G，将 $\triangle EFG$ 沿 EF 翻折，得到 $\triangle EFM$ ，连接 DM，交 EF 于点 N，若点 F 是 AB 边的中点，则 $\triangle EMN$ 的周长是_____.



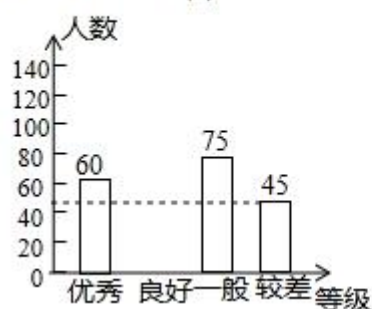
三、解答题 (本大题共 2 个小题，每小题 8 分，共 16 分)

19. (8分) 如图, 直线 $EF \parallel GH$, 点 A 在 EF 上, AC 交 GH 于点 B , 若 $\angle FAC = 72^\circ$, $\angle ACD = 58^\circ$, 点 D 在 GH 上, 求 $\angle BDC$ 的度数.



20. (8分) 中央电视台的“中国诗词大赛”节目文化品位高, 内容丰富. 某校初二年级模拟开展“中国诗词大赛”比赛, 对全年级同学成绩进行统计后分为“优秀”、“良好”、“一般”、“较差”四个等级, 并根据成绩绘制成如下两幅不完整的统计图, 请结合统计图中的信息, 回答下列问题:

初二年级参加“中国诗词大赛”比赛成绩条形统计图



初二年级参加“中国诗词大赛”比赛成绩扇形统计图



- (1) 扇形统计图中“优秀”所对应扇形的圆心角为_____度, 并将条形统计图补充完整.
- (2) 此次比赛有四名同学获得满分, 分别是甲、乙、丙、丁, 现从这四名同学中挑选两名同学参加学校举行的“中国诗词大赛”比赛, 请用列表法或画树状图法, 求出选中的两名同学恰好是甲、丁的概率.

四、简答题 (本大题共 4 个小题, 每小题 10 分, 共 40 分)

21. (10分) 计算:

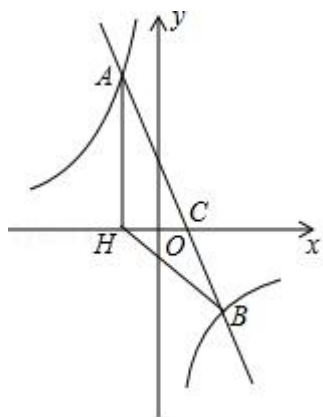
(1) $(x+y)^2 - x(2y-x)$;

$$(2) (a+2 - \frac{3a-4}{a-2}) \div \frac{a^2-6a+9}{a-2}.$$

22. (10 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 一次函数 $y=ax+b$ ($a \neq 0$) 的图象与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象交于 A、B 两点, 与 x 轴交于点 C, 过点 A 作 $AH \perp x$ 轴于点 H, 点 O 是线段 CH 的中点, $AC=4\sqrt{5}$, $\cos \angle ACH = \frac{\sqrt{5}}{5}$, 点 B 的坐标为 $(4, n)$.

(1) 求该反比例函数和一次函数的解析式;

(2) 求 $\triangle BCH$ 的面积.



23. (10 分) 某地大力发展经济作物, 其中果树种植已初具规模, 今年受气候、雨水等因素的影响, 樱桃较去年有小幅度的减产, 而枇杷有所增产.

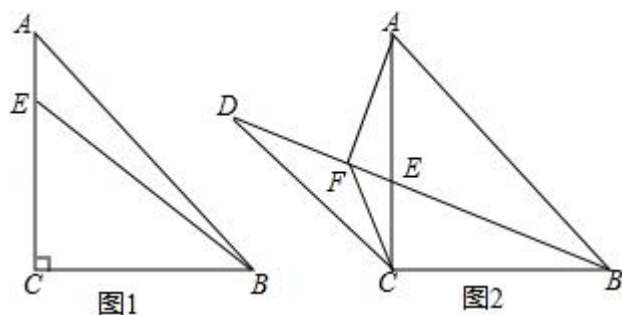
(1) 该地某果农今年收获樱桃和枇杷共 400 千克, 其中枇杷的产量不超过樱桃产量的 7 倍, 求该果农今年收获樱桃至少多少千克?

(2) 该果农把今年收获的樱桃、枇杷两种水果的一部分运往市场销售, 该果农去年樱桃的市场销售量为 100 千克, 销售均价为 30 元/千克, 今年樱桃的市场销售量比去年减少了 $m\%$, 销售均价与去年相同; 该果农去年枇杷的市场销售量为 200 千克, 销售均价为 20 元/千克, 今年枇杷的市场销售量比去年增加了 $2m\%$, 但销售均价比去年减少了 $m\%$, 该果农今年运往市场销售的这部分樱桃和枇杷的销售总金额与他去年樱桃和枇杷的市场销售总金额相同, 求 m 的值.

24. (10 分) 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=BC$, 点 E 是 AC 上一点, 连接 BE .

(1) 如图 1, 若 $AB=4\sqrt{2}$, $BE=5$, 求 AE 的长;

(2) 如图 2, 点 D 是线段 BE 延长线上一点, 过点 A 作 $AF \perp BD$ 于点 F , 连接 CD 、 CF , 当 $AF=DF$ 时, 求证: $DC=BC$.



五、解答题 (本大题 2 个小题, 第 25 小题 10 分、第 26 小题 12 分, 共 22 分)

25. (10 分) 对任意一个三位数 n , 如果 n 满足各数位上的数字互不相同, 且都不为零, 那么称这个数为“相异数”. 将一个“相异数”任意两个数位上的数字对调后可以得到三个不同的新三位数, 把这三个新三位数的和与 111 的商记为 F

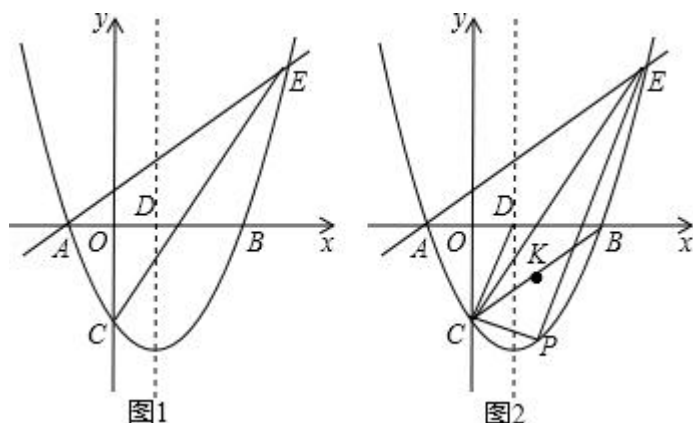
(n). 例如 $n=123$, 对调百位与十位上的数字得到 213, 对调百位与个位上的数字得到 321, 对调十位与个位上的数字得到 132, 这三个新三位数的和为 $213+321+132=666$, $666 \div 111=6$, 所以 $F(123)=6$.

(1) 计算: $F(243)$, $F(617)$;

(2) 若 s , t 都是“相异数”, 其中 $s=100x+32$, $t=150+y$ ($1 \leq x \leq 9$, $1 \leq y \leq 9$, x, y 都是正整数), 规定: $k = \frac{F(s)}{F(t)}$, 当 $F(s) + F(t) = 18$ 时, 求 k 的最大值.

26. (12 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x^2 - \frac{2\sqrt{3}}{3}x - \sqrt{3}$ 与 x 轴交于 A 、 B 两点 (点 A 在点 B 的左侧), 与 y 轴交于点 C , 对称轴与 x 轴交于点

D, 点 E (4, n) 在抛物线上.



(1) 求直线 AE 的解析式;

(2) 点 P 为直线 CE 下方抛物线上的一点, 连接 PC, PE. 当 $\triangle PCE$ 的面积最大时, 连接 CD, CB, 点 K 是线段 CB 的中点, 点 M 是 CP 上的一点, 点 N 是 CD 上的一点, 求 $KM+MN+NK$ 的最小值;

(3) 点 G 是线段 CE 的中点, 将抛物线 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 - \frac{2\sqrt{3}}{3}x - \sqrt{3}$ 沿 x 轴正方向平移得到新抛物线 y' , y' 经过点 D, y' 的顶点为点 F. 在新抛物线 y' 的对称轴上, 是否存在点 Q, 使得 $\triangle FGQ$ 为等腰三角形? 若存在, 直接写出点 Q 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

2017 年重庆市中考数学试卷 (B 卷)

参考答案与试题解析

一、选择题 (本大题共 12 小题, 每小题 4 分, 共 48 分)

1. (4 分) 5 的相反数是 ()

- A. -5 B. 5 C. $-\frac{1}{5}$ D. $\frac{1}{5}$

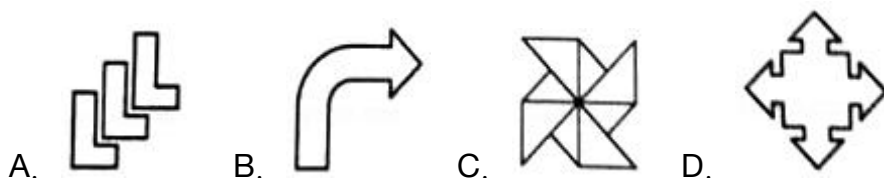
【分析】根据一个数的相反数就是在这个数前面添上“-”号, 求解即可.

【解答】解: 5 的相反数是 -5 ,

故选: A.

【点评】本题考查了相反数的意义, 一个数的相反数就是在这个数前面添上“-”号: 一个正数的相反数是负数, 一个负数的相反数是正数, 0 的相反数是 0. 不要把相反数的意义与倒数的意义混淆.

2. (4 分) 下列图形中是轴对称图形的是 ()



【分析】根据轴对称图形的概念求解.

【解答】解: A、不是轴对称图形, 不合题意;

B、不是轴对称图形, 不合题意;

C、不是轴对称图形, 不合题意;

D、是轴对称图形, 符合题意.

故选: D.

【点评】此题主要考查了轴对称图形的概念. 轴对称图形的关键是寻找对称轴,

图形两部分折叠后可重合.

3. (4分) 计算 $a^5 \div a^3$ 结果正确的是 ()

A. a B. a^2 C. a^3 D. a^4

【分析】 根据同底数幂的除法法则: 同底数幂相除, 底数不变, 指数相减, 求出 $a^5 \div a^3$ 的计算结果是多少即可.

【解答】 解: $a^5 \div a^3 = a^2$

故选: B.

【点评】 此题主要考查了同底数幂的除法法则: 同底数幂相除, 底数不变, 指数相减, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确: ①底数 $a \neq 0$, 因为 0 不能做除数; ②单独的一个字母, 其指数是 1, 而不是 0; ③应用同底数幂除法的法则时, 底数 a 可是单项式, 也可以是多项式, 但必须明确底数是什么, 指数是什么.

4. (4分) 下列调查中, 最适合采用抽样调查的是 ()

- A. 对某地区现有的 16 名百岁以上老人睡眠时间的调查
- B. 对“神舟十一号”运载火箭发射前零部件质量情况的调查
- C. 对某校九年级三班学生视力情况的调查
- D. 对某市场上某一品牌电脑使用寿命的调查

【分析】 一般来说, 对于具有破坏性的调查、无法进行普查、普查的意义或价值不大时, 应选择抽样调查, 对于精确度要求高的调查, 事关重大的调查往往选用普查.

【解答】 解: A、人数不多, 容易调查, 适合普查.

B、对“神舟十一号”运载火箭发射前零部件质量情况的调查必须准确, 故必须普查;

C、班内的同学人数不多，很容易调查，因而采用普查合适；

D、数量较大，适合抽样调查；

故选 D.

【点评】 本题考查全面调查与抽样调查，理解全面调查与抽样调查的意义是解题的关键.

5. (4 分) 估计 $\sqrt{13}+1$ 的值在 ()

A. 2 和 3 之间 B. 3 和 4 之间 C. 4 和 5 之间 D. 5 和 6 之间

【分析】 先估算出 $\sqrt{13}$ 的范围，即可得出答案.

【解答】 解： $\because 3 < \sqrt{13} < 4$,

$$\therefore 4 < \sqrt{13}+1 < 5,$$

即 $\sqrt{13}+1$ 在 4 和 5 之间,

故选 C.

【点评】 本题考查了估算无理数的大小，能估算出 $\sqrt{13}$ 的范围是解此题的关键.

6. (4 分) 若 $x=-3$, $y=1$, 则代数式 $2x-3y+1$ 的值为 ()

A. -10 B. -8 C. 4 D. 10

【分析】 代入后求出即可.

【解答】 解： $\because x=-3$, $y=1$,

$$\therefore 2x-3y+1=2 \times (-3) - 3 \times 1+1=-8,$$

故选 B.

【点评】 本题考查了求代数式的值，能正确代入是解此题的关键，注意：代入负数时要有括号.

7. (4分) 若分式 $\frac{1}{x-3}$ 有意义, 则 x 的取值范围是 ()

A. $x > 3$ B. $x < 3$ C. $x \neq 3$ D. $x = 3$

【分析】 分式有意义的条件是分母不为 0.

【解答】 解: $\because$ 分式 $\frac{1}{x-3}$ 有意义,

$\therefore x - 3 \neq 0$,

$\therefore x \neq 3$;

故选: C.

【点评】 本题考查的是分式有意义的条件: 当分母不为 0 时, 分式有意义.

8. (4分) 已知 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$, 且相似比为 1: 2, 则 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的面积比为 ()

A. 1: 4 B. 4: 1 C. 1: 2 D. 2: 1

【分析】 利用相似三角形面积之比等于相似比的平方计算即可.

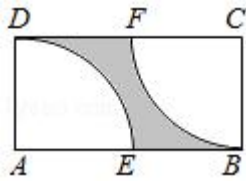
【解答】 解: $\because \triangle ABC \sim \triangle DEF$, 且相似比为 1: 2,

$\therefore \triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的面积比为 1: 4,

故选 A

【点评】 此题考查了相似三角形的性质, 熟练掌握相似三角形的性质是解本题的关键.

9. (4分) 如图, 在矩形 ABCD 中, $AB=4$, $AD=2$, 分别以点 A、C 为圆心, AD、CB 为半径画弧, 交 AB 于点 E, 交 CD 于点 F, 则图中阴影部分的面积是 ()



- A. $4 - 2\pi$ B. $8 - \frac{\pi}{2}$ C. $8 - 2\pi$ D. $8 - 4\pi$

【分析】 用矩形的面积减去半圆的面积即可求得阴影部分的面积.

【解答】 解: $\because$ 矩形 ABCD,

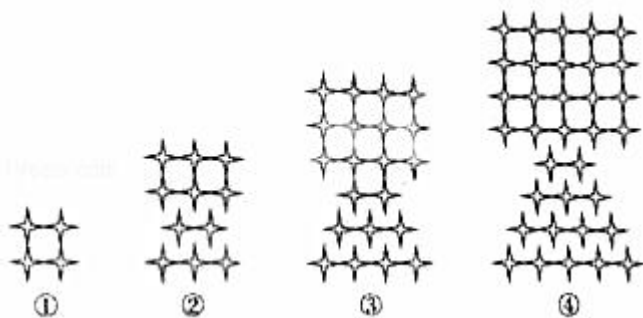
$$\therefore AD=CB=2,$$

$$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{矩形}} - S_{\text{半圆}} = 2 \times 4 - \frac{1}{2}\pi \times 2^2 = 8 - 2\pi,$$

故选 C.

【点评】 本题考查了扇形的面积的计算及矩形的性质, 能够了解两个扇形构成半圆是解答本题的关键, 难度不大.

10. (4 分) 下列图象都是由相同大小的  按一定规律组成的, 其中第①个图形中一共有 4 颗 , 第②个图形中一共有 11 颗 , 第③个图形中一共有 21 颗 , ..., 按此规律排列下去, 第⑨个图形中  的颗数为 ()



- A. 116 B. 144 C. 145 D. 150

【分析】 根据题意图形得出小星星的个数变化规律, 即可的得出答案.

【解答】 解: $\because 4 = 1 \times 2 + 2,$

$$11 = 2 \times 3 + 2 + 3$$

$$21=3 \times 4+2+3+4$$

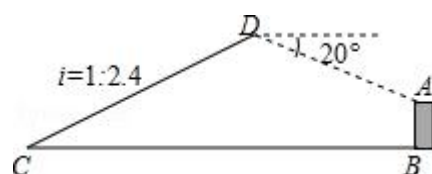
第 4 个图形为: $4 \times 5+2+3+4+5$,

$\therefore$ 第⑨个图形中  的颗数为: $9 \times 10+2+3+4+5+6+7+8+9+10=144$.

故选: B.

【点评】 此题主要考查了图形变化规律, 正确得出每个图形中小星星的变化情况是解题关键.

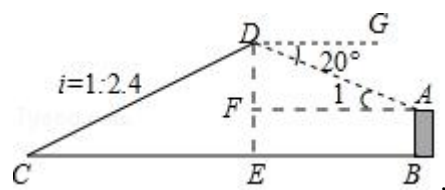
11. (4 分) 如图, 已知点 C 与某建筑物底端 B 相距 306 米 (点 C 与点 B 在同一水平面上), 某同学从点 C 出发, 沿同一剖面的斜坡 CD 行走 195 米至坡顶 D 处, 斜坡 CD 的坡度 (或坡比) $i=1:2.4$, 在 D 处测得该建筑物顶端 A 的俯角为 20° , 则建筑物 AB 的高度约为 (精确到 0.1 米, 参考数据: $\sin 20^\circ \approx 0.342$, $\cos 20^\circ \approx 0.940$, $\tan 20^\circ \approx 0.364$) ()



A. 29.1 米 B. 31.9 米 C. 45.9 米 D. 95.9 米

【分析】 根据坡度, 勾股定理, 可得 DE 的长, 再根据平行线的性质, 可得 $\angle 1$, 根据同角三角函数关系, 可得 $\angle 1$ 的坡度, 根据坡度, 可得 DF 的长, 根据线段的和差, 可得答案.

【解答】 解: 作 $DE \perp AB$ 于 E 点, 作 $AF \perp DE$ 于 F 点, 如图



设 $DE=xm$, $CE=2.4xm$, 由勾股定理, 得

$$x^2 + (2.4x)^2 = 195^2,$$

解得 $x \approx 75\text{m}$,

$$DE=75\text{m}, CE=2.4x=180\text{m},$$

$$EB=BC - CE=306 - 180=126\text{m}.$$

$$\therefore AF \parallel DG,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle ADG = 20^\circ,$$

$$\tan \angle 1 = \tan \angle ADG = \frac{\sin 20^\circ}{\cos 20^\circ} = 0.364.$$

$$AF = EB = 126\text{m},$$

$$\tan \angle 1 = \frac{DF}{AF} = 0.364,$$

$$DF = 0.364AF = 0.364 \times 126 = 45.9,$$

$$AB = FE = DE - DF = 75 - 45.9 \approx 29.1\text{m},$$

故选: A.

【点评】 本题考查了解直角三角形, 利用坡度及勾股定理得出 DE, CE 的长是解题关键.

12. (4 分) 若数 a 使关于 x 的不等式组 $\begin{cases} \frac{x-2}{2} \leq -\frac{1}{2}x+2 \\ 7x+4 > -a \end{cases}$ 有且仅有四个整数解, 且

使关于 y 的分式方程 $\frac{a}{y-2} + \frac{2}{2-y} = 2$ 有非负数解, 则所有满足条件的整数 a 的值之

和是 ()

A. 3 B. 1 C. 0 D. -3

【分析】 先解不等式组, 根据不等式组有且仅有四个整数解, 得出 $-4 < a \leq 3$,

再解分式方程 $\frac{a}{y-2} + \frac{2}{2-y} = 2$, 根据分式方程有非负数解, 得到 $a \geq -2$ 且 $a \neq 2$,

进而得到满足条件的整数 a 的值之和.

【解答】 解: 解不等式组 $\begin{cases} \frac{x-2}{2} \leq -\frac{1}{2}x+2 \\ 7x+4 > -a \end{cases}$, 可得 $\begin{cases} x \leq 3 \\ x > -\frac{a+4}{7} \end{cases}$,

∴不等式组有且仅有四个整数解,

$$\therefore -1 \leq -\frac{a+4}{7} < 0,$$

$$\therefore -4 < a \leq 3,$$

解分式方程 $\frac{a}{y-2} + \frac{2}{2-y} = 2$, 可得 $y = \frac{1}{2}(a+2)$,

又∵分式方程有非负数解,

$$\therefore y \geq 0, \text{ 且 } y \neq 2,$$

$$\text{即 } \frac{1}{2}(a+2) \geq 0, \frac{1}{2}(a+2) \neq 2,$$

解得 $a \geq -2$ 且 $a \neq 2$,

$$\therefore -2 \leq a \leq 3, \text{ 且 } a \neq 2,$$

∴满足条件的整数 a 的值为 $-2, -1, 0, 1, 3$,

∴满足条件的整数 a 的值之和是 1.

故选: B.

【点评】 本题主要考查了分式方程的解, 解题时注意: 使分式方程中令等号左右两边相等且分母不等于 0 的未知数的值, 这个值叫方程的解.

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

13. (4 分) 据统计, 2017 年五一假日三天, 重庆市共接待游客约为 14300000 人次, 将数 14300000 用科学记数法表示为 1.43×10^7 .

【分析】 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 ≥ 1 时, n 是非负数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

【解答】 解: $14300000 = 1.43 \times 10^7$,

故答案为： 1.43×10^7 .

【点评】 此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

14. (4 分) 计算: $| - 3 | + (- 4)^0 =$ 4.

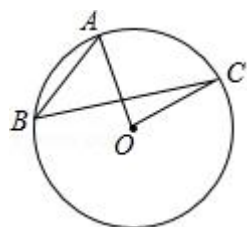
【分析】 分别计算 -3 的绝对值和 (-4) 的 0 次幂, 然后把结果求和.

【解答】 原式 $= 3 + 1$

$= 4$.

【点评】 本题考查了绝对值的意义和零指数幂. $a^0 = 1$ ($a \neq 0$).

15. (4 分) 如图, OA 、 OC 是 $\odot O$ 的半径, 点 B 在 $\odot O$ 上, 连接 AB 、 BC , 若 $\angle ABC = 40^\circ$, 则 $\angle AOC =$ 80 度.



【分析】 直接根据圆周角定理即可得出结论.

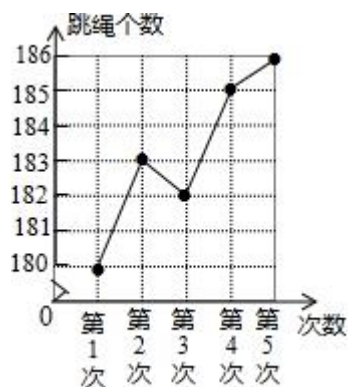
【解答】 解: $\because \angle ABC$ 与 $\angle AOC$ 是同弧所对的圆周角与圆心角, $\angle ABC = 40^\circ$,

$\therefore \angle AOC = 2 \angle ABC = 80^\circ$.

故答案为: 80.

【点评】 本题考查的是圆周角定理, 熟知在同圆或等圆中, 同弧或等弧所对的圆周角相等, 都等于这条弧所对的圆心角的一半是解答此题的关键.

16. (4 分) 某同学在体育训练中统计了自己五次“1 分钟跳绳”成绩, 并绘制了如图所示的折线统计图, 这五次“1 分钟跳绳”成绩的中位数是 183 个.

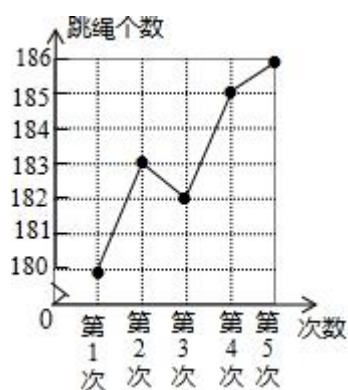


【分析】把这组数据从小到大排列，处于中间位置的数就是这组数据的中位数.

【解答】解：由图可知，把数据从小到大排列的顺序是：180、182、183、185、

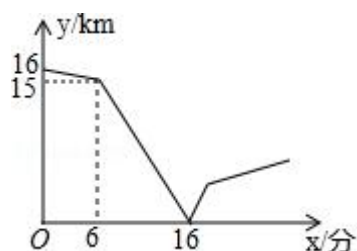
186，中位数是 183.

故答案是：183.



【点评】此题考查了中位数和折线统计图，中位数是将一组数据从小到大（或从大到小）重新排列后，最中间的那个数（最中间两个数的平均数），叫做这组数据的中位数，如果中位数的概念掌握得不好，不把数据按要求重新排列，就会出错.

17. (4 分) 甲、乙两人在一条笔直的道路上相向而行，甲骑自行车从 A 地到 B 地，乙驾车从 B 地到 A 地，他们分别以不同的速度匀速行驶，已知甲先出发 6 分钟后，乙才出发，在整个过程中，甲、乙两人的距离 y (千米) 与甲出发的时间 x (分) 之间的关系如图所示，当乙到达终点 A 时，甲还需 78 分钟到达终点 B.



【分析】根据路程与时间的关系，可得甲乙的速度，根据相遇前甲行驶的路程除以乙行驶的速度，可得乙到达 A 站需要的时间，根据相遇前乙行驶的路程除以甲行驶的速度，可得甲到达 B 站需要的时间，再根据有理数的减法，可得答案.

【解答】解：由纵坐标看出甲先行驶了 1 千米，由横坐标看出甲行驶 1 千米用了 6 分钟，

甲的速度是 $1 \div 6 = \frac{1}{6}$ 千米/分钟，

由纵坐标看出 AB 两地的距离是 16 千米，

设乙的速度是 x 千米/分钟，由题意，得

$$10x + 16 \times \frac{1}{6} = 16,$$

解得 $x = \frac{4}{3}$ 千米/分钟，

相遇后乙到达 A 站还需 $(16 \times \frac{1}{6}) \div \frac{4}{3} = 2$ 分钟，

相遇后甲到达 B 站还需 $(10 \times \frac{4}{3}) \div \frac{1}{6} = 80$ 分钟，

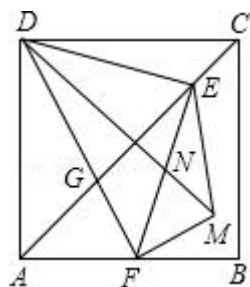
当乙到达终点 A 时，甲还需 $80 - 2 = 78$ 分钟到达终点 B，

故答案为：78.

【点评】本题考查了函数图象，利用同路程与时间的关系得出甲乙的速度是解题关键.

18. (4 分) 如图，正方形 ABCD 中，AD=4，点 E 是对角线 AC 上一点，连接 DE，过点 E 作 $EF \perp ED$ ，交 AB 于点 F，连接 DF，交 AC 于点 G，将 $\triangle EFG$ 沿 EF 翻折，得到 $\triangle EFM$ ，连接 DM，交 EF 于点 N，若点 F 是 AB 边的中点，则 $\triangle$

EMN 的周长是 $\frac{5\sqrt{2}+\sqrt{10}}{2}$.



【分析】解法一：如图 1，作辅助线，构建全等三角形，根据全等三角形对应边相等证明 $FQ=BQ=PE=1$ ， $\triangle DEF$ 是等腰直角三角形，利用勾理计算 $DE=EF=\sqrt{10}$ ， $PD=\sqrt{DE^2-PE^2}=3$ ，如图 2，由平行相似证明 $\triangle DGC \sim \triangle FGA$ ，列比例式可得 FG 和 CG 的长，从而得 EG 的长，根据 $\triangle GHF$ 是等腰直角三角形，得 GH 和 FH 的长，利用 $DE \parallel GM$ 证明 $\triangle DEN \sim \triangle MNH$ ，则 $\frac{DE}{MH} = \frac{EN}{NH}$ ，得 $EN = \frac{\sqrt{10}}{2}$ ，从而计算出 $\triangle EMN$ 各边的长，相加可得周长。

解法二，将解法一中用相似得出的 FG 和 CG 的长，利用面积法计算得出，其它解法相同。

解法三：作辅助线构建正方形和全等三角形，设 $EP=x$ ，则 $DQ=4-x=FP=x-2$ ，求 x 的值得到 $PF=1$ ， AE 的长；由 $\triangle DGC$ 和 $\triangle FGA$ 相似，求 AG 和 GE 的长；证 $\triangle GHF$ 和 $\triangle FKM$ 全等，所以 $GH=FK=4/3$ ， $HF=MK=2/3$ ， $ML=AK=10/3$ ， $DL=AD-MK=10/3$ ，即 $DL=LM$ ，所以 DM 在正方形对角线 DB 上，设 $NI=y$ ，列比例式可得 NI 的长，分别求 MN 和 EN 的长，相加可得结论。

【解答】解：解法一：如图 1，过 E 作 $PQ \perp DC$ ，交 DC 于 P ，交 AB 于 Q ，连接 BE ，

$\because DC \parallel AB$ ，

$\therefore PQ \perp AB$ ，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$$\therefore \angle ACD = 45^\circ,$$

$\therefore \triangle PEC$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore PE = PC,$$

设 $PC = x$, 则 $PE = x$, $PD = 4 - x$, $EQ = 4 - x$,

$$\therefore PD = EQ,$$

$$\because \angle DPE = \angle EQF = 90^\circ, \quad \angle PED = \angle EFQ,$$

$$\therefore \triangle DPE \cong \triangle EQF,$$

$$\therefore DE = EF,$$

$$\because DE \perp EF,$$

$\therefore \triangle DEF$ 是等腰直角三角形,

易证明 $\triangle DEC \cong \triangle BEC$,

$$\therefore DE = BE,$$

$$\therefore EF = BE,$$

$$\because EQ \perp FB,$$

$$\therefore FQ = BQ = \frac{1}{2}BF,$$

$$\because AB = 4, \quad F \text{ 是 } AB \text{ 的中点},$$

$$\therefore BF = 2,$$

$$\therefore FQ = BQ = PE = 1,$$

$$\therefore CE = \sqrt{2}, \quad PD = 4 - 1 = 3,$$

$$\text{Rt} \triangle DAF \text{ 中, } DF = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5},$$

$$DE = EF = \sqrt{10},$$

如图 2, $\because DC \parallel AB$,

$$\therefore \triangle DGC \sim \triangle FGA,$$

$$\therefore \frac{CG}{AG} = \frac{DC}{AF} = \frac{DG}{FG} = \frac{4}{2} = 2,$$

$$\therefore CG = 2AG, \quad DG = 2FG,$$

$$\therefore FG = \frac{1}{3} \times 2\sqrt{5} = \frac{2\sqrt{5}}{3},$$

$$\therefore AC = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2},$$

$$\therefore CG = \frac{2}{3} \times 4\sqrt{2} = \frac{8\sqrt{2}}{3},$$

$$\therefore EG = \frac{8\sqrt{2}}{3} - \sqrt{2} = \frac{5\sqrt{2}}{3},$$

连接 GM、GN，交 EF 于 H，

$$\therefore \angle GFE = 45^\circ,$$

$\therefore \triangle GHF$ 是等腰直角三角形，

$$\therefore GH = FH = \frac{\frac{2\sqrt{5}}{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}}{3},$$

$$\therefore EH = EF - FH = \sqrt{10} - \frac{\sqrt{10}}{3} = \frac{2\sqrt{10}}{3},$$

由折叠得：GM ⊥ EF，MH = GH = $\frac{\sqrt{10}}{3}$ ，

$$\therefore \angle EHM = \angle DEF = 90^\circ,$$

$$\therefore DE \parallel HM,$$

$$\therefore \triangle DEN \sim \triangle MNH,$$

$$\therefore \frac{DE}{MH} = \frac{EN}{NH},$$

$$\therefore \frac{\frac{\sqrt{10}}{3}}{\frac{\sqrt{10}}{3}} = \frac{EN}{NH} = 3,$$

$$\therefore EN = 3NH,$$

$$\therefore EN + NH = EH = \frac{2\sqrt{10}}{3},$$

$$\therefore EN = \frac{\sqrt{10}}{2},$$

$$\therefore NH=EH-EN=\frac{2\sqrt{10}}{3}-\frac{\sqrt{10}}{2}=\frac{\sqrt{10}}{6},$$

$$\text{Rt}\triangle GNH \text{ 中, } GN=\sqrt{GH^2+NH^2}=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{10}}{3}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{10}}{6}\right)^2}=\frac{5\sqrt{2}}{6},$$

由折叠得: $MN=GN$, $EM=EG$,

$$\therefore \triangle EMN \text{ 的周长} = EN+MN+EM = \frac{\sqrt{10}}{2} + \frac{5\sqrt{2}}{6} + \frac{5\sqrt{2}}{3} = \frac{5\sqrt{2}+\sqrt{10}}{2};$$

解法二: 如图 3, 过 G 作 $GK \perp AD$ 于 K, 作 $GR \perp AB$ 于 R,

$\therefore AC$ 平分 $\angle DAB$,

$\therefore GK=GR$,

$$\therefore \frac{S_{\triangle ADG}}{S_{\triangle AGF}} = \frac{\frac{1}{2}AD \cdot KG}{\frac{1}{2}AF \cdot GR} = \frac{AD}{AF} = \frac{4}{2} = 2,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle ADG}}{S_{\triangle AGF}} = \frac{\frac{1}{2}DG \cdot h}{\frac{1}{2}GF \cdot h} = 2,$$

$$\therefore \frac{DG}{GF} = 2,$$

$$\text{同理, } \frac{S_{\triangle DNF}}{S_{\triangle MNF}} = \frac{DF}{FM} = \frac{DN}{MN} = 3,$$

其它解法同解法一,

$$\text{可得: } \therefore \triangle EMN \text{ 的周长} = EN+MN+EM = \frac{\sqrt{10}}{2} + \frac{5\sqrt{2}}{6} + \frac{5\sqrt{2}}{3} = \frac{5\sqrt{2}+\sqrt{10}}{2};$$

解法三: 如图 4, 过 E 作 $EP \perp AP$, $EQ \perp AD$,

$\therefore AC$ 是对角线,

$\therefore EP=EQ$,

易证 $\triangle DQE$ 和 $\triangle FPE$ 全等,

$\therefore DE=EF$, $DQ=FP$, 且 $AP=EP$,

设 $EP=x$, 则 $DQ=4-x=FP=x-2$,

解得 $x=3$, 所以 $PF=1$,

$$\therefore AE = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2},$$

$$\therefore DC \parallel AB,$$

$$\therefore \triangle DGC \sim \triangle FGA,$$

$$\therefore \text{同解法一得: } CG = \frac{2}{3} \times 4\sqrt{2} = \frac{8\sqrt{2}}{3},$$

$$\therefore EG = \frac{8\sqrt{2}}{3} - \sqrt{2} = \frac{5\sqrt{2}}{3},$$

$$AG = \frac{1}{3}AC = \frac{4\sqrt{2}}{3},$$

过 G 作 $GH \perp AB$, 过 M 作 $MK \perp AB$, 过 M 作 $ML \perp AD$,

则易证 $\triangle GHF \cong \triangle FKM$ 全等,

$$\therefore GH = FK = \frac{4}{3}, \quad HF = MK = \frac{2}{3},$$

$$\therefore ML = AK = AF + FK = 2 + \frac{4}{3} = \frac{10}{3}, \quad DL = AD - MK = 4 - \frac{2}{3} = \frac{10}{3},$$

即 $DL = LM$,

$$\therefore \angle LDM = 45^\circ$$

$\therefore DM$ 在正方形对角线 DB 上,

过 N 作 $NI \perp AB$, 则 $NI = IB$,

设 $NI = y$,

$$\therefore NI \parallel EP$$

$$\therefore \frac{NI}{EP} = \frac{FI}{FP}$$

$$\therefore \frac{y}{3} = \frac{2-y}{1},$$

解得 $y = 1.5$,

所以 $FI = 2 - y = 0.5$,

$\therefore I$ 为 FP 的中点,

$\therefore N$ 是 EF 的中点,

$$\therefore EN=0.5EF=\frac{\sqrt{10}}{2},$$

$\therefore \triangle BIN$ 是等腰直角三角形, 且 $BI=NI=1.5$,

$$\therefore BN=\frac{3}{2}\sqrt{2}, \quad BK=AB-AK=4-\frac{10}{3}=\frac{2}{3}, \quad BM=\frac{2}{3}\sqrt{2}, \quad MN=BN-BM=\frac{3}{2}\sqrt{2}-\frac{2}{3}\sqrt{2}=\frac{5}{6}\sqrt{2},$$

$$\therefore \triangle EMN \text{ 的周长} = EN + MN + EM = \frac{\sqrt{10}}{2} + \frac{5\sqrt{2}}{6} + \frac{5\sqrt{2}}{3} = \frac{5\sqrt{2} + \sqrt{10}}{2};$$

故答案为: $\frac{5\sqrt{2} + \sqrt{10}}{2}$.

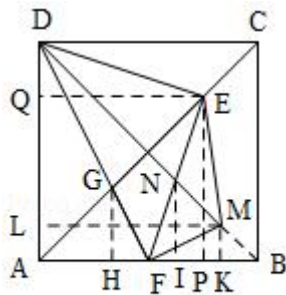


图4

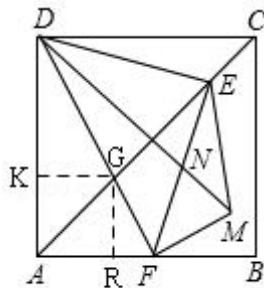


图3

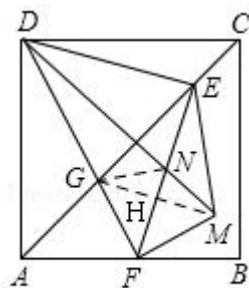


图2

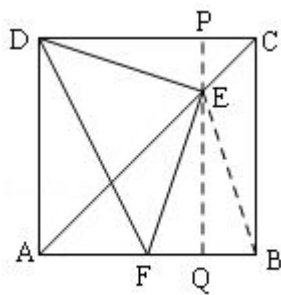
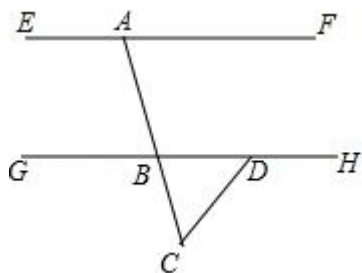


图1

【点评】 本题考查了正方形的性质、翻折变换的性质、三角形全等、相似的性质和判定、勾股定理，三角函数，计算比较复杂，作辅助线，构建全等三角形，计算出 PE 的长是关键.

三、解答题 (本大题共 2 个小题，每小题 8 分，共 16 分)

19. (8 分) 如图, 直线 $EF \parallel GH$, 点 A 在 EF 上, AC 交 GH 于点 B, 若 $\angle FAC = 72^\circ$, $\angle ACD = 58^\circ$, 点 D 在 GH 上, 求 $\angle BDC$ 的度数.



【分析】 由平行线的性质求出 $\angle ABD = 108^\circ$, 由三角形的外角性质得出 $\angle ABD = \angle ACD + \angle BDC$, 即可求出 $\angle BDC$ 的度数.

【解答】 解: $\because EF \parallel GH$,

$$\therefore \angle ABD + \angle FAC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle ABD = 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ,$$

$$\because \angle ABD = \angle ACD + \angle BDC,$$

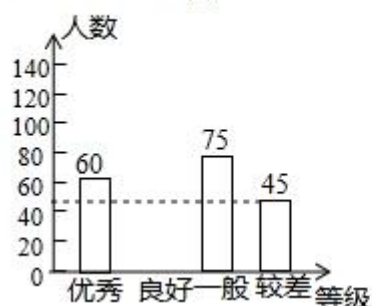
$$\therefore \angle BDC = \angle ABD - \angle ACD = 108^\circ - 58^\circ = 50^\circ.$$

【点评】 本题考查了平行线的性质以及三角形的外角性质; 熟练掌握平行线的性

质是解决问题的关键.

20. (8分) 中央电视台的“中国诗词大赛”节目文化品位高, 内容丰富. 某校初二年级模拟开展“中国诗词大赛”比赛, 对全年级同学成绩进行统计后分为“优秀”、“良好”、“一般”、“较差”四个等级, 并根据成绩绘制成如下两幅不完整的统计图, 请结合统计图中的信息, 回答下列问题:

初二年级参加“中国诗词大赛”比赛成绩条形统计图



初二年级参加“中国诗词大赛”比赛成绩扇形统计图



(1) 扇形统计图中“优秀”所对应扇形的圆心角为 72 度, 并将条形统计图补充完整.

(2) 此次比赛有四名同学获得满分, 分别是甲、乙、丙、丁, 现从这四名同学中挑选两名同学参加学校举行的“中国诗词大赛”比赛, 请用列表法或画树状图法, 求出选中的两名同学恰好是甲、丁的概率.

【分析】 (1) 由周角乘以“优秀”所对应的扇形的百分数, 得出“优秀”所对应的扇形的圆心角度数; 求出全年级总人数, 得出“良好”的人数, 补全统计图即可;

(2) 画出树状图, 由概率公式即可得出答案.

【解答】 解: (1) $360^\circ (1 - 40\% - 25\% - 15\%) = 72^\circ$;

故答案为: 72;

全年级总人数为 $45 \div 15\% = 300$ (人),

“良好”的人数为 $300 \times 40\% = 120$ (人),

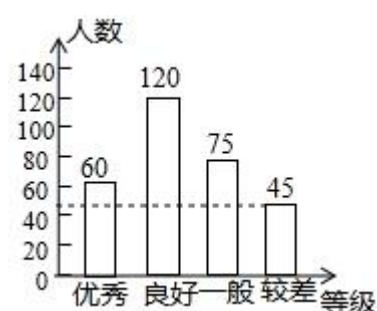
将条形统计图补充完整,

如图所示：

(2) 画树状图， 如图所示：

共有 12 个可能的结果， 选中的两名同学恰好是甲、 丁的结果有 2 个，

$$\therefore P(\text{选中的两名同学恰好是甲、 丁}) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}.$$



【点评】 此题主要考查了列表法与树状图法， 以及扇形统计图、 条形统计图的应用， 要熟练掌握.

四、简答题 (本大题共 4 个小题， 每小题 10 分， 共 40 分)

21. (10 分) 计算：

(1) $(x+y)^2 - x(2y-x)$;

(2) $(a+2 - \frac{3a-4}{a-2}) \div \frac{a^2-6a+9}{a-2}$.

【分析】 (1) 按从左往右的顺序进行运算， 先乘方再乘法；

(2) 把 $(a+2)$ 看成分母是 1 的分数， 通分后作乘法， 最后的结果需化成最简分式.

【解答】 解： (1) $(x+y)^2 - x(2y-x)$

$$= x^2 + 2xy + y^2 - 2xy + x^2$$

$$= 2x^2 + y^2;$$

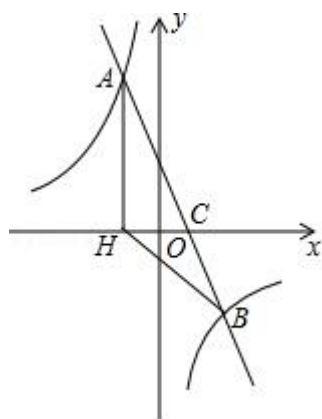
$$\begin{aligned}
 (2) & \left(a+2-\frac{3a-4}{a-2}\right) \div \frac{a^2-6a+9}{a-2} \\
 &= \left(\frac{a^2-4}{a-2}-\frac{3a-4}{a-2}\right) \times \frac{a-2}{(a-3)^2} \\
 &= \frac{a(a-3)}{a-2} \times \frac{a-2}{(a-3)^2} \\
 &= \frac{a}{a-3}.
 \end{aligned}$$

【点评】 本题主要考查了分式的混合运算，运算过程中注意运算顺序．分式的运算顺序：先乘方，再乘除，最后加减．有括号的先算括号里面的．注意分式运算的结果需化为最简分式．

22. (10 分) 如图，在平面直角坐标系中，一次函数 $y=ax+b$ ($a \neq 0$) 的图象与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象交于 A、B 两点，与 x 轴交于点 C，过点 A 作 $AH \perp x$ 轴于点 H，点 O 是线段 CH 的中点， $AC=4\sqrt{5}$ ， $\cos \angle ACH=\frac{\sqrt{5}}{5}$ ，点 B 的坐标为 (4, n)．

(1) 求该反比例函数和一次函数的解析式；

(2) 求 $\triangle BCH$ 的面积．



【分析】 (1) 首先利用锐角三角函数关系得出 HC 的长，再利用勾股定理得出 AH 的长，即可得出 A 点坐标，进而求出反比例函数解析式，再求出 B 点坐标，即可得出一次函数解析式；

(2) 利用 B 点坐标的纵坐标再利用 HC 的长即可得出 $\triangle BCH$ 的面积．

【解答】解：(1) $\because AH \perp x$ 轴于点 H, $AC=4\sqrt{5}$, $\cos \angle ACH=\frac{\sqrt{5}}{5}$,

$$\therefore \frac{HC}{AC}=\frac{\sqrt{5}}{5}=\frac{HC}{4\sqrt{5}},$$

解得: $HC=4$,

$\therefore$ 点 O 是线段 CH 的中点,

$$\therefore HO=CO=2,$$

$$\therefore AH=\sqrt{AC^2-HC^2}=8,$$

$$\therefore A(-2, 8),$$

$$\therefore \text{反比例函数解析式为: } y=-\frac{16}{x},$$

$$\therefore B(4, -4),$$

$$\therefore \text{设一次函数解析式为: } y=kx+b,$$

$$\text{则} \begin{cases} -2k+b=8 \\ 4k+b=-4 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k=-2 \\ b=4 \end{cases},$$

$$\therefore \text{一次函数解析式为: } y=-2x+4;$$

$$(2) \text{ 由 (1) 得: } \triangle BCH \text{ 的面积为: } \frac{1}{2} \times 4 \times 4=8.$$

【点评】此题主要考查了反比例函数与一次函数解析式求法以及三角形面积求法, 正确得出 A 点坐标是解题关键.

23. (10 分) 某地大力发展经济作物, 其中果树种植已初具规模, 今年受气候、雨水等因素的影响, 樱桃较去年有小幅度的减产, 而枇杷有所增产.

(1) 该地某果农今年收获樱桃和枇杷共 400 千克, 其中枇杷的产量不超过樱桃产量的 7 倍, 求该果农今年收获樱桃至少多少千克?

(2) 该果农把今年收获的樱桃、枇杷两种水果的一部分运往市场销售, 该果农

去年樱桃的市场销售量为 100 千克，销售均价为 30 元/千克，今年樱桃的市场销售量比去年减少了 $m\%$ ，销售均价与去年相同；该果农去年枇杷的市场销售量为 200 千克，销售均价为 20 元/千克，今年枇杷的市场销售量比去年增加了 $2m\%$ ，但销售均价比去年减少了 $m\%$ ，该果农今年运往市场销售的这部分樱桃和枇杷的销售总金额与他去年樱桃和枇杷的市场销售总金额相同，求 m 的值.

【分析】 (1) 利用枇杷的产量不超过樱桃产量的 7 倍，表示出两种水果的质量，进而得出不等式求出答案；

(2) 根据果农今年运往市场销售的这部分樱桃和枇杷的销售总金额比他去年樱桃和枇杷的市场销售总金额相同得出等式，进而得出答案.

【解答】 解：(1) 设该果农今年收获樱桃 x 千克，

根据题意得： $400 - x \leq 7x$,

解得： $x \geq 50$,

答：该果农今年收获樱桃至少 50 千克；

(2) 由题意可得：

$$100 (1 - m\%) \times 30 + 200 \times (1 + 2m\%) \times 20 (1 - m\%) = 100 \times 30 + 200 \times 20,$$

令 $m\% = y$ ，原方程可化为： $3000 (1 - y) + 4000 (1 + 2y) (1 - y) = 7000$,

整理可得： $8y^2 - y = 0$

解得： $y_1 = 0$, $y_2 = 0.125$

$\therefore m_1 = 0$ (舍去), $m_2 = 12.5$

$\therefore m_2 = 12.5$,

答： m 的值为 12.5.

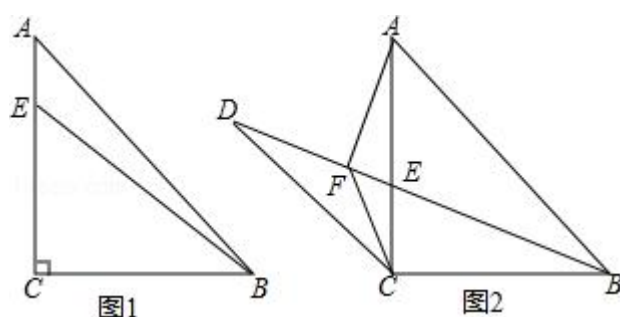
【点评】 此题主要考查了一元一次不等式的应用以及一元二次方程的应用，正确

表示出水果的销售总金额是解题关键.

24. (10 分) 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=BC$, 点 E 是 AC 上一点, 连接 BE .

(1) 如图 1, 若 $AB=4\sqrt{2}$, $BE=5$, 求 AE 的长;

(2) 如图 2, 点 D 是线段 BE 延长线上一点, 过点 A 作 $AF \perp BD$ 于点 F , 连接 CD 、 CF , 当 $AF=DF$ 时, 求证: $DC=BC$.



【分析】(1) 根据等腰直角三角形的性质得到 $AC=BC=\frac{\sqrt{2}}{2}AB=4$, 根据勾股定理得到 $CE=\sqrt{BE^2-BC^2}=3$, 于是得到结论;

(2) 根据等腰直角三角形的性质得到 $\angle CAB=45^\circ$, 由于 $\angle AFB=\angle ACB=90^\circ$, 推出 A, F, C, B 四点共圆, 根据圆周角定理得到 $\angle CFB=\angle CAB=45^\circ$, 求得 $\angle DFC=\angle AFC=135^\circ$, 根据全等三角形的性质即可得到结论.

【解答】解: (1) $\because \angle ACB=90^\circ$, $AC=BC$,

$$\therefore AC=BC=\frac{\sqrt{2}}{2}AB=4,$$

$$\because BE=5,$$

$$\therefore CE=\sqrt{BE^2-BC^2}=3,$$

$$\therefore AE=4-3=1;$$

(2) $\because \angle ACB=90^\circ$, $AC=BC$,

$$\therefore \angle CAB=45^\circ,$$

$\therefore AF \perp BD$,

$\therefore \angle AFB = \angle ACB = 90^\circ$,

$\therefore A, F, C, B$ 四点共圆,

$\therefore \angle CFB = \angle CAB = 45^\circ$,

$\therefore \angle DFC = \angle AFC = 135^\circ$,

在 $\triangle ACF$ 与 $\triangle DCF$ 中,
$$\begin{cases} AF = DF \\ \angle AFC = \angle DFC \\ CF = CF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ACF \cong \triangle DCF$,

$\therefore CD = AC$,

$\therefore AC = BC$,

$\therefore AC = BC$.

【点评】 本题考查了全等三角形的判定和性质, 四点共圆, 等腰直角三角形的性质, 勾股定理, 熟练掌握全等三角形的判定和性质是解题的关键.

五、解答题 (本大题 2 个小题, 第 25 小题 10 分、第 26 小题 12 分, 共 22 分)

25. (10 分) 对任意一个三位数 n , 如果 n 满足各数位上的数字互不相同, 且都不为零, 那么称这个数为“相异数”. 将一个“相异数”任意两个数位上的数字对调后可以得到三个不同的新三位数, 把这三个新三位数的和与 111 的商记为 $F(n)$. 例如 $n=123$, 对调百位与十位上的数字得到 213, 对调百位与个位上的数字得到 321, 对调十位与个位上的数字得到 132, 这三个新三位数的和为 $213+321+132=666$, $666 \div 111=6$, 所以 $F(123)=6$.

(1) 计算: $F(243)$, $F(617)$;

(2) 若 s, t 都是“相异数”, 其中 $s=100x+32$, $t=150+y$ ($1 \leq x \leq 9$, $1 \leq y \leq 9$,

x, y 都是正整数), 规定: $k = \frac{F(s)}{F(t)}$, 当 $F(s) + F(t) = 18$ 时, 求 k 的最大值.

【分析】 (1) 根据 $F(n)$ 的定义式, 分别将 $n=243$ 和 $n=617$ 代入 $F(n)$ 中, 即可求出结论;

(2) 由 $s=100x+32, t=150+y$ 结合 $F(s) + F(t) = 18$, 即可得出关于 x, y 的二元一次方程, 解之即可得出 x, y 的值, 再根据“相异数”的定义结合 $F(n)$ 的定义式, 即可求出 $F(s), F(t)$ 的值, 将其代入 $k = \frac{F(s)}{F(t)}$ 中, 找出最大值即可.

【解答】 解: (1) $F(243) = (423+342+234) \div 111=9$;

$F(617) = (167+716+671) \div 111=14$.

(2) $\because s, t$ 都是“相异数”, $s=100x+32, t=150+y$,

$$\therefore F(s) = (302+10x+230+x+100x+23) \div 111=x+5, \quad F(t) = (510+y+100y+51+105+10y) \div 111=y+6.$$

$$\therefore F(t) + F(s) = 18,$$

$$\therefore x+5+y+6=x+y+11=18,$$

$$\therefore x+y=7.$$

$\because 1 \leq x \leq 9, 1 \leq y \leq 9$, 且 x, y 都是正整数,

$$\therefore \begin{cases} x=1 \\ y=6 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=2 \\ y=5 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=3 \\ y=4 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=4 \\ y=3 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=5 \\ y=2 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=6 \\ y=1 \end{cases}.$$

$\because s$ 是“相异数”,

$$\therefore x \neq 2, x \neq 3.$$

$\because t$ 是“相异数”,

$$\therefore y \neq 1, y \neq 5.$$

$$\therefore \begin{cases} x=1 \\ y=6 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=4 \\ y=3 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=5 \\ y=2 \end{cases},$$

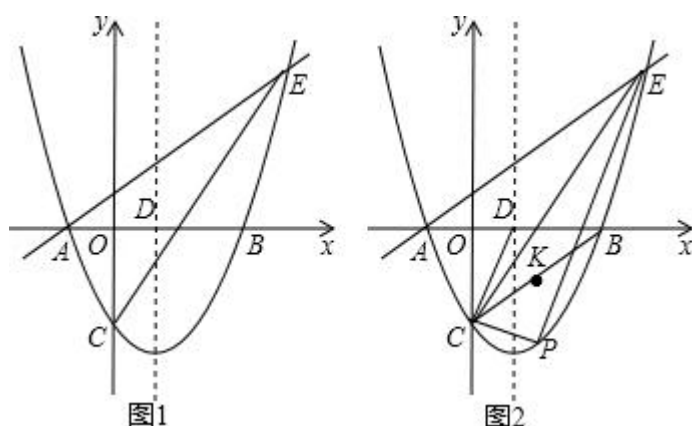
$$\therefore \begin{cases} F(s)=6 \\ F(t)=12 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} F(s)=9 \\ F(t)=9 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} F(s)=10 \\ F(t)=8 \end{cases},$$

$$\therefore k = \frac{F(s)}{F(t)} = \frac{1}{2} \text{ 或 } k = \frac{F(s)}{F(t)} = 1 \text{ 或 } k = \frac{F(s)}{F(t)} = \frac{5}{4},$$

$$\therefore k \text{ 的最大值为 } \frac{5}{4}.$$

【点评】 本题考查了二元一次方程的应用，解题的关键是：（1）根据 $F(n)$ 的定义式，求出 $F(243)$ 、 $F(617)$ 的值；（2）根据 $s=100x+32$ 、 $t=150+y$ 结合 $F(s) + F(t) = 18$ ，找出关于 x 、 y 的二元一次方程.

26. (12 分) 如图，在平面直角坐标系中，抛物线 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x^2 - \frac{2\sqrt{3}}{3}x - \sqrt{3}$ 与 x 轴交于 A、B 两点（点 A 在点 B 的左侧），与 y 轴交于点 C，对称轴与 x 轴交于点 D，点 E (4, n) 在抛物线上.



(1) 求直线 AE 的解析式；

(2) 点 P 为直线 CE 下方抛物线上的一点，连接 PC，PE. 当 $\triangle PCE$ 的面积最大时，连接 CD，CB，点 K 是线段 CB 的中点，点 M 是 CP 上的一点，点 N 是 CD 上的一点，求 $KM+MN+NK$ 的最小值；

(3) 点 G 是线段 CE 的中点，将抛物线 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x^2 - \frac{2\sqrt{3}}{3}x - \sqrt{3}$ 沿 x 轴正方向平移得到新抛物线 y' ， y' 经过点 D， y' 的顶点为点 F. 在新抛物线 y' 的对称轴上，是否存在点 Q，使得 $\triangle FGQ$ 为等腰三角形？若存在，直接写出点 Q 的坐标；若不存在，请说明理由.

【分析】 (1) 抛物线的解析式可变形为 $y = \frac{\sqrt{3}}{3} (x+1)(x-3)$, 从而可得到点 A 和点 B 的坐标, 然后再求得点 E 的坐标, 设直线 AE 的解析式为 $y=kx+b$, 将点 A 和点 E 的坐标代入求得 k 和 b 的值, 从而得到 AE 的解析式;

(2) 设直线 CE 的解析式为 $y=mx-\sqrt{3}$, 将点 E 的坐标代入求得 m 的值, 从而得到直线 CE 的解析式, 过点 P 作 $PF \parallel y$ 轴, 交 CE 与点 F. 设点 P 的坐标为 $(x, \frac{\sqrt{3}}{3}x^2 - \frac{2\sqrt{3}}{3}x - \sqrt{3})$, 则点 F $(x, \frac{2\sqrt{3}}{3}x - \sqrt{3})$, 则 $FP = \frac{\sqrt{3}}{3}x^2 + \frac{4\sqrt{3}}{3}x$. 由三角形的面积公式得到 $\triangle EPC$ 的面积 $= -\frac{2\sqrt{3}}{3}x^2 + \frac{8\sqrt{3}}{3}x$, 利用二次函数的性质可求得 x 的值, 从而得到点 P 的坐标, 作点 K 关于 CD 和 CP 的对称点 G、H, 连接 G、H 交 CD 和 CP 与 N、M. 然后利用轴对称的性质可得到点 G 和点 H 的坐标, 当点 O、N、M、H 在一条直线上时, $KM+MN+NK$ 有最小值, 最小值 $=GH$;

(3) 由平移后的抛物线经过点 D, 可得到点 F 的坐标, 利用中点坐标公式可求得点 G 的坐标, 然后分为 $QG=FG$ 、 $QG=QF$, $FQ=FQ$ 三种情况求解即可.

【解答】 解: (1) $\because y = \frac{\sqrt{3}}{3}x^2 - \frac{2\sqrt{3}}{3}x - \sqrt{3}$,

$$\therefore y = \frac{\sqrt{3}}{3} (x+1)(x-3).$$

$$\therefore A(-1, 0), B(3, 0).$$

$$\text{当 } x=4 \text{ 时, } y = \frac{5\sqrt{3}}{3}.$$

$$\therefore E(4, \frac{5\sqrt{3}}{3}).$$

$$\text{设直线 AE 的解析式为 } y=kx+b, \text{ 将点 A 和点 E 的坐标代入得: } \begin{cases} -k+b=0 \\ 4k+b=\frac{5\sqrt{3}}{3} \end{cases}$$

$$\text{解得: } k = \frac{\sqrt{3}}{3}, b = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

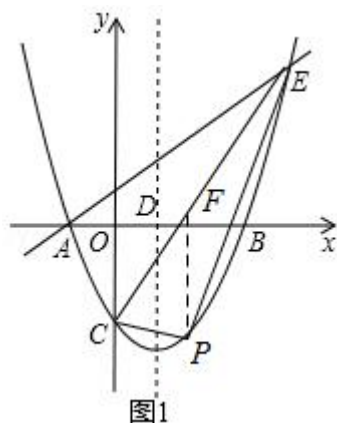
$$\therefore \text{直线 AE 的解析式为 } y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

$$(2) \text{ 设直线 CE 的解析式为 } y=mx-\sqrt{3}, \text{ 将点 E 的坐标代入得: } 4m-\sqrt{3}=\frac{5\sqrt{3}}{3},$$

解得: $m = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

$\therefore$ 直线 CE 的解析式为 $y = \frac{2\sqrt{3}}{3}x - \sqrt{3}$.

过点 P 作 $PF \parallel y$ 轴, 交 CE 与点 F.



设点 P 的坐标为 $(x, \frac{\sqrt{3}}{3}x^2 - \frac{2\sqrt{3}}{3}x - \sqrt{3})$, 则点 F $(x, \frac{2\sqrt{3}}{3}x - \sqrt{3})$,

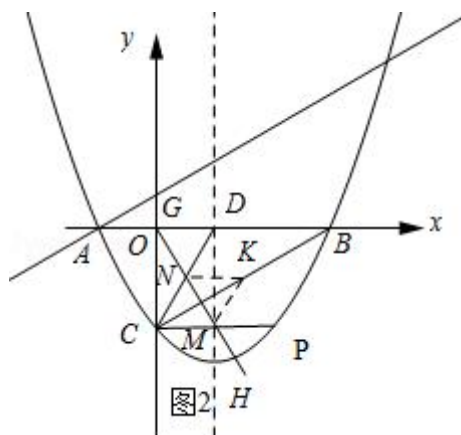
则 $FP = (\frac{2\sqrt{3}}{3}x - \sqrt{3}) - (\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 - \frac{2\sqrt{3}}{3}x - \sqrt{3}) = -\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 + \frac{4\sqrt{3}}{3}x$.

$\therefore \triangle EPC$ 的面积 $= \frac{1}{2} \times (-\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 + \frac{4\sqrt{3}}{3}x) \times 4 = -\frac{2\sqrt{3}}{3}x^2 + \frac{8\sqrt{3}}{3}x$.

$\therefore$ 当 $x=2$ 时, $\triangle EPC$ 的面积最大.

$\therefore P(2, -\sqrt{3})$.

如图 2 所示: 作点 K 关于 CD 和 CP 的对称点 G、H, 连接 G、H 交 CD 和 CP 与 N、M.



$\therefore K$ 是 CB 的中点,

$$\therefore k \left(\frac{3}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2} \right).$$

$$\therefore \tan \angle KCP = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

$$\therefore OD=1, OC=\sqrt{3},$$

$$\therefore \tan \angle OCD = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

$$\therefore \angle OCD = \angle KCP = 30^\circ.$$

$$\therefore \angle KCD = 30^\circ.$$

$$\therefore k \text{ 是 } BC \text{ 的中点, } \angle OCB = 60^\circ,$$

$$\therefore OC = CK.$$

$$\therefore \text{点 } O \text{ 与点 } K \text{ 关于 } CD \text{ 对称.}$$

$$\therefore \text{点 } G \text{ 与点 } O \text{ 重合.}$$

$$\therefore \text{点 } G (0, 0).$$

$$\therefore \text{点 } H \text{ 与点 } K \text{ 关于 } CP \text{ 对称,}$$

$$\therefore \text{点 } H \text{ 的坐标为 } \left(\frac{3}{2}, -\frac{3\sqrt{3}}{2} \right).$$

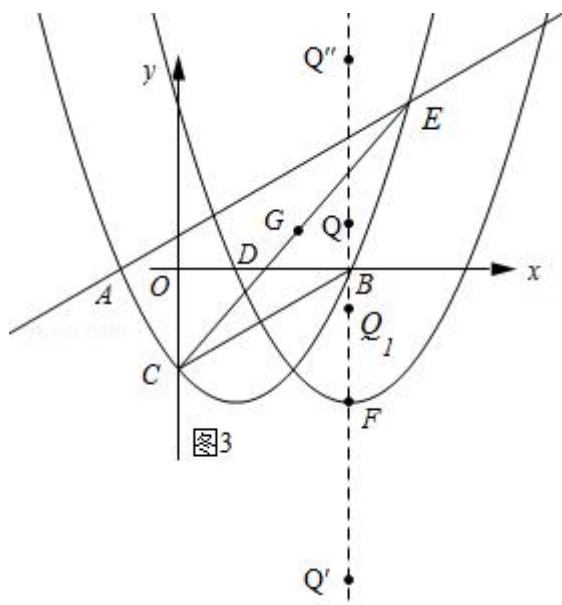
$$\therefore KM + MN + NK = MH + MN + GN.$$

$$\text{当点 } O、N、M、H \text{ 在一条直线上时, } KM + MN + NK \text{ 有最小值, 最小值} = GH.$$

$$\therefore GH = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2} = 3.$$

$$\therefore KM + MN + NK \text{ 的最小值为 } 3.$$

(3) 如图 3 所示:



∵ y' 经过点 D , y' 的顶点为点 F ,

∴ 点 $F(3, -\frac{4\sqrt{3}}{3})$.

∵ 点 G 为 CE 的中点,

∴ $G(2, \frac{\sqrt{3}}{3})$.

∴ $FG = \sqrt{1^2 + (\frac{5\sqrt{3}}{3})^2} = \frac{2\sqrt{21}}{3}$.

∴ 当 $FG = FQ$ 时, 点 $Q(3, \frac{-4\sqrt{3} + 2\sqrt{21}}{3})$, $Q'(3, \frac{-4\sqrt{3} - 2\sqrt{21}}{3})$.

当 $GF = GQ$ 时, 点 F 与点 Q'' 关于 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 对称,

∴ 点 $Q''(3, 2\sqrt{3})$.

当 $QG = QF$ 时, 设点 Q_1 的坐标为 $(3, a)$.

由两点间的距离公式可知: $a + \frac{4\sqrt{3}}{3} = \sqrt{1^2 + (\frac{\sqrt{3}}{3} - a)^2}$, 解得: $a = -\frac{2\sqrt{3}}{5}$.

∴ 点 Q_1 的坐标为 $(3, -\frac{2\sqrt{3}}{5})$.

综上所述, 点 Q 的坐标为 $(3, \frac{-4\sqrt{3} + 2\sqrt{21}}{3})$ 或 $(3, \frac{-4\sqrt{3} - 2\sqrt{21}}{3})$ 或 $(3, 2\sqrt{3})$ 或 $(3, -\frac{2\sqrt{3}}{5})$.

【点评】 本题主要考查的是二次函数的综合应用, 解答本题主要应用了待定系数法求一次函数的解析式、轴对称最短路径问题、等腰三角形的定义和性质, 找到

$KM+MN+NK$ 取得最小值的条件是解答问题 (2) 的关键; 分为 $QG=FG$ 、 $QG=QF$,
 $FQ=FQ$ 三种情况分别进行计算是解答问题 (3) 的关键.