

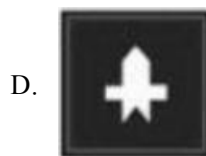
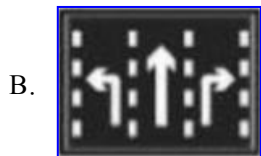
2016 年重庆市中考数学试卷 (B 卷)

一、(共 12 小题, 每小题 4 分, 满分 48 分) 在每个小题的下面, 都给出了代号为 A、B、C、D 的四个答案, 其中只有一个是正确的, 请将答题卡上题号右侧正确答案所对应的方框涂黑)

1. 4 的倒数是 ()

- A. -4 B. 4 C. $-\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{4}$

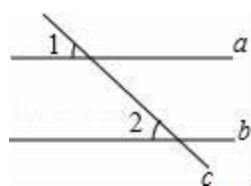
2. 下列交通指示标识中, 不是轴对称图形的是 ()



3. 据重庆商报 2016 年 5 月 23 日报道, 第十九届中国 (重庆) 国际投资暨全球采购会 (简称渝洽会) 集中签约 86 个项目, 投资总额 1636 亿元人民币, 将数 1636 用科学记数法表示是 ()

- A. 0.1636×10^4 B. 1.636×10^3 C. 16.36×10^2 D. 163.6×10

4. 如图, 直线 a, b 被直线 c 所截, 且 $a \parallel b$, 若 $\angle 1 = 55^\circ$, 则 $\angle 2$ 等于 ()



- A. 35° B. 45° C. 55° D. 125°

5. 计算 $(x^2y)^3$ 的结果是 ()

- A. x^6y^3 B. x^5y^3 C. x^5y D. x^2y^3

6. 下列调查中, 最适合采用全面调查 (普查) 的是 ()

- A. 对重庆市居民日平均用水量的调查
B. 对一批 LED 节能灯使用寿命的调查
C. 对重庆新闻频道“天天 630”栏目收视率的调查
D. 对某校九年级 (1) 班同学的身高情况的调查

7. 若二次根式 $\sqrt{a-2}$ 有意义, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $a \geq 2$ B. $a \leq 2$ C. $a > 2$ D. $a \neq 2$

8. 若 $m = -2$, 则代数式 $m^2 - 2m - 1$ 的值是 ()

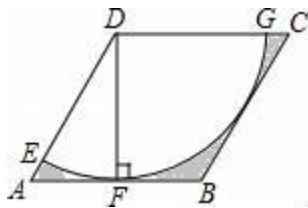
- A. 9 B. 7 C. -1 D. -9

9. 观察下列一组图形, 其中图形①中共有 2 颗星, 图形②中共有 6 颗星, 图形③中共有 11 颗星, 图形④中共有 17 颗星, ..., 按此规律, 图形⑧中星星的颗数是 ()



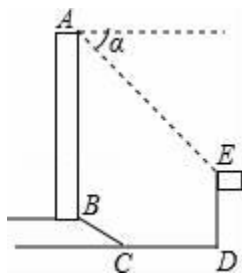
A. 43 B. 45 C. 51 D. 53

10. 如图，在边长为 6 的菱形 ABCD 中， $\angle DAB=60^\circ$ ，以点 D 为圆心，菱形的高 DF 为半径画弧，交 AD 于点 E，交 CD 于点 G，则图中阴影部分的面积是（ ）



A. $18\sqrt{3}-9\pi$ B. $18-3\pi$ C. $9\sqrt{3}-\frac{9\pi}{2}$ D. $18\sqrt{3}-3\pi$

11. 如图所示，某办公大楼正前方有一根高度是 15 米的旗杆 ED，从办公楼顶端 A 测得旗杆顶端 E 的俯角 α 是 45° ，旗杆底端 D 到大楼前梯坎底边的距离 DC 是 20 米，梯坎坡长 BC 是 12 米，梯坎坡度 $i=1:\sqrt{3}$ ，则大楼 AB 的高度约为（ ）（精确到 0.1 米，参考数据： $\sqrt{2}\approx 1.41$ ， $\sqrt{3}\approx 1.73$ ， $\sqrt{6}\approx 2.45$ ）



A. 30.6 B. 32.1 C. 37.9 D. 39.4

12. 如果关于 x 的分式方程 $\frac{a}{x+1}-3=\frac{1-x}{x+1}$ 有负分数解，且关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 2(a-x) \geq -x-4 \\ \frac{3x+4}{2} < x+1 \end{cases}$ 的解集为 $x < -2$ ，那么符合条件的所有整数 a 的积是（ ）

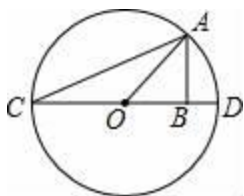
A. -3 B. 0 C. 3 D. 9

二、填空题（共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）请将每小题的答案直接填在答题卡中对应的横线上。

13. 在 $-\frac{1}{2}$, 0, -1, 1 这四个数中，最小的数是_____.

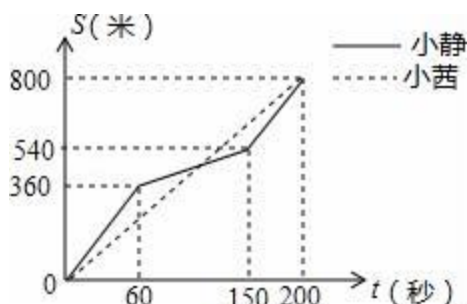
14. 计算： $\sqrt[3]{-8} + (\frac{1}{3})^{-2} + (\pi-1)^0 =$ _____.

15. 如图，CD 是 $\odot O$ 的直径，若 $AB \perp CD$ ，垂足为 B， $\angle OAB=40^\circ$ ，则 $\angle C$ 等于_____度.

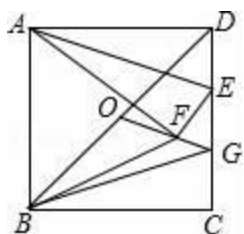


16. 点 P 的坐标是 (a, b) ，从 $-2, -1, 0, 1, 2$ 这五个数中任取一个数作为 a 的值，再从余下的四个数中任取一个数作为 b 的值，则点 P (a, b) 在平面直角坐标系中第二象限内的概率是_____.

17. 为增强学生体质，某中学在体育课中加强了学生的长跑训练. 在一次女子 800 米耐力测试中，小静和小茜在校园内 200 米的环形跑道上同时起跑，同时到达终点；所跑的路程 S (米) 与所用的时间 t (秒) 之间的函数图象如图所示，则她们第一次相遇的时间是起跑后的第_____秒.

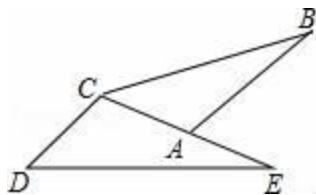


18. 如图，在正方形 ABCD 中， $AB=6$ ，点 E 在边 CD 上， $DE=\frac{1}{3}DC$ ，连接 AE，将 $\triangle ADE$ 沿 AE 翻折，点 D 落在点 F 处，点 O 是对角线 BD 的中点，连接 OF 并延长 OF 交 CD 于点 G，连接 BF，BG，则 $\triangle BFG$ 的周长是_____.

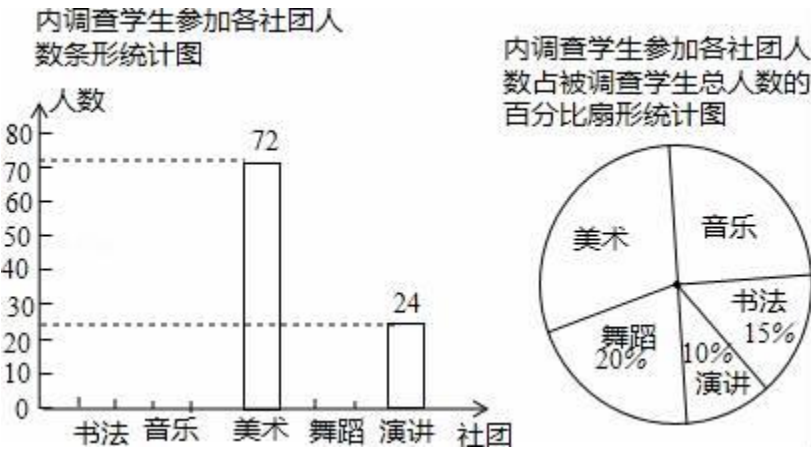


三、解答题 (本大题 2 个小题，每小题 7 分，满分 14 分) 解答时每小题必须给出必要的演算过程活推理步骤，画出必要的图形，请将解答过程书写在答题卡中对应的位置上.

19. 如图，在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CED$ 中， $AB \parallel CD$ ， $AB=CE$ ， $AC=CD$. 求证: $\angle B=\angle E$.



20. 某学校组建了书法、音乐、美术、舞蹈、演讲五个社团，全校 1600 名学生每人都参加且只参加了其中一个社团的活动。校团委从这 1600 名学生中随机选取部分学生进行了参加活动情况的调查，并将调查结果制成了如图不完整的统计图。请根据统计图完成下列问题：



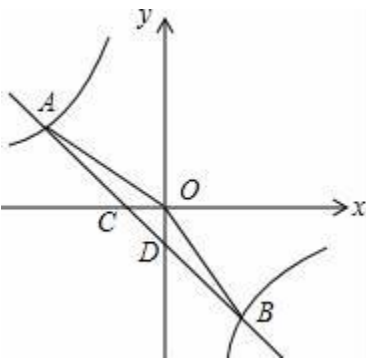
参加本次调查有_____名学生，根据调查数据分析，全校约有_____名学生参加了音乐社团；请你补全条形统计图。

四、解答题（本大题 4 个小题，每小题 10 分，满分 40 分）解答时每小题必须给出必要的演算过程活推理步骤，画出必要的图形，请将解答过程书写在答题卡中对应的位置上。

21. 计算： (1) $(x-y)^2 - (x-2y)(x+y)$ (2) $\frac{x^2+4x+4}{x^2+2x} \div (2x - \frac{4+x^2}{x})$

22. 如图，在平面直角坐标系中，一次函数的图象与反比例函数的图象交于第二、四象限内的 A，B 两点，与 x 轴交于点 C，与 y 轴交于点 D，点 B 的坐标是 (m, -4)，连接 AO，AO=5， $\sin \angle AOC = \frac{3}{5}$ 。

- (1) 求反比例函数的解析式；
- (2) 连接 OB，求△AOB 的面积。



23. 近期猪肉价格不断走高, 引起了民众与政府的高度关注. 当市场猪肉的平均价格每千克达到一定的单价时, 政府将投入储备猪肉以平抑猪肉价格.

(1) 从今年年初至 5 月 20 日, 猪肉价格不断走高, 5 月 20 日比年初价格上涨了 60%. 某市民在今年 5 月 20 日购买 2.5 千克猪肉至少要花 100 元钱, 那么今年年初猪肉的最低价格为每千克多少元?

(2) 5 月 20 日, 猪肉价格为每千克 40 元. 5 月 21 日, 某市决定投入储备猪肉并规定其销售价在每千克 40 元的基础上下调 $a\%$ 出售. 某超市按规定价出售一批储备猪肉, 该超市在非储备猪肉的价格仍为每千克 40 元的情况下, 该天的两种猪肉总销量比 5 月 20 日增加了 $a\%$, 且储备猪肉的销量占总销量的 $\frac{3}{4}$, 两种猪肉销售的总金额比 5 月 20 日提高了 $\frac{1}{10}a\%$, 求 a 的值.

24. 我们知道, 任意一个正整数 n 都可以进行这样的分解: $n=p \times q$ (p, q 是正整数, 且 $p \leq q$), 在 n 的所有这种分解中, 如果 p, q 两因数之差的绝对值最小, 我们就称 $p \times q$ 是 n 的最佳分解. 并规定: $F(n) = \frac{p}{q}$. 例如 12 可以分解成 1×12 , 2×6 或 3×4 , 因为 $12 - 1 > 6 - 2 > 4 - 3$, 所有 3×4 是 12 的最佳分解, 所以 $F(12) = \frac{3}{4}$.

(1) 如果一个正整数 a 是另外一个正整数 b 的平方, 我们称正整数 a 是完全平方数. 求证: 对任意一个完全平方数 m , 总有 $F(m) = 1$;

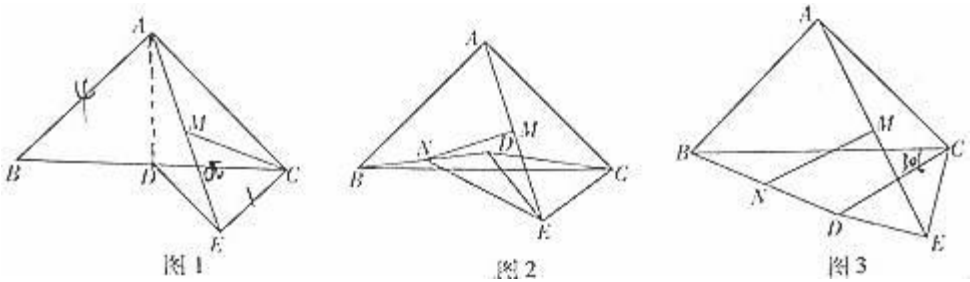
(2) 如果一个两位正整数 t , $t=10x+y$ ($1 \leq x \leq y \leq 9$, x, y 为自然数), 交换其个位上的数与十位上的数得到的新数减去原来的两位正整数所得的差为 18, 那么我们称这个数 t 为“吉祥数”, 求所有“吉祥数”中 $F(t)$ 的最大值.

五、解答题（本大题 2 个小题，每小题 12 分，满分 24 分）解答时每小题必须给出必要的演算过程活推理步骤，画出必要的图形，请将解答过程书写在答题卡中对应的位置上。

25. 已知△ABC 是等腰直角三角形，∠BAC=90°， $CD=\frac{1}{2}BC$ ，DE⊥CE，DE=CE，连接 AE，点 M 是 AE 的中点.

- (1) 如图 1，若点 D 在 BC 边上，连接 CM，当 AB=4 时，求 CM 的长；
- (2) 如图 2，若点 D 在△ABC 的内部，连接 BD，点 N 是 BD 中点，连接 MN，NE，求证：MN⊥AE；
- (3) 如图 3，将图 2 中的△CDE 绕点 C 逆时针旋转，使∠BCD=30°，连接 BD，点 N 是 BD 中点，连接

MN，探索 $\frac{MN}{AC}$ 的值并直接写出结果.

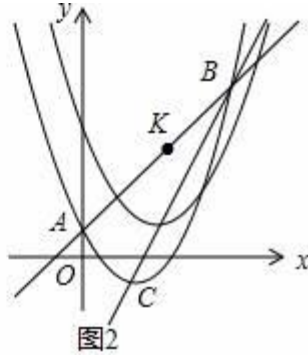
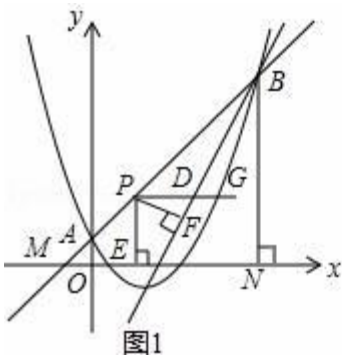


26. 如图 1, 二次函数 $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$ 的图象与一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的图象交于 A, B 两点, 点 A 的坐标为 (0, 1), 点 B 在第一象限内, 点 C 是二次函数图象的顶点, 点 M 是一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的图象与 x 轴的交点, 过点 B 作轴的垂线, 垂足为 N, 且 $S_{\triangle AMO} : S_{\text{四边形 AONB}} = 1 : 48$.

(1) 求直线 AB 和直线 BC 的解析式;

(2) 点 P 是线段 AB 上一点, 点 D 是线段 BC 上一点, $PD \parallel x$ 轴, 射线 PD 与抛物线交于点 G, 过点 P 作 $PE \perp x$ 轴于点 E, $PF \perp BC$ 于点 F. 当 PF 与 PE 的乘积最大时, 在线段 AB 上找一点 H (不与点 A, 点 B 重合), 使 $GH + \frac{\sqrt{2}}{2}BH$ 的值最小, 求点 H 的坐标和 $GH + \frac{\sqrt{2}}{2}BH$ 的最小值;

(3) 如图 2, 直线 AB 上有一点 K (3, 4), 将二次函数 $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$ 沿直线 BC 平移, 平移的距离是 t ($t \geq 0$), 平移后抛物线上点 A, 点 C 的对应点分别为点 A', 点 C'; 当 $\triangle A'C'K$ 是直角三角形时, 求 t 的值.



2016 年重庆市中考数学试卷 (B 卷)

参考答案与试题解析

一、(共 12 小题, 每小题 4 分, 满分 48 分) 在每个小题的下面, 都给出了代号为 A、B、C、D 的四个答案, 其中只有一个是正确的, 请将答题卡上题号右侧正确答案所对应的方框涂黑)

1. 4 的倒数是 ()

- A. -4 B. 4 C. $-\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{4}$

【考点】倒数.

【专题】计算题.

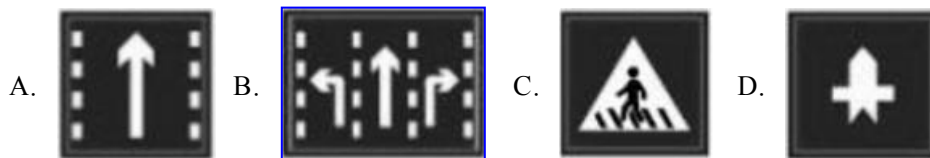
【分析】根据倒数的定义: 乘积是 1 的两个数, 即可求解.

【解答】解: 4 的倒数是 $\frac{1}{4}$.

故选 D.

【点评】本题主要考查了倒数的定义, 正确理解定义是解题关键.

2. 下列交通指示标识中, 不是轴对称图形的是 ()



【考点】轴对称图形.

【分析】根据轴对称图形的概念对各选项分析判断后利用排除法求解.

【解答】解: A、是轴对称图形, 故本选项错误;

B、是轴对称图形, 故本选项错误;

C、不是轴对称图形, 故本选项正确;

D、是轴对称图形, 故本选项错误.

故选 C.

【点评】本题考查了轴对称图形, 掌握中心对称图形与轴对称图形的概念: 轴对称图形的关键是寻找对称轴, 图形两部分沿对称轴折叠后可重合.

3. 据重庆商报 2016 年 5 月 23 日报道, 第十九届中国 (重庆) 国际投资暨全球采购会 (简称渝洽会) 集中签约 86 个项目, 投资总额 1636 亿元人民币, 将数 1636 用科学记数法表示是 ()

A. 0.1636×10^4 B. 1.636×10^3 C. 16.36×10^2 D. 163.6×10

【考点】科学记数法—表示较大的数.

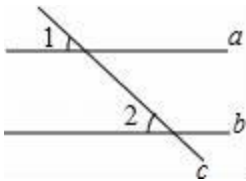
【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】解： $1636 = 1636 = 1.636 \times 10^3$,

故选 B.

【点评】本题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

4. 如图，直线 a ， b 被直线 c 所截，且 $a \parallel b$ ，若 $\angle 1 = 55^\circ$ ，则 $\angle 2$ 等于 ()



A. 35° B. 45° C. 55° D. 125°

【考点】平行线的性质.

【分析】由两直线平行，同位角相等即可得出结果.

【解答】解： $\because a \parallel b$, $\angle 1 = 55^\circ$,

$\therefore \angle 2 = \angle 1 = 55^\circ$;

故选：C.

【点评】本题考查了平行线的性质；熟记两直线平行，同位角相等是解决问题的关键.

5. 计算 $(x^2y)^3$ 的结果是 ()

A. x^6y^3 B. x^5y^3 C. x^5y D. x^2y^3

【考点】幂的乘方与积的乘方.

【分析】根据积的乘方和幂的乘方法则求解.

【解答】解： $(x^2y)^3 = (x^2)^3 y^3 = x^6 y^3$,

故选 A.

【点评】本题考查了积的乘方和幂的乘方，熟练掌握运算是解题的关键.

6. 下列调查中, 最适合采用全面调查 (普查) 的是 ()

- A. 对重庆市居民日平均用水量的调查
- B. 对一批 LED 节能灯使用寿命的调查
- C. 对重庆新闻频道“天天 630”栏目收视率的调查
- D. 对某校九年级 (1) 班同学的身高情况的调查

【考点】全面调查与抽样调查.

【专题】计算题; 数据的收集与整理.

【分析】利用普查与抽样调查的定义判断即可.

【解答】解: A、对重庆市居民日平均用水量的调查, 抽样调查;

B、对一批 LED 节能灯使用寿命的调查, 抽样调查;

C、对重庆新闻频道“天天 630”栏目收视率的调查, 抽样调查;

D、对某校九年级 (1) 班同学的身高情况的调查, 全面调查 (普查),

则最适合采用全面调查 (普查) 的是对某校九年级 (1) 班同学的身高情况的调查.

故选 D

【点评】此题考查了全面调查与抽样调查, 选择普查还是抽样调查要根据所要考查的对象的特征灵活选用, 一般来说, 对于具有破坏性的调查、无法进行普查、普查的意义或价值不大, 应选择抽样调查, 对于精确度要求高的调查, 事关重大的调查往往选用普查.

7. 若二次根式 $\sqrt{a-2}$ 有意义, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $a \geq 2$
- B. $a \leq 2$
- C. $a > 2$
- D. $a \neq 2$

【考点】二次根式有意义的条件.

【专题】计算题; 实数.

【分析】根据负数没有平方根列出关于 a 的不等式, 求出不等式的解集确定出 a 的范围即可.

【解答】解: $\because$ 二次根式 $\sqrt{a-2}$ 有意义,

$\therefore a-2 \geq 0$, 即 $a \geq 2$,

则 a 的范围是 $a \geq 2$,

故选 A

【点评】此题考查了二次根式有意义的条件, 二次根式性质为: 二次根式中的被开方数必须是非负数, 否则二次根式无意义.

8. 若 $m = -2$, 则代数式 $m^2 - 2m - 1$ 的值是 ()

A. 9 B. 7 C. -1 D. -9

【考点】代数式求值.

【分析】把 $m = -2$ 代入代数式 $m^2 - 2m - 1$, 即可得到结论.

【解答】解: 当 $m = -2$ 时,

$$\text{原式} = (-2)^2 - 2 \times (-2) - 1 = 4 + 4 - 1 = 7,$$

故选 B.

【点评】本题考查了代数式求值, 也考查了有理数的计算, 正确的进行有理数的计算是解题的关键.

9. 观察下列一组图形, 其中图形①中共有 2 颗星, 图形②中共有 6 颗星, 图形③中共有 11 颗星, 图形④中共有 17 颗星, ..., 按此规律, 图形⑧中星星的颗数是 ()



A. 43 B. 45 C. 51 D. 53

【考点】规律型: 图形的变化类.

【分析】设图形 n 中星星的颗数是 a_n (n 为自然数), 列出部分图形中星星的个数, 根据数据的变化找出变化规律“ $a_n = 2 + \frac{(n-1)(n+6)}{2}$ ”, 结合该规律即可得出结论.

【解答】解: 设图形 n 中星星的颗数是 a_n (n 为自然数),

观察, 发现规律: $a_1 = 2$, $a_2 = 6 = a_1 + 3 + 1$, $a_3 = 11 = a_2 + 4 + 1$, $a_4 = 17 = a_3 + 5 + 1$, ...,

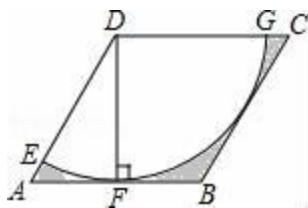
$$\therefore a_n = 2 + \frac{(n-1)(n+6)}{2}.$$

$$\text{令 } n=8, \text{ 则 } a_8 = 2 + \frac{(8-1)(8+6)}{2} = 51.$$

故选 C.

【点评】本题考查了规律型中的图形的变化类, 解题的关键是找出变化规律“ $a_n = 2 + \frac{(n-1)(n+6)}{2}$ ”. 本题属于中档题, 难度不大, 解决该题型题目时, 根据给定条件列出部分数据, 根据数据的变化找出变化规律是关键.

10. 如图，在边长为 6 的菱形 ABCD 中， $\angle DAB=60^\circ$ ，以点 D 为圆心，菱形的高 DF 为半径画弧，交 AD 于点 E，交 CD 于点 G，则图中阴影部分的面积是（ ）



- A. $18\sqrt{3} - 9\pi$ B. $18 - 3\pi$ C. $9\sqrt{3} - \frac{9\pi}{2}$ D. $18\sqrt{3} - 3\pi$

【考点】菱形的性质；扇形面积的计算.

【分析】由菱形的性质得出 $AD=AB=6$ ， $\angle ADC=120^\circ$ ，由三角函数求出菱形的高 DF，图中阴影部分的面积=菱形 ABCD 的面积 - 扇形 DEFG 的面积，根据面积公式计算即可.

【解答】解：∵ 四边形 ABCD 是菱形， $\angle DAB=60^\circ$ ，

$$\therefore AD=AB=6, \quad \angle ADC=180^\circ - 60^\circ=120^\circ,$$

∵ DF 是菱形的高，

$$\therefore DF \perp AB,$$

$$\therefore DF=AD \cdot \sin 60^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3},$$

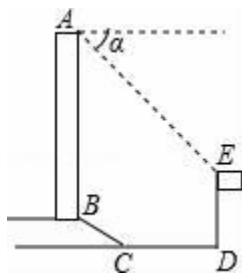
$$\therefore \text{图中阴影部分的面积} = \text{菱形 ABCD 的面积} - \text{扇形 DEFG 的面积} = 6 \times 3\sqrt{3} - \frac{120\pi \times (3\sqrt{3})^2}{360} = 18\sqrt{3} -$$

$$9\pi.$$

故选：A.

【点评】本题考查了菱形的性质、三角函数、菱形和扇形面积的计算；由三角函数求出菱形的高是解决问题的关键.

11. 如图所示，某办公大楼正前方有一根高度是 15 米的旗杆 ED，从办公楼顶端 A 测得旗杆顶端 E 的俯角 α 是 45° ，旗杆底端 D 到大楼前梯坎底边的距离 DC 是 20 米，梯坎坡长 BC 是 12 米，梯坎坡度 $i=1:\sqrt{3}$ ，则大楼 AB 的高度约为（ ）（精确到 0.1 米，参考数据： $\sqrt{2} \approx 1.41$ ， $\sqrt{3} \approx 1.73$ ， $\sqrt{6} \approx 2.45$ ）



- A. 30.6 B. 32.1 C. 37.9 D. 39.4

【考点】解直角三角形的应用-坡度坡角问题.

【分析】延长 AB 交 DC 于 H，作 $EG \perp AB$ 于 G，则 $GH=DE=15$ 米， $EG=DH$ ，设 $BH=x$ 米，则 $CH=\sqrt{3}x$ 米，在 $Rt\triangle BCH$ 中， $BC=12$ 米，由勾股定理得出方程，解方程求出 $BH=6$ 米， $CH=6$ 米，得出 BG、EG 的长度，证明 $\triangle AEG$ 是等腰直角三角形，得出 $AG=EG=6\sqrt{3}+20$ （米），即可得出大楼 AB 的高度.

【解答】解：延长 AB 交 DC 于 H，作 $EG \perp AB$ 于 G，如图所示：

则 $GH=DE=15$ 米， $EG=DH$ ，

$\because$ 梯坎坡度 $i=1: \sqrt{3}$ ，

$\therefore BH: CH=1: \sqrt{3}$ ，

设 $BH=x$ 米，则 $CH=\sqrt{3}x$ 米，

在 $Rt\triangle BCH$ 中， $BC=12$ 米，

由勾股定理得： $x^2 + (\sqrt{3}x)^2 = 12^2$ ，

解得： $x=6$ ， $\therefore BH=6$ 米， $CH=6\sqrt{3}$ 米，

$\therefore BG=GH - BH=15 - 6=9$ （米）， $EG=DH=CH+CD=6\sqrt{3}+20$ （米），

$\because \angle \alpha = 45^\circ$ ，

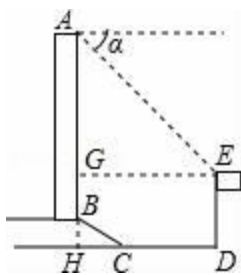
$\therefore \angle EAG = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$ ，

$\therefore \triangle AEG$ 是等腰直角三角形，

$\therefore AG=EG=6\sqrt{3}+20$ （米），

$\therefore AB=AG+BG=6\sqrt{3}+20+9 \approx 39.4$ （米）；

故选： D.



【点评】 本题考查了解直角三角形的应用 - 坡度、俯角问题；通过作辅助线运用勾股定理求出 BH，得出 EG 是解决问题的关键.

12. 如果关于 x 的分式方程 $\frac{a}{x+1} - 3 = \frac{1-x}{x+1}$ 有负分数解，且关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 2(a-x) \geq -x-4 \\ \frac{3x+4}{2} < x+1 \end{cases}$ 的解

集为 $x < -2$ ，那么符合条件的所有整数 a 的积是（ ）

A. -3 B. 0 C. 3 D. 9

【考点】解一元一次不等式组；解分式方程.

【专题】计算题；分式方程及应用；一元一次不等式(组)及应用.

【分析】把 a 看做已知数表示出不等式组的解，根据已知解集确定出 a 的范围，分式方程去分母转化为整式方程，将 a 的整数解代入整式方程，检验分式方程解为负分数确定出所有 a 的值，即可求出之积.

【解答】解：
$$\begin{cases} 2(a-x) \geq -x-4 & \text{①} \\ \frac{3x+4}{2} < x+1 & \text{②} \end{cases},$$

由①得： $x \leq 2a+4$,

由②得： $x < -2$,

由不等式组的解集为 $x < -2$ ，得到 $2a+4 \geq -2$ ，即 $a \geq -3$ ，

分式方程去分母得： $a-3x-3=1-x$ ，

把 $a=-3$ 代入整式方程得： $-3x-6=1-x$ ，即 $x=-\frac{7}{2}$ ，符合题意；

把 $a=-2$ 代入整式方程得： $-3x-5=1-x$ ，即 $x=-3$ ，不合题意；

把 $a=-1$ 代入整式方程得： $-3x-4=1-x$ ，即 $x=-\frac{5}{2}$ ，符合题意；

把 $a=0$ 代入整式方程得： $-3x-3=1-x$ ，即 $x=-2$ ，不合题意；

把 $a=1$ 代入整式方程得： $-3x-2=1-x$ ，即 $x=-\frac{3}{2}$ ，符合题意；

把 $a=2$ 代入整式方程得： $-3x-1=1-x$ ，即 $x=1$ ，不合题意；

把 $a=3$ 代入整式方程得： $-3x=1-x$ ，即 $x=-\frac{1}{2}$ ，符合题意；

把 $a=4$ 代入整式方程得： $-3x+1=1-x$ ，即 $x=0$ ，不合题意，

$\therefore$ 符合条件的整数 a 取值为 -3 ； -1 ； 1 ； 3 ，之积为 9 ，

故选 D

【点评】此题考查了解一元一次不等式组，以及解分式方程，熟练掌握运算是解本题的关键.

二、填空题（共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分）请将每小题的答案直接填在答题卡中对应的横线上.

13. 在 $-\frac{1}{2}$ ， 0 ， -1 ， 1 这四个数中，最小的数是 -1 .

【考点】有理数大小比较.

【分析】根据负数比较大小，绝对值大的数反而小，可得答案.

【解答】解： $|-1| > |-\frac{1}{2}|$,

$-1 < -\frac{1}{2}$.

$$-1 < -\frac{1}{2} < 0 < 1,$$

故答案为：-1.

【点评】本题考查了有理数大小比较，负数比较大小，绝对值大的数反而小.

14. 计算： $\sqrt[3]{-8} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + (\pi - 1)^0 = \underline{8}$.

【考点】零指数幂；实数的运算；负整数指数幂.

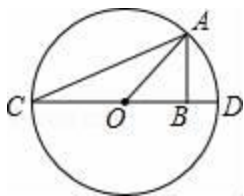
【分析】根据开立方，可得立方根；根据负整数指数幂与正整数指数幂互为倒数，非零的零次幂等于1，可得答案.

【解答】解：原式 $= -2 + 9 + 1$
 $= 8$.

故答案为：8.

【点评】本题考查了零指数幂，利用负整数指数幂与正整数指数幂互为倒数，非零的零次幂等于1是解题关键.

15. 如图，CD是 $\odot O$ 的直径，若 $AB \perp CD$ ，垂足为B， $\angle OAB = 40^\circ$ ，则 $\angle C$ 等于 25 度.



【考点】圆周角定理.

【分析】由三角形的内角和定理求得 $\angle AOB = 50^\circ$ ，根据等腰三角形的性质证得 $\angle C = \angle CAO$ ，由三角形的外角定理即可求得结论.

【解答】解： $\because AB \perp CD$ ， $\angle OAB = 40^\circ$ ，
 $\therefore \angle AOB = 50^\circ$ ，
 $\because OA = OC$ ，
 $\therefore \angle C = \angle CAO$ ，
 $\therefore \angle AOB = 2\angle C = 50^\circ$ ，
 $\therefore \angle C = 25^\circ$ ，

故答案为 25.

【点评】本题主要考查了直角三角形的性质，等腰三角形的性质，圆周角定理，熟记圆周角定理是解题的关键.

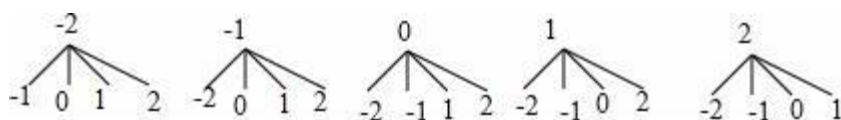
16. 点 P 的坐标是 (a, b)，从 -2, -1, 0, 1, 2 这五个数中任取一个数作为 a 的值，再从余下的四个数中任取一个数作为 b 的值，则点 P (a, b) 在平面直角坐标系中第二象限内的概率是 $\frac{1}{5}$.

【考点】列表法与树状图法；坐标确定位置.

【专题】计算题.

【分析】先画树状图展示所有 20 种等可能的结果数，再根据第二象限点的坐标特征找出点 P (a, b) 在平面直角坐标系中第二象限内的结果数，然后根据概率公式求解.

【解答】解：画树状图为：



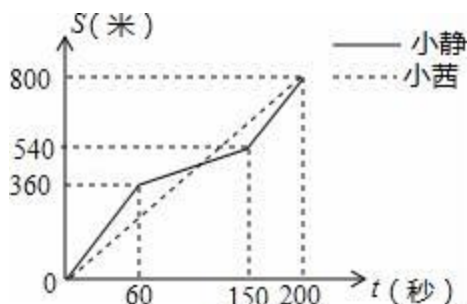
共有 20 种等可能的结果数，其中点 P (a, b) 在平面直角坐标系中第二象限内的结果数为 4，

所以点 P (a, b) 在平面直角坐标系中第二象限内的概率 = $\frac{4}{20} = \frac{1}{5}$.

故答案为 $\frac{1}{5}$.

【点评】本题考查了列表法与树状图法：通过列表法或树状图法展示所有等可能的结果求出 n，再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m，然后根据概率公式求出事件 A 或 B 的概率. 也考查了坐标确定位置.

17. 为增强学生体质，某中学在体育课中加强了学生的长跑训练. 在一次女子 800 米耐力测试中，小静和小茜在校园内 200 米的环形跑道上同时起跑，同时到达终点；所跑的路程 S (米) 与所用的时间 t (秒) 之间的函数图象如图所示，则她们第一次相遇的时间是起跑后的第 120 秒.



【考点】一次函数的应用.

【分析】分别求出 OA、BC 的解析式，然后联立方程，解方程就可以求出第一次相遇时间.

【解答】解：设直线 OA 的解析式为 $y=kx$,

代入 A (200, 800) 得 $800=200k$,

解得 $k=4$,

故直线 OA 的解析式为 $y=4x$,

设 BC 的解析式为 $y_1=k_1x+b$, 由题意, 得
$$\begin{cases} 360=60k_1+b \\ 540=150k_1+b \end{cases}$$

解得:
$$\begin{cases} k_1=2 \\ b=240 \end{cases}$$
,

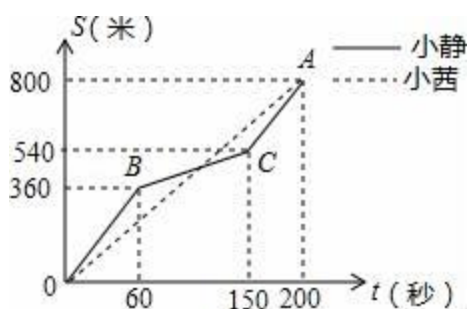
$\therefore$ BC 的解析式为 $y_1=2x+240$,

当 $y=y_1$ 时, $4x=2x+240$,

解得: $x=120$.

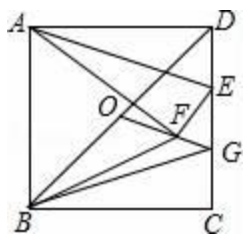
则她们第一次相遇的时间是起跑后的第 120 秒.

故答案为 120.



【点评】 本题考查了一次函数的运用, 一次函数的图象的意义的运用, 待定系数法求一次函数的解析式的运用, 解答时认真分析求出一次函数图象的数据意义是关键.

18. 如图, 在正方形 ABCD 中, $AB=6$, 点 E 在边 CD 上, $DE=\frac{1}{3}DC$, 连接 AE, 将 $\triangle ADE$ 沿 AE 翻折, 点 D 落在点 F 处, 点 O 是对角线 BD 的中点, 连接 OF 并延长 OF 交 CD 于点 G, 连接 BF, BG, 则 $\triangle BFG$ 的周长是 $\frac{12}{5}(\sqrt{5}+\sqrt{10})$.



【考点】 正方形的性质; 翻折变换 (折叠问题) .

【分析】如图，延长 EF 交 BC 于 M，连接 AM，OM，作 $FN \perp CD$ 于 N， $FR \perp BC$ 于 R， $GH \perp OM$ 于 H 交 FR 于 T，首先证明 $\triangle AMF \cong \triangle AMB$ ，得 $BM=MF$ ，设 $BM=MF=x$ ，在 $RT\triangle EMC$ 中利用勾股定理求出 x，推出 $BM=MC$ ，设 $GC=y$ ，根据 $FT \parallel OH$ ，得 $\frac{FT}{OH} = \frac{TG}{GH} = \frac{RC}{CM} = \frac{EF}{EM} = \frac{2}{5}$ ，列出方程求出 GC，再想办法分别求出 FG、BG、BF 即可解决问题.

【解答】解：如图延长 EF 交 BC 于 M，连接 AM，OM，作 $FN \perp CD$ 于 N， $FR \perp BC$ 于 R， $GH \perp OM$ 于 H 交 FR 于 T.

在 $RT\triangle AMF$ 和 $RT\triangle AMB$ 中，

$$\begin{cases} AM=AM \\ AF=AB \end{cases},$$

$$\therefore \triangle AMF \cong \triangle AMB,$$

$$\therefore BM=MF, \text{ 设 } BM=MF=x,$$

在 $RT\triangle EMC$ 中， $\therefore EM^2 = EC^2 + MC^2$,

$$\therefore (2+x)^2 = (6-x)^2 + 4^2,$$

$$\therefore x=3,$$

$$\therefore BM=MC=3,$$

$$\therefore OB=OD,$$

$$\therefore OM = \frac{1}{2}CD = 3,$$

$$\therefore FR \parallel EC,$$

$$\therefore \frac{FR}{EC} = \frac{MF}{ME},$$

$$\therefore \frac{FR}{4} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore FR = \frac{12}{5},$$

设 $CG=y$ ，则 $FT = \frac{12}{5} - y$. $OH = 3 - y$,

$$\therefore FT \parallel OH,$$

$$\therefore \frac{FT}{OH} = \frac{TG}{GH} = \frac{RC}{CM} = \frac{EF}{EM} = \frac{2}{5},$$

$$\therefore \frac{\frac{12}{5} - y}{3 - y} = \frac{2}{5},$$

$$\therefore y=3,$$

$$\therefore CG=3, \quad NG=CN - CG = \frac{2}{5},$$

$$\text{在 RT}\triangle\text{FNG 中, } FG=\sqrt{FN^2+NG^2}=\sqrt{\left(\frac{6}{5}\right)^2+\left(\frac{2}{5}\right)^2}=\frac{2\sqrt{10}}{5},$$

$$\text{在 RT}\triangle\text{BCG 中, } BG=\sqrt{BC^2+CG^2}=2\sqrt{10}.$$

$$\because AB=AF, MB=MF,$$

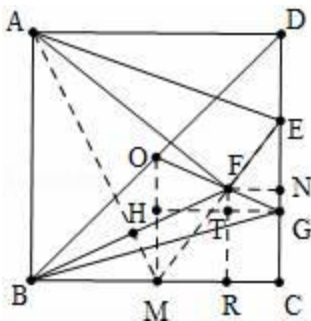
$$\therefore AM \perp BF,$$

$$\therefore \frac{1}{2}AM \cdot BF = 2 \times \frac{1}{2} \times AB \times BM,$$

$$\therefore BF = \frac{12\sqrt{5}}{5},$$

$$\therefore \triangle BFG \text{ 的周长} = \frac{12\sqrt{5}}{5} + 2\sqrt{10} + \frac{2\sqrt{10}}{5} = \frac{12}{5}(\sqrt{5} + \sqrt{10}).$$

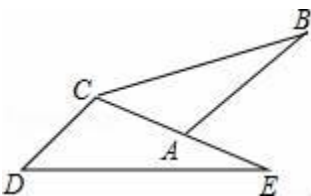
$$\text{故答案为 } \frac{12}{5}(\sqrt{5} + \sqrt{10}).$$



【点评】 本题考查正方形的性质、翻折变换、全等三角形的判定和性质、平行线分线段成比例定理、勾股定理等知识，解题的关键是添加辅助线构造全等三角形，利用勾股定理构建方程解决问题，题目比较难，属于中考填空题中的压轴题。

三、解答题（本大题 2 个小题，每小题 7 分，满分 14 分）解答时每小题必须给出必要的演算过程活推理步骤，画出必要的图形，请将解答过程书写在答题卡中对应的位置上。

19. 如图，在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CED$ 中， $AB \parallel CD$ ， $AB=CE$ ， $AC=CD$ 。求证： $\angle B=\angle E$ 。



【考点】 全等三角形的判定与性质。

【专题】 证明题。

【分析】 根据两直线平行，内错角相等可得 $\angle BAC=\angle ECD$ ，再利用“边角边”证明 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CED$ 全等，然后根据全等三角形对应角相等证明即可。

【解答】 证明： $\because AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle BAC = \angle ECD,$$

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CED$ 中,

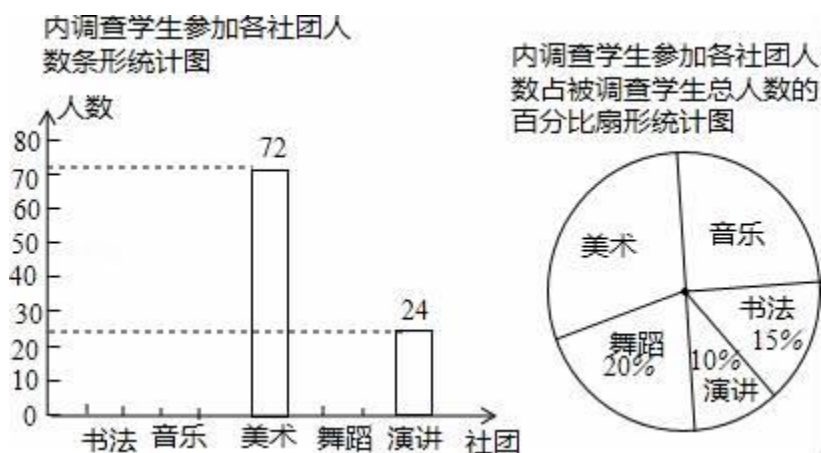
$$\begin{cases} AB=CE \\ \angle BAC=\angle ECD, \\ AC=CD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle CED \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle B = \angle E.$$

【点评】 本题考查了全等三角形的判定与性质，平行线的性质，熟练掌握三角形全等的判定方法并找出两边的夹角是解题的关键.

20. 某学校组建了书法、音乐、美术、舞蹈、演讲五个社团，全校 1600 名学生每人都参加且只参加了其中一个社团的活动. 校团委从这 1600 名学生中随机选取部分学生进行了参加活动情况的调查，并将调查结果制成了如图不完整的统计图. 请根据统计图完成下列问题:



参加本次调查有 240 名学生，根据调查数据分析，全校约有 60 名学生参加了音乐社团；请你补全条形统计图.

【考点】 条形统计图；用样本估计总体；扇形统计图.

【分析】 根据“演讲”社团的 24 个人占被调查人数的 10% 可得总人数，将总人数分别乘以“书法”、“舞蹈”的百分比求出其人数，将总人数减去其余四个社团的人数可得“音乐”社团的人数，补全条形图即可.

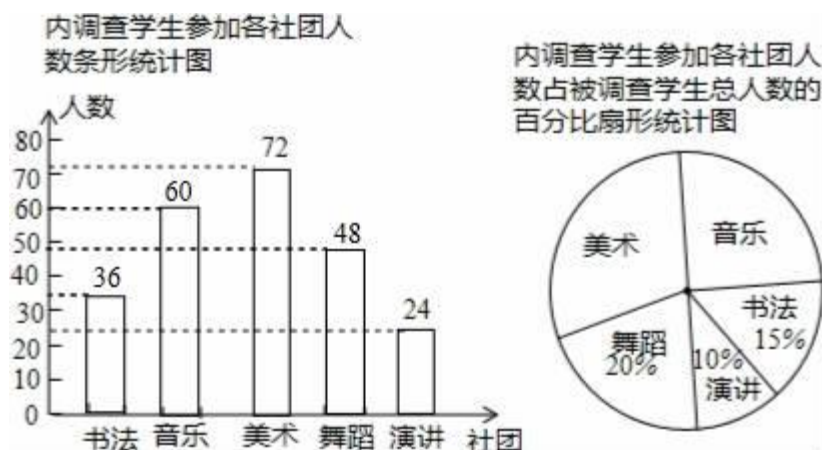
【解答】 解：参加本次调查的学生有 $24 \div 10\% = 240$ （人），

则参加“书法”社团的人数为： $240 \times 15\% = 36$ （人），

参加“舞蹈”社团的人数为： $240 \times 20\% = 48$ （人），

$\therefore$ 参加“音乐”社团的人数为： $240 - 36 - 72 - 48 - 24 = 60$ （人），

补全条形图如图：



故答案为：240，60.

【点评】 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用. 读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小.

四、解答题 (本大题 4 个小题，每小题 10 分，满分 40 分) 解答时每小题必须给出必要的演算过程活推理步骤，画出必要的图形，请将解答过程书写在答题卡中对应的位置上.

21. 计算： (1) $(x-y)^2 - (x-2y)(x+y)$ (2) $\frac{x^2+4x+4}{x^2+2x} \div (2x - \frac{4+x^2}{x})$

【考点】 分式的混合运算；整式的混合运算.

【分析】 (1) 根据平方差公式、多项式乘多项式法则进行计算；

(2) 根据分式混合运算法则进行计算.

【解答】 解： (1) $(x-y)^2 - (x-2y)(x+y)$

$$= x^2 - 2xy + y^2 - x^2 + xy + 2y^2$$

$$= -xy + 3y^2;$$

$$(2) \frac{x^2+4x+4}{x^2+2x} \div (2x - \frac{4+x^2}{x})$$

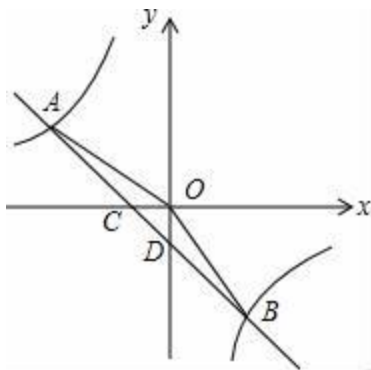
$$= \frac{(x+2)^2}{x(x+2)} \times \frac{x}{(x+2)(x-2)}$$

$$= \frac{1}{x-2}$$

【点评】 本题考查的是整式的混合运算、分式的混合运算，掌握平方差公式、多项式乘多项式法则、分式的混合运算法则是解题的关键.

22. 如图，在平面直角坐标系中，一次函数的图象与反比例函数的图象交于第二、四象限内的 A, B 两点，与 x 轴交于点 C，与 y 轴交于点 D，点 B 的坐标是 $(m, -4)$ ，连接 AO， $AO=5$ ， $\sin \angle AOC = \frac{3}{5}$ 。

- (1) 求反比例函数的解析式；
- (2) 连接 OB，求 $\triangle AOB$ 的面积。

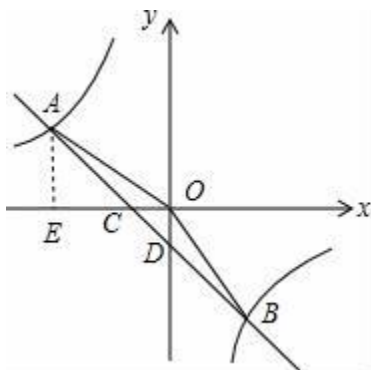


【考点】 反比例函数与一次函数的交点问题。

【分析】 (1) 过点 A 作 $AE \perp x$ 轴于点 E，设反比例函数解析式为 $y = \frac{k}{x}$ 。通过解直角三角形求出线段 AE、OE 的长度，即求出点 A 的坐标，再由点 A 的坐标利用待定系数法求出反比例函数解析式即可；

(2) 由点 B 在反比例函数图象上可求出点 B 的坐标，设直线 AB 的解析式为 $y = ax + b$ ，由点 A、B 的坐标利用待定系数法求出直线 AB 的解析式，令该解析式中 $y = 0$ 即可求出点 C 的坐标，再利用三角形的面积公式即可得出结论。

【解答】 解：(1) 过点 A 作 $AE \perp x$ 轴于点 E，如图所示。



设反比例函数解析式为 $y = \frac{k}{x}$ 。

$\because AE \perp x$ 轴，

$\therefore \angle AEO = 90^\circ$ 。

在 $Rt\triangle AEO$ 中， $AO = 5$ ， $\sin \angle AOC = \frac{3}{5}$ ， $\angle AEO = 90^\circ$ ，

$\therefore AE = AO \cdot \sin \angle AOC = 3$ ， $OE = \sqrt{AO^2 - AE^2} = 4$ ，

$\therefore$ 点 A 的坐标为 $(-4, 3)$ 。

∵点 A (- 4, 3) 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上,

$$\therefore 3 = \frac{k}{-4}, \text{ 解得: } k = -12.$$

$$\therefore \text{反比例函数解析式为 } y = -\frac{12}{x}.$$

(2) ∵点 B (m, -4) 在反比例函数 $y = -\frac{12}{x}$ 的图象上,

$$\therefore -4 = -\frac{12}{m}, \text{ 解得: } m = 3,$$

∴点 B 的坐标为 (3, -4) .

设直线 AB 的解析式为 $y = ax + b$,

将点 A (- 4, 3) 、点 B (3, -4) 代入 $y = ax + b$ 中得:

$$\begin{cases} 3 = -4a + b \\ -4 = 3a + b \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} a = -1 \\ b = -1 \end{cases},$$

∴一次函数解析式为 $y = -x - 1$.

令一次函数 $y = -x - 1$ 中 $y = 0$, 则 $0 = -x - 1$,

解得: $x = -1$, 即点 C 的坐标为 (- 1, 0) .

$$S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} OC \cdot (y_A - y_B) = \frac{1}{2} \times 1 \times [3 - (-4)] = \frac{7}{2}.$$

【点评】 本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题、待定系数法求函数解析式以及三角形的面积公式, 解题的关键是: (1) 求出点 A 的坐标; (2) 求出直线 AB 的解析式. 本题属于基础题, 难度不大, 解决该题型题目时, 根据点的坐标利用待定系数法求出函数解析式是关键.

23. 近期猪肉价格不断走高, 引起了民众与政府的高度关注. 当市场猪肉的平均价格每千克达到一定的单价时, 政府将投入储备猪肉以平抑猪肉价格.

(1) 从今年年初至 5 月 20 日, 猪肉价格不断走高, 5 月 20 日比年初价格上涨了 60%. 某市民在今年 5 月 20 日购买 2.5 千克猪肉至少要花 100 元钱, 那么今年年初猪肉的最低价格为每千克多少元?

(2) 5 月 20 日, 猪肉价格为每千克 40 元. 5 月 21 日, 某市决定投入储备猪肉并规定其销售价在每千克 40 元的基础上下调 $a\%$ 出售. 某超市按规定价出售一批储备猪肉, 该超市在非储备猪肉的价格仍为每千克 40 元的情况下, 该天的两种猪肉总销量比 5 月 20 日增加了 $a\%$, 且储备猪肉的销量占总销量的 $\frac{3}{4}$, 两种猪肉销售的总金额比 5 月 20 日提高了 $\frac{1}{10}a\%$, 求 a 的值.

【考点】 一元一次不等式的应用; 一元二次方程的应用.

【专题】 销售问题.

【分析】 (1) 设今年年初猪肉价格为每千克 x 元；根据题意列出一元一次不等式，解不等式即可；

(2) 设 5 月 20 日两种猪肉总销量为 1；根据题意列出方程，解方程即可.

【解答】解： (1) 设今年年初猪肉价格为每千克 x 元；

根据题意得： $2.5 \times (1+60\%) x \geq 100$ ，

解得： $x \geq 25$.

答：今年年初猪肉的最低价格为每千克 25 元；

(2) 设 5 月 20 日两种猪肉总销量为 1；

根据题意得： $40 (1 - a\%) \times \frac{3}{4} (1+a\%) + 40 \times \frac{1}{4} (1+a\%) = 40 (1 + \frac{1}{10} a\%)$ ，

令 $a\% = y$ ，原方程化为： $40 (1 - y) \times \frac{3}{4} (1+y) + 40 \times \frac{1}{4} (1+y) = 40 (1 + \frac{1}{10} y)$ ，

整理得： $5y^2 - y = 0$ ，

解得： $y = 0.2$ ，或 $y = 0$ (舍去)，

则 $a\% = 0.2$ ，

$\therefore a = 20$ ；

答： a 的值为 20.

【点评】 本题考查了一元一次不等式的应用、一元二次方程的应用；根据题意列出不等式和方程是解决问题的关键.

24. 我们知道，任意一个正整数 n 都可以进行这样的分解： $n = p \times q$ (p, q 是正整数，且 $p \leq q$)，在 n 的所有这种分解中，如果 p, q 两因数之差的绝对值最小，我们就称 $p \times q$ 是 n 的最佳分解. 并规定： $F(n) = \frac{p}{q}$. 例如 12 可以分解成 1×12 ， 2×6 或 3×4 ，因为 $12 - 1 > 6 - 2 > 4 - 3$ ，所有 3×4 是 12 的最佳分解，所以 $F(12) = \frac{3}{4}$.

(1) 如果一个正整数 a 是另外一个正整数 b 的平方，我们称正整数 a 是完全平方数. 求证：对任意一个完全平方数 m ，总有 $F(m) = 1$ ；

(2) 如果一个两位正整数 t ， $t = 10x + y$ ($1 \leq x \leq y \leq 9$ ， x, y 为自然数)，交换其个位上的数与十位上的数得到的新数减去原来的两位正整数所得的差为 18，那么我们称这个数 t 为“吉祥数”，求所有“吉祥数”中 $F(t)$ 的最大值.

【考点】 实数的运算.

【专题】 新定义.

【分析】(1) 根据题意可设 $m=n^2$ ，由最佳分解定义可得 $F(m) = \frac{n}{n} = 1$ ；

(2) 根据“吉祥数”定义知 $(10y+x) - (10x+y) = 18$ ，即 $y=x+2$ ，结合 x 的范围可得 2 位数的“吉祥数”，求出每个“吉祥数”的 $F(t)$ ，比较后可得最大值。

【解答】解：(1) 对任意一个完全平方数 m ，设 $m=n^2$ (n 为正整数)，

$$\therefore |n - n| = 0,$$

$\therefore n \times n$ 是 m 的最佳分解，

$$\therefore \text{对任意一个完全平方数 } m, \text{ 总有 } F(m) = \frac{n}{n} = 1;$$

(2) 设交换 t 的个位上的数与十位上的数得到的新数为 t' ，则 $t' = 10y + x$ ，

$\therefore t$ 为“吉祥数”，

$$\therefore t' - t = (10y + x) - (10x + y) = 9(y - x) = 18,$$

$$\therefore y = x + 2,$$

$\therefore 1 \leq x \leq y \leq 9$ ， x, y 为自然数，

$\therefore$ “吉祥数”有：13, 24, 35, 46, 57, 68, 79，

$$\therefore F(13) = \frac{1}{13}, F(24) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}, F(35) = \frac{5}{7}, F(46) = \frac{2}{23}, F(57) = \frac{3}{19}, F(68) = \frac{4}{17}, F(79) = \frac{1}{79},$$

$$\therefore \frac{5}{7} > \frac{2}{3} > \frac{4}{17} > \frac{3}{19} > \frac{2}{23} > \frac{1}{13} > \frac{1}{79},$$

$\therefore$ 所有“吉祥数”中， $F(t)$ 的最大值是 $\frac{5}{7}$ 。

【点评】本题主要考查实数的运算，理解最佳分解、“吉祥数”的定义，并将其转化为实数的运算是解题的关键。

五、解答题 (本大题 2 个小题，每小题 12 分，满分 24 分) 解答时每小题必须给出必要的演算过程活推理步骤，画出必要的图形，请将解答过程书写在答题卡中对应的位置上。

25. 已知 $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $CD = \frac{1}{2}BC$ ， $DE \perp CE$ ， $DE = CE$ ，连接 AE ，点 M 是 AE 的中点。

(1) 如图 1，若点 D 在 BC 边上，连接 CM ，当 $AB = 4$ 时，求 CM 的长；

(2) 如图 2，若点 D 在 $\triangle ABC$ 的内部，连接 BD ，点 N 是 BD 中点，连接 MN ， NE ，求证： $MN \perp AE$ ；

(3) 如图 3，将图 2 中的 $\triangle CDE$ 绕点 C 逆时针旋转，使 $\angle BCD = 30^\circ$ ，连接 BD ，点 N 是 BD 中点，连接

MN ，探索 $\frac{MN}{AC}$ 的值并直接写出结果。

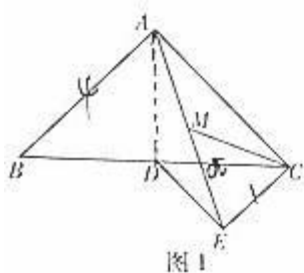


图 1

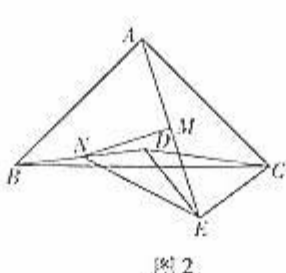


图 2

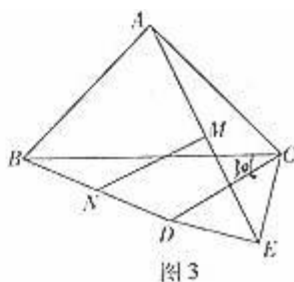


图 3

【考点】相似形综合题.

【分析】 (1) 先证明 $\triangle ACE$ 是直角三角形, 根据 $CM=\frac{1}{2}AE$, 求出 AE 即可解决问题.

(2) 如图 2 中, 延长 DM 到 G 使得 $MG=MD$, 连接 AG 、 BG , 延长 ED 交 AB 于 F , 先证明 $\triangle AMG \cong \triangle EMD$, 推出 $EF \parallel AG$, 再证明 $\triangle ABG \cong \triangle CAE$, 得 $\angle ABG = \angle CAE$, 由此即可解决问题.

(3) 如图 3 中, 延长 DM 到 G 使得 $MG=MD$, 连接 AG 、 BG , 延长 AG 、 EC 交于点 F , 先证明 $\triangle ABG \cong \triangle CAE$, 得到 $BG=AE$, 设 $BC=2a$, 在 $RT\triangle AEF$ 中求出 AE , 根据中位线定理 $MN=\frac{1}{2}BG=\frac{1}{2}AE$, 由此即可解决问题.

【解答】解: (1) 如图 1 中, 连接 AD .

$$\because AB=AC=4, \angle BAC=90^\circ,$$

$$\therefore \angle B = \angle ACD = 45^\circ, BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 4\sqrt{2},$$

$$\therefore DC = \frac{1}{2}BC = 2\sqrt{2},$$

$$\because ED=EC, \angle DEC=90^\circ,$$

$$\therefore DE=EC=2, \angle DCE = \angle EDC = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle ACE = 90^\circ,$$

$$\text{在 } RT\triangle ACE \text{ 中, } AE = \sqrt{AC^2 + CE^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5},$$

$$\because AM=ME,$$

$$\therefore CM = \frac{1}{2}AE = \sqrt{5}.$$

(2) 如图 2 中, 延长 DM 到 G 使得 $MG=MD$, 连接 AG 、 BG , 延长 ED 交 AB 于 F .

在 $\triangle AMG$ 和 $\triangle EMD$ 中,

$$\begin{cases} AM=ME \\ \angle AMG = \angle EMD, \\ MG=MD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AMG \cong \triangle EMD,$$

$$\therefore AG=DE=EC,$$

$$\angle MAG = \angle MED,$$

$$\therefore EF \parallel AG,$$

$$\therefore \angle BAG = \angle BFE = 180^\circ - \angle FBC - (90^\circ - \angle ECB) = 45^\circ + \angle BCE = \angle ACE,$$

在 $\triangle ABG$ 和 $\triangle CAE$ 中,

$$\begin{cases} AB=AC \\ \angle BAG=\angle ACE, \\ AG=CE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABG \cong \triangle CAE,$$

$$\therefore \angle ABG = \angle CAE,$$

$$\because \angle CAE + \angle BAE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABG + \angle BAE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AOB = 90^\circ,$$

$$\therefore BG \perp AE,$$

$$\because DN=NB, DM=MG,$$

$$\therefore MN \parallel BG,$$

$$\therefore MN \perp AE.$$

(3) 如图3中, 延长DM到G使得MG=MD, 连接AG、BG, 延长AG、EC交于点F.

$$\because \triangle AMG \cong \triangle EMD,$$

$$\therefore AG=DE=EC, \angle GAM = \angle DEM,$$

$$\therefore AG \parallel DE,$$

$$\therefore \angle F = \angle DEC = 90^\circ,$$

$$\because \angle FAC + \angle ACF = 90^\circ, \angle BCD + \angle ACF = 90^\circ, \angle BCD = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BAG = \angle ACE = 120^\circ,$$

在 $\triangle ABG$ 和 $\triangle CAE$ 中,

$$\begin{cases} AB=AC \\ \angle BAG=\angle ACE, \\ AG=EC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABG \cong \triangle CAE,$$

$$\therefore BG=AE,$$

$$\because BN=ND, DM=MG,$$

$$\therefore BG=AE=2MN,$$

$$\therefore \angle FAC = \angle BCD = 30^\circ, \text{ 设 } BC=2a, \text{ 则 } CD=a, DE=EC=\frac{\sqrt{2}}{2}a, AC=\sqrt{2}a, CF=\frac{\sqrt{2}}{2}a, AF=\frac{\sqrt{6}}{2}a, EF=\sqrt{2}a,$$

$$\therefore AE = \sqrt{AF^2 + EF^2} = \frac{\sqrt{14}}{2}a,$$

$$\therefore MN = \frac{\sqrt{14}}{4}a,$$

$$\therefore \frac{MN}{AC} = \frac{\frac{\sqrt{14}}{4}a}{\frac{\sqrt{2}a}{4}} = \frac{\sqrt{7}}{4}.$$

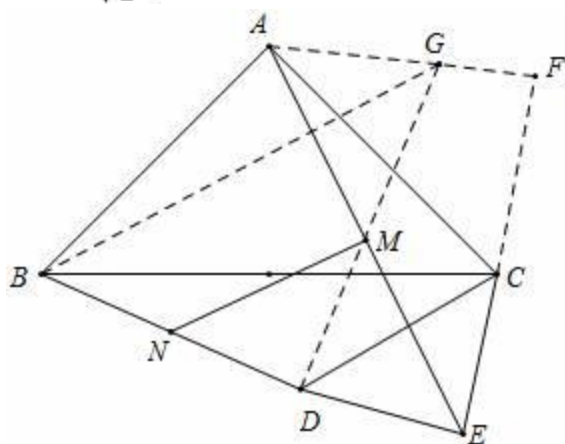


图3

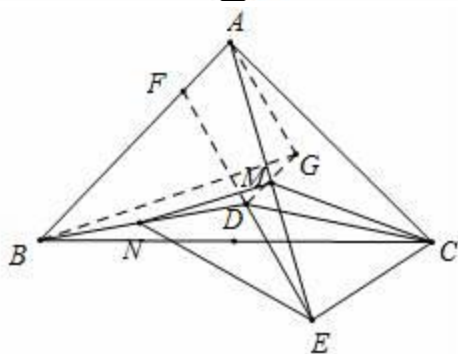


图2

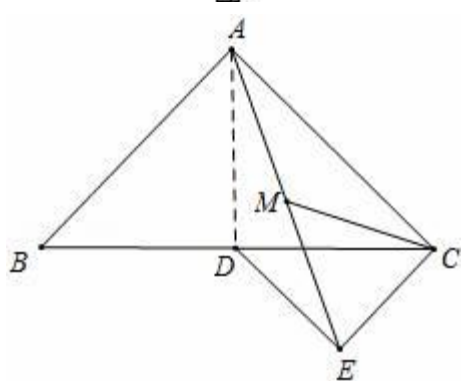


图1

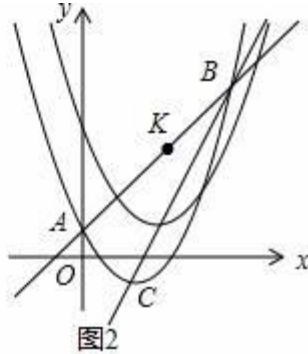
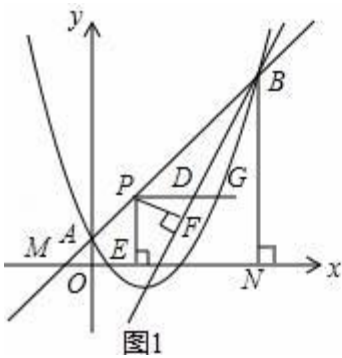
【点评】 本题考查相似形综合题、全等三角形的判定和性质、相似三角形的判定和性质、勾股定理等知识，解题的关键是添加辅助线，构造全等三角形，学会添加辅助线的方法，属于中考压轴题.

26. 如图 1, 二次函数 $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$ 的图象与一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的图象交于 A, B 两点, 点 A 的坐标为 (0, 1), 点 B 在第一象限内, 点 C 是二次函数图象的顶点, 点 M 是一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的图象与 x 轴的交点, 过点 B 作轴的垂线, 垂足为 N, 且 $S_{\triangle AMO} : S_{\text{四边形 AONB}} = 1 : 48$.

(1) 求直线 AB 和直线 BC 的解析式;

(2) 点 P 是线段 AB 上一点, 点 D 是线段 BC 上一点, $PD \parallel x$ 轴, 射线 PD 与抛物线交于点 G, 过点 P 作 $PE \perp x$ 轴于点 E, $PF \perp BC$ 于点 F. 当 PF 与 PE 的乘积最大时, 在线段 AB 上找一点 H (不与点 A, 点 B 重合), 使 $GH + \frac{\sqrt{2}}{2}BH$ 的值最小, 求点 H 的坐标和 $GH + \frac{\sqrt{2}}{2}BH$ 的最小值;

(3) 如图 2, 直线 AB 上有一点 K (3, 4), 将二次函数 $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$ 沿直线 BC 平移, 平移的距离是 t ($t \geq 0$), 平移后抛物线上点 A, 点 C 的对应点分别为点 A', 点 C'; 当 $\triangle A'C'K$ 是直角三角形时, 求 t 的值.



【考点】二次函数综合题.

【分析】(1) 根据 $S_{\triangle AMO} : S_{\text{四边形 AONB}} = 1 : 48$, 求出三角形相似的相似比为 1 : 7, 从而求出 BN, 继而求出点 B 的坐标, 用待定系数法求出直线解析式.

(2) 先判断出 $PE \times PF$ 最大时, $PE \times PD$ 也最大, 再求出 $PE \times PF$ 最大时 $G(5, \frac{7}{2})$, 再简单的计算即可;

(3) 由平移的特点及坐标系中, 两点间的距离公式得 $A'C'^2 = 8$, $A'K^2 = 5m^2 - 18m + 18$, $C'K^2 = 5m^2 - 22m + 26$, 最后分三种情况计算即可.

【解答】解: (1) $\because$ 点 C 是二次函数 $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$ 图象的顶点,

$\therefore C(2, -1)$,

$\because PE \perp x$ 轴, $BN \perp x$ 轴,

$\therefore \triangle MAO \sim \triangle MBN$,

$\because S_{\triangle AMO} : S_{\text{四边形 AONB}} = 1 : 48$,

$\therefore S_{\triangle AMO} : S_{\triangle BMN} = 1 : 49$,

$\therefore OA : BN = 1 : 7$,

$GH + \frac{\sqrt{2}}{2}BH$ 的最小值转化为求 $GH + HB_1$ 的最小值,

$\therefore$ 当 GH 和 HB_1 在一条直线上时, $GH + HB_1$ 的值最小,

此时 $H(5, 6)$, 最小值为 $7 - \frac{7}{2} = \frac{7}{2}$

(3) 令直线 BC 与 x 轴交于点 I ,

$\therefore I(\frac{5}{2}, 0)$

$\therefore IN = \frac{7}{2}$, $IN:BN = 1:2$,

$\therefore$ 沿直线 BC 平移时, 横坐标平移 m 时, 纵坐标则平移 $2m$, 平移后 $A'(m, 1+2m)$, $C'(2+m, -1+2m)$,

$\therefore A'C'^2 = 8$, $A'K^2 = 5m^2 - 18m + 18$, $C'K^2 = 5m^2 - 22m + 26$,

当 $\angle A'KC' = 90^\circ$ 时, $A'K^2 + C'K^2 = A'C'^2$, 解得 $m = \frac{10 \pm \sqrt{10}}{5}$, 此时 $t = \sqrt{5}m = 2\sqrt{5} \pm \sqrt{2}$;

当 $\angle KC'A' = 90^\circ$ 时, $KC'^2 + A'C'^2 = A'K^2$, 解得 $m = 4$, 此时 $t = \sqrt{5}m = 4\sqrt{5}$;

当 $\angle KA'C' = 90^\circ$ 时, $A'C'^2 + A'K^2 = KC'^2$, 解得 $m = 0$, 此时 $t = 0$.

【点评】 此题是二次函数综合题, 主要考查了相似三角形的性质, 待定系数法求函数解析式, 两点间的结论公式, 解本题的关键是相似三角形的性质的运用.