

2012 年重庆市中考数学试卷

一、选择题：(本大题 10 个小题，每小题 4 分，共 40 分) 在每个小题的下面，都给出了代号为 A、B、C、D 的四个答案，其中只有一个是正确的，请将答题卡上题号右侧正确答案所对应的方框涂黑 (或将正确答案的代号填入答题卷中对应的表格内)。

1. 在 -3 , -1 , 0 , 2 这四个数中，最小的数是 ()

- A. -3 B. -1 C. 0 D. 2

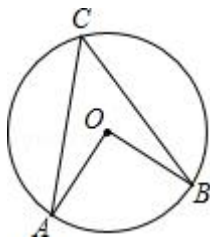
2. 下列图形中，是轴对称图形的是 ()



3. (2012•重庆) 计算 $(ab)^2$ 的结果是 ()

- A. $2ab$ B. a^2b C. a^2b^2 D. ab^2

4. (2012•重庆) 已知：如图， OA , OB 是 $\odot O$ 的两条半径，且 $OA \perp OB$ ，点 C 在 $\odot O$ 上，则 $\angle ACB$ 的度数为 ()

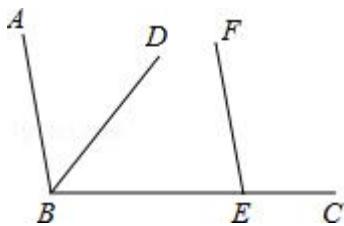


- A. 45° B. 35° C. 25° D. 20°

5. (2012•重庆) 下列调查中，适宜采用全面调查 (普查) 方式的是 ()

- A. 调查市场上老酸奶的质量情况 B. 调查某品牌圆珠笔芯的使用寿命 C. 调查乘坐飞机的旅客是否携带了危禁物品 D. 调查我市市民对伦敦奥运会吉祥物的知晓率

6. (2012•重庆) 已知：如图， BD 平分 $\angle ABC$ ，点 E 在 BC 上， $EF \parallel AB$ 。若 $\angle CEF = 100^\circ$ ，则 $\angle ABD$ 的度数为 ()

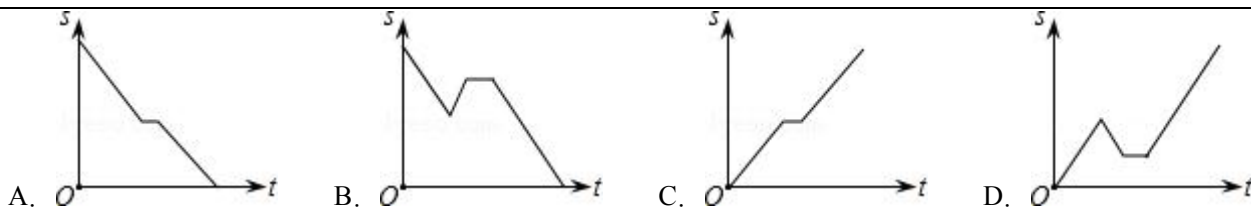


- A. 60° B. 50° C. 40° D. 30°

7. (2012•重庆) 已知关于 x 的方程 $2x + a - 9 = 0$ 的解是 $x = 2$ ，则 a 的值为 ()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

8. (2012•重庆) 2012 年“国际攀岩比赛”在重庆举行。小丽从家出发开车前去观看，途中发现忘了带门票，于是打电话让妈妈马上从家里送来，同时小丽也往回开，遇到妈妈后聊了一会儿，接着继续开车前往比赛现场。设小丽从家出发后所用时间为 t ，小丽与比赛现场的距离为 S 。下面能反映 S 与 t 的函数关系的大致图象是 ()

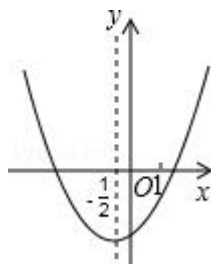


9. (2012•重庆) 下列图形都是由同样大小的五角星按一定的规律组成, 其中第①个图形一共有 2 个五角星, 第②个图形一共有 8 个五角星, 第③个图形一共有 18 个五角星, ..., 则第⑥个图形中五角星的个数为 ()



- A. 50 B. 64 C. 68 D. 72

10. (2012•重庆) 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示对称轴为 $x=-\frac{1}{2}$. 下列结论中, 正确的是 ()



- A. $abc > 0$ B. $a+b=0$ C. $2b+c > 0$ D. $4a+c < 2b$

二、填空题: (本大题 6 个小题, 每小题 4 分, 共 24 分) 请将每小题的答案直接填在答题卡 (卷) 中对应的横线上,

11. (2012•重庆) 据报道, 2011 年重庆主城区私家车拥有量近 38000 辆. 将数 380000 用科学记数法表示为_____.

12. (2012•重庆) 已知 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$, $\triangle ABC$ 的周长为 3, $\triangle DEF$ 的周长为 1, 则 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的面积之比为_____.

13. (2012•重庆) 重庆农村医疗保险已经全面实施. 某县七个村中享受了住院医疗费用报销的人数分别为: 20, 24, 27, 28, 31, 34, 38, 则这组数据的中位数是_____.

14. (2012•重庆) 一个扇形的圆心角为 120° , 半径为 3, 则这个扇形的面积为_____ (结果保留 π)

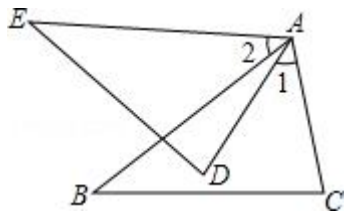
15. (2012•重庆) 将长度为 8 厘米的木棍截成三段, 每段长度均为整数厘米. 如果截成的三段木棍长度分别相同算作同一种截法 (如: 5, 2, 1 和 1, 5, 2), 那么截成的三段木棍能构成三角形的概率是_____.

16. (2012•重庆) 甲、乙两人玩纸牌游戏, 从足够数量的纸牌中取牌. 规定每人最多两种取法, 甲每次取 4 张或 $(4-k)$ 张, 乙每次取 6 张或 $(6-k)$ 张 (k 是常数, $0 < k < 4$). 经统计, 甲共取了 15 次, 乙共取了 17 次, 并且乙至少取了一次 6 张牌, 最终两人所取牌的总张数恰好相等, 那么纸牌最少有_____张.

三、解答题: (本大题 4 个小题, 每小题 6 分, 共 24 分) 解答时每小题必须给出必要的演算过程或推理步骤, 请将解答书写在答题卡 (卷) 中对应的位置上.

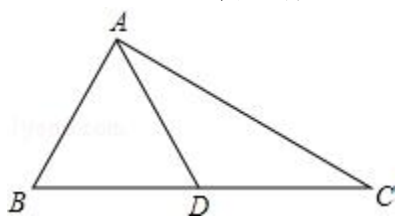
17. (2012•重庆) 计算: $\sqrt{4} + (\pi - 2)^0 - |-5| + (-1)^{2012} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$.

18. (2012•重庆) 已知: 如图, $AB=AE$, $\angle 1=\angle 2$, $\angle B=\angle E$. 求证: $BC=ED$.



19. (2012•重庆) 解方程: $\frac{2}{x-1} = \frac{1}{x-2}$.

20. (2012•重庆) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=90^\circ$, 点 D 在 BC 边上, 且 $\triangle ABD$ 是等边三角形. 若 $AB=2$, 求 $\triangle ABC$ 的周长. (结果保留根号)



四、解答题: (本大题 4 个小题, 每小题 10 分, 共 40 分) 解答时每小题必须给出必要的演算过程或推理步骤, 请将解答书写在答题卡 (卷) 中对应的位置上.

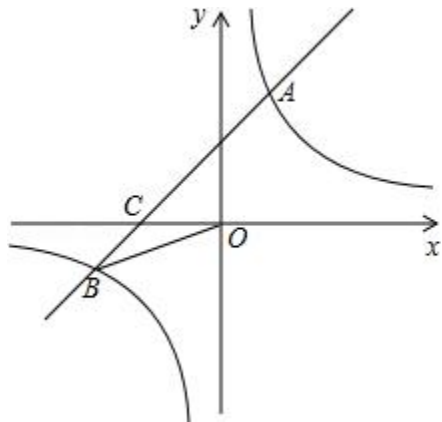
21. (2012•重庆) 先化简, 再求值: $\left(\frac{3x+4}{x^2-1} - \frac{2}{x-1}\right) \div \frac{x+2}{x^2-2x+1}$, 其中 x 是不等式组 $\begin{cases} x+4 > 0 \\ 2x+5 < 1 \end{cases}$ 的整数解.

22. (2012•重庆) 已知: 如图, 在平面直角坐标系中, 一次函数 $y=ax+b$ ($a \neq 0$) 的图象与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$)

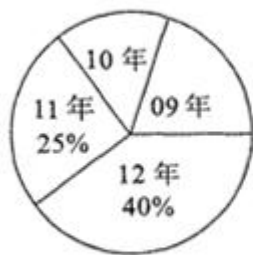
的图象交于一、三象限内的 A 、 B 两点, 与 x 轴交于 C 点, 点 A 的坐标为 $(2, m)$, 点 B 的坐标为 $(n, -2)$, $\tan \angle BOC = \frac{2}{5}$.

(1) 求该反比例函数和一次函数的解析式;

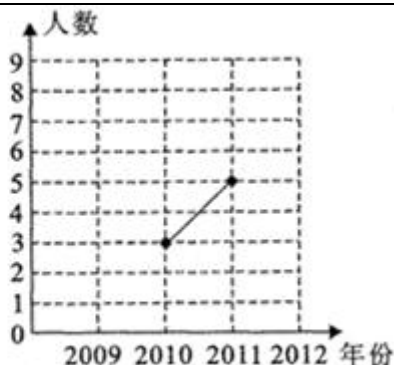
(2) 在 x 轴上有一点 E (O 点除外), 使得 $\triangle BCE$ 与 $\triangle BCO$ 的面积相等, 求出点 E 的坐标.



23. (2012•重庆) 高中招生指标到校是我市中考招生制度改革的一项重要措施. 某初级中学对该校近四年指标到校保送生人数进行了统计, 制成了如下两幅不完整的统计图:



该校每年保送生人数占该校近四年保送生总人数的百分比统计图



该校近四年每年保送生人数统计图

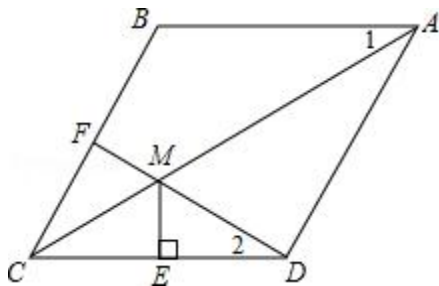
(1) 该校近四年保送生人数的极差是_____。请将折线统计图补充完整；

(2) 该校 2009 年指标到校保送生中只有 1 位女同学，学校打算从中随机选出 2 位同学了解他们进入高中阶段的学习情况。请用列表法或画树状图的方法，求出所选两位同学恰好是 1 位男同学和 1 位女同学的概率。

24. (2012·重庆) 已知：如图，在菱形 ABCD 中，F 为边 BC 的中点，DF 与对角线 AC 交于点 M，过 M 作 $ME \perp CD$ 于点 E， $\angle 1 = \angle 2$ 。

(1) 若 $CE = 1$ ，求 BC 的长；

(2) 求证： $AM = DF + ME$ 。



五、解答题：(本大题 2 个小题，第 25 小题 10 分，第 26 小题 12 分，共 22 分) 解答时每小题必须给出必要的演算过程或推理步骤，请将解答书写在答题卡(卷)中对应的位置上。

25. (2012·重庆) 企业的污水处理有两种方式，一种是输送到污水厂进行集中处理，另一种是通过企业的自身设备进行处理。某企业去年每月的污水量均为 12000 吨，由于污水厂处于调试阶段，污水处理能力有限，该企业投资自建设备处理污水，两种处理方式同时进行。1 至 6 月，该企业向污水厂输送的污水量 y_1 (吨) 与月份 x ($1 \leq x \leq 6$ ，且 x 取整数) 之间满足的函数关系如下表：

月份 x (月)	1	2	3	4	5	6
输送的污水量 y_1 (吨)	12000	6000	4000	3000	2400	2000

7 至 12 月，该企业自身处理的污水量 y_2 (吨) 与月份 x ($7 \leq x \leq 12$ ，且 x 取整数) 之间满足二次函数关系式为

$y_2 = ax^2 + c$ ($a \neq 0$)。其图象如图所示。1 至 6 月，污水厂处理每吨污水的费用： z_1 (元) 与月份 x 之间满足函

数关系式： $z_1 = \frac{1}{2}x$ ，该企业自身处理每吨污水的费用： z_2 (元) 与月份 x 之间满足函数关系式： $z_2 = \frac{3}{4}x - \frac{1}{12}x^2$ ；

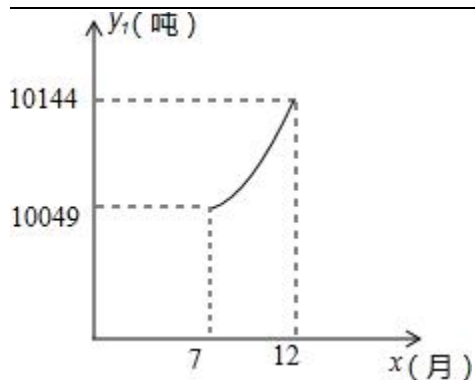
7 至 12 月，污水厂处理每吨污水的费用均为 2 元，该企业自身处理每吨污水的费用均为 1.5 元。

(1) 请观察题中的表格和图象，用所学过的一次函数、反比例函数或二次函数的有关知识，分别直接写出 y_1 、 y_2 与 x 之间的函数关系式；

(2) 请你求出该企业去年哪个月用于污水处理的费用 W (元) 最多，并求出这个最多费用；

(3) 今年以来，由于自建污水处理设备的全面运行，该企业决定扩大产能并将所有污水全部自身处理，估计扩大产能后今年每月的污水量都将在去年每月的基础上增加 $a\%$ ，同时每吨污水处理的费用将在去年 12 月份的基础上增加 $(a - 30)\%$ ，为鼓励节能降耗，减轻企业负担，财政对企业处理污水的费用进行 50% 的补助。若该企业每月的污水处理费用为 18000 元，请计算出 a 的整数值。

(参考数据： $\sqrt{231} \approx 15.2$ ， $\sqrt{419} \approx 20.5$ ， $\sqrt{809} \approx 28.4$)

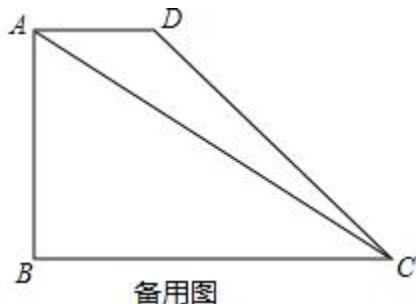
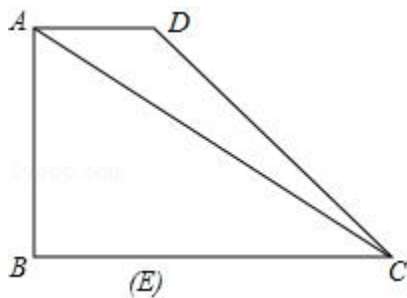


26. (2012•重庆) 已知: 如图, 在直角梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle B=90^\circ$, $AD=2$, $BC=6$, $AB=3$. E 为 BC 边上一点, 以 BE 为边作正方形 $BEFG$, 使正方形 $BEFG$ 和梯形 $ABCD$ 在 BC 的同侧.

(1) 当正方形的顶点 F 恰好落在对角线 AC 上时, 求 BE 的长;

(2) 将 (1) 问中的正方形 $BEFG$ 沿 BC 向右平移, 记平移中的正方形 $BEFG$ 为正方形 $B'EFG$, 当点 E 与点 C 重合时停止平移. 设平移的距离为 t , 正方形 $B'EFG$ 的边 EF 与 AC 交于点 M , 连接 $B'D$, $B'M$, DM , 是否存在这样的 t , 使 $\triangle B'DM$ 是直角三角形? 若存在, 求出 t 的值; 若不存在, 请说明理由;

(3) 在 (2) 问的平移过程中, 设正方形 $B'EFG$ 与 $\triangle ADC$ 重叠部分的面积为 S , 请直接写出 S 与 t 之间的函数关系式以及自变量 t 的取值范围.



2012 年重庆市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：（本大题 10 个小题，每小题 4 分，共 40 分）在每个小题的下面，都给出了代号为 A、B、C、D 的四个答案，其中只有一个是正确的，请将答题卡上题号右侧正确答案所对应的方框涂黑（或将正确答案的代号填入答题卷中对应的表格内）。

1. (2012•重庆) 在 -3 ， -1 ， 0 ， 2 这四个数中，最小的数是（ ）

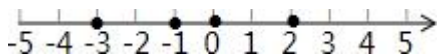
A. -3 B. -1 C. 0 D. 2

考点：有理数大小比较。

专题：存在型。

分析：画出数轴，在数轴上标出各点，再根据数轴的特点进行解答即可。

解答：解：这四个数在数轴上的位置如图所示：

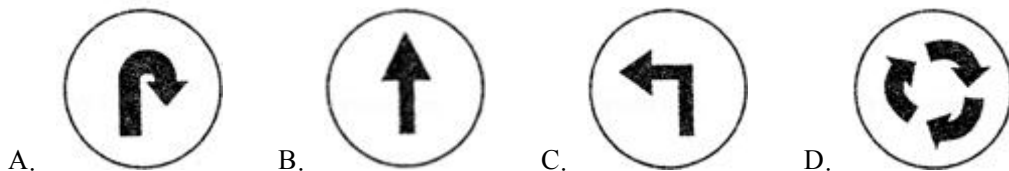


由数轴的特点可知，这四个数中最小的数是 -3 。

故选 A。

点评：本题考查的是有理数的大小比较，利用数形结合比较出有理数的大小是解答此题的关键。

2. (2012•重庆) 下列图形中，是轴对称图形的是（ ）



考点：轴对称图形。

分析：根据轴对称图形的概念对各选项分析判断后利用排除法求解。

解答：解：A、不是轴对称图形，故本选项错误；

B、是轴对称图形，故本选项正确；

C、不是轴对称图形，故本选项错误；

D、不是轴对称图形，故本选项错误。

故选 B。

点评：本题考查了轴对称图形，掌握轴对称图形的概念：轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分沿对称轴折叠后可重合是解题的关键。

3. (2012•重庆) 计算 $(ab)^2$ 的结果是（ ）

A. $2ab$ B. a^2b C. a^2b^2 D. ab^2

考点：幂的乘方与积的乘方。

专题：计算题。

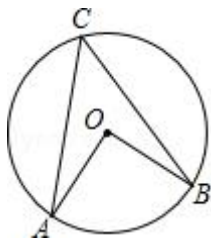
分析：根据幂的乘方法则：底数不变，指数相乘，进行计算即可。

解答：解：原式 $= a^2b^2$ 。

故选 C.

点评: 此题考查了幂的乘方及积的乘方, 属于基础题, 注意掌握幂的乘方法则: 底数不变, 指数相乘.

4. (2012•重庆) 已知: 如图, OA , OB 是 $\odot O$ 的两条半径, 且 $OA \perp OB$, 点 C 在 $\odot O$ 上, 则 $\angle ACB$ 的度数为 ()



- A. 45° B. 35° C. 25° D. 20°

考点: 圆周角定理.

专题: 探究型.

分析: 直接根据圆周角定理进行解答即可.

解答: 解: $\because OA \perp OB$,

$$\therefore \angle AOB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB = 45^\circ.$$

故选 A.

点评: 本题考查的是圆周角定理, 即在同圆或等圆中, 同弧或等弧所对的圆周角相等, 都等于这条弧所对的圆心角的一半.

5. (2012•重庆) 下列调查中, 适宜采用全面调查 (普查) 方式的是 ()

- A. 调查市场上老酸奶的质量情况 B. 调查某品牌圆珠笔芯的使用寿命 C. 调查乘坐飞机的旅客是否携带了危禁物品 D. 调查我市市民对伦敦奥运会吉祥物的知晓率

考点: 全面调查与抽样调查.

分析: 由普查得到的调查结果比较准确, 但所费人力、物力和时间较多, 而抽样调查得到的调查结果比较近似.

解答: 解: A、数量较大, 普查的意义或价值不大时, 应选择抽样调查;

B、数量较大, 具有破坏性的调查, 应选择抽样调查;

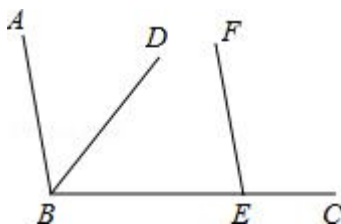
C、事关重大的调查往往选用普查;

D、数量较大, 普查的意义或价值不大时, 应选择抽样调查.

故选 C.

点评: 本题考查了抽样调查和全面调查的区别, 选择普查还是抽样调查要根据所要考查的对象的特征灵活选用, 一般来说, 对于具有破坏性的调查、无法进行普查、普查的意义或价值不大时, 应选择抽样调查, 对于精确度要求高的调查, 事关重大的调查往往选用普查.

6. (2012•重庆) 已知: 如图, BD 平分 $\angle ABC$, 点 E 在 BC 上, $EF \parallel AB$. 若 $\angle CEF = 100^\circ$, 则 $\angle ABD$ 的度数为 ()



- A. 60° B. 50° C. 40° D. 30°

考点：平行线的性质；角平分线的定义。

分析：根据两直线平行，同位角相等求出 $\angle ABC$ 的度数，再根据角平分线的定义解答。

解答：解： $\because EF \parallel AB$ ， $\angle CEF = 100^\circ$ ，
 $\therefore \angle ABC = \angle CEF = 100^\circ$ ，
 $\because BD$ 平分 $\angle ABC$ ，
 $\therefore \angle ABD = \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} \times 100^\circ = 50^\circ$ 。

故选 B。

点评：本题考查了平行线的性质，角平分线的定义，熟练掌握两直线平行，同位角相等是解题的关键。

7. (2012•重庆) 已知关于 x 的方程 $2x + a - 9 = 0$ 的解是 $x = 2$ ，则 a 的值为 ()

A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

考点：一元一次方程的解。

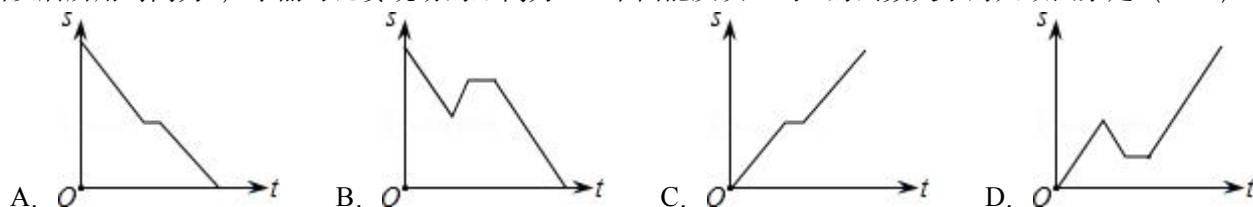
分析：根据方程的解的定义，把 $x = 2$ 代入方程，解关于 a 的一元一次方程即可。

解答：解： $\because$ 方程 $2x + a - 9 = 0$ 的解是 $x = 2$ ，
 $\therefore 2 \times 2 + a - 9 = 0$ ，
 解得 $a = 5$ 。

故选 D。

点评：本题考查了一元一次方程的解，把解代入方程求解即可，比较简单。

8. (2012•重庆) 2012 年“国际攀岩比赛”在重庆举行。小丽从家出发开车前去观看，途中发现忘了带门票，于是打电话让妈妈马上从家里送来，同时小丽也往回开，遇到妈妈后聊了一会儿，接着继续开车前往比赛现场。设小丽从家出发后所用时间为 t ，小丽与比赛现场的距离为 S 。下面能反映 S 与 t 的函数关系的大致图象是 ()



考点：函数的图象。

专题：数形结合。

分析：根据题意，把图象分为四段，第一段，小丽从出发到往回开，第二段到遇到妈妈，第三段与妈妈聊了一会，第四段，接着开往比赛现场分析图象，然后选择答案。

解答：解：根据题意可得， S 与 t 的函数关系的大致图象分为四段，
 第一段，小丽从出发到往回开，与比赛现场的距离在减小，
 第二段，往回开到遇到妈妈，与比赛现场的距离在增大，
 第三段与妈妈聊了一会，与比赛现场的距离不变，
 第四段，接着开往比赛现场，与比赛现场的距离逐渐变小，直至为 0，
 纵观各选项，只有 B 选项的图象符合。

故选 B。

点评：本题考查了函数图象的知识，读懂题意，把整个过程分解成分段图象是解题的关键。

9. (2012•重庆) 下列图形都是由同样大小的五角星按一定的规律组成, 其中第①个图形一共有 2 个五角星, 第②个图形一共有 8 个五角星, 第③个图形一共有 18 个五角星, ..., 则第⑥个图形中五角星的个数为 ()



- A. 50 B. 64 C. 68 D. 72

考点: 规律型: 图形的变化类。

分析: 先根据题意求出第 n 个图形五角星的个数的表达式, 再把 $n=6$ 代入即可求出答案。

解答: 解: 第①个图形一共有 2 个五角星,

第②个图形一共有 8 个五角星,

第③个图形一共有 18 个五角星,

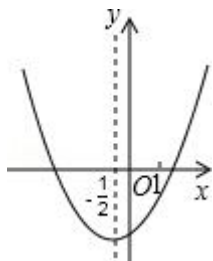
...

则所以第⑥个图形中五角星的个数为 $2 \times 6^2 = 72$;

故选 D.

点评: 本题考查了图形变化规律的问题, 把五角星分成三部分进行考虑, 并找出第 n 个图形五角星的个数的表达式是解题的关键。

10. (2012•重庆) 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示对称轴为 $x=-\frac{1}{2}$. 下列结论中, 正确的是 ()



- A. $abc > 0$ B. $a+b=0$ C. $2b+c > 0$ D. $4a+c < 2b$

考点: 二次函数图象与系数的关系。

分析: 由二次函数的性质, 即可确定 a , b , c 的符号, 即可判定 A 是错误的; 又由对称轴为 $x=-\frac{1}{2}$, 即可求得 $a=b$;

由当 $x=1$ 时, $a+b+c > 0$, 即可判定 c 错误; 然后由抛物线与 x 轴交点坐标的特点, 判定 D 正确。

解答: 解: A、 $\because$ 开口向上,

$\therefore a > 0$,

$\because$ 与 y 轴交与负半轴,

$\therefore c < 0$,

$\because$ 对称轴在 y 轴左侧,

$\therefore -\frac{b}{2a} < 0$,

$\therefore b > 0$,

$\therefore abc < 0$,

故本选项错误;

B、 $\because$ 对称轴: $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{2}$,

$\therefore a=b$,

故本选项错误;

C、当 $x=1$ 时, $a+b+c=2b+c < 0$,

故本选项错误;

D、 $\because$ 对称轴为 $x = -\frac{1}{2}$, 与 x 轴的一个交点的取值范围为 $x_1 > 1$,

$\therefore$ 与 x 轴的另一个交点的取值范围为 $x_2 < -2$,

$\therefore$ 当 $x = -2$ 时, $4a - 2b + c < 0$,

即 $4a + c < 2b$,

故本选项正确.

故选 D.

点评: 此题考查了二次函数图象与系数的关系. 此题难度适中, 解题的关键是掌握数形结合思想的应用, 注意掌握二次函数图象与系数的关系, 掌握二次函数的对称性.

二、填空题: (本大题 6 个小题, 每小题 4 分, 共 24 分) 请将每小题的答案直接填在答题卡 (卷) 中对应的横线上,

11. (2012•重庆) 据报道, 2011 年重庆主城区私家车拥有量近 38000 辆. 将数 380000 用科学记数法表示为 3.8×10^5 .

考点: 科学记数法—表示较大的数.

分析: 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值是易错点, 由于 380000 有 6 位, 所以可以确定 $n=6-1=5$.

解答: 解: $380\ 000=3.8 \times 10^5$.

故答案为: 3.8×10^5 .

点评: 此题考查科学记数法表示较大的数的方法, 准确确定 n 值是关键.

12. (2012•重庆) 已知 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$, $\triangle ABC$ 的周长为 3, $\triangle DEF$ 的周长为 1, 则 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的面积之比为 9: 1.

考点: 相似三角形的性质.

专题: 探究型.

分析: 先根据相似三角形的性质求出其相似比, 再根据面积的比等于相似比的平方进行解答即可.

解答: 解: $\because \triangle ABC \sim \triangle DEF$, $\triangle ABC$ 的周长为 3, $\triangle DEF$ 的周长为 1,

$\therefore$ 三角形的相似比是 3: 1,

$\therefore \triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的面积之比为 9: 1.

故答案为: 9: 1.

点评: 本题考查的是相似三角形的性质, 即相似三角形 (多边形) 的周长的比等于相似比; 相似三角形的面积的比等于相似比的平方.

13. (2012•重庆) 重庆农村医疗保险已经全面实施. 某县七个村中享受了住院医疗费用报销的人数分别为: 20, 24, 27, 28, 31, 34, 38, 则这组数据的中位数是 28.

考点: 中位数.

分析: 先把这一组数据从小到大依次排列起来, 取中间的数即可.

解答: 解: 把这一组数据从小到大依次排列为 20, 24, 27, 28, 31, 34, 38,

最中间的数字是 28,
所以这组数据的中位数是 28;
故答案为: 28.

点评: 此题考查了中位数, 将一组数据从小到大依次排列, 把中间数据 (或中间两数据的平均数) 叫做中位数, 解题的关键是找出中间的数字.

14. (2012•重庆) 一个扇形的圆心角为 120° , 半径为 3, 则这个扇形的面积为 3π (结果保留 π)

考点: 扇形面积的计算.

专题: 计算题.

分析: 根据扇形公式 $S_{\text{扇形}} = \frac{n\pi R^2}{360}$, 代入数据运算即可得出答案.

解答: 解: 由题意得, $n=120^\circ$, $R=3$,
故 $S_{\text{扇形}} = \frac{n\pi R^2}{360} = \frac{120\pi \times 3^2}{360} = 3\pi$.
故答案为: 3π .

点评: 此题考查了扇形的面积计算, 属于基础题, 解答本题的关键是熟练掌握扇形的面积公式, 另外要明白扇形公式中, 每个字母所代表的含义.

15. (2012•重庆) 将长度为 8 厘米的木棍截成三段, 每段长度均为整数厘米. 如果截成的三段木棍长度分别相同算作同一种截法 (如: 5, 2, 1 和 1, 5, 2), 那么截成的三段木棍能构成三角形的概率是 $\frac{1}{5}$.

考点: 概率公式; 三角形三边关系.

分析: 先求出将长度为 8 厘米的木棍截成三段, 每段长度均为整数厘米, 共有几种情况, 再找出其中能构成三角形的情况, 最后根据概率公式计算即可.

解答: 解: 因为将长度为 8 厘米的木棍截成三段, 每段长度均为整数厘米,
共有 5 种情况, 分别是 1, 2, 5; 1, 3, 4; 2, 3, 3; 4, 2, 2; 1, 1, 6;
其中能构成三角形的是: 2, 3, 3 一种情况,
所以截成的三段木棍能构成三角形的概率是 $\frac{1}{5}$;

故答案为: $\frac{1}{5}$.

点评: 此题考查概率的求法: 如果一个事件有 n 种可能, 而且这些事件的可能性相同, 其中事件 A 出现 m 种结果, 那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

16. (2012•重庆) 甲、乙两人玩纸牌游戏, 从足够数量的纸牌中取牌. 规定每人最多两种取法, 甲每次取 4 张或 $(4-k)$ 张, 乙每次取 6 张或 $(6-k)$ 张 (k 是常数, $0 < k < 4$). 经统计, 甲共取了 15 次, 乙共取了 17 次, 并且乙至少取了一次 6 张牌, 最终两人所取牌的总张数恰好相等, 那么纸牌最少有 108 张.

考点: 应用类问题.

专题: 应用题.

分析: 设甲 a 次取 $(4-k)$ 张, 乙 b 次取 $(6-k)$ 张, 则甲 $(15-a)$ 次取 4 张, 乙 $(17-b)$ 次取 6 张, 从而根据两人所取牌的总张数恰好相等, 得出 a 、 b 之间的关系, 再有取牌总数的表达式, 讨论即可得出答案.

解答: 解: 设甲 a 次取 $(4-k)$ 张, 乙 b 次取 $(6-k)$ 张, 则甲 $(15-a)$ 次取 4 张, 乙 $(17-b)$ 次取 6 张, 则甲取牌 $(60-ka)$ 张, 乙取牌 $(102-kb)$ 张

则总共取牌: $N=a(4-k)+4(15-a)+b(6-k)+6(17-b)=-k(a+b)+162$,

从而要使牌最少, 则可使 N 最小, 因为 k 为正数, 函数为减函数, 则可使 $(a+b)$ 尽可能的大, 由题意得, $a \leq 15$, $b \leq 16$,

又最终两人所取牌的总张数恰好相等,

故 $k(b-a)=42$, 而 $0 < k < 4$, $b-a$ 为整数,

则由整除的知识, 可得 k 可为 1, 2, 3,

①当 $k=1$ 时, $b-a=42$, 因为 $a \leq 15$, $b \leq 16$, 所以这种情况舍去;

②当 $k=2$ 时, $b-a=21$, 因为 $a \leq 15$, $b \leq 16$, 所以这种情况舍去;

③当 $k=3$ 时, $b-a=14$, 此时可以符合题意,

综上可得: 要保证 $a \leq 15$, $b \leq 16$, $b-a=14$, $(a+b)$ 值最大,

则可使 $b=16$, $a=2$; $b=15$, $a=1$; $b=14$, $a=0$;

当 $b=16$, $a=2$ 时, $a+b$ 最大, $a+b=18$,

继而可确定 $k=3$, $(a+b)=18$,

所以 $N=-3 \times 18+162=108$ 张.

故答案为: 108.

点评: 此题属于应用类问题, 设计了数的整除、一次函数的增减性及最值的求法, 综合性较强, 解答本题要求我们熟练每部分知识在实际问题的应用, 一定要多思考.

三、解答题: (本大题 4 个小题, 每小题 6 分, 共 24 分) 解答时每小题必须给出必要的演算过程或推理步骤, 请将解答书写在答题卡 (卷) 中对应的位置上.

17. (2012·重庆) 计算: $\sqrt{4} + (\pi - 2)^0 - |-5| + (-1)^{2012} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$.

考点: 实数的运算; 零指数幂; 负整数指数幂.

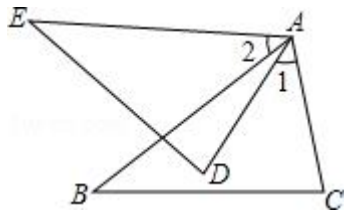
专题: 计算题.

分析: 分别计算零指数幂、负整数指数幂、绝对值, 然后将各部分的最简值合并即可得出答案.

解答: 解: 原式 $= 2 + 1 - 5 + 1 + 9 = 8$.

点评: 此题考查了实数的运算, 属于基础题, 解答本题的关键是熟练各部分的运算法则, 难度一般.

18. (2012·重庆) 已知: 如图, $AB=AE$, $\angle 1=\angle 2$, $\angle B=\angle E$. 求证: $BC=ED$.



考点: 全等三角形的判定与性质.

专题: 证明题.

分析: 由 $\angle 1=\angle 2$ 可得: $\angle EAD=\angle BAC$, 再有条件 $AB=AE$, $\angle B=\angle E$ 可利用 ASA 证明 $\triangle ABC \cong \triangle AED$, 再根据全等三角形对应边相等可得 $BC=ED$.

解答: 证明: $\because \angle 1=\angle 2$,

$\therefore \angle 1+\angle BAD=\angle 2+\angle BAD$,

即: $\angle EAD=\angle BAC$,

$$\text{在 } \triangle EAD \text{ 和 } \triangle BAC \text{ 中 } \begin{cases} \angle B = \angle E \\ AB = AE \\ \angle BAC = \angle EAD \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle AED$ (ASA),

$\therefore BC = ED$.

点评: 此题主要考查了全等三角形的判定与性质, 关键是掌握全等三角形的判定方法: SSS、SAS、ASA、AAS、HL. 全等三角形的判定是结合全等三角形的性质证明线段和角相等的重要工具.

19. (2012•重庆) 解方程: $\frac{2}{x-1} = \frac{1}{x-2}$.

考点: 解分式方程.

专题: 计算题.

分析: 方程两边都乘以最简公分母 $(x-1)(x-2)$, 把分式方程化为整式方程求解, 然后进行检验.

解答: 解: 方程两边都乘以 $(x-1)(x-2)$ 得,

$$2(x-2) = x-1,$$

$$2x-4 = x-1,$$

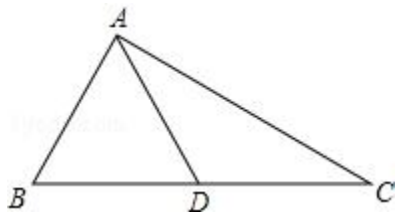
$$x=3,$$

经检验, $x=3$ 是原方程的解,

所以, 原分式方程的解是 $x=3$.

点评: 本题考查了解分式方程, (1) 解分式方程的基本思想是“转化思想”, 把分式方程转化为整式方程求解. (2) 解分式方程一定要注意要验根.

20. (2012•重庆) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=90^\circ$, 点 D 在 BC 边上, 且 $\triangle ABD$ 是等边三角形. 若 $AB=2$, 求 $\triangle ABC$ 的周长. (结果保留根号)



考点: 解直角三角形; 三角形内角和定理; 等边三角形的性质; 勾股定理.

专题: 计算题.

分析: 根据等边三角形性质求出 $\angle B=60^\circ$, 求出 $\angle C=30^\circ$, 求出 $BC=4$, 根据勾股定理求出 AC , 相加即可求出答案.

解答: 解: $\because \triangle ABD$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle B=60^\circ,$$

$$\because \angle BAC=90^\circ,$$

$$\therefore \angle C=180^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ,$$

$$\therefore BC=2AB=4,$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle ABC \text{ 中, 由勾股定理得: } AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 的周长是 } AC+BC+AB=2\sqrt{3}+4+2=6+2\sqrt{3}.$$

答: $\triangle ABC$ 的周长是 $6+2\sqrt{3}$.

点评: 本题考查了勾股定理, 含 30° 度角的直角三角形, 等边三角形性质, 三角形的内角和定理等知识点的应用, 主要培养学生运用性质进行推理和计算的能力, 此题综合性比较强, 是一道比较好的题目.

四、解答题：(本大题 4 个小题，每小题 10 分，共 40 分) 解答时每小题必须给出必要的演算过程或推理步骤，请将解答书写在答题卡(卷)中对应的位置上。

21. (2012•重庆) 先化简，再求值： $(\frac{3x+4}{x^2-1} - \frac{2}{x-1}) \div \frac{x+2}{x^2-2x+1}$ ，其中 x 是不等式组 $\begin{cases} x+4 > 0 \\ 2x+5 < 1 \end{cases}$ 的整数解。

考点：分式的化简求值；一元一次不等式组的整数解。

专题：计算题。

分析：将原式括号中的第一项分母利用平方差公式分解因式，然后找出两分母的最简公分母，通分并利用同分母分式的减法法则计算，分子进行合并整理，同时将除式的分母利用完全平方公式分解因式，然后利用除以一个数等于乘以这个数的倒数将除法运算化为乘法运算，约分后即可得到结果，分别求出 x 满足的不等式组两个一元一次不等式的解集，找出两解集的公共部分确定出不等式组的解集，在解集中找出整数解，即为 x 的值，将 x 的值代入化简后的式子中计算，即可得到原式的值。

解答：

$$\begin{aligned} \text{解：} & (\frac{3x+4}{x^2-1} - \frac{2}{x-1}) \div \frac{x+2}{x^2-2x+1} \\ &= [\frac{3x+4}{(x+1)(x-1)} - \frac{2(x+1)}{(x+1)(x-1)}] \cdot \frac{(x-1)^2}{x+2} \\ &= \frac{3x+4-2x-2}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{(x-1)^2}{x+2} \\ &= \frac{x+2}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{(x-1)^2}{x+2} \\ &= \frac{x-1}{x+1}, \end{aligned}$$

$$\text{又} \begin{cases} x+4 > 0 \text{①} \\ 2x+5 < 1 \text{②} \end{cases},$$

由①解得： $x > -4$,

由②解得： $x < -2$,

$\therefore$ 不等式组的解集为 $-4 < x < -2$,

其整数解为 -3 ,

当 $x = -3$ 时，原式 $= \frac{-3-1}{-3+1} = 2$.

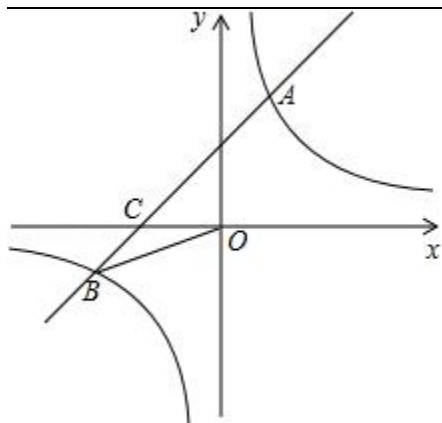
点评：此题考查了分式的化简求值，以及一元一次不等式的解法，分式的加减运算关键是通分，通分的关键是找最简公分母；分式的乘除运算关键是约分，约分的关键是找公因式，约分时分式的分子分母是多项式，应先将多项式分解因式后再约分。

22. (2012•重庆) 已知：如图，在平面直角坐标系中，一次函数 $y = ax + b$ ($a \neq 0$) 的图象与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$)

的图象交于一、三象限内的 A、B 两点，与 x 轴交于 C 点，点 A 的坐标为 $(2, m)$ ，点 B 的坐标为 $(n, -2)$ ， $\tan \angle BOC = \frac{2}{5}$.

(1) 求该反比例函数和一次函数的解析式；

(2) 在 x 轴上有一点 E (O 点除外)，使得 $\triangle BCE$ 与 $\triangle BCO$ 的面积相等，求出点 E 的坐标。



考点: 反比例函数综合题。

分析: (1) 过 B 点作 $BD \perp x$ 轴, 垂足为 D, 由 $B(n, -2)$ 得 $BD=2$, 由 $\tan \angle BOC = \frac{2}{5}$, 解直角三角形求 OD, 确定 B 点坐标, 得出反比例函数关系式, 再由 A、B 两点横坐标与纵坐标的积相等求 n 的值, 由“两点法”求直线 AB 的解析式;

(2) 点 E 为 x 轴上的点, 要使得 $\triangle BCE$ 与 $\triangle BCO$ 的面积相等, 只需要 $CE=CO$ 即可, 根据直线 AB 解析式求 CO, 再确定 E 点坐标.

解答: 解: (1) 过 B 点作 $BD \perp x$ 轴, 垂足为 D,

$\therefore B(n, -2)$, $\therefore BD=2$,

在 $Rt\triangle OBD$ 中, $\tan \angle BOC = \frac{BD}{OD}$, 即 $\frac{2}{OD} = \frac{2}{5}$, 解得 $OD=5$,

又 $\because B$ 点在第三象限, $\therefore B(-5, -2)$,

将 $B(-5, -2)$ 代入 $y = \frac{k}{x}$ 中, 得 $k=xy=10$,

$\therefore$ 反比例函数解析式为 $y = \frac{10}{x}$,

将 $A(2, m)$ 代入 $y = \frac{10}{x}$ 中, 得 $m=5$, $\therefore A(2, 5)$,

将 $A(2, 5)$, $B(-5, -2)$ 代入 $y=ax+b$ 中,

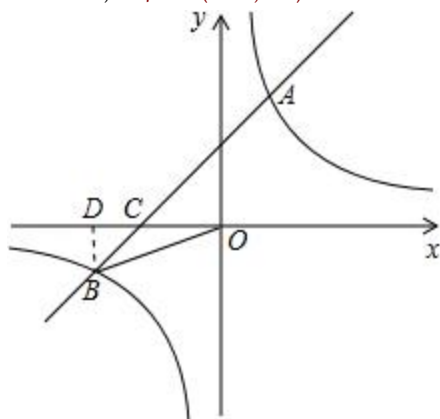
得 $\begin{cases} 2a+b=5 \\ -5a+b=-2 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} a=1 \\ b=3 \end{cases}$,

则一次函数解析式为 $y=x+3$;

(2) 由 $y=x+3$ 得 $C(-3, 0)$, 即 $OC=3$,

$\therefore S_{\triangle BCE} = S_{\triangle BCO}$, $\therefore CE=OC=3$,

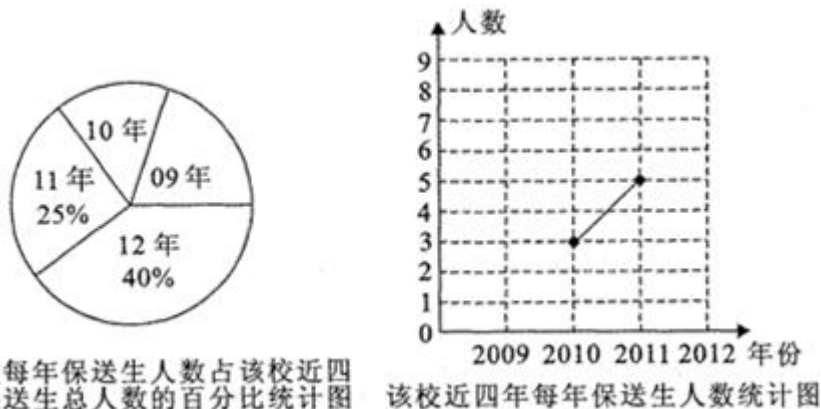
$\therefore OE=6$, 即 $E(-6, 0)$.



点评: 本题考查了反比例函数的综合运用. 关键是通过解直角三角形确定 B 点坐标, 根据反比例函数图象上点的坐

标特求 A 点坐标，求出反比例函数解析式，一次函数解析式.

23. (2012•重庆) 高中招生指标到校是我市中考招生制度改革的一项重要措施. 某初级中学对该校近四年指标到校保送生人数进行了统计，制成了如下两幅不完整的统计图：



(1) 该校近四年保送生人数的极差是 5. 请将折线统计图补充完整；

(2) 该校 2009 年指标到校保送生中只有 1 位女同学，学校打算从中随机选出 2 位同学了解他们进入高中阶段的学习情况. 请用列表法或画树状图的方法，求出所选两位同学恰好是 1 位男同学和 1 位女同学的概率.

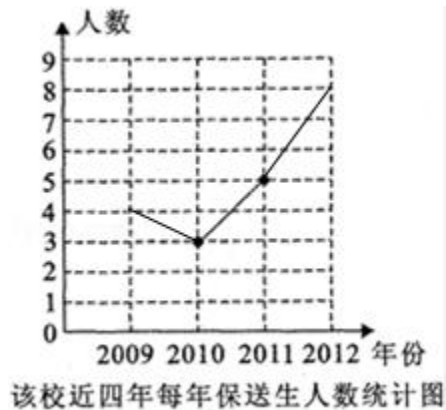
考点：折线统计图；扇形统计图；极差；列表法与树状图法.

分析： (1) 用该校近四年保送生人数的最大值减去最小值，即可求出极差，根据扇形统计图和折线统计图分别求出 2009 年和 2012 年的保送生人数，即可将折线统计图补充完整；

(2) 根据题意列表，求出所有情况，再求出选两位同学恰好是 1 位男同学和 1 位女同学的情况，再根据概率公式计算即可.

解答： 解：(1) 因为该校近四年保送生人数的最大值是 8，最小值是 3，所以该校近四年保送生人数的极差是：8 - 3 = 5，

折线统计图如下：



(2) 列表如下：

	A1	A2	A3	B
A1		(A2, A1)	(A3, A1)	(B, A1)
A2	(A1, A2)		(A3, A2)	(B, A2)
A3	(A1, A3)	(A2, A3)		(B, A3)
B	(A1, B)	(A2, B)	(A3, B)	

由图表可知，共有 12 种情况，选两位同学恰好是 1 位男同学和 1 位女同学的有 6 种情况，

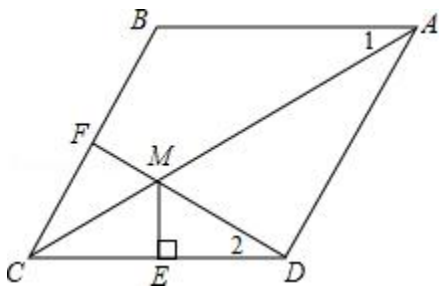
所以选两位同学恰好是 1 位男同学和 1 位女同学的概率是 $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$.

点评： 此题考查了折线统计图和扇形统计图，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 折线统计图表示的是事物的变化情况.

24. (2012·重庆) 已知: 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, F 为边 BC 的中点, DF 与对角线 AC 交于点 M , 过 M 作 $ME \perp CD$ 于点 E , $\angle 1 = \angle 2$.

(1) 若 $CE=1$, 求 BC 的长;

(2) 求证: $AM=DF+ME$.



考点: 菱形的性质; 全等三角形的判定与性质。

专题: 综合题。

分析: (1) 根据菱形的对边平行可得 $AB \parallel D$, 再根据两直线平行, 内错角相等可得 $\angle 1 = \angle ACD$, 所以 $\angle ACD = \angle 2$, 根据等角对等边的性质可得 $CM = DM$, 再根据等腰三角形三线合一的性质可得 $CE = DE$, 然后求出 CD 的长度, 即为菱形的边长 BC 的长度;

(2) 先利用“边角边”证明 $\triangle CEM$ 和 $\triangle CFM$ 全等, 根据全等三角形对应边相等可得 $ME = MF$, 延长 AB 交 DF 于点 G , 然后证明 $\angle 1 = \angle G$, 根据等角对等边的性质可得 $AM = GM$, 再利用“角角边”证明 $\triangle CDF$ 和 $\triangle BGF$ 全等, 根据全等三角形对应边相等可得 $GF = DF$, 最后结合图形 $GM = GF + MF$ 即可得证。

解答: (1) 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore AB \parallel CD$,

$\therefore \angle 1 = \angle ACD$,

$\because \angle 1 = \angle 2$,

$\therefore \angle ACD = \angle 2$,

$\therefore MC = MD$,

$\because ME \perp CD$,

$\therefore CD = 2CE$,

$\because CE = 1$,

$\therefore CD = 2$,

$\therefore BC = CD = 2$;

(2) 证明: 如图, $\because F$ 为边 BC 的中点,

$\therefore BF = CF = \frac{1}{2}BC$,

$\therefore CF = CE$,

在菱形 $ABCD$ 中, AC 平分 $\angle BCD$,

$\therefore \angle ACB = \angle ACD$,

在 $\triangle CEM$ 和 $\triangle CFM$ 中,

$$\therefore \begin{cases} CE = CF \\ \angle ACB = \angle ACD \\ CM = CM \end{cases}$$

$\therefore \triangle CEM \cong \triangle CFM$ (SAS),

$\therefore ME = MF$,

延长 AB 交 DF 于点 G ,

$\because AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle G = \angle 2,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle G,$$

$$\therefore AM = MG,$$

在 $\triangle CDF$ 和 $\triangle BGF$ 中,

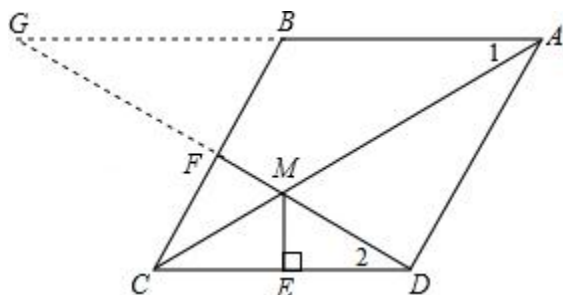
$$\therefore \begin{cases} \angle G = \angle 2 \\ \angle BFG = \angle CFD \text{ (对顶角相等)}, \\ BF = CF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle CDF \cong \triangle BGF \text{ (AAS)},$$

$$\therefore GF = DF,$$

由图形可知, $GM = GF + MF$,

$$\therefore AM = DF + ME.$$



点评: 本题考查了菱形的性质, 全等三角形的判定与性质, 等角对等边的性质, 作出辅助线构造出全等三角形是解题的关键.

五、解答题: (本大题 2 个小题, 第 25 小题 10 分, 第 26 小题 12 分, 共 22 分) 解答时每小题必须给出必要的演算过程或推理步骤, 请将解答书写在答题卡 (卷) 中对应的位置上.

25. (2012·重庆) 企业的污水处理有两种方式, 一种是输送到污水厂进行集中处理, 另一种是通过企业的自身设备进行处理. 某企业去年每月的污水量均为 12000 吨, 由于污水厂处于调试阶段, 污水处理能力有限, 该企业投资自建设备处理污水, 两种处理方式同时进行. 1 至 6 月, 该企业向污水厂输送的污水量 y_1 (吨) 与月份 x ($1 \leq x \leq 6$, 且 x 取整数) 之间满足的函数关系如下表:

月份 x (月)	1	2	3	4	5	6
输送的污水量 y_1 (吨)	12000	6000	4000	3000	2400	2000

7 至 12 月, 该企业自身处理的污水量 y_2 (吨) 与月份 x ($7 \leq x \leq 12$, 且 x 取整数) 之间满足二次函数关系式为

$y_2 = ax^2 + c$ ($a \neq 0$). 其图象如图所示. 1 至 6 月, 污水厂处理每吨污水的费用: z_1 (元) 与月份 x 之间满足函

数关系式: $z_1 = \frac{1}{2}x$, 该企业自身处理每吨污水的费用: z_2 (元) 与月份 x 之间满足函数关系式: $z_2 = \frac{3}{4}x - \frac{1}{12}x^2$,

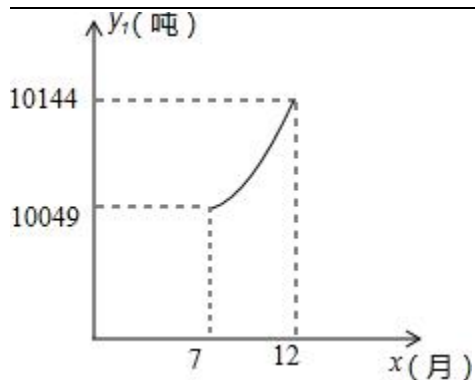
7 至 12 月, 污水厂处理每吨污水的费用均为 2 元, 该企业自身处理每吨污水的费用均为 1.5 元.

(1) 请观察题中的表格和图象, 用所学过的一次函数、反比例函数或二次函数的有关知识, 分别直接写出 y_1 , y_2 与 x 之间的函数关系式;

(2) 请你求出该企业去年哪个月用于污水处理的费用 W (元) 最多, 并求出这个最多费用;

(3) 今年以来, 由于自建污水处理设备的全面运行, 该企业决定扩大产能并将所有污水全部自身处理, 估计扩大产能后今年每月的污水量都将在去年每月的基础上增加 $a\%$, 同时每吨污水处理的费用将在去年 12 月份的基础上增加 $(a - 30)\%$, 为鼓励节能降耗, 减轻企业负担, 财政对企业处理污水的费用进行 50% 的补助. 若该企业每月的污水处理费用为 18000 元, 请计算出 a 的整数值.

(参考数据: $\sqrt{231} \approx 15.2$, $\sqrt{419} \approx 20.5$, $\sqrt{809} \approx 28.4$)



考点: 二次函数的应用。

分析: (1) 利用表格中数据可以得出 $xy=\text{定值}$, 则 y_1 与 x 之间的函数关系为反比例函数关系求出即可, 再利用函数图象得出: 图象过 $(7, 10049)$, $(12, 10144)$ 点, 求出解析式即可;

(2) 利用当 $1 \leq x \leq 6$ 时, 以及当 $7 \leq x \leq 12$ 时, 分别求出处理污水的费用, 即可得出答案;

(3) 利用今年每月的污水量都将在去年每月的基础上增加 $a\%$, 同时每吨污水处理的费用将在去年 12 月份的基础上增加 $(a-30)\%$, 得出等式 $12000(1+a\%) \times 1.5 \times [1+(a-30)\%] \times (1-50\%) = 18000$, 进而求出即可。

解答: 解: (1) 根据表格中数据可以得出 $xy=\text{定值}$, 则 y_1 与 x 之间的函数关系为反比例函数关系:

$$y_1 = \frac{k}{x}, \text{ 将 } (1, 12000) \text{ 代入得:}$$

$$k = 1 \times 12000 = 12000,$$

$$\text{故 } y_1 = \frac{12000}{x} \quad (1 \leq x \leq 6, \text{ 且 } x \text{ 取整数});$$

根据图象可以得出: 图象过 $(7, 10049)$, $(12, 10144)$ 点,

代入 $y_2 = ax^2 + c$ ($a \neq 0$) 得:

$$\begin{cases} 10049 = 49a + c \\ 10144 = 144a + c \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a = 1 \\ c = 10000 \end{cases}$$

$$\text{故 } y_2 = x^2 + 10000 \quad (7 \leq x \leq 12, \text{ 且 } x \text{ 取整数});$$

(2) 当 $1 \leq x \leq 6$, 且 x 取整数时:

$$W = y_1 \cdot x_1 + (12000 - y_1) \cdot x_2 = \frac{12000}{x} \cdot \frac{1}{2}x + (12000 - \frac{12000}{x}) \cdot (\frac{3}{4}x - \frac{1}{12}x^2),$$

$$= -1000x^2 + 10000x - 3000,$$

$$\because a = -1000 < 0, \quad x = -\frac{b}{2a} = 5, \quad 1 \leq x \leq 6,$$

$$\therefore \text{当 } x = 5 \text{ 时, } W_{\text{最大}} = 22000 \text{ (元)},$$

当 $7 \leq x \leq 12$ 时, 且 x 取整数时,

$$W = 2 \times (12000 - y_1) + 1.5y_2 = 2 \times (12000 - x^2 - 10000) + 1.5(x^2 + 10000),$$

$$= -\frac{1}{2}x^2 + 1900,$$

$$\because a = -\frac{1}{2} < 0, \quad x = -\frac{b}{2a} = 0,$$

当 $7 \leq x \leq 12$ 时, W 随 x 的增大而减小,

$$\therefore \text{当 } x = 7 \text{ 时, } W_{\text{最大}} = 18975.5 \text{ (元)},$$

$$\because 22000 > 18975.5,$$

∴去年 5 月用于污水处理的费用最多，最多费用是 22000 元；

(3) 由题意得： $12000(1+a\%) \times 1.5 \times [1 + (a-30)\%] \times (1-50\%) = 18000$,

设 $t=a\%$ ，整理得： $10t^2+17t-13=0$,

解得： $t = \frac{17 \pm \sqrt{809}}{20}$,

∵ $\sqrt{809} \approx 28.4$,

∴ $t_1 \approx 0.57$, $t_2 \approx -2.27$ (舍去),

∴ $a \approx 57$,

答：a 的值是 57.

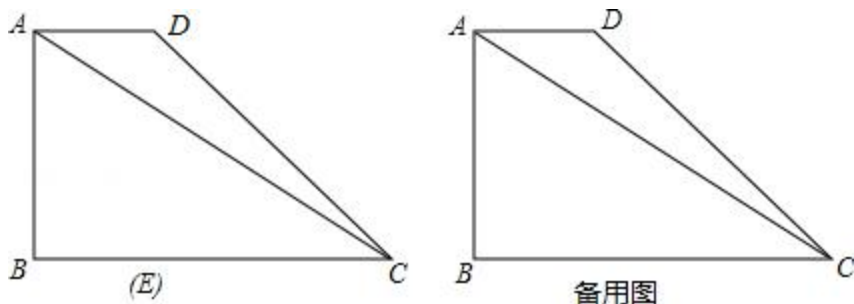
点评：此题主要考查了二次函数的应用和根据实际问题列反比例函数关系式和二次函数关系式、求二次函数最值等知识. 此题阅读量较大得出正确关于 $a\%$ 的等式方程是解题关键.

26. (2012·重庆) 已知：如图，在直角梯形 ABCD 中， $AD \parallel BC$, $\angle B=90^\circ$, $AD=2$, $BC=6$, $AB=3$. E 为 BC 边上一点，以 BE 为边作正方形 BEFG，使正方形 BEFG 和梯形 ABCD 在 BC 的同侧.

(1) 当正方形的顶点 F 恰好落在对角线 AC 上时，求 BE 的长；

(2) 将 (1) 问中的正方形 BEFG 沿 BC 向右平移，记平移中的正方形 BEFG 为正方形 B'EFG，当点 E 与点 C 重合时停止平移. 设平移的距离为 t，正方形 B'EFG 的边 EF 与 AC 交于点 M，连接 B'D, B'M, DM，是否存在这样的 t，使 $\triangle B'DM$ 是直角三角形？若存在，求出 t 的值；若不存在，请说明理由；

(3) 在 (2) 问的平移过程中，设正方形 B'EFG 与 $\triangle ADC$ 重叠部分的面积为 S，请直接写出 S 与 t 之间的函数关系式以及自变量 t 的取值范围.



考点：相似三角形的判定与性质；勾股定理；正方形的性质；直角梯形.

专题：代数几何综合题.

分析：(1) 首先设正方形 BEFG 的边长为 x，易得 $\triangle AGF \sim \triangle ABC$ ，根据相似三角形的对应边成比例，即可求得 BE 的长；

(2) 首先利用 $\triangle MEC \sim \triangle ABC$ 与勾股定理，求得 B'M, DM 与 B'D 的平方，然后分别从若 $\angle DB'M=90^\circ$ ，则 $DM^2=B'M^2+B'D^2$ ，若 $\angle DB'M=90^\circ$ ，则 $DM^2=B'M^2+B'D^2$ ，若 $\angle B'DM=90^\circ$ ，则 $B'M^2=B'D^2+DM^2$ 去分析，即可得到方程，解方程即可求得答案；

(3) 分别从当 $0 \leq t \leq \frac{4}{3}$ 时，当 $\frac{4}{3} < t \leq 2$ 时，当 $2 < t \leq \frac{10}{3}$ 时，当 $\frac{10}{3} < t \leq 4$ 时去分析求解即可求得答案.

解答：解：(1) 如图①，

设正方形 BEFG 的边长为 x，

则 $BE=FG=BG=x$,

∵ $AB=3$, $BC=6$,

∴ $AG=AB-BG=3-x$,

∵ $GF \parallel BE$,

∴ $\triangle AGF \sim \triangle ABC$,

$$\therefore \frac{AG}{AB} = \frac{GF}{BC},$$

$$\text{即 } \frac{3-x}{3} = \frac{x}{6},$$

解得: $x=2$,

即 $BE=2$;

(2) 存在满足条件的 t ,

理由: 如图②, 过点 D 作 $DH \perp BC$ 于 H ,

则 $BH=AD=2$, $DH=AB=3$,

由题意得: $BB'=HE=t$, $HB'=|t-2|$, $EC=4-t$,

$$\text{在 Rt}\triangle B'ME \text{ 中, } B'M^2 = ME^2 + B'E^2 = 2^2 + \left(2 - \frac{1}{2}t\right)^2 = \frac{1}{4}t^2 - 2t + 8,$$

$\because EF \parallel AB$,

$\therefore \triangle MEC \sim \triangle ABC$,

$$\therefore \frac{ME}{AB} = \frac{EC}{BC}, \text{ 即 } \frac{ME}{3} = \frac{4-t}{6},$$

$$\therefore ME = 2 - \frac{1}{2}t,$$

$$\text{在 Rt}\triangle DHB' \text{ 中, } B'D^2 = DH^2 + B'H^2 = 3^2 + (t-2)^2 = t^2 - 4t + 13,$$

过点 M 作 $MN \perp DH$ 于 N ,

$$\text{则 } MN=HE=t, \text{ } NH=ME=2 - \frac{1}{2}t,$$

$$\therefore DN=DH - NH = 3 - \left(2 - \frac{1}{2}t\right) = \frac{1}{2}t + 1,$$

$$\text{在 Rt}\triangle DMN \text{ 中, } DM^2 = DN^2 + MN^2 = \frac{5}{4}t^2 + t + 1,$$

(I) 若 $\angle DB'M=90^\circ$, 则 $DM^2 = B'M^2 + B'D^2$,

$$\text{即 } \frac{5}{4}t^2 + t + 1 = \left(\frac{1}{4}t^2 - 2t + 8\right) + (t^2 - 4t + 13),$$

$$\text{解得: } t = \frac{20}{7},$$

(II) 若 $\angle B'MD=90^\circ$, 则 $B'D^2 = B'M^2 + DM^2$,

$$\text{即 } t^2 - 4t + 13 = \left(\frac{1}{4}t^2 - 2t + 8\right) + \left(\frac{5}{4}t^2 + t + 1\right),$$

$$\text{解得: } t_1 = -3 + \sqrt{17}, \text{ } t_2 = -3 - \sqrt{17} \text{ (舍去)},$$

$$\therefore t = -3 + \sqrt{17};$$

(III) 若 $\angle B'DM=90^\circ$, 则 $B'M^2 = B'D^2 + DM^2$,

$$\text{即: } \frac{1}{4}t^2 - 2t + 8 = (t^2 - 4t + 13) + \left(\frac{5}{4}t^2 + t + 1\right),$$

此方程无解,

综上所述, 当 $t = \frac{20}{7}$ 或 $-3 + \sqrt{17}$ 时, $\triangle B'DM$ 是直角三角形;

(3) ①如图③, 当 F 在 CD 上时, $EF:DH=CE:CH$,

即 $2:3=CE:4$,

$$\therefore CE = \frac{8}{3},$$

$$\therefore t = BB' = BC - B'E - EC = 6 - 2 - \frac{8-t}{3},$$

$$\therefore ME = 2 - \frac{1}{2}t,$$

$$\therefore FM = \frac{1}{2}t,$$

$$\text{当 } 0 \leq t \leq \frac{4}{3} \text{ 时, } S = S_{\triangle FMN} = \frac{1}{2} \times t \times \frac{1}{2}t = \frac{1}{4}t^2,$$

②当 G 在 AC 上时, $t=2$,

$$\therefore EK = EC \cdot \tan \angle DCB = EC \cdot \frac{DH}{CH} = \frac{3}{4}(4-t) = 3 - \frac{3}{4}t,$$

$$\therefore FK = 2 - EK = \frac{3}{4}t - 1,$$

$$\therefore NL = \frac{2}{3}AD = \frac{4}{3},$$

$$\therefore FL = t - \frac{4}{3},$$

$$\therefore \text{当 } \frac{4}{3} < t \leq 2 \text{ 时, } S = S_{\triangle FMN} - S_{\triangle FKL} = \frac{1}{4}t^2 - \frac{1}{2}(t - \frac{4}{3})(\frac{3}{4}t - 1) = -\frac{1}{8}t^2 + t - \frac{2}{3},$$

③如图⑤, 当 G 在 CD 上时, $B'C: CH = B'G: DH$,
即 $B'C: 4 = 2: 3$,

$$\text{解得: } B'C = \frac{8}{3},$$

$$\therefore EC = 4 - t = B'C - 2 = \frac{2}{3},$$

$$\therefore t = \frac{10}{3},$$

$$\therefore B'N = \frac{1}{2}B'C = \frac{1}{2}(6-t) = 3 - \frac{1}{2}t,$$

$$\therefore GN = GB' - B'N = \frac{1}{2}t - 1,$$

$$\therefore \text{当 } 2 < t \leq \frac{10}{3} \text{ 时, } S = S_{\text{梯形GNMF}} - S_{\triangle FKL} = \frac{1}{2} \times 2 \times (\frac{1}{2}t - 1 + \frac{1}{2}t) - \frac{1}{2}(t - \frac{4}{3})(\frac{3}{4}t - 1) = -\frac{3}{8}t^2 + 2t - \frac{5}{3},$$

④如图⑥, 当 $\frac{10}{3} < t \leq 4$ 时,

$$\therefore B'L = \frac{3}{4}B'C = \frac{3}{4}(6-t), EK = \frac{3}{4}EC = \frac{3}{4}(4-t), B'N = \frac{1}{2}B'C = \frac{1}{2}(6-t) \quad EM = \frac{1}{2}EC = \frac{1}{2}(4-t),$$

$$S = S_{\text{梯形MNLK}} = S_{\text{梯形B'EKL}} - S_{\text{梯形B'EMN}} = -\frac{1}{2}t + \frac{5}{2}.$$

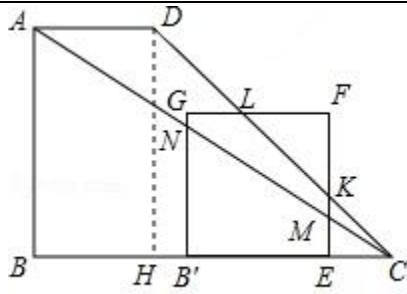
综上所述:

$$\text{当 } 0 \leq t \leq \frac{4}{3} \text{ 时, } S = \frac{1}{4}t^2,$$

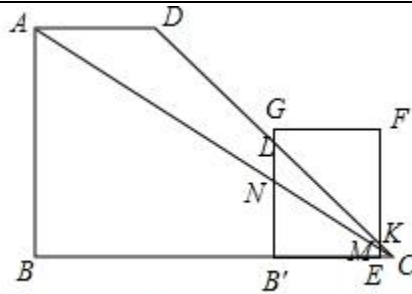
$$\text{当 } \frac{4}{3} < t \leq 2 \text{ 时, } S = -\frac{1}{8}t^2 + t - \frac{2}{3},$$

$$\text{当 } 2 < t \leq \frac{10}{3} \text{ 时, } S = -\frac{3}{8}t^2 + 2t - \frac{5}{3},$$

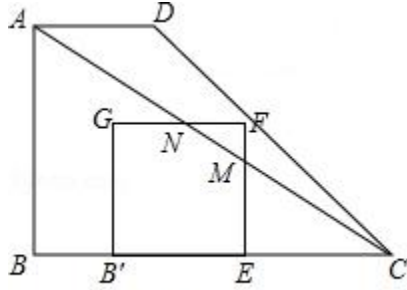
$$\text{当 } \frac{10}{3} < t \leq 4 \text{ 时, } S = -\frac{1}{2}t + \frac{5}{2}.$$



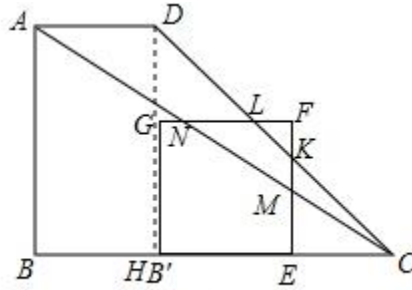
图⑤



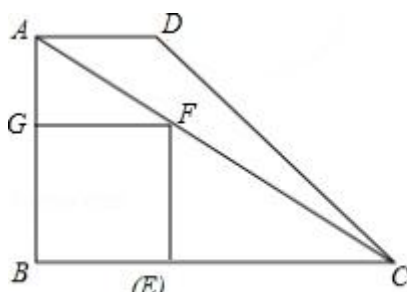
图⑥



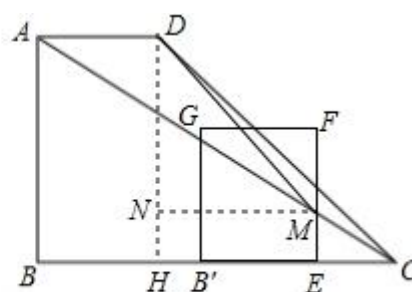
图③



图④



图①



图②

点评: 此题考查了相似三角形的判定与性质、正方形的性质、直角梯形的性质以及勾股定理等知识. 此题难度较大, 注意数形结合思想、方程思想与分类讨论思想的应用, 注意辅助线的作法.

参与本试卷答题和审题的老师有:

zcx; lantin; zhangCF; 星期八; caicl; sks; CJX; zhjh; sd2011; ZJX; zjx111。(排名不分先后)

菁优网

2012 年 6 月 20 日