

## 2020 年辽宁省沈阳市中考数学试卷

一.选择题(下列各题的备选答案中,只有一个答案是正确的.每小题 2 分,共 20 分)

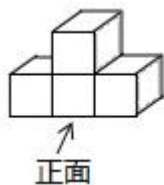
1. (2 分) 下列有理数中,比 0 小的数是( )

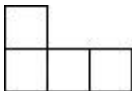
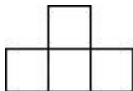
- A. -2                      B. 1                      C. 2                      D. 3

2. (2 分) 2020 年 5 月,中科院沈阳自动化所主持研制的“海斗一号”万米海试成功,下潜深度超 10900 米,刷新我国潜水器最大下潜深度记录.将数据 10900 用科学记数法表示为( )

- A.  $1.09 \times 10^3$               B.  $1.09 \times 10^4$               C.  $10.9 \times 10^3$               D.  $0.109 \times 10^5$

3. (2 分) 如图是由四个相同的小立方块搭成的几何体,这个几何体的主视图是( )

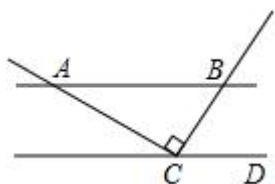


- A.       B.       C.       D. 

4. (2 分) 下列运算正确的是( )

- A.  $a^2 + a^3 = a^5$               B.  $a^2 \cdot a^3 = a^6$               C.  $(2a)^3 = 8a^3$               D.  $a^3 \div a = a^3$

5. (2 分) 如图,直线  $AB \parallel CD$ ,且  $AC \perp CB$  于点  $C$ ,若  $\angle BAC = 35^\circ$ ,则  $\angle BCD$  的度数为( )



- A.  $65^\circ$                       B.  $55^\circ$                       C.  $45^\circ$                       D.  $35^\circ$

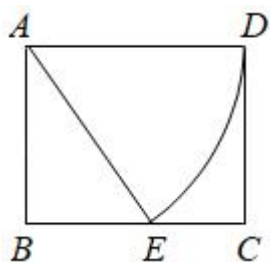
6. (2 分) 不等式  $2x \leq 6$  的解集是( )

- A.  $x \leq 3$                       B.  $x \geq 3$                       C.  $x < 3$                       D.  $x > 3$

7. (2 分) 下列事件中,是必然事件的是( )

- A. 从一个只有白球的盒子里摸出一个球是白球  
B. 任意买一张电影票,座位号是 3 的倍数  
C. 掷一枚质地均匀的硬币,正面向上  
D. 汽车走过一个红绿灯路口时,前方正好是绿灯

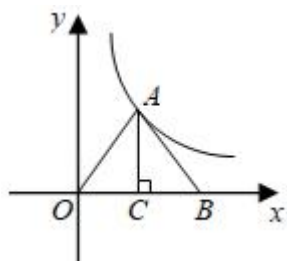
8. (2分) 一元二次方程  $x^2 - 2x + 1 = 0$  的根的情况是 ( )
- A. 有两个不相等的实数根                      B. 有两个相等的实数根
- C. 没有实数根                                      D. 无法确定
9. (2分) 一次函数  $y = kx + b$  ( $k \neq 0$ ) 的图象经过点  $A(-3, 0)$ , 点  $B(0, 2)$ , 那么该图象不经过的象限是 ( )
- A. 第一象限                      B. 第二象限                      C. 第三象限                      D. 第四象限
10. (2分) 如图, 在矩形  $ABCD$  中,  $AB = \sqrt{3}$ ,  $BC = 2$ , 以点  $A$  为圆心,  $AD$  长为半径画弧交边  $BC$  于点  $E$ , 连接  $AE$ , 则  $\widehat{DE}$  的长为 ( )



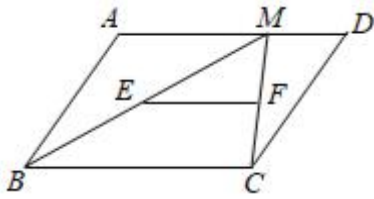
- A.  $\frac{4\pi}{3}$                       B.  $\pi$                       C.  $\frac{2\pi}{3}$                       D.  $\frac{\pi}{3}$

## 二、填空题 (每小题 3 分, 共 18 分)

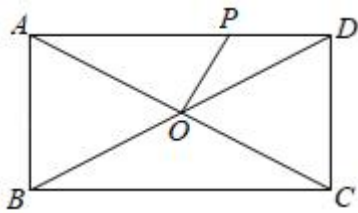
11. (3分) 因式分解:  $2x^2 + x =$  \_\_\_\_\_.
12. (3分) 二元一次方程组  $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x-y=1 \end{cases}$  的解是 \_\_\_\_\_.
13. (3分) 甲、乙两人在相同条件下进行射击练习, 每人 10 次射击成绩的平均值都是 7 环, 方差分别为  $S_{\text{甲}}^2 = 2.9$ ,  $S_{\text{乙}}^2 = 1.2$ , 则两人成绩比较稳定的是 \_\_\_\_\_ (填“甲”或“乙”).
14. (3分) 如图, 在平面直角坐标系中,  $O$  是坐标原点, 在  $\triangle OAB$  中,  $AO = AB$ ,  $AC \perp OB$  于点  $C$ , 点  $A$  在反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $k \neq 0$ ) 的图象上, 若  $OB = 4$ ,  $AC = 3$ , 则  $k$  的值为 \_\_\_\_\_.



15. (3分) 如图, 在平行四边形  $ABCD$  中, 点  $M$  为边  $AD$  上一点,  $AM = 2MD$ , 点  $E$ , 点  $F$  分别是  $BM$ ,  $CM$  中点, 若  $EF = 6$ , 则  $AM$  的长为 \_\_\_\_\_.



16. (3分) 如图, 在矩形  $ABCD$  中,  $AB = 6$ ,  $BC = 8$ , 对角线  $AC$ ,  $BD$  相交于点  $O$ , 点  $P$  为边  $AD$  上一动点, 连接  $OP$ , 以  $OP$  为折痕, 将  $\triangle AOP$  折叠, 点  $A$  的对应点为点  $E$ , 线段  $PE$  与  $OD$  相交于点  $F$ . 若  $\triangle PDF$  为直角三角形, 则  $DP$  的长为\_\_\_\_\_.



### 三、解答题 (第 17 小题 6 分, 第 18、19 小题各 8 分, 共 22 分)

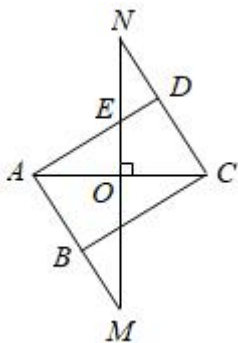
17. (6分) 计算:  $2\sin 60^\circ + \left(-\frac{1}{3}\right)^{-2} + (\pi - 2020)^0 + |2 - \sqrt{3}|$ .

18. (8分) 沈阳市图书馆推出“阅读沈阳 书香盛京”等一系列线上线下相融合的阅读推广活动, 需要招募学生志愿者. 某校甲、乙两班共有五名学生报名, 甲班一名男生, 一名女生; 乙班一名男生, 两名女生. 现从甲、乙两班各随机抽取一名学生作为志愿者, 请用列表法或画树状图法求抽出的两名学生性别相同的概率. (温馨提示: 甲班男生用  $A$  表示, 女生用  $B$  表示; 乙班男生用  $a$  表示, 两名女生分别用  $b_1$ ,  $b_2$  表示).

19. (8分) 如图, 在矩形  $ABCD$  中, 对角线  $AC$  的垂直平分线分别与边  $AB$  和边  $CD$  的延长线交于点  $M$ ,  $N$ , 与边  $AD$  交于点  $E$ , 垂足为点  $O$ .

(1) 求证:  $\triangle AOM \cong \triangle CON$ ;

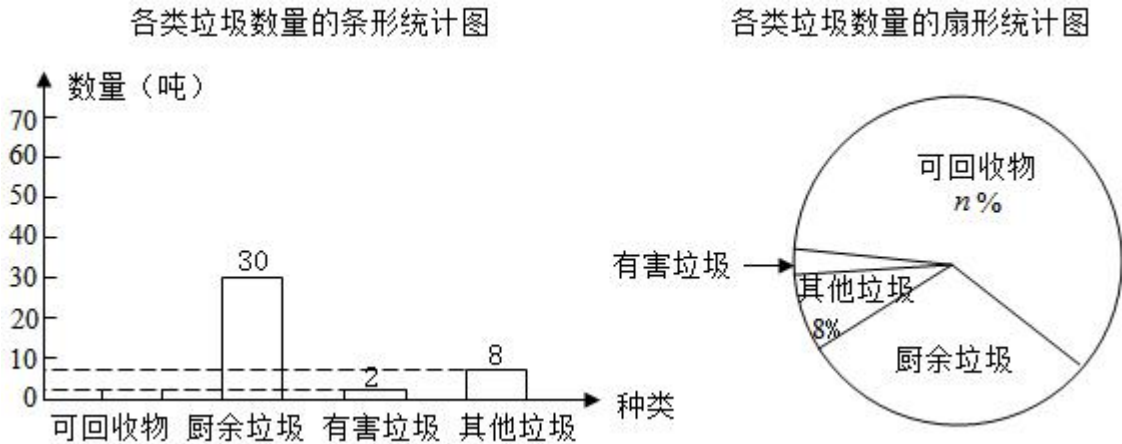
(2) 若  $AB = 3$ ,  $AD = 6$ , 请直接写出  $AE$  的长为\_\_\_\_\_.



### 四、(每小题 8 分, 共 16 分).

20. (8分) 某市为了将生活垃圾合理分类, 并更好地回收利用, 将垃圾分为可回收物、厨

余垃圾、有害垃圾和其他垃圾四类．现随机抽取该市  $m$  吨垃圾，将调查结果制成如下两幅不完整的统计图：



根据统计图提供的信息，解答下列问题：

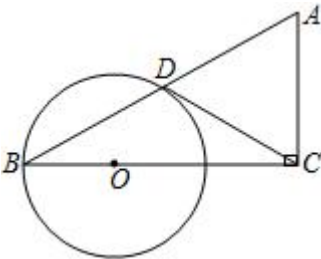
- (1)  $m = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $n = \underline{\hspace{2cm}}$ ；
- (2) 根据以上信息直接补全条形统计图；
- (3) 扇形统计图中，厨余垃圾所对应的扇形圆心角的度数为  $\underline{\hspace{2cm}}$  度；
- (4) 根据抽样调查的结果，请你估计该市 2000 吨垃圾中约有多少吨可回收物．

21. (8 分) 某工程队准备修建一条长  $3000m$  的盲道，由于采用新的施工方式，实际每天修建盲道的长度比原计划增加 25%，结果提前 2 天完成这一任务，原计划每天修建盲道多少米？

**五、(本题 10 分)**

22. (10 分) 如图，在  $\triangle ABC$  中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，点  $O$  为  $BC$  边上一点，以点  $O$  为圆心， $OB$  长为半径的圆与边  $AB$  相交于点  $D$ ，连接  $DC$ ，当  $DC$  为  $\odot O$  的切线时．

- (1) 求证：  $DC = AC$ ；
- (2) 若  $DC = DB$ ， $\odot O$  的半径为 1，请直接写出  $DC$  的长为  $\underline{\hspace{2cm}}$ ．



**六、(本题 10 分)**

23. (10 分) 如图，在平面直角坐标系中， $\triangle AOB$  的顶点  $O$  是坐标原点，点  $A$  的坐标为  $(4, 4)$ ，点  $B$  的坐标为  $(6, 0)$ ，动点  $P$  从  $O$  开始以每秒 1 个单位长度的速度沿  $y$  轴正方向

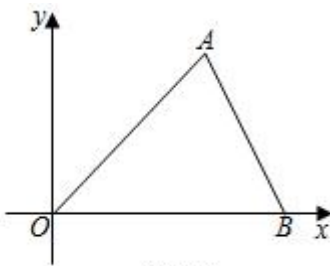
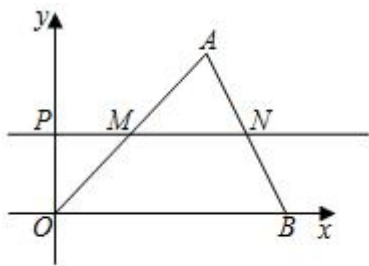
运动, 设运动的时间为  $t$  秒 ( $0 < t < 4$ ), 过点  $P$  作  $PN \parallel x$  轴, 分别交  $AO$ ,  $AB$  于点  $M$ ,  $N$ .

(1) 填空:  $AO$  的长为\_\_\_\_\_,  $AB$  的长为\_\_\_\_\_;

(2) 当  $t = 1$  时, 求点  $N$  的坐标;

(3) 请直接写出  $MN$  的长为\_\_\_\_\_ (用含  $t$  的代数式表示);

(4) 点  $E$  是线段  $MN$  上一动点 (点  $E$  不与点  $M$ ,  $N$  重合),  $\triangle AOE$  和  $\triangle ABE$  的面积分别表示为  $S_1$  和  $S_2$ , 当  $t = \frac{4}{3}$  时, 请直接写出  $S_1 \cdot S_2$  (即  $S_1$  与  $S_2$  的积) 的最大值为\_\_\_\_\_.



备用图

## 七、(本题 12 分)

24. (12 分) 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ ,  $\angle BAC = \alpha$ , 点  $P$  为线段  $CA$  延长线上一动点, 连接  $PB$ , 将线段  $PB$  绕点  $P$  逆时针旋转, 旋转角为  $\alpha$ , 得到线段  $PD$ , 连接  $DB$ ,  $DC$ .

(1) 如图 1, 当  $\alpha = 60^\circ$  时,

①求证:  $PA = DC$ ;

②求  $\angle DCP$  的度数;

(2) 如图 2, 当  $\alpha = 120^\circ$  时, 请直接写出  $PA$  和  $DC$  的数量关系.

(3) 当  $\alpha = 120^\circ$  时, 若  $AB = 6$ ,  $BP = \sqrt{31}$ , 请直接写出点  $D$  到  $CP$  的距离为\_\_\_\_\_.

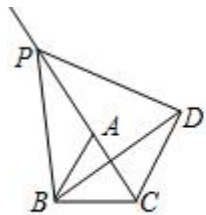


图 1

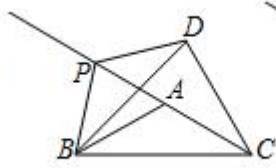
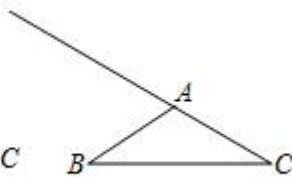


图 2



备用图

## 八、(本题 12 分)

25. (12 分) 如图 1, 在平面直角坐标系中,  $O$  是坐标原点, 抛物线  $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + c$  经过点  $B$

(6, 0) 和点  $C(0, -3)$ .

(1) 求抛物线的表达式;

(2) 如图 2, 线段  $OC$  绕原点  $O$  逆时针旋转  $30^\circ$  得到线段  $OD$ . 过点  $B$  作射线  $BD$ , 点

$M$  是射线  $BD$  上一点 ( 不与点  $B$  重合 ), 点  $M$  关于  $x$  轴的对称点为点  $N$ , 连接  $NM$ ,  $NB$ .

① 直接写出  $\triangle MBN$  的形状为\_\_\_\_\_;

② 设  $\triangle MBN$  的面积为  $S_1$ ,  $\triangle ODB$  的面积是  $S_2$ . 当  $S_1 = \frac{2}{3}S_2$  时, 求点  $M$  的坐标;

(3) 如图 3, 在 (2) 的结论下, 过点  $B$  作  $BE \perp BN$ , 交  $NM$  的延长线于点  $E$ , 线段  $BE$  绕点  $B$  逆时针旋转, 旋转角为  $\alpha$  ( $0^\circ < \alpha < 120^\circ$ ) 得到线段  $BF$ , 过点  $F$  作  $FK \parallel x$  轴, 交射线  $BE$  于点  $K$ ,  $\angle KBF$  的角平分线和  $\angle KFB$  的角平分线相交于点  $G$ , 当  $BG = 2\sqrt{3}$  时, 请直接写出点  $G$  的坐标为\_\_\_\_\_.

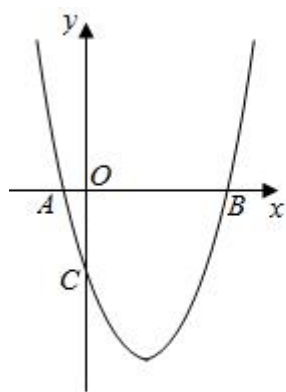


图1

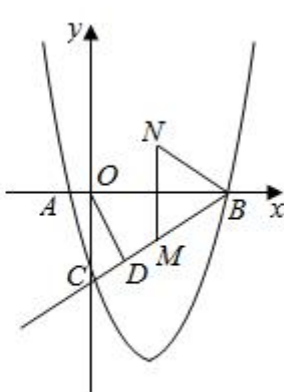


图2

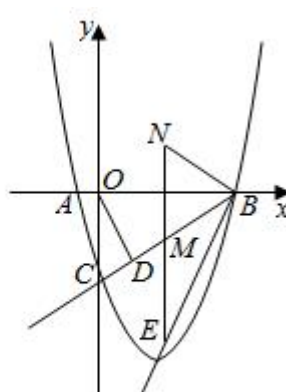


图3

## 2020 年辽宁省沈阳市中考数学试卷

### 参考答案与试题解析

一.选择题（下列各题的备选答案中，只有一个答案是正确的．每小题 2 分，共 20 分）

1.（2 分）下列有理数中，比 0 小的数是（ ）

- A. -2                      B. 1                      C. 2                      D. 3

【分析】根据有理数的大小比较的法则分别进行比较即可．

【解答】解：由于  $-2 < 0 < 1 < 2 < 3$ ，

故选：A．

2.（2 分）2020 年 5 月，中科院沈阳自动化所主持研制的“海斗一号”万米海试成功，下潜深度超 10900 米，刷新我国潜水器最大下潜深度记录．将数据 10900 用科学记数法表示为（ ）

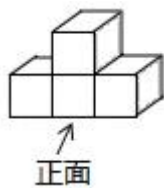
- A.  $1.09 \times 10^3$               B.  $1.09 \times 10^4$               C.  $10.9 \times 10^3$               D.  $0.109 \times 10^5$

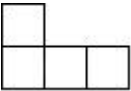
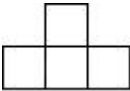
【分析】科学记数法的表示形式为  $a \times 10^n$  的形式，其中  $1 \leq |a| < 10$ ， $n$  为整数．确定  $n$  的值时，要看把原数变成  $a$  时，小数点移动了多少位， $n$  的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值  $\geq 10$  时， $n$  是正数；当原数的绝对值  $< 1$  时， $n$  是负数．

【解答】解：将 10900 用科学记数法表示为  $1.09 \times 10^4$ ．

故选：B．

3.（2 分）如图是由四个相同的小立方块搭成的几何体，这个几何体的主视图是（ ）



- A.       B.       C.       D. 

【分析】利用主视图的定义，即从几何体的正面观察得出视图即可．

【解答】解：从几何体的正面看，底层是三个小正方形，上层的中间是一个小正方形．

故选：D．

4.（2 分）下列运算正确的是（ ）

- A.  $a^2 + a^3 = a^5$               B.  $a^2 \cdot a^3 = a^6$               C.  $(2a)^3 = 8a^3$               D.  $a^3 \div a = a^3$

【分析】直接利用合并同类项法则以及同底数幂的乘除运算法则和积的乘方运算法则分别计算得出答案.

【解答】解： $A$ 、 $a^2+a^3$ ，不是同类项，无法合并，不合题意；

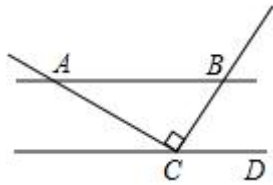
$B$ 、 $a^2 \cdot a^3 = a^5$ ，故此选项错误；

$C$ 、 $(2a)^3 = 8a^3$ ，正确；

$D$ 、 $a^3 \div a = a^2$ ，故此选项错误；

故选： $C$ .

5. (2分) 如图，直线  $AB \parallel CD$ ，且  $AC \perp CB$  于点  $C$ ，若  $\angle BAC = 35^\circ$ ，则  $\angle BCD$  的度数为 ( )



- A.  $65^\circ$                       B.  $55^\circ$                       C.  $45^\circ$                       D.  $35^\circ$

【分析】由三角形内角和定理可求  $\angle ABC$  的度数，由平行线的性质可求解.

【解答】解： $\because AC \perp CB$ ，

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = 180^\circ - 90^\circ - \angle BAC = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ,$$

$\because$  直线  $AB \parallel CD$ ，

$$\therefore \angle ABC = \angle BCD = 55^\circ,$$

故选： $B$ .

6. (2分) 不等式  $2x \leq 6$  的解集是 ( )

- A.  $x \leq 3$                       B.  $x \geq 3$                       C.  $x < 3$                       D.  $x > 3$

【分析】不等式左右两边同时除以 2，不等号方向不变，即可求出不等式的解集.

【解答】解：不等式  $2x \leq 6$ ，

左右两边除以 2 得： $x \leq 3$ .

故选： $A$ .

7. (2分) 下列事件中，是必然事件的是 ( )

- A. 从一个只有白球的盒子里摸出一个球是白球  
B. 任意买一张电影票，座位号是 3 的倍数

- C. 掷一枚质地均匀的硬币，正面向上  
D. 汽车走过一个红绿灯路口时，前方正好是绿灯

【分析】根据事件发生的可能性大小判断.

【解答】解：A、从一个只有白球的盒子里摸出一个球是白球，是必然事件；

B、任意买一张电影票，座位号是3的倍数，是随机事件；

C、掷一枚质地均匀的硬币，正面向上，是随机事件；

D、汽车走过一个红绿灯路口时，前方正好是绿灯，是随机事件；

故选：A.

8. (2分) 一元二次方程  $x^2 - 2x + 1 = 0$  的根的情况是 ( )

- A. 有两个不相等的实数根                      B. 有两个相等的实数根  
C. 没有实数根                                  D. 无法确定

【分析】根据根的判别式即可求出答案.

【解答】解：由题意可知：  $\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 0$ ,

故选：B.

9. (2分) 一次函数  $y = kx + b$  ( $k \neq 0$ ) 的图象经过点 A (-3, 0), 点 B (0, 2), 那么该图象不经过的象限是 ( )

- A. 第一象限                      B. 第二象限                      C. 第三象限                      D. 第四象限

【分析】(方法一) 根据点的坐标, 利用待定系数法可求出一次函数解析式, 再利用一次函数图象与系数的关系可得出一次函数  $y = \frac{2}{3}x + 2$  的图象经过第一、二、三象限, 即该图象不经过第四象限;

(方法二) 描点、连线, 画出函数  $y = kx + b$  ( $k \neq 0$ ) 的图象, 关系函数图象, 即可得出一次函数  $y = kx + b$  ( $k \neq 0$ ) 的图象不经过第四象限.

【解答】解：(方法一) 将 A (-3, 0), B (0, 2) 代入  $y = kx + b$ , 得： 
$$\begin{cases} -3k + b = 0 \\ b = 2 \end{cases}$$

解得： 
$$\begin{cases} k = \frac{2}{3} \\ b = 2 \end{cases}$$

$\therefore$  一次函数解析式为  $y = \frac{2}{3}x + 2$ .

$\because k = \frac{2}{3} > 0, b = 2 > 0,$

$\therefore$  一次函数  $y = \frac{2}{3}x + 2$  的图象经过第一、二、三象限,

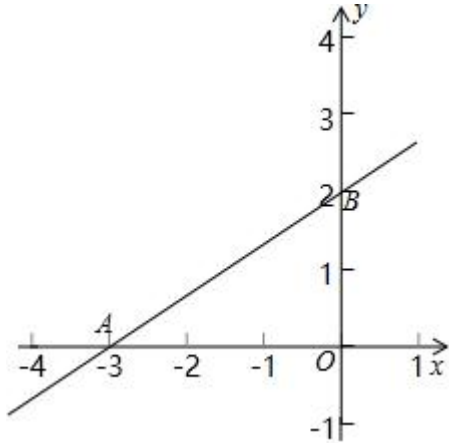
即该图象不经过第四象限.

故选:  $D$ .

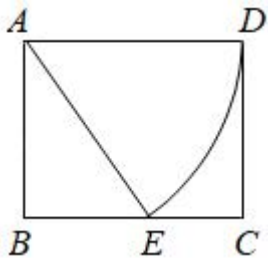
(方法二) 依照题意, 画出函数图象, 如图所示.

观察函数图象, 可知: 一次函数  $y = kx + b$  ( $k \neq 0$ ) 的图象不经过第四象限.

故选:  $D$ .



10. (2分) 如图, 在矩形  $ABCD$  中,  $AB = \sqrt{3}$ ,  $BC = 2$ , 以点  $A$  为圆心,  $AD$  长为半径画弧交边  $BC$  于点  $E$ , 连接  $AE$ , 则  $\widehat{DE}$  的长为 ( )



- A.  $\frac{4\pi}{3}$       B.  $\pi$       C.  $\frac{2\pi}{3}$       D.  $\frac{\pi}{3}$

【分析】根据矩形的性质和三角函数的定义得到  $\angle BAE = 30^\circ$ , 根据弧长公式即可得到结论.

【解答】解:  $\because$  四边形  $ABCD$  是矩形,

$$\therefore AD = BC = 2, \quad \angle B = 90^\circ,$$

$$\therefore AE = AD = 2,$$

$$\because AB = \sqrt{3},$$

$$\therefore \cos \angle BAE = \frac{AB}{AE} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore \angle BAE = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle EAD = 60^\circ,$$

$$\therefore \widehat{DE} \text{ 的长} = \frac{60 \cdot \pi \times 2}{180} = \frac{2\pi}{3},$$

故选：C.

## 二、填空题（每小题3分，共18分）

11. (3分) 因式分解： $2x^2+x = x(2x+1)$ .

【分析】原式提取公因式即可.

【解答】解：原式  $= x(2x+1)$ .

故答案为： $x(2x+1)$ .

12. (3分) 二元一次方程组  $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x-y=1 \end{cases}$  的解是  $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$ .

【分析】方程组利用加减消元法求出解即可.

【解答】解： $\begin{cases} x+y=5 \text{ ①} \\ 2x-y=1 \text{ ②} \end{cases}$ ,

①+②得： $3x=6$ ,

解得： $x=2$ ,

把  $x=2$  代入①得： $y=3$ ,

则方程组的解为  $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$ .

故答案为： $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$ .

13. (3分) 甲、乙两人在相同条件下进行射击练习，每人10次射击成绩的平均值都是7环，方差分别为  $S_{\text{甲}}^2=2.9$ ,  $S_{\text{乙}}^2=1.2$ ，则两人成绩比较稳定的是 乙 (填“甲”或“乙”).

【分析】根据方差的定义，方差越小数据越稳定，即可得出答案.

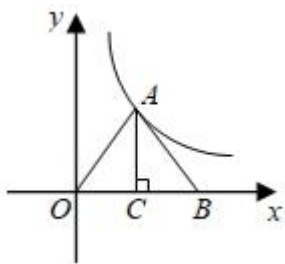
【解答】解： $\because \overline{x}_{\text{甲}} = 7 = \overline{x}_{\text{乙}}$ ,  $S_{\text{甲}}^2=2.9$ ,  $S_{\text{乙}}^2=1.2$ ,

$\therefore S_{\text{甲}}^2 > S_{\text{乙}}^2$ ,

$\therefore$  乙的成绩比较稳定，

故答案为：乙.

14. (3分) 如图，在平面直角坐标系中，O是坐标原点，在 $\triangle OAB$ 中， $AO=AB$ ,  $AC \perp OB$ 于点C，点A在反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $k \neq 0$ ) 的图象上，若  $OB=4$ ,  $AC=3$ ，则k的值为 6.



【分析】利用等腰三角形的性质求出点  $A$  的坐标即可解决问题.

【解答】解:  $\because AO = AB, AC \perp OB,$

$$\therefore OC = BC = 2,$$

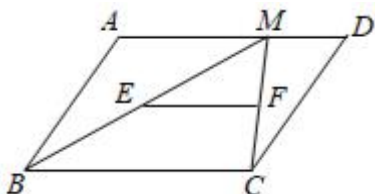
$$\because AC = 3,$$

$$\therefore A(2, 3),$$

把  $A(2, 3)$  代入  $y = \frac{k}{x}$ , 可得  $k = 6$ ,

故答案为 6.

15. (3 分) 如图, 在平行四边形  $ABCD$  中, 点  $M$  为边  $AD$  上一点,  $AM = 2MD$ , 点  $E$ , 点  $F$  分别是  $BM$ ,  $CM$  中点, 若  $EF = 6$ , 则  $AM$  的长为 8.



【分析】根据三角形中位线定理和平行四边形的性质即可得到结论.

【解答】解:  $\because$  点  $E$ , 点  $F$  分别是  $BM$ ,  $CM$  中点,

$\therefore EF$  是  $\triangle BCM$  的中位线,

$$\because EF = 6,$$

$$\therefore BC = 2EF = 12,$$

$\because$  四边形  $ABCD$  是平行四边形,

$$\therefore AD = BC = 12,$$

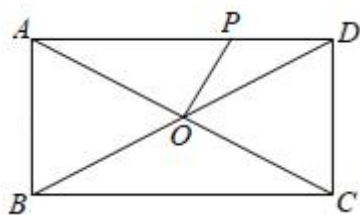
$$\because AM = 2MD,$$

$$\therefore AM = 8,$$

故答案为: 8.

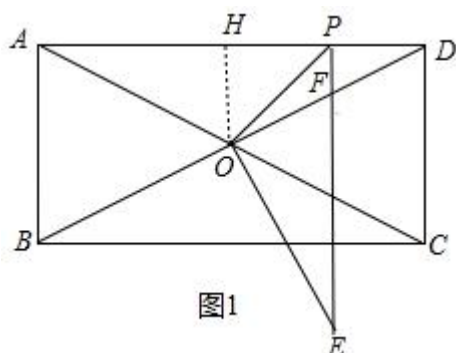
16. (3 分) 如图, 在矩形  $ABCD$  中,  $AB = 6$ ,  $BC = 8$ , 对角线  $AC$ ,  $BD$  相交于点  $O$ , 点  $P$  为边  $AD$  上一动点, 连接  $OP$ , 以  $OP$  为折痕, 将  $\triangle AOP$  折叠, 点  $A$  的对应点为点  $E$ , 线

段  $PE$  与  $OD$  相交于点  $F$ . 若  $\triangle PDF$  为直角三角形, 则  $DP$  的长为  $\frac{5}{2}$  或  $1$ .



【分析】分两种情况讨论, 当  $\angle DPF = 90^\circ$  时, 过点  $O$  作  $OH \perp AD$  于  $H$ , 由平行线分线段成比例可得  $OH = \frac{1}{2}AB = 3$ ,  $HD = \frac{1}{2}AD = 4$ , 由折叠的性质可得  $\angle APO = \angle EPO = 45^\circ$ , 可求  $OH = HP = 3$ , 可得  $PD = 1$ ; 当  $\angle PFD = 90^\circ$  时, 由勾股定理和矩形的性质可得  $OA = OC = OB = OD = 5$ , 通过证明  $\triangle OFE \sim \triangle BAD$ , 可得  $\frac{OF}{AB} = \frac{OE}{BD}$ , 可求  $OF$  的长, 通过证明  $\triangle PFD \sim \triangle BAD$ , 可得  $\frac{PD}{BD} = \frac{DF}{AD}$ , 可求  $PD$  的长.

【解答】解: 如图 1, 当  $\angle DPF = 90^\circ$  时, 过点  $O$  作  $OH \perp AD$  于  $H$ ,



$\because$  四边形  $ABCD$  是矩形,

$\therefore BO = OD$ ,  $\angle BAD = 90^\circ = \angle OHD$ ,  $AD = BC = 8$ ,

$\therefore OH \parallel AB$ ,

$\therefore \frac{OH}{AB} = \frac{HD}{AD} = \frac{OD}{BD} = \frac{1}{2}$ ,

$\therefore OH = \frac{1}{2}AB = 3$ ,  $HD = \frac{1}{2}AD = 4$ ,

$\because$  将  $\triangle AOP$  折叠, 点  $A$  的对应点为点  $E$ , 线段  $PE$  与  $OD$  相交于点  $F$ ,

$\therefore \angle APO = \angle EPO = 45^\circ$ ,

又  $\because OH \perp AD$ ,

$\therefore \angle OPH = \angle HOP = 45^\circ$ ,

$\therefore OH = HP = 3$ ,

$\therefore PD = HD - HP = 1$ ;

当  $\angle PFD = 90^\circ$  时,

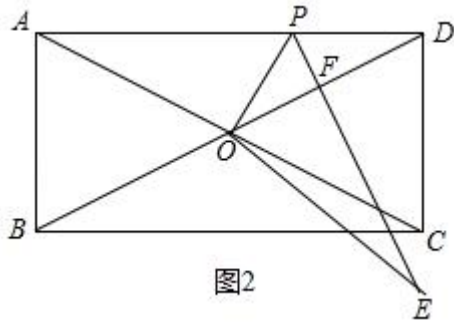


图2

$$\because AB = 6, BC = 8,$$

$$\therefore BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{36 + 64} = 10,$$

$\because$  四边形  $ABCD$  是矩形,

$$\therefore OA = OC = OB = OD = 5,$$

$$\therefore \angle DAO = \angle ODA,$$

$\because$  将  $\triangle AOP$  折叠, 点  $A$  的对应点为点  $E$ , 线段  $PE$  与  $OD$  相交于点  $F$ ,

$$\therefore AO = EO = 5, \angle PEO = \angle DAO = \angle ADO,$$

又  $\because \angle OFE = \angle BAD = 90^\circ$ ,

$$\therefore \triangle OFE \sim \triangle BAD,$$

$$\therefore \frac{OF}{AB} = \frac{OE}{BD},$$

$$\therefore \frac{OF}{6} = \frac{5}{10},$$

$$\therefore OF = 3,$$

$$\therefore DF = 2,$$

$$\because \angle PFD = \angle BAD, \angle PDF = \angle ADB,$$

$$\therefore \triangle PFD \sim \triangle BAD,$$

$$\therefore \frac{PD}{BD} = \frac{DF}{AD},$$

$$\therefore \frac{PD}{10} = \frac{2}{8},$$

$$\therefore PD = \frac{5}{2},$$

综上所述:  $PD = \frac{5}{2}$  或  $1$ ,

故答案为  $\frac{5}{2}$  或  $1$ .

三、解答题 (第 17 小题 6 分, 第 18、19 小题各 8 分, 共 22 分)

17. (6分) 计算:  $2\sin 60^\circ + \left(-\frac{1}{3}\right)^{-2} + (\pi - 2020)^0 + |2 - \sqrt{3}|$ .

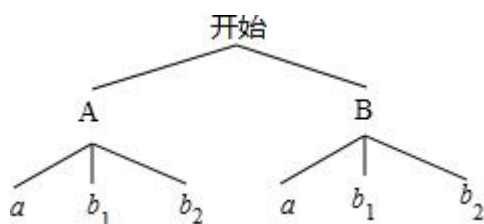
【分析】原式利用特殊角的三角函数值，零指数幂、负整数指数幂法则，以及绝对值的代数意义计算即可求出值.

【解答】解：原式  $= 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 9 + 1 + 2 - \sqrt{3}$   
 $= \sqrt{3} + 12 - \sqrt{3}$   
 $= 12$ .

18. (8分) 沈阳市图书馆推出“阅读沈阳 书香盛京”等一系列线上线下相融合的阅读推广活动，需要招募学生志愿者. 某校甲、乙两班共有五名学生报名，甲班一名男生，一名女生；乙班一名男生，两名女生. 现从甲、乙两班各随机抽取一名学生作为志愿者，请用列表法或画树状图法求抽出的两名学生性别相同的概率. (温馨提示：甲班男生用  $A$  表示，女生用  $B$  表示；乙班男生用  $a$  表示，两名女生分别用  $b_1, b_2$  表示).

【分析】画树状图展示所有 6 种等可能的结果，找出抽出的两名学生性别相同的结果数，然后根据概率公式求解.

【解答】解：画树状图为：



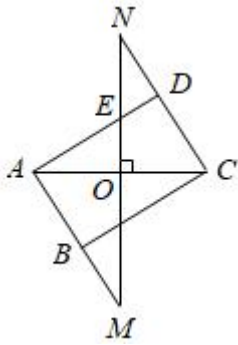
共有 6 种等可能的结果，其中抽出的两名学生性别相同的结果数为 3，

所以抽出的两名学生性别相同的概率  $= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ .

19. (8分) 如图，在矩形  $ABCD$  中，对角线  $AC$  的垂直平分线分别与边  $AB$  和边  $CD$  的延长线交于点  $M, N$ ，与边  $AD$  交于点  $E$ ，垂足为点  $O$ .

(1) 求证:  $\triangle AOM \cong \triangle CON$ ;

(2) 若  $AB = 3$ ,  $AD = 6$ , 请直接写出  $AE$  的长为  $\frac{15}{4}$ .



【分析】(1) 利用线段垂直平分线的性质以及矩形的性质, 即可得到判定  $\triangle AOM \cong \triangle CON$  的条件;

(2) 连接  $CE$ , 设  $AE = CE = x$ , 则  $DE = 6 - x$ , 再根据勾股定理进行计算, 即可得到  $AE$  的长.

【解答】解: (1)  $\because MN$  是  $AC$  的垂直平分线,

$$\therefore AO = CO, \angle AOM = \angle CON = 90^\circ,$$

$\because$  四边形  $ABCD$  是矩形,

$$\therefore AB \parallel CD,$$

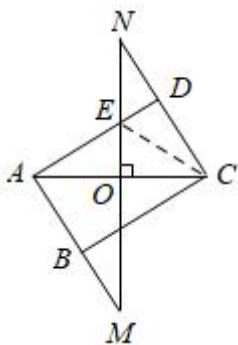
$$\therefore \angle M = \angle N,$$

在  $\triangle AOM$  和  $\triangle CON$  中,

$$\begin{cases} \angle M = \angle N \\ \angle AOM = \angle CON, \\ AO = CO \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AOM \cong \triangle CON (AAS);$$

(2) 如图所示, 连接  $CE$ ,



$\because MN$  是  $AC$  的垂直平分线,

$$\therefore CE = AE,$$

设  $AE = CE = x$ , 则  $DE = 6 - x$ ,

$\because$  四边形  $ABCD$  是矩形,

$$\therefore \angle CDE = 90^\circ, \quad CD = AB = 3,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle CDE \text{ 中, } CD^2 + DE^2 = CE^2,$$

$$\text{即 } 3^2 + (6 - x)^2 = x^2,$$

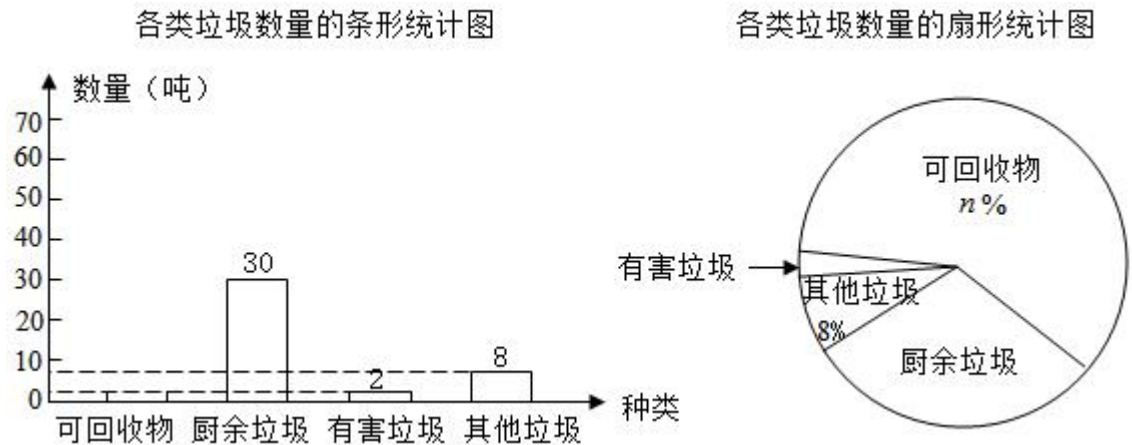
$$\text{解得 } x = \frac{15}{4},$$

$$\text{即 } AE \text{ 的长为 } \frac{15}{4}.$$

$$\text{故答案为: } \frac{15}{4}.$$

#### 四、(每小题 8 分, 共 16 分).

20. (8 分) 某市为了将生活垃圾合理分类, 并更好地回收利用, 将垃圾分为可回收物、厨余垃圾、有害垃圾和其他垃圾四类. 现随机抽取该市  $m$  吨垃圾, 将调查结果制成如下两幅不完整的统计图:



根据统计图提供的信息, 解答下列问题:

(1)  $m = \underline{100}$ ,  $n = \underline{60}$ ;

(2) 根据以上信息直接补全条形统计图;

(3) 扇形统计图中, 厨余垃圾所对应的扇形圆心角的度数为 108 度;

(4) 根据抽样调查的结果, 请你估计该市 2000 吨垃圾中约有多少吨可回收物.

【分析】(1) 根据其他垃圾的吨数和所占的百分比可以求得  $m$  的值, 然后根据条形统计图中的数据, 即可得到  $n$  的值;

(2) 根据统计图中的数据, 可以得到可回收物的吨数, 然后即可将条形统计图补充完整;

(3) 根据统计图中的数据, 可以计算出厨余垃圾所对应的扇形圆心角的度数;

(4) 根据统计图中的数据, 可以计算出该市 2000 吨垃圾中约有多少吨可回收物.

【解答】解: (1)  $m = 8 \div 8\% = 100$ ,  $n\% = \frac{100 - 30 - 2 - 8}{100} \times 100\% = 60\%$ ,

故答案为：100，60；

(2) 可回收物有： $100 - 30 - 2 - 8 = 60$  (吨)，

补全完整的条形统计图如右图所示；

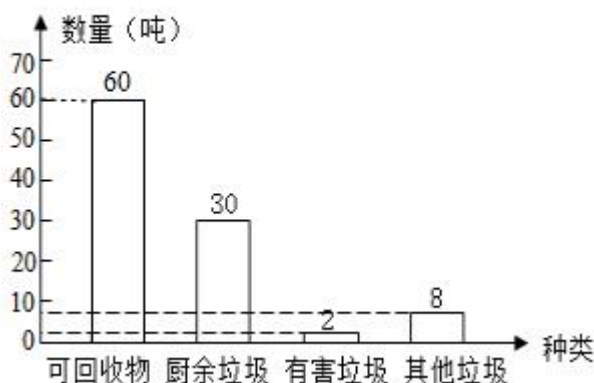
(3) 扇形统计图中，厨余垃圾所对应的扇形圆心角的度数为： $360^\circ \times \frac{30}{100} = 108^\circ$ ，

故答案为：108；

(4)  $2000 \times \frac{60}{100} = 1200$  (吨)，

即该市 2000 吨垃圾中约有 1200 吨可回收物。

各类垃圾数量的条形统计图



21. (8分) 某工程队准备修建一条长  $3000m$  的盲道，由于采用新的施工方式，实际每天修建盲道的长度比原计划增加 25%，结果提前 2 天完成这一任务，原计划每天修建盲道多少米？

【分析】求的是工效，工作总量是  $3000m$ ，则是根据工作时间来列等量关系．关键描述语是提前 2 天完成，等量关系为：原计划时间 - 实际用时 = 2，根据等量关系列出方程．

【解答】解：设原计划每天修建盲道  $xm$ ，

$$\text{则 } \frac{3000}{x} - \frac{3000}{(1+25\%)x} = 2,$$

解得  $x = 300$ ，

经检验， $x = 300$  是所列方程的解，

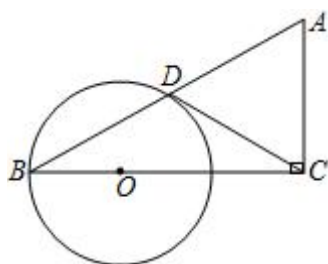
答：原计划每天修建盲道 300 米．

## 五、(本题 10 分)

22. (10分) 如图，在  $\triangle ABC$  中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，点  $O$  为  $BC$  边上一点，以点  $O$  为圆心， $OB$  长为半径的圆与边  $AB$  相交于点  $D$ ，连接  $DC$ ，当  $DC$  为  $\odot O$  的切线时．

(1) 求证： $DC = AC$ ；

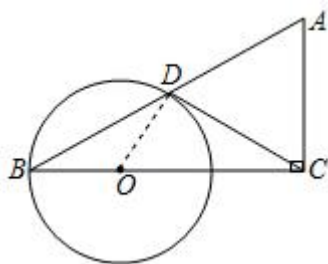
(2) 若  $DC = DB$ ,  $\odot O$  的半径为 1, 请直接写出  $DC$  的长为  $\sqrt{3}$ .



【分析】(1) 如图, 连接  $OD$ , 由切线的性质可得  $\angle ODC = 90^\circ$ , 可得  $\angle BDO + \angle ADC = 90^\circ$ , 由直角三角形的性质和等腰三角形的性质可证  $\angle A = \angle ADC$ , 可得  $DC = AC$ ;

(2) 由等腰三角形的性质可得  $\angle DCB = \angle DBC = \angle BDO$ , 由三角形内角和定理可求  $\angle DCB = \angle DBC = \angle BDO = 30^\circ$ , 由直角三角形的性质可求解.

【解答】证明: (1) 如图, 连接  $OD$ ,



$\because CD$  是  $\odot O$  的切线,

$\therefore CD \perp OD$ ,

$\therefore \angle ODC = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle BDO + \angle ADC = 90^\circ$ ,

$\because \angle ACB = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle A + \angle B = 90^\circ$ ,

$\because OB = OD$ ,

$\therefore \angle OBD = \angle ODB$ ,

$\therefore \angle A = \angle ADC$ ,

$\therefore CD = AC$ ;

(2)  $\because DC = DB$ ,

$\therefore \angle DCB = \angle DBC$ ,

$\therefore \angle DCB = \angle DBC = \angle BDO$ ,

$\because \angle DCB + \angle DBC + \angle BDO + \angle ODC = 180^\circ$ ,

$$\therefore \angle DCB = \angle DBC = \angle BDO = 30^\circ,$$

$$\therefore DC = \sqrt{3}OD = \sqrt{3},$$

故答案为:  $\sqrt{3}$ .

## 六、(本题 10 分)

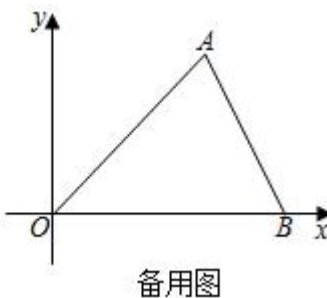
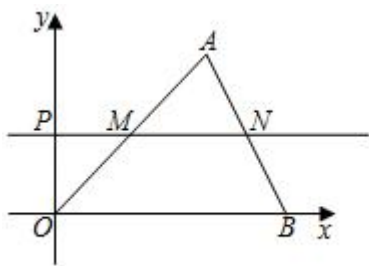
23. (10 分) 如图, 在平面直角坐标系中,  $\triangle AOB$  的顶点  $O$  是坐标原点, 点  $A$  的坐标为 (4, 4), 点  $B$  的坐标为 (6, 0), 动点  $P$  从  $O$  开始以每秒 1 个单位长度的速度沿  $y$  轴正方向运动, 设运动的时间为  $t$  秒 ( $0 < t < 4$ ), 过点  $P$  作  $PN \parallel x$  轴, 分别交  $AO$ ,  $AB$  于点  $M$ ,  $N$ .

(1) 填空:  $AO$  的长为  $4\sqrt{2}$ ,  $AB$  的长为  $2\sqrt{5}$ ;

(2) 当  $t = 1$  时, 求点  $N$  的坐标;

(3) 请直接写出  $MN$  的长为  $\frac{12-3}{t}$  (用含  $t$  的代数式表示);

(4) 点  $E$  是线段  $MN$  上一动点 (点  $E$  不与点  $M$ ,  $N$  重合),  $\triangle AOE$  和  $\triangle ABE$  的面积分别表示为  $S_1$  和  $S_2$ , 当  $t = \frac{4}{3}$  时, 请直接写出  $S_1 \cdot S_2$  (即  $S_1$  与  $S_2$  的积) 的最大值为  $16$ .



【分析】(1) 利用两点间距离公式求解即可.

(2) 求出直线  $AB$  的解析式, 利用待定系数法即可解决问题.

(3) 求出  $PN$ ,  $PM$  即可解决问题.

(4) 如图, 当  $t = \frac{4}{3}$  时,  $MN = \frac{12-3 \times \frac{4}{3}}{2} = 4$ , 设  $EM = m$ , 则  $EN = 4 - m$ . 构建二次函数利用二次函数的性质即可解决问题.

【解答】解: (1)  $\because A(4, 4)$ ,  $B(6, 0)$ ,

$$\therefore OA = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}, AB = \sqrt{(6-4)^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}.$$

故答案为  $4\sqrt{2}$ ,  $2\sqrt{5}$ .

(2) 设直线  $AB$  的解析式为  $y = kx + b$ , 将  $A(4, 4)$ ,  $B(6, 0)$  代入得到,  $\begin{cases} 4k + b = 4 \\ 6k + b = 0 \end{cases}$ ,

$$\text{解得} \begin{cases} k=-2, \\ b=12 \end{cases},$$

$\therefore$  直线  $AB$  的解析式为  $y = -2x+12$ ,

由题意点  $N$  的纵坐标为 1,

令  $y = 1$ , 则  $1 = -2x+12$ ,

$$\therefore x = \frac{11}{2},$$

$$\therefore N \left( \frac{11}{2}, 1 \right).$$

(3) 当  $0 < t < 4$  时, 令  $y = t$ , 代入  $y = -2x+12$ , 得到  $x = \frac{12-t}{2}$ ,

$$\therefore N \left( \frac{12-t}{2}, t \right),$$

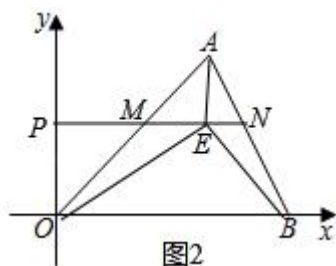
$$\because \angle AOB = \angle AOP = 45^\circ, \quad \angle OPM = 90^\circ,$$

$$\therefore OP = PM = t,$$

$$\therefore MN = PN - PM = \frac{12-t}{2} - t = \frac{12-3t}{2}.$$

故答案为  $\frac{12-3t}{2}$ .

(4). 如图, 当  $t = \frac{4}{3}$  时,  $MN = \frac{12-3 \times \frac{4}{3}}{2} = 4$ , 设  $EM = m$ , 则  $EN = 4 - m$ .



$$\text{由题意 } S_1 \cdot S_2 = \frac{1}{2} \cdot m \times 4 \times \frac{1}{2} (4 - m) \times 4 = -4m^2 + 16m = -4(m - 2)^2 + 16,$$

$$\because -4 < 0,$$

$\therefore m = 2$  时,  $S_1 \cdot S_2$  有最大值, 最大值为 16.

故答案为 16.

## 七、(本题 12 分)

24. (12 分) 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ ,  $\angle BAC = \alpha$ , 点  $P$  为线段  $CA$  延长线上一动点, 连接

$PB$ ，将线段  $PB$  绕点  $P$  逆时针旋转，旋转角为  $\alpha$ ，得到线段  $PD$ ，连接  $DB$ ， $DC$ 。

(1) 如图 1，当  $\alpha = 60^\circ$  时，

①求证：  $PA = DC$ ；

②求  $\angle DCP$  的度数；

(2) 如图 2，当  $\alpha = 120^\circ$  时，请直接写出  $PA$  和  $DC$  的数量关系。

(3) 当  $\alpha = 120^\circ$  时，若  $AB = 6$ ， $BP = \sqrt{31}$ ，请直接写出点  $D$  到  $CP$  的距离为  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  或  $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ 。

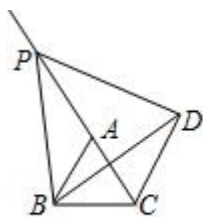


图 1

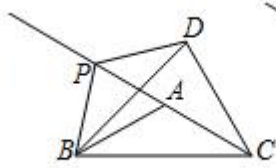
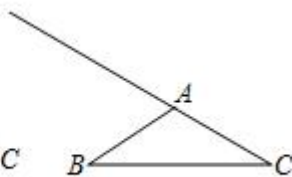


图 2



备用图

【分析】(1) ①证明  $\triangle PBA \cong \triangle DBC$  (SAS) 可得结论。

②利用全等三角形的性质解决问题即可。

(2) 证明  $\triangle CBD \sim \triangle ABP$ ，可得  $\frac{CD}{PA} = \frac{BC}{AB} = \sqrt{3}$  解决问题。

(3) 分两种情形，解直角三角形求出  $AD$  即可解决问题。

【解答】(1) ①证明：如图①中，

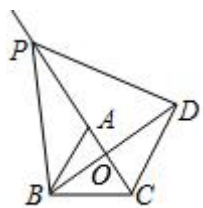


图 1

$\because AB = AC, PB = PD, \angle BAC = \angle BPD = 60^\circ$ ，

$\therefore \triangle ABC, \triangle PBD$  是等边三角形，

$\therefore \angle ABC = \angle PBD = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle PBA = \angle DBC$ ，

$\because BP = BD, BA = BC$ ，

$\therefore \triangle PBA \cong \triangle DBC$  (SAS)，

$\therefore PA = DC$ 。

②解：如图①中，设  $BD$  交  $PC$  于点  $O$ 。

$$\because \triangle PBA \cong \triangle DBC,$$

$$\therefore \angle BPA = \angle BDC,$$

$$\because \angle BOP = \angle COD,$$

$$\therefore \angle OBP = \angle OCD = 60^\circ, \text{ 即 } \angle DCP = 60^\circ.$$

(2) 解：结论： $CD = \sqrt{3}PA$ 。

理由：如图②中，

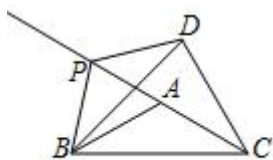


图 2

$$\because AB = AC, PB = PD, \angle BAC = \angle BPD = 120^\circ,$$

$$\therefore BC = \sqrt{3}BA, BD = \sqrt{3}BP,$$

$$\therefore \frac{BC}{BA} = \frac{BD}{BP} = \sqrt{3},$$

$$\because \angle ABC = \angle PBD = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle ABP = \angle CBD,$$

$$\therefore \triangle CBD \sim \triangle ABP,$$

$$\therefore \frac{CD}{PA} = \frac{BC}{AB} = \sqrt{3},$$

$$\therefore CD = \sqrt{3}PA.$$

(3) 过点  $D$  作  $DM \perp PC$  于  $M$ ，过点  $B$  作  $BN \perp CP$  交  $CP$  的延长线于  $N$ 。

如图 3 - 1 中，当  $\triangle PBA$  是钝角三角形时，

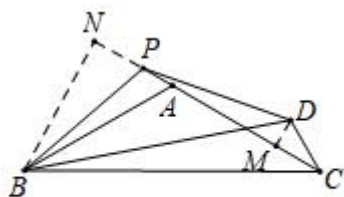


图3-1

在  $\text{Rt}\triangle ABN$  中,  $\because \angle N = 90^\circ$ ,  $AB = 6$ ,  $\angle BAN = 60^\circ$ ,

$$\therefore AN = AB \cdot \cos 60^\circ = 3, \quad BN = AB \cdot \sin 60^\circ = 3\sqrt{3},$$

$$\therefore PN = \sqrt{PB^2 - BN^2} = \sqrt{31 - 27} = 2,$$

$$\therefore PA = 3 - 2 = 1,$$

$$\text{由 (2) 可知, } CD = \sqrt{3}PA = \sqrt{3},$$

$$\therefore \angle BAP = \angle BDC,$$

$$\therefore \angle DCA = \angle PBD = 30^\circ,$$

$$\therefore DM \perp PC,$$

$$\therefore DM = \frac{1}{2}CD = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

如图 3-2 中, 当  $\triangle ABN$  是锐角三角形时, 同法可得  $PA = 2$ ,  $3 = 5$ ,  $CD = 5\sqrt{3}$ ,  $DM = \frac{1}{2}CD$   
 $= \frac{5\sqrt{3}}{2},$

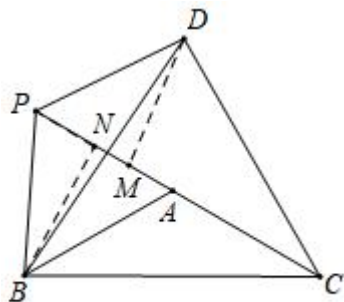


图3-2

综上所述, 满足条件的  $DM$  的值为  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  或  $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ .

故答案为  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  或  $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ .

## 八、(本题 12 分)

25. (12 分) 如图 1, 在平面直角坐标系中,  $O$  是坐标原点, 抛物线  $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + c$  经过点  $B$

$(6, 0)$  和点  $C(0, -3)$ .

(1) 求抛物线的表达式;

(2) 如图 2, 线段  $OC$  绕原点  $O$  逆时针旋转  $30^\circ$  得到线段  $OD$ . 过点  $B$  作射线  $BD$ , 点  $M$  是射线  $BD$  上一点 (不与点  $B$  重合), 点  $M$  关于  $x$  轴的对称点为点  $N$ , 连接  $NM$ ,  $NB$ .

①直接写出  $\triangle MBN$  的形状为 等边三角形;

②设  $\triangle MBN$  的面积为  $S_1$ ,  $\triangle ODB$  的面积为  $S_2$ . 当  $S_1 = \frac{2}{3}S_2$  时, 求点  $M$  的坐标;

(3) 如图 3, 在 (2) 的结论下, 过点  $B$  作  $BE \perp BN$ , 交  $NM$  的延长线于点  $E$ , 线段  $BE$  绕点  $B$  逆时针旋转, 旋转角为  $\alpha$  ( $0^\circ < \alpha < 120^\circ$ ) 得到线段  $BF$ , 过点  $F$  作  $FK \parallel x$  轴, 交射线  $BE$  于点  $K$ ,  $\angle KBF$  的角平分线和  $\angle KFB$  的角平分线相交于点  $G$ , 当  $BG = 2\sqrt{3}$  时, 请直接写出点  $G$  的坐标为  $(6, -2\sqrt{3})$ .

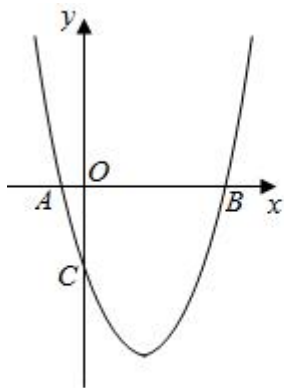


图1

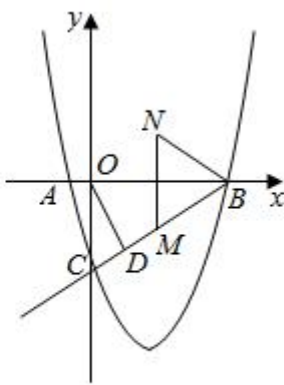


图2

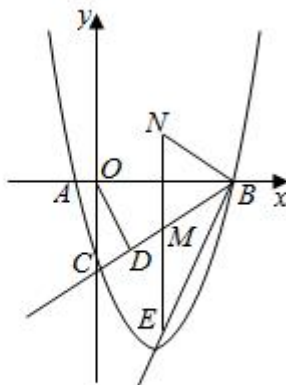


图3

【分析】(1) 将点  $B$ , 点  $C$  坐标代入解析式, 可求  $b, c$  的值, 即可求抛物线的表达式;

(2) ①如图 2, 过点  $D$  作  $DH \perp OB$ , 由旋转的性质可得  $OD = 3$ ,  $\angle COD = 30^\circ$ , 由直角三角形的性质可得  $OH = \frac{1}{2}OD = \frac{3}{2}$ ,  $DH = \sqrt{3}OH = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ , 由锐角三角函数可求  $\angle HBD = 30^\circ$ , 由对称性可得  $BN = BM$ ,  $\angle MBH = \angle NBH = 30^\circ$ , 可证  $\triangle BMN$  是等边三角形;

②由三角形面积公式可求  $S_2, S_1$ , 由等边三角形的面积公式可求  $MN$  的长, 由对称性可求  $MR = NR = \sqrt{3}$ , 由直角三角形的性质可求  $BR = 3$ , 可得  $OR = 3$ , 即可求点  $M$  坐标;

(3) 如图 3 中, 过点  $F$  作  $FH \perp BG$  交  $BG$  的延长线于  $H$ . 想办法证明  $\triangle BFK$  是等边三角形, 推出  $BG \perp x$  轴即可解决问题.

【解答】解: (1)  $\because$  抛物线  $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + c$  经过点  $B(6, 0)$  和点  $C(0, -3)$ ,

$$\therefore \begin{cases} 18 + 6b + c = 0 \\ c = -3 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} b = -\frac{5}{2} \\ c = -3 \end{cases},$$

$$\therefore \text{抛物线解析式为: } y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x - 3;$$

(2) ①如图 2, 过点  $D$  作  $DH \perp OB$  于  $H$ , 设  $MN$  与  $x$  轴交于点  $R$ ,

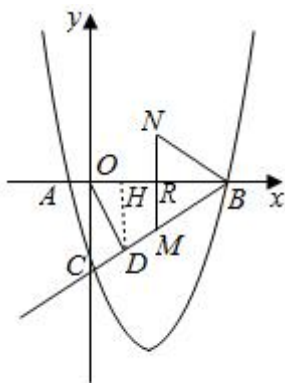


图2

$\because$  点  $B(6, 0)$  和点  $C(0, -3)$ ,

$\therefore OC = 3, OB = 6$ ,

$\because$  线段  $OC$  绕原点  $O$  逆时针旋转  $30^\circ$  得到线段  $OD$ ,

$\therefore OD = 3, \angle COD = 30^\circ$ ,

$\therefore \angle BOD = 60^\circ$ ,

$\because DH \perp OB$ ,

$\therefore \angle ODH = 30^\circ$ ,

$\therefore OH = \frac{1}{2}OD = \frac{3}{2}, DH = \sqrt{3}OH = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ ,

$\therefore BH = OB - OH = \frac{9}{2}$ ,

$\because \tan \angle HBD = \frac{HD}{HB} = \frac{\frac{3\sqrt{3}}{2}}{\frac{9}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ,

$\therefore \angle HBD = 30^\circ$ ,

$\because$  点  $M$  关于  $x$  轴的对称点为点  $N$ ,

$\therefore BN = BM, \angle MBH = \angle NBH = 30^\circ$ ,

$\therefore \angle MBN = 60^\circ$ ,

$\therefore \triangle BMN$  是等边三角形,

故答案为: 等边三角形;

②  $\because \triangle ODB$  的面积  $S_2 = \frac{1}{2} \times OB \times DH = \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{3\sqrt{3}}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{2}$ , 且  $S_1 = \frac{2}{3}S_2$ ,

$\therefore S_1 = \frac{2}{3} \times \frac{9\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$ ,

$\because \triangle BMN$  是等边三角形,



$\because KF \parallel x$  轴,

$\therefore BG \perp x$  轴,

$\therefore G(6, -2\sqrt{3})$ .