

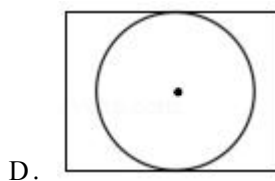
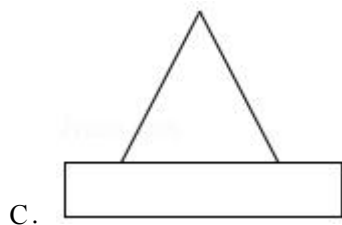
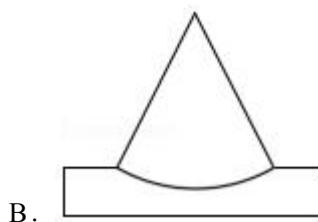
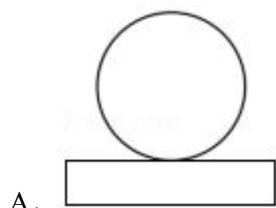
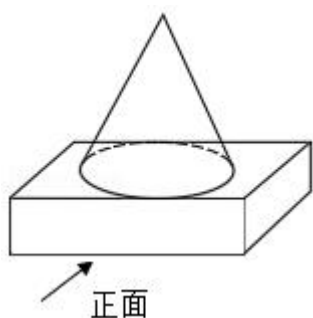
2020 年辽宁省本溪市中考数学试卷

一、选择题（本题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1.（3 分）-2 的倒数是（ ）

- A. $-\frac{1}{2}$ B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. 2

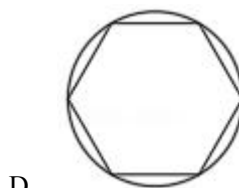
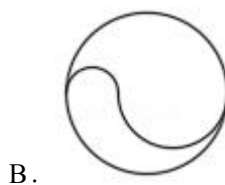
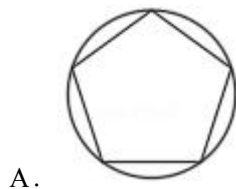
2.（3 分）如图是由一个长方体和一个圆锥组成的几何体，它的主视图是（ ）



3.（3 分）下列运算正确的是（ ）

- A. $m^2+2m=3m^3$ B. $m^4 \div m^2 = m^2$ C. $m^2 \cdot m^3 = m^6$ D. $(m^2)^3 = m^5$

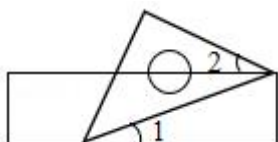
4.（3 分）下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（ ）



5. (3分) 某校九年级进行了3次数学模拟考试, 甲、乙、丙、丁4名同学3次数学成绩的平均分都是129分, 方差分别是 $s_{\text{甲}}^2 = 3.6$, $s_{\text{乙}}^2 = 4.6$, $s_{\text{丙}}^2 = 6.3$, $s_{\text{丁}}^2 = 7.3$, 则这4名同学3次数学成绩最稳定的是 ()

A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

6. (3分) 一个等腰直角三角尺和一把直尺按如图所示的位置摆放, 若 $\angle 1 = 20^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数是 ()



A. 15° B. 20° C. 25° D. 40°

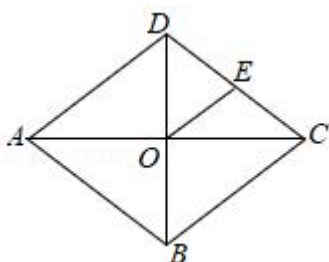
7. (3分) 一组数据1, 8, 8, 4, 6, 4的中位数是 ()

A. 4 B. 5 C. 6 D. 8

8. (3分) 随着快递业务的增加, 某快递公司为快递员更换了快捷的交通工具, 公司投递快件的能力由每周3000件提高到4200件, 平均每人每周比原来多投递80件, 若快递公司的快递员人数不变, 求原来平均每人每周投递快件多少件? 设原来平均每人每周投递快件 x 件, 根据题意可列方程为 ()

A. $\frac{3000}{x} = \frac{4200}{x-80}$ B. $\frac{3000}{x} + 80 = \frac{4200}{x}$
C. $\frac{4200}{x} = \frac{3000}{x} - 80$ D. $\frac{3000}{x} = \frac{4200}{x+80}$

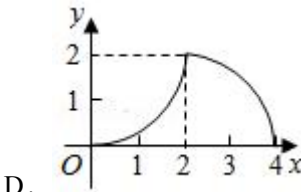
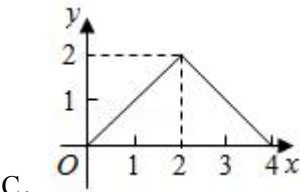
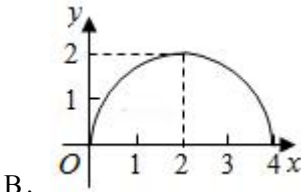
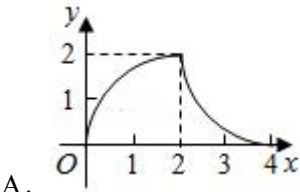
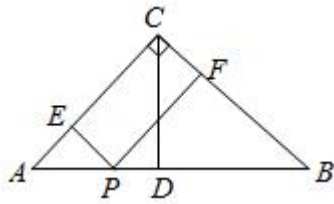
9. (3分) 如图, 四边形 $ABCD$ 是菱形, 对角线 AC , BD 相交于点 O , $AC = 8$, $BD = 6$, 点 E 是 CD 上一点, 连接 OE , 若 $OE = CE$, 则 OE 的长是 ()



A. 2 B. $\frac{5}{2}$ C. 3 D. 4

10. (3分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC = 2\sqrt{2}$, $CD \perp AB$ 于点 D . 点 P 从点 A 出发, 沿 $A \rightarrow D \rightarrow C$ 的路径运动, 运动到点 C 停止, 过点 P 作 $PE \perp AC$ 于点 E , 作 $PF \perp BC$ 于点 F . 设点 P 运动的路程为 x , 四边形 $CEPF$ 的面积为 y , 则能反映 y 与 x 之

间函数关系的图象是（ ）



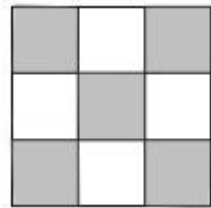
二、填空题（本题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

11.（3 分）截至 2020 年 3 月底，我国已建成 5G 基站 198000 个，将数据 198000 用科学记数法表示为_____.

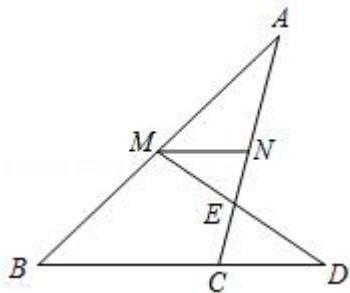
12.（3 分）若一次函数 $y = 2x + 2$ 的图象经过点 $(3, m)$ ，则 $m =$ _____.

13.（3 分）若关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2x - k = 0$ 无实数根，则 k 的取值范围是_____.

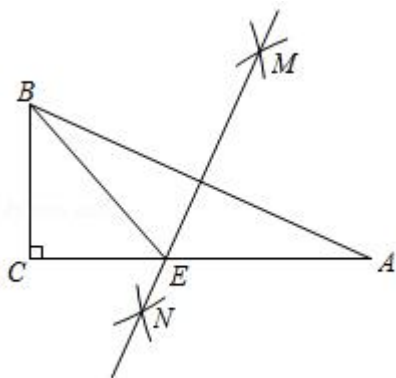
14.（3 分）如图是由全等的小正方形组成的图案，假设可以随意在图中取点，那么这个点取在阴影部分的概率是_____.



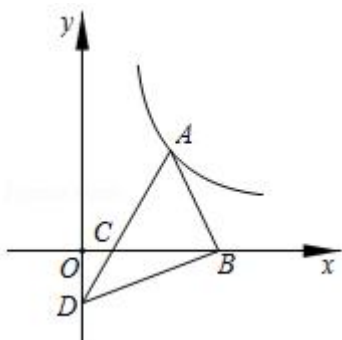
15.（3 分）如图，在 $\triangle ABC$ 中， M ， N 分别是 AB 和 AC 的中点，连接 MN ，点 E 是 CN 的中点，连接 ME 并延长，交 BC 的延长线于点 D 。若 $BC = 4$ ，则 CD 的长为_____.



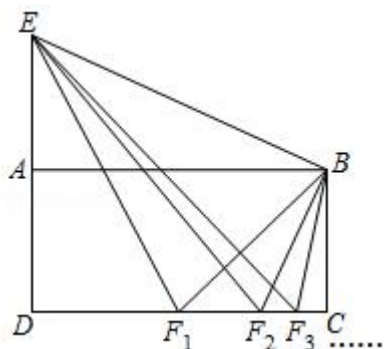
16. (3分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 2BC$, 分别以点 A 和 B 为圆心, 以大于 $\frac{1}{2}AB$ 的长为半径作弧, 两弧相交于点 M 和 N , 作直线 MN , 交 AC 于点 E , 连接 BE , 若 $CE = 3$, 则 BE 的长为_____.



17. (3分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 点 A 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0, x > 0$) 的图象上, 点 B, C 在 x 轴上, $OC = \frac{1}{5}OB$, 延长 AC 交 y 轴于点 D , 连接 BD , 若 $\triangle BCD$ 的面积等于 1, 则 k 的值为_____.



18. (3分) 如图, 四边形 $ABCD$ 是矩形, 延长 DA 到点 E , 使 $AE = DA$, 连接 EB , 点 F_1 是 CD 的中点, 连接 EF_1, BF_1 , 得到 $\triangle EF_1B$; 点 F_2 是 CF_1 的中点, 连接 EF_2, BF_2 , 得到 $\triangle EF_2B$; 点 F_3 是 CF_2 的中点, 连接 EF_3, BF_3 , 得到 $\triangle EF_3B$; $\dots$; 按照此规律继续下去, 若矩形 $ABCD$ 的面积等于 2, 则 $\triangle EF_nB$ 的面积为_____. (用含正整数 n 的式子表示)



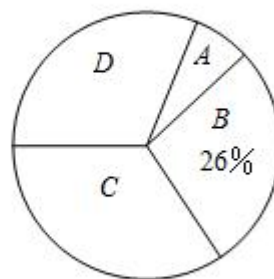
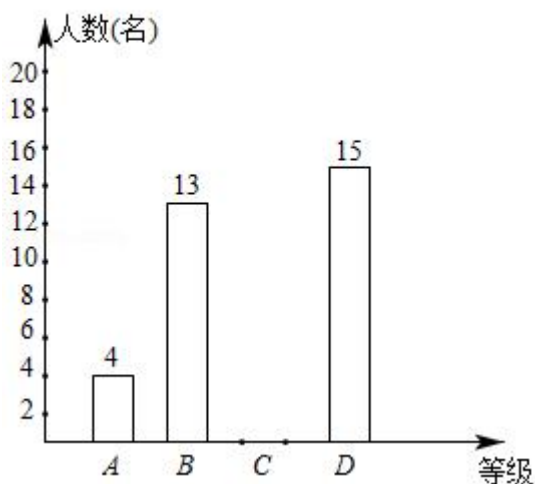
三、解答题（第 19 题 10 分，第 20 题 12 分，共 22 分）

19.（10 分）先化简，再求值： $(\frac{x}{x-3} - \frac{1}{3-x}) \div \frac{x+1}{x^2-9}$ ，其中 $x = \sqrt{2} - 3$.

20.（12 分）为培养学生的阅读习惯，某中学利用学生课外时间开展了以“走近名著”为主题的读书活动. 为了有效了解学生课外阅读情况，现随机调查了部分学生每周课外阅读的时间，设被调查的每名学生每周课外阅读的总时间为 x 小时，将它分为 4 个等级： A ($0 \leq x < 2$), B ($2 \leq x < 4$), C ($4 \leq x < 6$), D ($x \geq 6$), 并根据调查结果绘制了如图两幅不完整的统计图：

学生课外阅读总时间条形统计图

学生课外阅读总时间扇形统计图



请你根据统计图的信息，解决下列问题：

- （1）本次共调查了_____名学生；
- （2）在扇形统计图中，等级 D 所对应的扇形的圆心角为_____°；
- （3）请补全条形统计图；
- （4）在等级 D 中有甲、乙、丙、丁 4 人表现最为优秀，现从 4 人中任选 2 人作为学校本次读书活动的宣传员，用列表或画树状图的方法求恰好选中甲和乙的概率.

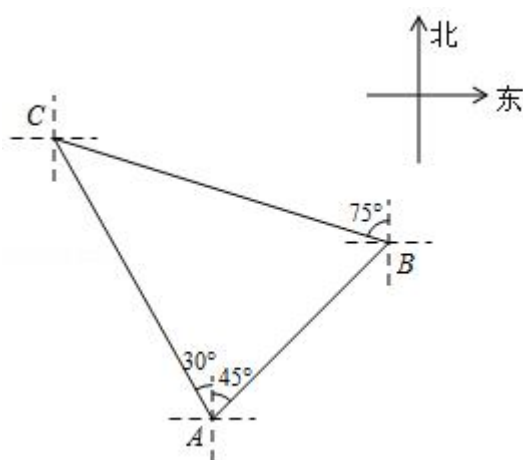
四、解答题（第 21 题 12 分，第 22 题 12 分，共 24 分）

21. (12分) 某校计划为教师购买甲、乙两种词典. 已知购买 1 本甲种词典和 2 本乙种词典共需 170 元, 购买 2 本甲种词典和 3 本乙种词典共需 290 元.

(1) 求每本甲种词典和每本乙种词典的价格分别为多少元?

(2) 学校计划购买甲种词典和乙种词典共 30 本, 总费用不超过 1600 元, 那么最多可购买甲种词典多少本?

22. (12分) 如图, 我国某海域有 A, B 两个港口, 相距 80 海里, 港口 B 在港口 A 的东北方向, 点 C 处有一艘货船, 该货船在港口 A 的北偏西 30° 方向, 在港口 B 的北偏西 75° 方向, 求货船与港口 A 之间的距离. (结果保留根号)



五、解答题 (满分 12 分)

23. (12分) 超市销售某品牌洗手液, 进价为每瓶 10 元. 在销售过程中发现, 每天销售量 y (瓶) 与每瓶售价 x (元) 之间满足一次函数关系 (其中 $10 \leq x \leq 15$, 且 x 为整数), 当每瓶洗手液的售价是 12 元时, 每天销售量为 90 瓶; 当每瓶洗手液的售价是 14 元时, 每天销售量为 80 瓶.

(1) 求 y 与 x 之间的函数关系式;

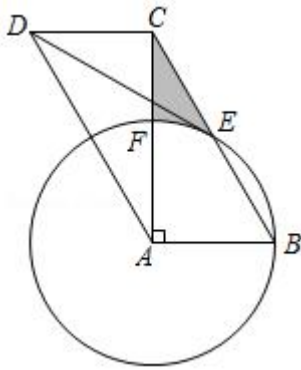
(2) 设超市销售该品牌洗手液每天销售利润为 w 元, 当每瓶洗手液的售价定为多少元时, 超市销售该品牌洗手液每天销售利润最大, 最大利润是多少元?

六、解答题 (满分 12 分)

24. (12分) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, AC 是对角线, $\angle CAB = 90^\circ$, 以点 A 为圆心, 以 AB 的长为半径作 $\odot A$, 交 BC 边于点 E , 交 AC 于点 F , 连接 DE .

(1) 求证: DE 与 $\odot A$ 相切;

(2) 若 $\angle ABC = 60^\circ$, $AB = 4$, 求阴影部分的面积.



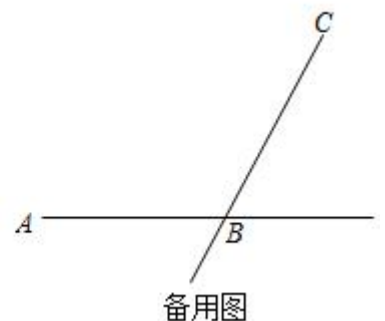
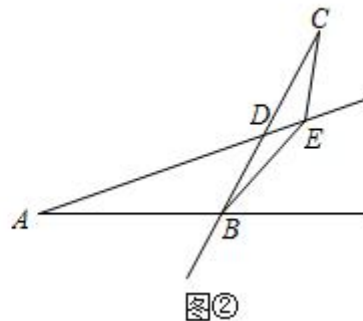
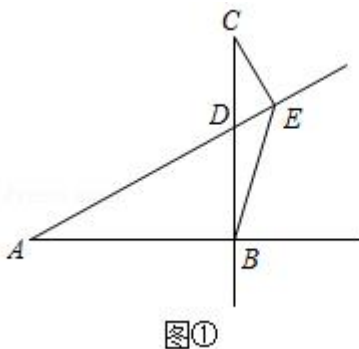
七、解答题（满分 12 分）

25. (12 分) 如图，射线 AB 和射线 CB 相交于点 B ， $\angle ABC = \alpha$ ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$)，且 $AB = CB$ 。点 D 是射线 CB 上的动点（点 D 不与点 C 和点 B 重合），作射线 AD ，并在射线 AD 上取一点 E ，使 $\angle AEC = \alpha$ ，连接 CE ， BE 。

(1) 如图①，当点 D 在线段 CB 上， $\alpha = 90^\circ$ 时，请直接写出 $\angle AEB$ 的度数；

(2) 如图②，当点 D 在线段 CB 上， $\alpha = 120^\circ$ 时，请写出线段 AE ， BE ， CE 之间的数量关系，并说明理由；

(3) 当 $\alpha = 120^\circ$ ， $\tan \angle DAB = \frac{1}{3}$ 时，请直接写出 $\frac{CE}{BE}$ 的值。



八、解答题（满分 14 分）

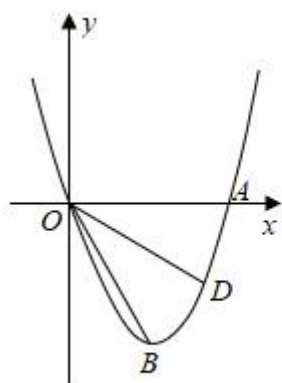
26. (14 分) 如图，抛物线 $y = ax^2 - 2\sqrt{3}x + c$ ($a \neq 0$) 过点 $O(0, 0)$ 和 $A(6, 0)$ 。点 B 是抛物线的顶点，点 D 是 x 轴下方抛物线上的一点，连接 OB ， OD 。

(1) 求抛物线的解析式；

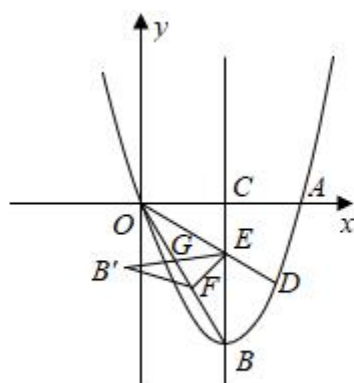
(2) 如图①，当 $\angle BOD = 30^\circ$ 时，求点 D 的坐标；

(3) 如图②，在 (2) 的条件下，抛物线的对称轴交 x 轴于点 C ，交线段 OD 于点 E ，点 F 是线段 OB 上的动点（点 F 不与点 O 和点 B 重合），连接 EF ，将 $\triangle BEF$ 沿 EF 折叠，点 B 的对应点为点 B' ， $\triangle EFB'$ 与 $\triangle OBE$ 的重叠部分为 $\triangle EFG$ ，在坐标平面内是否存在一点 H ，使以点 E ， F ， G ， H 为顶点的四边形是矩形？若存在，请直接写出点 H 的坐标，

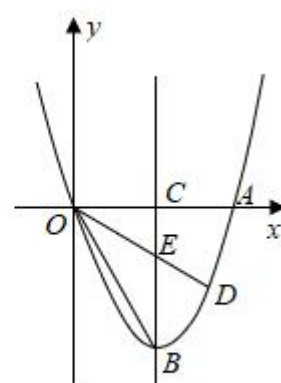
若不存在，请说明理由．



图①



图②



备用图

2020 年辽宁省本溪市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 【分析】根据乘积是 1 的两个数互为倒数，可得一个数的倒数．

【解答】解：有理数 -2 的倒数是 $-\frac{1}{2}$ ．

故选：A．

【点评】本题考查了倒数，分子分母交换位置是求一个数的倒数的关键．

2. 【分析】根据简单几何体的主视图的画法，利用“长对正”，从正面看到的图形．

【解答】解：从正面看，“底座长方体”看到的图形是矩形，“上部圆锥体”看到的图形是等腰三角形，因此选项 C 的图形符合题意，

故选：C．

【点评】本题考查简单几何体的三视图的画法，画三视图时要注意“长对正、宽相等、高平齐”．

3. 【分析】运用合并同类项，同底数幂的除法，同底数幂的乘法，幂的乘方等运算法则运算即可．

【解答】解：A. m^2 与 $2m$ 不是同类项，不能合并，所以 A 错误；

B. $m^4 \div m^2 = m^{4-2} = m^2$ ，所以 B 正确；

C. $m^2 \cdot m^3 = m^{2+3} = m^5$ ，所以 C 错误；

D. $(m^2)^3 = m^6$ ，所以 D 错误；

故选：B．

【点评】本题主要考查了合并同类项，同底数幂的除法，同底数幂的乘法，幂的乘方等运算，熟练掌握运算法则是解答此题的关键．

4. 【分析】根据轴对称图形和中心对称图形的概念对各选项分析判断即可得解．

【解答】解：A、是轴对称图形，不是中心对称图形，故本选项不合题意；

B、既不是轴对称图形，也不是中心对称图形，故本选项不合题意；

C、是轴对称图形，不是中心对称图形，故本选项不合题意；

D、既是轴对称图形又是中心对称图形，故本选项符合题意．

故选：D．

【点评】 本题考查了中心对称图形与轴对称图形的概念，轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后两部分重合．

5. 【分析】 根据方差的意义求解可得．

【解答】 解： $\because s_{\text{甲}}^2 = 3.6, s_{\text{乙}}^2 = 4.6, s_{\text{丙}}^2 = 6.3, s_{\text{丁}}^2 = 7.3$ ，且平均数相等，

$$\therefore s_{\text{甲}}^2 < s_{\text{乙}}^2 < s_{\text{丙}}^2 < s_{\text{丁}}^2,$$

$\therefore$ 这 4 名同学 3 次数学成绩最稳定的是甲，

故选：A．

【点评】 本题主要考查方差，解题的关键是掌握方差的意义：方差是反映一组数据的波动大小的一个量．方差越大，则平均值的离散程度越大，稳定性也越小；反之，则它与其平均值的离散程度越小，稳定性越好．

6. 【分析】 根据平行线的性质和等腰直角三角形的性质即可得到结论．

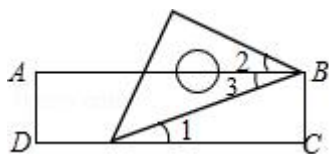
【解答】 解： $\because AB \parallel CD$ ，

$$\therefore \angle 3 = \angle 1 = 20^\circ,$$

$\because$ 三角形是等腰直角三角形，

$$\therefore \angle 2 = 45^\circ - \angle 3 = 25^\circ,$$

故选：C．



【点评】 本题考查了等腰直角三角形的性质，平行线的性质，熟练掌握平行线的性质是解题的关键．

7. 【分析】 先将数据重新排列，再根据中位数的概念求解可得．

【解答】 解：一组数据 1，4，4，6，8，8 的中位数是 $\frac{4+6}{2} = 5$ ，

故选：B．

【点评】 本题主要考查中位数，解题的关键是掌握中位数的定义：将一组数据按照从小到大（或从大到小）的顺序排列，如果数据的个数是奇数，则处于中间位置的数就是这组数据的中位数．如果这组数据的个数是偶数，则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数．

8. 【分析】 设原来平均每人每周投递快件 x 件，则现在平均每人每周投递快件 $(x+80)$ 件，

根据人数 = 投递快递总数量 ÷ 人均投递数量结合快递公司的快递员人数不变，即可得出关于 x 的分式方程，此题得解．

【解答】解：设原来平均每人每周投递快件 x 件，则现在平均每人每周投递快件 $(x+80)$ 件，

依题意，得：
$$\frac{3000}{x} = \frac{4200}{x+80}.$$

故选：D．

【点评】本题考查了由实际问题抽象出分式方程，找准等量关系，正确列出分式方程是解题的关键．

9. 【分析】根据菱形的对角线互相垂直平分求出 OA ， OD ， $AC \perp BD$ ，再利用勾股定理列式求出 AD ，然后根据三角形的中位线平行于第三边并且等于第三边的一半求解即可．

【解答】解：∵菱形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O ，

$$\therefore OD = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2} \times 6 = 3, \quad OA = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 8 = 4, \quad AC \perp BD,$$

由勾股定理得， $AD = \sqrt{OD^2 + OA^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ ，

$$\therefore OE = CE,$$

$$\therefore \angle DCA = \angle EOC,$$

∵四边形 $ABCD$ 是菱形，

$$\therefore AD = CD,$$

$$\therefore \angle DCA = \angle DAC,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle EOC,$$

$$\therefore OE \parallel AD,$$

$$\therefore AO = OC,$$

∴ OE 是 $\triangle ADC$ 的中位线，

$$\therefore OE = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2} \times 5 = 2.5,$$

故选：B．

【点评】本题考查了菱形的性质，三角形的中位线平行于第三边并且等于第三边的一半，勾股定理，熟记性质与定理是解题的关键．

10. 【分析】根据 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = BC = 2\sqrt{2}$ ，可得 $AB = 4$ ，根据 $CD \perp AB$ 于点 D ，可得 $AD = BD = 2$ ， CD 平分角 ACB ，点 P 从点 A 出发，沿 $A \rightarrow D \rightarrow C$ 的路径运

动，运动到点 C 停止，分两种情况讨论：根据 $PE \perp AC$ ， $PF \perp BC$ ，可得四边形 $CEPF$ 是矩形和正方形，设点 P 运动的路程为 x ，四边形 $CEPF$ 的面积为 y ，进而可得能反映 y 与 x 之间函数关系式，从而可以得函数的图象．

【解答】解：∵ 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = BC = 2\sqrt{2}$ ，

$$\therefore AB = 4, \angle A = 45^\circ,$$

$$\therefore CD \perp AB \text{ 于点 } D,$$

$$\therefore AD = BD = 2,$$

$$\therefore PE \perp AC, PF \perp BC,$$

$$\therefore \text{四边形 } CEPF \text{ 是矩形},$$

$$\therefore CE = PF, PE = CF,$$

$$\therefore \text{点 } P \text{ 运动的路程为 } x,$$

$$\therefore \text{当点 } P \text{ 从点 } A \text{ 出发，沿 } A \rightarrow D \text{ 路径运动时},$$

$$\text{即 } 0 < x < 2 \text{ 时},$$

$$AP = x,$$

$$\text{则 } AE = PE = x \cdot \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}x,$$

$$\therefore CE = AC - AE = 2\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}x,$$

$$\therefore \text{四边形 } CEPF \text{ 的面积为 } y,$$

$$y = PE \cdot CE$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2}x \left(2\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}x \right)$$

$$= -\frac{1}{2}x^2 + 2x$$

$$= -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 2,$$

$$\therefore \text{当 } 0 < x < 2 \text{ 时，抛物线开口向下；}$$

$$\text{当点 } P \text{ 沿 } D \rightarrow C \text{ 路径运动时},$$

$$\text{即 } 2 \leq x < 4 \text{ 时},$$

$$\therefore CD \text{ 是 } \angle ACB \text{ 的平分线},$$

$$\therefore PE = PF,$$

$$\therefore \text{四边形 } CEPF \text{ 是正方形},$$

$$\therefore AD = 2, PD = x - 2,$$

$$\therefore CP = 4 - x,$$

$$y = \frac{1}{2} (4 - x)^2 = \frac{1}{2} (x - 4)^2.$$

$\therefore$ 当 $2 \leq x < 4$ 时, 抛物线开口向上,

综上所述: 能反映 y 与 x 之间函数关系的图象是: A .

故选: A .

【点评】 本题考查了动点问题的函数图象, 解决本题的关键是掌握二次函数的性质.

二、填空题 (本题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

11. **【分析】** 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当数绝对值大于 10 时, n 是正数; 当原数的绝对值小于 1 时, n 是负数.

【解答】 解: $198000 = 1.98 \times 10^5$,

故答案为: 1.98×10^5 .

【点评】 此题考查科学记数法表示较大的数的方法, 准确确定 a 与 n 值是关键.

12. **【分析】** 利用一次函数图象上点的坐标特征可求出 m 的值, 此题得解.

【解答】 解: $\because$ 一次函数 $y = 2x + 2$ 的图象经过点 $(3, m)$,

$$\therefore m = 2 \times 3 + 2 = 8.$$

故答案为: 8.

【点评】 本题考查了一次函数图象上点的坐标特征, 牢记直线上任意一点的坐标都满足函数关系式 $y = kx + b$ 是解题的关键.

13. **【分析】** 根据根的判别式即可求出答案.

【解答】 解: 由题意可知: $\Delta = 4 + 4k < 0$,

$$\therefore k < -1,$$

故答案为: $k < -1$

【点评】 本题考查了一元二次方程根的判别式, 需要掌握一元二次方程没有实数根相当于判别式小于零.

14. **【分析】** 先设阴影部分的面积是 $5x$, 得出整个图形的面积是 $9x$, 再根据几何概率的求法即可得出答案.

【解答】 解: 设阴影部分的面积是 $5x$, 则整个图形的面积是 $9x$,

则这个点取在阴影部分的概率是 $\frac{5x}{9x} = \frac{5}{9}$.

故答案为: $\frac{5}{9}$.

【点评】 本题考查几何概率的求法: 首先根据题意将代数关系用面积表示出来, 一般用阴影区域表示所求事件 (A); 然后计算阴影区域的面积在总面积中占的比例, 这个比例即事件 (A) 发生的概率.

15. **【分析】** 依据三角形中位线定理, 即可得到 $MN = \frac{1}{2}BC = 2$, $MN \parallel BC$, 依据 $\triangle MNE \cong \triangle DCE$ (AAS), 即可得到 $CD = MN = 2$.

【解答】 解: $\because M, N$ 分别是 AB 和 AC 的中点,

$\therefore MN$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线,

$$\therefore MN = \frac{1}{2}BC = 2, MN \parallel BC,$$

$$\therefore \angle NME = \angle D, \angle MNE = \angle DCE,$$

$\because$ 点 E 是 CN 的中点,

$$\therefore NE = CE,$$

$$\therefore \triangle MNE \cong \triangle DCE \text{ (AAS)},$$

$$\therefore CD = MN = 2.$$

故答案为: 2.

【点评】 本题主要考查了三角形中位线定理以及全等三角形的判定与性质, 全等三角形的判定是结合全等三角形的性质证明线段和角相等的重要工具. 在判定三角形全等时, 关键是选择恰当的判定条件.

16. **【分析】** 设 $BE = AE = x$, 在 $\text{Rt}\triangle BEC$ 中, 利用勾股定理构建方程即可解决问题.

【解答】 解: 由作图可知, MN 垂直平分线段 AB ,

$$\therefore AE = EB,$$

$$\text{设 } AE = EB = x,$$

$$\because EC = 3, AC = 2BC,$$

$$\therefore BC = \frac{1}{2}(x+3),$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle BCE \text{ 中, } \because BE^2 = BC^2 + EC^2,$$

$$\therefore x^2 = 3^2 + \left[\frac{1}{2}(x+3)\right]^2,$$

解得, $x = 5$ 或 -3 (舍弃),

$$\therefore BE = 5,$$

故答案为 5.

【点评】 本题考查作图 - 基本作图，线段的垂直平分线的性质，勾股定理等知识，解题的关键是学会利用参数构建方程解决问题，属于中考常考题型.

17. 【分析】 作 $AE \perp BC$ 于 E ，连接 OA ，根据等腰三角形的性质得出 $OC = \frac{1}{2}CE$ ，根据相似三角形的性质求得 $S_{\triangle CEA} = 1$ ，进而根据题意求得 $S_{\triangle AOE} = \frac{3}{2}$ ，根据反比例函数系数 k 的几何意义即可求得 k 的值.

【解答】 解：作 $AE \perp BC$ 于 E ，连接 OA ，

$$\because AB = AC,$$

$$\therefore CE = BE,$$

$$\because OC = \frac{1}{5}OB,$$

$$\therefore OC = \frac{1}{2}CE,$$

$$\because AE \parallel OD,$$

$$\therefore \triangle COD \sim \triangle CEA,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle CEA}}{S_{\triangle COD}} = \left(\frac{CE}{OC}\right)^2 = 4,$$

$$\because \triangle BCD \text{ 的面积等于 } 1, OC = \frac{1}{5}OB,$$

$$\therefore S_{\triangle COD} = \frac{1}{4}S_{\triangle BCD} = \frac{1}{4},$$

$$\therefore S_{\triangle CEA} = 4 \times \frac{1}{4} = 1,$$

$$\because OC = \frac{1}{2}CE,$$

$$\therefore S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2}S_{\triangle CEA} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore S_{\triangle AOE} = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2},$$

$$\because S_{\triangle AOE} = \frac{1}{2}k \ (k > 0),$$

$$\therefore k = 3,$$

故答案为 3.

$$=x+3,$$

$$\text{当 } x = \sqrt{2} - 3 \text{ 时, 原式} = \sqrt{2} - 3 + 3 = \sqrt{2}.$$

【点评】此题考查了分式的化简求值，熟练掌握运算法则是解本题的关键．

20. 【分析】（1）由 B 等级人数及其所占百分比可得被调查的总人数；

（2）用 360° 乘以 D 等级人数所占比例即可得；

（3）根据四个等级人数之和等于总人数求出 C 等级人数，从而补全图形；

（4）画树状图展示所有 12 种等可能的结果数，找出恰好同时选中甲、乙两名同学的结果数，然后根据概率公式求解．

【解答】解：（1）本次共调查学生 $\frac{13}{26\%} = 50$ （名），

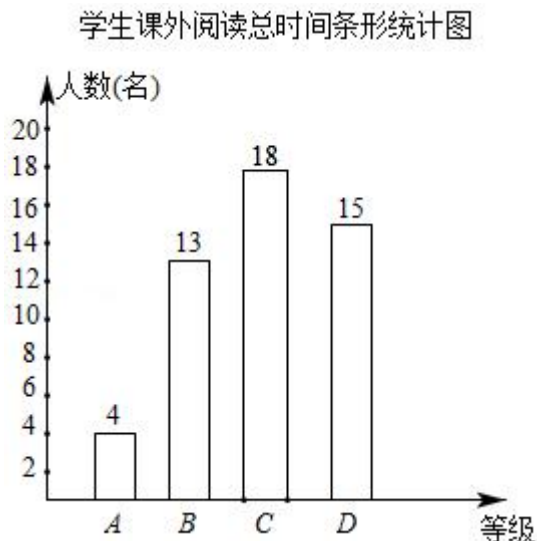
故答案为：50；

（2）扇形统计图中，等级 D 所对应的扇形的圆心角为 $360^\circ \times \frac{15}{50} = 108^\circ$ ，

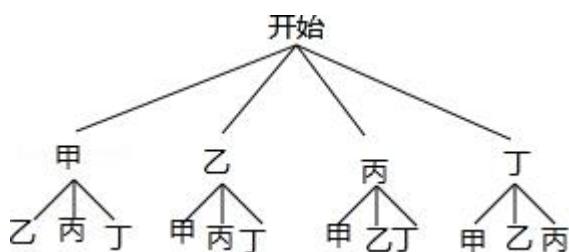
故答案为：108；

（3） C 等级人数为 $50 - (4 + 13 + 15) = 18$ （名），

补全图形如下：



（4）画树状图为：



共有 12 种等可能的结果数，其中恰好同时选中甲、乙两名同学的结果数为 2，

所以恰好同时选中甲、乙两名同学的概率 $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

【点评】 本题考查了列表法与树状图法: 利用列表法或树状图法展示所有等可能的结果 n , 再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m , 然后利用概率公式计算事件 A 或事件 B 的概率. 也考查了统计图.

四、解答题 (第 21 题 12 分, 第 22 题 12 分, 共 24 分)

21. **【分析】** (1) 设每本甲种词典的价格为 x 元, 每本乙种词典的价格为 y 元, 根据“购买 1 本甲种词典和 2 本乙种词典共需 170 元, 购买 2 本甲种词典和 3 本乙种词典共需 290 元”, 即可得出关于 x, y 的二元一次方程组, 解之即可得出结论;

(2) 设学校购买甲种词典 m 本, 则购买乙种词典 $(30 - m)$ 本, 根据总价 = 单价 $\times$ 数量结合总费用不超过 1600 元, 即可得出关于 m 的一元一次不等式, 解之取其中的最大值即可得出结论.

【解答】 解: (1) 设每本甲种词典的价格为 x 元, 每本乙种词典的价格为 y 元,

依题意, 得:
$$\begin{cases} x+2y=170 \\ 2x+3y=290 \end{cases},$$

解得:
$$\begin{cases} x=70 \\ y=50 \end{cases}.$$

答: 每本甲种词典的价格为 70 元, 每本乙种词典的价格为 50 元.

(2) 设学校购买甲种词典 m 本, 则购买乙种词典 $(30 - m)$ 本,

依题意, 得: $70m + 50(30 - m) \leq 1600$,

解得: $m \leq 5$.

答: 学校最多可购买甲种词典 5 本.

【点评】 本题考查了二元一次方程组的应用以及一元一次不等式的应用, 解题的关键是:

(1) 找准等量关系, 正确列出二元一次方程组; (2) 根据各数量之间的关系, 正确列出一元一次不等式.

22. **【分析】** 过点 A 作 $AD \perp BC$ 于 D , 求出 $\angle ABC = 60^\circ$, 在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $\angle DAB = 30^\circ$, 由三角函数定义求出 $AD = AB \cdot \sin \angle ABD = 40\sqrt{3}$, 求出 $\angle DAC = \angle CAB - \angle DAB = 45^\circ$, 则 $\triangle ADC$ 是等腰直角三角形, 得出 $AC = \sqrt{2}AD = 40\sqrt{6}$ 海里即可.

【解答】 解: 过点 A 作 $AD \perp BC$ 于 D , 如图所示:

由题意得: $\angle ABC = 180^\circ - 75^\circ - 45^\circ = 60^\circ$,

$\because AD \perp BC$,

$\therefore \angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$,

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $\angle DAB = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$, $AD = AB \cdot \sin \angle ABD = 80 \times \sin 60^\circ = 80 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $= 40\sqrt{3}$.

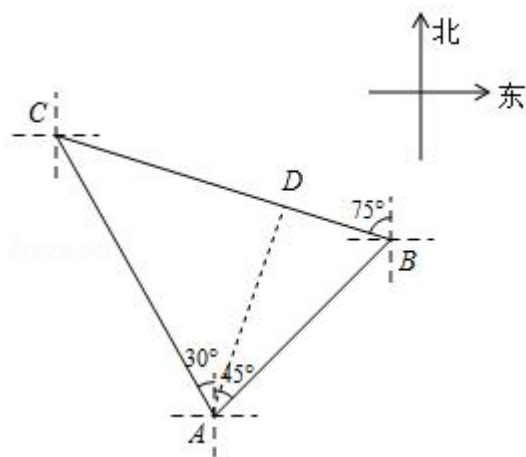
$\therefore \angle CAB = 30^\circ + 45^\circ = 75^\circ$,

$\therefore \angle DAC = \angle CAB - \angle DAB = 75^\circ - 30^\circ = 45^\circ$,

$\therefore \triangle ADC$ 是等腰直角三角形,

$\therefore AC = \sqrt{2}AD = \sqrt{2} \times 40\sqrt{3} = 40\sqrt{6}$ (海里).

答: 货船与港口 A 之间的距离是 $40\sqrt{6}$ 海里.



【点评】 本题考查了解直角三角形的应用 - 方向角问题、等腰直角三角形的判定与性质等知识; 通过作辅助线得出直角三角形是解题的关键.

五、解答题 (满分 12 分)

23. **【分析】** (1) 利用待定系数法确定一次函数的关系式即可;

(2) 根据总利润 = 单件利润 $\times$ 销量列出有关 w 关于 x 的函数关系后求得最值即可.

【解答】 解: (1) 设 y 与 x 之间的函数关系式为 $y = kx + b$ ($k \neq 0$), 根据题意得:

$$\begin{cases} 12k + b = 90 \\ 14k + b = 80 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k = -5 \\ b = 150 \end{cases},$$

$\therefore y$ 与 x 之间的函数关系为 $y = -5x + 150$;

(2) 根据题意得: $w = (x - 10)(-5x + 150) = -5(x - 20)^2 + 500$,

$\therefore a = -5 < 0$,

$\therefore$ 抛物线开口向下, w 有最大值,

$\therefore$ 当 $x < 20$ 时, w 随着 x 的增大而增大,

$\because 10 \leq x \leq 15$ 且 x 为整数,

$\therefore$ 当 $x = 15$ 时, w 有最大值,

即: $w = -5 \times (15 - 20)^2 + 500 = 375$,

答: 当每瓶洗手液的售价定为 15 元时, 超市销售该品牌洗手液每天销售利润最大, 最大利润为 375 元.

【点评】 本题主要考查二次函数的应用, 解题的关键是熟练掌握待定系数法求函数解析式及根据总利润的相等关系列出函数解析式、利用二次函数的性质求最值问题.

六、解答题 (满分 12 分)

24. **【分析】** (1) 证明: 连接 AE , 根据平行四边形的性质得到 $AD = BC$, $AD \parallel BC$, 求得 $\angle DAE = \angle AEB$, 根据全等三角形的性质得到 $\angle DEA = \angle CAB$, 得到 $DE \perp AE$, 于是得到结论;

(2) 根据已知条件得到 $\triangle ABE$ 是等边三角形, 求得 $AE = BE$, $\angle EAB = 60^\circ$, 得到 $\angle CAE = \angle ACB$, 得到 $CE = BE$, 根据三角形和扇形的面积公式即可得到结论.

【解答】 (1) 证明: 连接 AE ,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AD = BC$, $AD \parallel BC$,

$\therefore \angle DAE = \angle AEB$,

$\because AE = AB$,

$\therefore \angle AEB = \angle ABC$,

$\therefore \angle DAE = \angle ABC$,

$\therefore \triangle AED \cong \triangle BAC$ (SAS),

$\therefore \angle DEA = \angle CAB$,

$\because \angle CAB = 90^\circ$,

$\therefore \angle DEA = 90^\circ$,

$\therefore DE \perp AE$,

$\because AE$ 是 $\odot A$ 的半径,

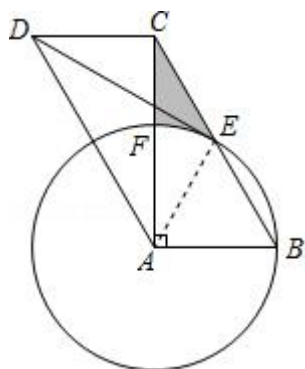
$\therefore DE$ 与 $\odot A$ 相切;

(2) 解: $\because \angle ABC = 60^\circ$, $AB = AE = 4$,

$\therefore \triangle ABE$ 是等边三角形,

$\therefore AE = BE$, $\angle EAB = 60^\circ$,

$$\begin{aligned}
&\because \angle CAB = 90^\circ, \\
&\therefore \angle CAE = 90^\circ - \angle EAB = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ, \angle ACB = 90^\circ - \angle B = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ, \\
&\therefore \angle CAE = \angle ACB, \\
&\therefore AE = CE, \\
&\therefore CE = BE, \\
&\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \times 4 \times 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3}, \\
&\therefore S_{\triangle ACE} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 8\sqrt{3} = 4\sqrt{3}, \\
&\because \angle CAE = 30^\circ, AE = 4, \\
&\therefore S_{\text{扇形} AEF} = \frac{30\pi \times AE^2}{360} = \frac{30\pi \times 4^2}{360} = \frac{4\pi}{3}, \\
&\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\triangle ACE} - S_{\text{扇形} AEF} = 4\sqrt{3} - \frac{4\pi}{3}.
\end{aligned}$$



【点评】 本题考查了切线的判定和性质，平行四边形的性质，全等三角形的判定和性质，等边三角形的判定和性质，扇形的面积的计算，熟练掌握切线的判定定理是解题的关键。

七、解答题（满分 12 分）

25. **【分析】**（1）连接 AC ，证 A 、 B 、 E 、 C 四点共圆，由圆周角定理得出 $\angle AEB = \angle ACB$ ，证出 $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形，则 $\angle ACB = 45^\circ$ ，进而得出结论；

（2）在 AD 上截取 $AF = CE$ ，连接 BF ，过点 B 作 $BH \perp EF$ 于 H ，证 $\triangle ABF \cong \triangle CBE$ (SAS)，得出 $\angle ABF = \angle CBE$ ， $BF = BE$ ，由等腰三角形的性质得出 $FH = EH$ ，由三角函数定义得出 $FH = EH = \frac{\sqrt{3}}{2} BE$ ，进而得出结论；

（3）由（2）得 $FH = EH = \frac{\sqrt{3}}{2} BE$ ，由三角函数定义得出 $AH = 3BH = \frac{3}{2} BE$ ，分别表示出 CE ，进而得出答案。

【解答】 解：（1）连接 AC ，如图①所示：

$$\because \alpha = 90^\circ, \angle ABC = \alpha, \angle AEC = \alpha,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle AEC = 90^\circ ,$$

$\therefore A、B、E、C$ 四点共圆,

$$\therefore \angle AEB = \angle ACB,$$

$$\because \angle ABC = 90^\circ , AB = CB,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore \angle ACB = 45^\circ ,$$

$$\therefore \angle AEB = 45^\circ ;$$

(2) $AE = \sqrt{3}BE + CE$, 理由如下:

在 AD 上截取 $AF = CE$, 连接 BF , 过点 B 作 $BH \perp EF$ 于 H , 如图②所示:

$$\because \angle ABC = \angle AEC, \angle ADB = \angle CDE,$$

$$\therefore 180^\circ - \angle ABC - \angle ADB = 180^\circ - \angle AEC - \angle CDE,$$

$$\therefore \angle A = \angle C,$$

$$\text{在 } \triangle ABF \text{ 和 } \triangle CBE \text{ 中, } \begin{cases} AF = CE \\ \angle A = \angle C, \\ AB = CB \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABF \cong \triangle CBE (SAS),$$

$$\therefore \angle ABF = \angle CBE, BF = BE,$$

$$\therefore \angle ABF + \angle FBD = \angle CBE + \angle FBD,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle FBE,$$

$$\because \angle ABC = 120^\circ ,$$

$$\therefore \angle FBE = 120^\circ ,$$

$$\because BF = BE,$$

$$\therefore \angle BFE = \angle BEF = \frac{1}{2} \times (180^\circ - \angle FBE) = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 120^\circ) = 30^\circ ,$$

$$\because BH \perp EF,$$

$$\therefore \angle BHE = 90^\circ , FH = EH,$$

$$\text{在 Rt} \triangle BHE \text{ 中, } BH = \frac{1}{2}BE, FH = EH = \sqrt{3}BH = \frac{\sqrt{3}}{2}BE,$$

$$\therefore EF = 2EH = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}BE = \sqrt{3}BE,$$

$$\because AE = EF + AF, AF = CE,$$

$$\therefore AE = \sqrt{3}BE + CE;$$

(3) 分两种情况:

①当点 D 在线段 CB 上时,

在 AD 上截取 $AF = CE$, 连接 BF , 过点 B 作 $BH \perp EF$ 于 H , 如图②所示:

由 (2) 得: $FH = EH = \frac{\sqrt{3}}{2}BE$,

$$\because \tan \angle DAB = \frac{BH}{AH} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore AH = 3BH = \frac{3}{2}BE,$$

$$\therefore CE = AF = AH - FH = \frac{3}{2}BE - \frac{\sqrt{3}}{2}BE = \frac{3-\sqrt{3}}{2}BE,$$

$$\therefore \frac{CE}{BE} = \frac{3-\sqrt{3}}{2};$$

②当点 D 在线段 CB 的延长线上时,

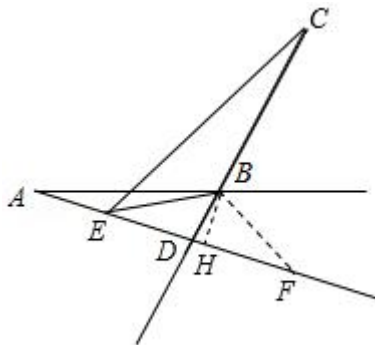
在射线 AD 上截取 $AF = CE$, 连接 BF , 过点 B 作 $BH \perp EF$ 于 H , 如图③所示:

同①得: $FH = EH = \frac{\sqrt{3}}{2}BE$, $AH = 3BH = \frac{3}{2}BE$,

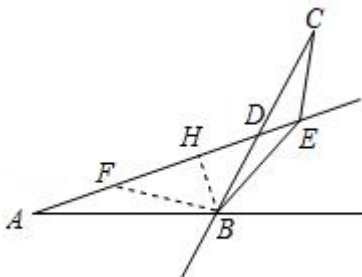
$$\therefore CE = AF = AH + FH = \frac{3}{2}BE + \frac{\sqrt{3}}{2}BE = \frac{3+\sqrt{3}}{2}BE,$$

$$\therefore \frac{CE}{BE} = \frac{3+\sqrt{3}}{2};$$

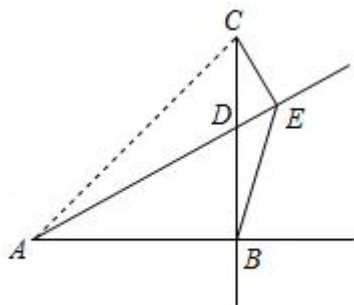
综上所述, 当 $\alpha = 120^\circ$, $\tan \angle DAB = \frac{1}{3}$ 时, $\frac{CE}{BE}$ 的值为 $\frac{3-\sqrt{3}}{2}$ 或 $\frac{3+\sqrt{3}}{2}$.



图③



图②



图①

【点评】本题是三角形综合题目，考查了全等三角形的判定与性质、等腰直角三角形的判定与性质、等腰三角形的判定与性质、四点共圆、圆周角定理、三角函数定义等知识；本题综合性强，构造全等三角形是解题的关键．

八、解答题（满分 14 分）

26. 【分析】（1）利用待定系数法解决问题即可．

（2）如图①中，设抛物线的对称轴交 x 轴于 M ，与 OD 交于点 N ．解直角三角形求出点 N 的坐标，求出直线 ON 的解析式，构建方程组确定点 D 坐标即可．

（3）分三种情形：如图② - 1 中，当 $\angle EFG = 90^\circ$ 时，点 H 在第一象限，此时 G, B', O 重合．如图② - 2 中，当 $\angle EGF = 90^\circ$ 时，点 H 在对称轴右侧．如图② - 3 中当 $\angle FGE = 90^\circ$ 时，点 H 在对称轴左侧，点 B' 在对称轴上，分别求解即可．

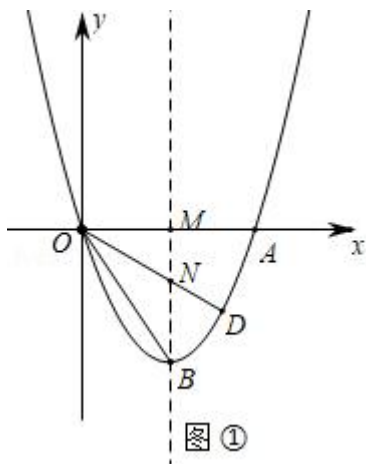
【解答】解：（1）把点 $O(0, 0)$ 和 $A(6, 0)$ 代入 $y = ax^2 - 2\sqrt{3}x + c$ 中，

$$\text{得到} \begin{cases} c=0 \\ 36a-12\sqrt{3}+c=0 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} a=\frac{\sqrt{3}}{3} \\ c=0 \end{cases},$$

$$\therefore \text{抛物线的解析式为 } y = \frac{\sqrt{3}}{3}x^2 - 2\sqrt{3}x.$$

（2）如图①中，设抛物线的对称轴交 x 轴于 M ，与 OD 交于点 N ．



$$\therefore y = \frac{\sqrt{3}}{3}x^2 - 2\sqrt{3}x = \frac{\sqrt{3}}{3}(x-3)^2 - 3\sqrt{3},$$

$$\therefore \text{顶点 } B(3, -3\sqrt{3}), M(3, 0),$$

$$\therefore OM = 3, BM = 3\sqrt{3},$$

$$\therefore \tan \angle MOB = \frac{BM}{OM} = \sqrt{3},$$

$$\therefore \angle MOB = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BOD = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle MON = \angle MOB - \angle BOD = 30^\circ,$$

$$\therefore MN = OM \cdot \tan 30^\circ = \sqrt{3},$$

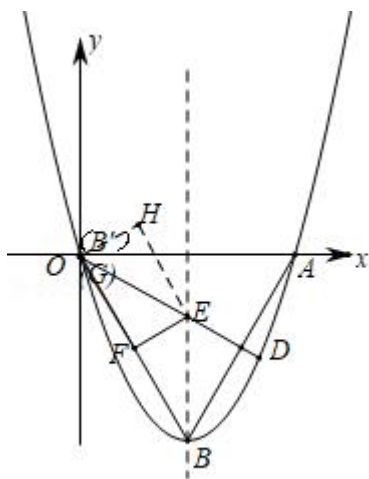
$$\therefore N(3, -\sqrt{3}),$$

$$\therefore \text{直线 } ON \text{ 的解析式为 } y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x,$$

$$\text{由 } \begin{cases} y = \frac{\sqrt{3}}{3}x \\ y = \frac{\sqrt{3}}{3}x^2 - 2\sqrt{3}x \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=5 \\ y = -\frac{5\sqrt{3}}{3} \end{cases},$$

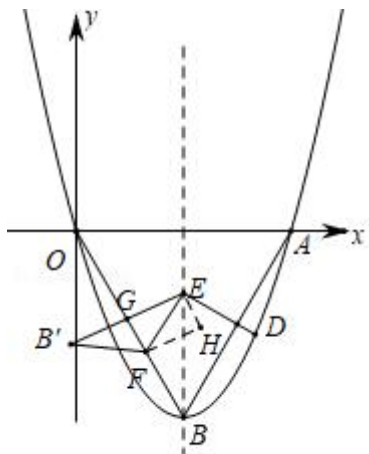
$$\therefore D(5, -\frac{5\sqrt{3}}{3}).$$

(3) 如图②-1中, 当 $\angle EFG = 90^\circ$ 时, 点 H 在第一象限, 此时 G, B', O 重合, 由题意 $OF = BF$, 可得 $F(\frac{3}{2}, -\frac{3\sqrt{3}}{2})$, $E(3, -\sqrt{3})$, 利用平移的性质可得 $H(\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$.



图②-1

如图②-2中, 当 $\angle EGF = 90^\circ$ 时, 点 H 在对称轴右侧, 由题意 $EF = BF$, 可得 $F(2, -2\sqrt{3})$, 利用平移的性质可得 $H(\frac{7}{2}, -\frac{3\sqrt{3}}{2})$.



图②-2

如图②-3中当 $\angle FGE = 90^\circ$ 时, 点 H 在对称轴左侧, 点 B' 在对称轴上, 由题意 $EF \perp BE$, 可得 $F(1, -\sqrt{3})$, $G(\frac{3}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$, 利用平移的性质, 可得 $H(\frac{5}{2}, -\frac{3\sqrt{3}}{2})$.



综上所述, 满足条件的点 H 的坐标为 $(\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ 或 $(\frac{5}{2}, -\frac{3\sqrt{3}}{2})$ 或 $(\frac{7}{2}, -\frac{3\sqrt{3}}{2})$.

【点评】本题属于二次函数综合题，考查了待定系数法，解直角三角形，矩形的判定和性质等知识，解题的关键是学会构建一次函数，利用方程组确定交点坐标，学会用分类讨论的思想思考问题，属于中考压轴题.