

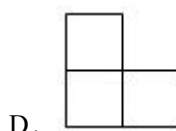
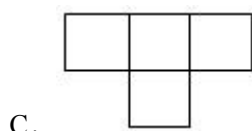
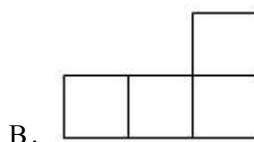
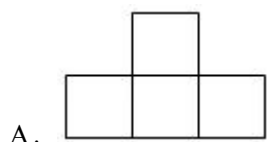
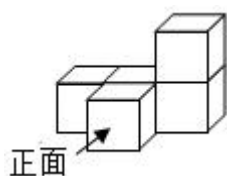
2020 年辽宁省大连市中考数学试卷

一、选择题（本题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分，在每小题给出的四个选项中，只有一个选项正确）

1.（3 分）下列四个数中，比 -1 小的数是（ ）

- A. -2 B. $-\frac{1}{2}$ C. 0 D. 1

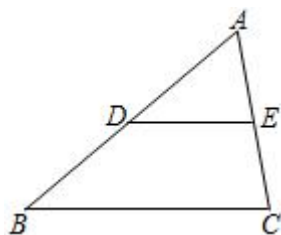
2.（3 分）如图是由 5 个相同的小正方体组成的立体图形，它的主视图是（ ）



3.（3 分）2020 年 6 月 23 日，我国成功发射北斗系统第 55 颗导航卫星，暨北斗三号最后一颗全球组网卫星，该卫星驻守在我们上方 36000 公里的天疆．数 36000 用科学记数法表示为（ ）

- A. 360×10^2 B. 36×10^3 C. 3.6×10^4 D. 0.36×10^5

4.（3 分）如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 60^\circ$ ， $\angle B = 40^\circ$ ， $DE \parallel BC$ ，则 $\angle AED$ 的度数是（ ）



- A. 50° B. 60° C. 70° D. 80°

5.（3 分）平面直角坐标系中，点 $P(3, 1)$ 关于 x 轴对称的点的坐标是（ ）

- A. $(3, 1)$ B. $(3, -1)$ C. $(-3, 1)$ D. $(-3, -1)$

6.（3 分）下列计算正确的是（ ）

- A. $a^2 + a^3 = a^5$ B. $a^2 \cdot a^3 = a^6$

C. $(a^2)^3 = a^6$

D. $(-2a^2)^3 = -6a^6$

7. (3分) 在一个不透明的袋子中有3个白球、4个红球，这些球除颜色不同外其他完全相同。从袋子中随机摸出一个球，它是红球的概率是()

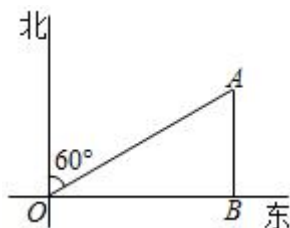
A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{3}{7}$

D. $\frac{4}{7}$

8. (3分) 如图，小明在一条东西走向公路的O处，测得图书馆A在他的北偏东 60° 方向，且与他相距200m，则图书馆A到公路的距离AB为()



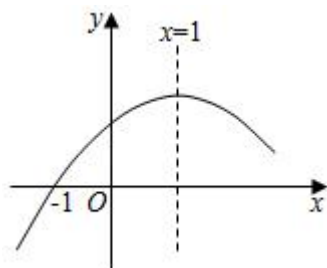
A. 100m

B. $100\sqrt{2}m$

C. $100\sqrt{3}m$

D. $\frac{200\sqrt{3}}{3}m$

9. (3分) 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a < 0$) 与x轴的一个交点坐标为 $(-1, 0)$ ，对称轴是直线 $x = 1$ ，其部分图象如图所示，则此抛物线与x轴的另一个交点坐标是()



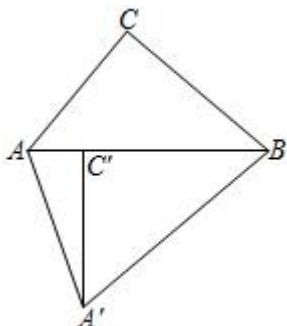
A. $(\frac{7}{2}, 0)$

B. $(3, 0)$

C. $(\frac{5}{2}, 0)$

D. $(2, 0)$

10. (3分) 如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle ABC = 40^\circ$ 。将 $\triangle ABC$ 绕点B逆时针旋转得到 $\triangle A'BC'$ ，使点C的对应点C'恰好落在边AB上，则 $\angle CAA'$ 的度数是()



A. 50°

B. 70°

C. 110°

D. 120°

二、填空题(本题共6小题，每小题3分，共18分)

11. (3分) 不等式 $5x+1 > 3x-1$ 的解集是_____.

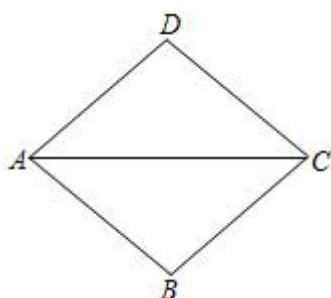
12. (3分) 某公司有 10 名员工, 他们所在部门及相应每人所创年利润如下表所示.

部门	人数	每人所创年利润/万元
A	1	10
B	2	8
C	7	5

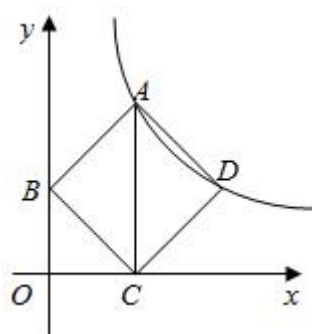
这个公司平均每人所创年利润是_____万元.

13. (3分) 我国南宋数学家杨辉所著《田亩比类乘除算法》中记载了这样一道题: “直田积八百六十四步, 只云阔不及长一十二步, 问阔及长各几步.” 其大意为: 一个矩形的面积为 864 平方步, 宽比长少 12 步, 问宽和长各多少步? 设矩形的宽为 x 步, 根据题意, 可列方程为_____.

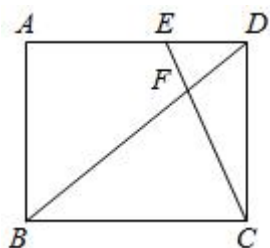
14. (3分) 如图, 菱形 $ABCD$ 中, $\angle ACD = 40^\circ$, 则 $\angle ABC =$ _____ $^\circ$.



15. (3分) 如图, 在平面直角坐标系中, 正方形 $ABCD$ 的顶点 A 与 D 在函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象上, $AC \perp x$ 轴, 垂足为 C , 点 B 的坐标为 $(0, 2)$, 则 k 的值为_____.



16. (3分) 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB = 6$, $AD = 8$, 点 E 在边 AD 上, CE 与 BD 相交于点 F . 设 $DE = x$, $BF = y$, 当 $0 \leq x \leq 8$ 时, y 关于 x 的函数解析式为_____.

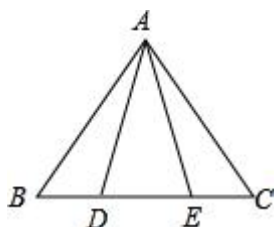


三、解答题（本题共 4 小题，其中 17、18、19 题各 9 分，20 题 12 分，共 39 分）

17.（9 分）计算 $(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)+\sqrt[3]{-8}+\sqrt{9}$.

18.（9 分）计算 $\frac{x^2+4x+4}{x+2} \div \frac{x^2+2x}{x-2} - 1$.

19.（9 分）如图， $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ，点 D, E 在边 BC 上， $BD=CE$. 求证： $\angle ADE = \angle AED$.



20.（12 分）某校根据《教育部基础教育课程教材发展中心中小学生阅读指导目录（2020 版）》公布的初中段阅读书目，开展了读书活动. 六月末，学校对八年级学生在此次活动中的读书量进行了抽样调查，如图是根据调查结果绘制的统计图表的一部分.

读书量	频数（人）	频率
1 本	4	
2 本		0.3
3 本		
4 本及以上	10	

根据以上信息，解答下列问题：

（1）被调查学生中，读书量为 1 本的学生数为_____人，读书量达到 4 本及以上的学生数占被调查学生总人数的百分比为_____%；

（2）被调查学生的总人数为_____人，其中读书量为 2 本的学生数为_____人；

（3）若该校八年级共有 550 名学生，根据调查结果，估计该校八年级学生读书量为 3 本的学生人数.



四、解答题（本题共3小题，其中21题9分，22、23题各10分，共29分）

21.（9分）某化肥厂第一次运输360吨化肥，装载了6节火车车厢和15辆汽车；第二次运输440吨化肥，装载了8节火车车厢和10辆汽车．每节火车车厢与每辆汽车平均各装多少吨化肥？

22.（10分）四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$ ， AB 是 $\odot O$ 的直径， $AD = CD$ ．

（1）如图1，求证 $\angle ABC = 2\angle ACD$ ；

（2）过点 D 作 $\odot O$ 的切线，交 BC 延长线于点 P （如图2）．若 $\tan \angle CAB = \frac{5}{12}$ ， $BC = 1$ ，

求 PD 的长．

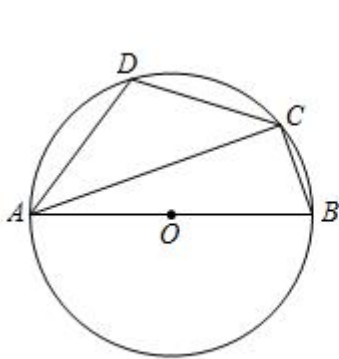


图1

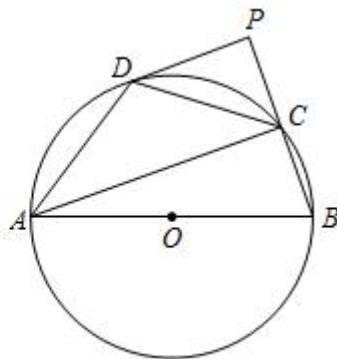
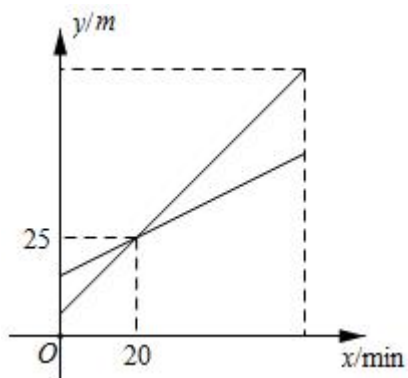


图2

23.（10分）甲、乙两个探测气球分别从海拔 $5m$ 和 $15m$ 处同时出发，匀速上升 $60min$ ．如图是甲、乙两个探测气球所在位置的海拔 y （单位： m ）与气球上升时间 x （单位： min ）的函数图象．

（1）求这两个气球在上升过程中 y 关于 x 的函数解析式；

（2）当这两个气球的海拔高度相差 $15m$ 时，求上升的时间．



五、解答题（本题共 3 小题，其中 24、25 题各 11 分，26 题 12 分，共 34 分）

24. (11 分) 如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 6\text{cm}$ ， $BC = 8\text{cm}$ ，点 D 从点 B 出发，沿边 $BA \rightarrow AC$ 以 2cm/s 的速度向终点 C 运动，过点 D 作 $DE \parallel BC$ ，交边 AC （或 AB ）于点 E 。设点 D 的运动时间为 t (s)， $\triangle CDE$ 的面积为 S (cm^2)。

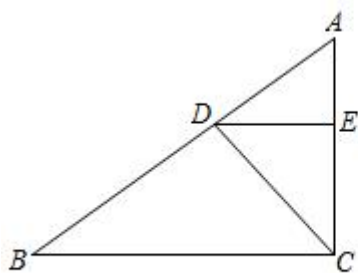


图1

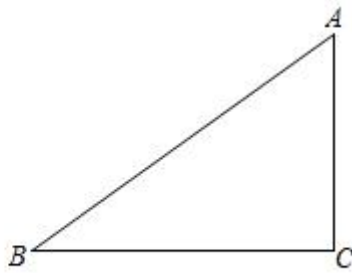


图2

- (1) 当点 D 与点 A 重合时，求 t 的值；
- (2) 求 S 关于 t 的函数解析式，并直接写出自变量 t 的取值范围。
25. (11 分) 如图 1， $\triangle ABC$ 中，点 D, E, F 分别在边 AB, BC, AC 上， $BE = CE$ ，点 G 在线段 CD 上， $CG = CA$ ， $GF = DE$ ， $\angle AFG = \angle CDE$ 。

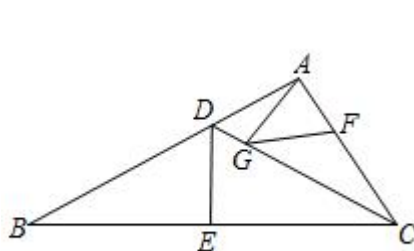


图1

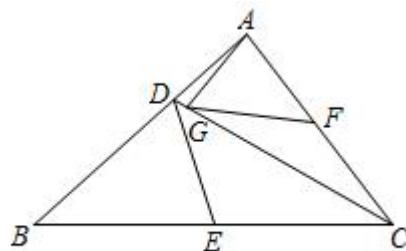


图2

- (1) 填空：与 $\angle CAG$ 相等的角是_____；
- (2) 用等式表示线段 AD 与 BD 的数量关系，并证明；
- (3) 若 $\angle BAC = 90^\circ$ ， $\angle ABC = 2\angle ACD$ （如图 2），求 $\frac{AC}{AB}$ 的值。

26. (12分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 函数 F_1 和 F_2 的图象关于 y 轴对称, 它们与直线 $x = t$ ($t > 0$) 分别相交于点 P, Q .

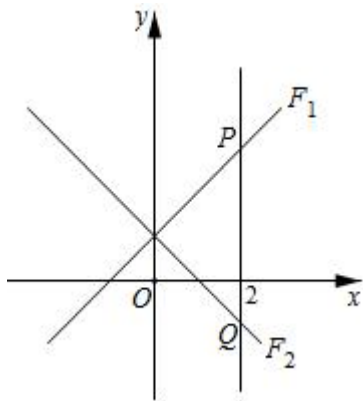
(1) 如图, 函数 F_1 为 $y = x + 1$, 当 $t = 2$ 时, PQ 的长为_____;

(2) 函数 F_1 为 $y = \frac{3}{x}$, 当 $PQ = 6$ 时, t 的值为_____;

(3) 函数 F_1 为 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$),

①当 $t = \frac{\sqrt{b}}{b}$ 时, 求 $\triangle OPQ$ 的面积;

②若 $c > 0$, 函数 F_1 和 F_2 的图象与 x 轴正半轴分别交于点 $A(5, 0), B(1, 0)$, 当 $c \leq x \leq c + 1$ 时, 设函数 F_1 的最大值和函数 F_2 的最小值的差为 h , 求 h 关于 c 的函数解析式, 并直接写出自变量 c 的取值范围.



2020 年辽宁省大连市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分，在每小题给出的四个选项中，只有一个选项正确）

1.（3 分）下列四个数中，比 -1 小的数是（ ）

- A. -2 B. $-\frac{1}{2}$ C. 0 D. 1

【分析】有理数大小比较的法则：①正数都大于 0；②负数都小于 0；③正数大于一切负数；④两个负数，绝对值大的其值反而小，据此判断即可．

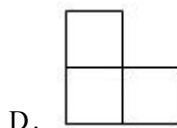
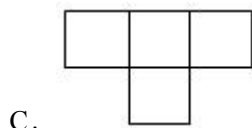
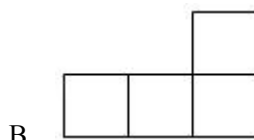
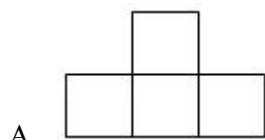
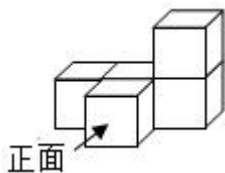
【解答】解：根据有理数比较大小的方法，可得

$$-2 < -1, 0 > -1, -\frac{1}{2} > -1, 1 > -1,$$

$\therefore$ 四个数中，比 -1 小的数是 -2 ．

故选：A．

2.（3 分）如图是由 5 个相同的小正方体组成的立体图形，它的主视图是（ ）



【分析】从正面看所得到的图形是主视图，从左面看到的图形是左视图，从上面看到的图象是俯视图，画出从正面看所得到的图形即可．

【解答】解：从正面看，底层是三个小正方形，上层右边的一个小正方形．

故选：B．

3.（3 分）2020 年 6 月 23 日，我国成功发射北斗系统第 55 颗导航卫星，暨北斗三号最后一颗全球组网卫星，该卫星驻守在我们上方 36000 公里的天疆．数 36000 用科学记数法表

示为 ()

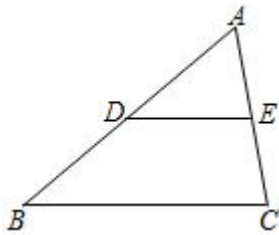
- A. 360×10^2 B. 36×10^3 C. 3.6×10^4 D. 0.36×10^5

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值 ≥ 10 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数．

【解答】解： $36000 = 3.6 \times 10^4$ ，

故选：C．

4. (3分) 如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 60^\circ$ ， $\angle B = 40^\circ$ ， $DE \parallel BC$ ，则 $\angle AED$ 的度数是 ()



- A. 50° B. 60° C. 70° D. 80°

【分析】利用三角形内角和定理求出 $\angle C$ ，再根据平行线的性质求出 $\angle AED$ 即可．

【解答】解： $\because \angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B$ ， $\angle A = 60^\circ$ ， $\angle B = 40^\circ$ ，

$$\therefore \angle C = 80^\circ，$$

$$\because DE \parallel BC，$$

$$\therefore \angle AED = \angle C = 80^\circ，$$

故选：D．

5. (3分) 平面直角坐标系中，点 $P(3, 1)$ 关于 x 轴对称的点的坐标是 ()

- A. $(3, 1)$ B. $(3, -1)$ C. $(-3, 1)$ D. $(-3, -1)$

【分析】关于 x 轴对称的点，横坐标相同，纵坐标互为相反数，可得答案．

【解答】解：点 $P(3, 1)$ 关于 x 轴对称的点的坐标是 $(3, -1)$

故选：B．

6. (3分) 下列计算正确的是 ()

- A. $a^2 + a^3 = a^5$ B. $a^2 \cdot a^3 = a^6$
C. $(a^2)^3 = a^6$ D. $(-2a^2)^3 = -6a^6$

【分析】分别根据合并同类项法则，同底数幂的乘法法则，幂的乘方运算法则以及积的乘方运算法则逐一判断即可．

【解答】解：A. a^2 与 a^3 不是同类项，所以不能合并，故本选项不合题意；

B. $a^2 \cdot a^3 = a^5$, 故本选项不合题意;

C. $(a^2)^3 = a^6$, 故本选项符合题意;

D. $(-2a^2)^3 = -8a^6$, 故本选项不合题意.

故选: C.

7. (3分) 在一个不透明的袋子中有 3 个白球、4 个红球, 这些球除颜色不同外其他完全相同. 从袋子中随机摸出一个球, 它是红球的概率是 ()

A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{3}{7}$

D. $\frac{4}{7}$

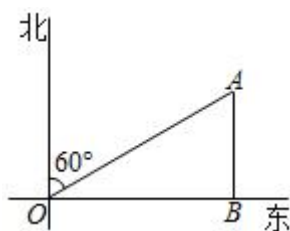
【分析】根据概率的求法, 找准两点: ①全部情况的总数; ②符合条件的情况数目; 二者的比值就是其发生的概率, 即可求出答案.

【解答】解: 根据题意可得: 袋子中有 3 个白球, 4 个红球, 共 7 个,

从袋子中随机摸出一个球, 它是红球的概率 $\frac{4}{7}$.

故选: D.

8. (3分) 如图, 小明在一条东西走向公路的 O 处, 测得图书馆 A 在他的北偏东 60° 方向, 且与他相距 $200m$, 则图书馆 A 到公路的距离 AB 为 ()



A. $100m$

B. $100\sqrt{2}m$

C. $100\sqrt{3}m$

D. $\frac{200\sqrt{3}}{3}m$

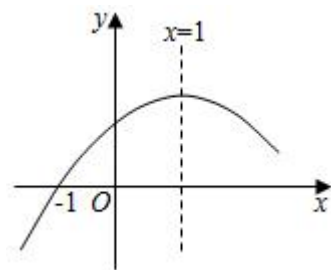
【分析】根据题意求出 $\angle AOB$, 根据直角三角形的性质解答即可.

【解答】解: 由题意得, $\angle AOB = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$,

$$\therefore AB = \frac{1}{2}OA = 100(m),$$

故选: A.

9. (3分) 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a < 0$) 与 x 轴的一个交点坐标为 $(-1, 0)$, 对称轴是直线 $x = 1$, 其部分图象如图所示, 则此抛物线与 x 轴的另一个交点坐标是 ()



- A. $(\frac{7}{2}, 0)$ B. $(3, 0)$ C. $(\frac{5}{2}, 0)$ D. $(2, 0)$

【分析】根据抛物线的对称性和 $(-1, 0)$ 为 x 轴上的点，即可求出另一个点的交点坐标.

【解答】解：设抛物线与 x 轴交点横坐标分别为 x_1 、 x_2 ，且 $x_1 < x_2$ ，

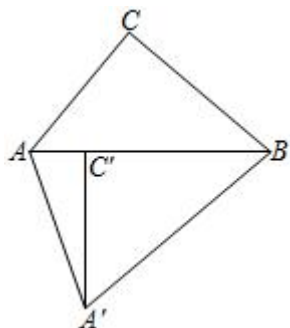
根据两个交点关于对称轴直线 $x = 1$ 对称可知： $x_1 + x_2 = 2$ ，

即 $x_2 - 1 = 2$ ，得 $x_2 = 3$ ，

$\therefore$ 抛物线与 x 轴的另一个交点为 $(3, 0)$ ，

故选：B.

10. (3分) 如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle ABC = 40^\circ$. 将 $\triangle ABC$ 绕点 B 逆时针旋转得到 $\triangle A'BC'$ ，使点 C 的对应点 C' 恰好落在边 AB 上，则 $\angle CAA'$ 的度数是 ()



- A. 50° B. 70° C. 110° D. 120°

【分析】根据旋转可得 $\angle A'BA = \angle ABC = 40^\circ$ ， $A'B = AB$ ，得 $\angle BAA' = 70^\circ$ ，根据 $\angle CAA' = \angle CAB + \angle BAA'$ ，进而可得 $\angle CAA'$ 的度数.

【解答】解： $\because \angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle ABC = 40^\circ$ ，

$\therefore \angle CAB = 90^\circ - \angle ABC = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$ ，

$\therefore$ 将 $\triangle ABC$ 绕点 B 逆时针旋转得到 $\triangle A'BC'$ ，使点 C 的对应点 C' 恰好落在边 AB 上，

$\therefore \angle A'BA = \angle ABC = 40^\circ$ ， $A'B = AB$ ，

$\therefore \angle BAA' = \angle BA'A = \frac{1}{2} (180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ$ ，

$\therefore \angle CAA' = \angle CAB + \angle BAA' = 50^\circ + 70^\circ = 120^\circ$.

故选：D.

二、填空题（本题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

11.（3 分）不等式 $5x+1 > 3x-1$ 的解集是 $x > -1$.

【分析】先对不等式进行移项，合并同类项，再系数化 1 即可求得不等式的解集.

【解答】解： $5x+1 > 3x-1$,

移项得， $5x-3x > -1-1$,

合并得， $2x > -2$,

即 $x > -1$,

故答案为 $x > -1$.

12.（3 分）某公司有 10 名员工，他们所在部门及相应每人所创年利润如下表所示.

部门	人数	每人所创年利润/万元
<i>A</i>	1	10
<i>B</i>	2	8
<i>C</i>	7	5

这个公司平均每人所创年利润是 6.1 万元.

【分析】直接利用表格中数据，求出 10 人的总收入进而求出平均收入.

【解答】解：这个公司平均每人所创年利润是： $\frac{1}{10} (10+2 \times 8+7 \times 5) = 6.1$ （万）.

故答案为：6.1.

13.（3 分）我国南宋数学家杨辉所著《田亩比类乘除算法》中记载了这样一道题：“直田积八百六十四步，只云阔不及长一十二步，问阔及长各几步.”其大意为：一个矩形的面积为 864 平方步，宽比长少 12 步，问宽和长各多少步？设矩形的宽为 x 步，根据题意，可列方程为 $x(x+12) = 864$.

【分析】由矩形的宽及长与宽之间的关系可得出矩形的长为 $(x+12)$ ，再利用矩形的面积公式即可得出关于 x 的一元二次方程，此题得解.

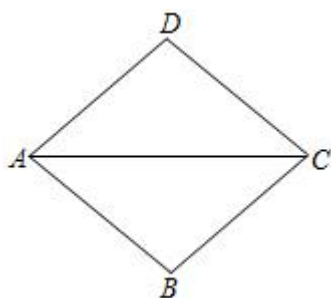
【解答】解： $\because$ 矩形的宽为 x ，且宽比长少 12，

$\therefore$ 矩形的长为 $(x+12)$.

依题意，得： $x(x+12) = 864$.

故答案为： $x(x+12) = 864$.

14. (3分) 如图, 菱形 $ABCD$ 中, $\angle ACD = 40^\circ$, 则 $\angle ABC = \underline{100}^\circ$.

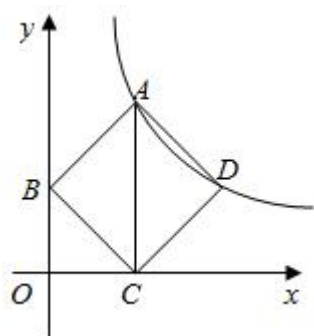


【分析】由菱形的性质得出 $AB \parallel CD$, $\angle BCD = 2\angle ACD = 80^\circ$, 则 $\angle ABC + \angle BCD = 180^\circ$, 即可得出答案.

【解答】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,
 $\therefore AB \parallel CD$, $\angle BCD = 2\angle ACD = 80^\circ$,
 $\therefore \angle ABC + \angle BCD = 180^\circ$,
 $\therefore \angle ABC = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$;

故答案为: 100.

15. (3分) 如图, 在平面直角坐标系中, 正方形 $ABCD$ 的顶点 A 与 D 在函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象上, $AC \perp x$ 轴, 垂足为 C , 点 B 的坐标为 $(0, 2)$, 则 k 的值为 8.

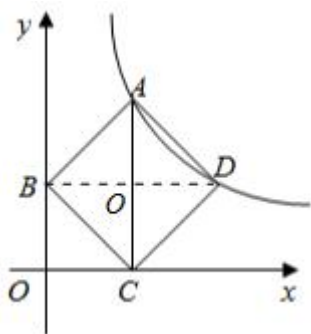


【分析】连接 BD , 与 AC 交于点 O , 利用正方形的性质得到 $OA = OB = OC = OD = 2$, 从而得到点 A 坐标, 代入反比例函数表达式即可.

【解答】解: 连接 BD , 与 AC 交于点 O ,
 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形, $AC \perp x$ 轴,
 $\therefore BD$ 所在对角线平行于 x 轴,
 $\because B(0, 2)$,
 $\therefore OC = 2 = BO = AO = DO$,
 $\therefore$ 点 A 的坐标为 $(2, 4)$,

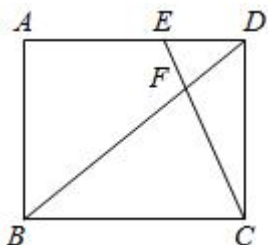
$$\therefore k = 2 \times 4 = 8,$$

故答案为: 8.



16. (3 分) 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB = 6$, $AD = 8$, 点 E 在边 AD 上, CE 与 BD 相交于点 F . 设

$DE = x$, $BF = y$, 当 $0 \leq x \leq 8$ 时, y 关于 x 的函数解析式为 $y = \frac{80}{x+8}$.



【分析】 根据题干条件可证得 $\triangle DEF \sim \triangle BCF$, 从而得到 $\frac{DE}{BC} = \frac{DF}{BF}$, 由线段比例关系即可

求出函数解析式.

【解答】 解: 在矩形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$,

$$\therefore \triangle DEF \sim \triangle BCF,$$

$$\therefore \frac{DE}{BC} = \frac{DF}{BF},$$

$$\because BD = \sqrt{BC^2 + CD^2} = 10, \quad BF = y, \quad DE = x,$$

$$\therefore DF = 10 - y,$$

$$\therefore \frac{x}{8} = \frac{10-y}{y}, \quad \text{化简得: } y = \frac{80}{x+8},$$

$$\therefore y \text{ 关于 } x \text{ 的函数解析式为: } y = \frac{80}{x+8},$$

$$\text{故答案为: } y = \frac{80}{x+8}.$$

三、解答题 (本题共 4 小题, 其中 17、18、19 题各 9 分, 20 题 12 分, 共 39 分)

17. (9 分) 计算 $(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1) + \sqrt[3]{-8} + \sqrt{9}$.

【分析】 原式利用平方差公式, 立方根、算术平方根性质计算即可求出值.

【解答】解：原式 $= 2 - 1 - 2 + 3$

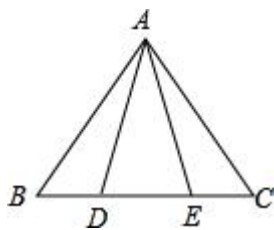
$= 2$.

18. (9分) 计算 $\frac{x^2+4x+4}{x+2} \div \frac{x^2+2x}{x-2} - 1$.

【分析】直接利用分式的混合运算法则分别化简得出答案.

【解答】解：原式 $= \frac{(x+2)^2}{x+2} \cdot \frac{x-2}{x(x+2)} - 1$
 $= \frac{x-2}{x} - 1$
 $= \frac{x-2-x}{x}$
 $= -\frac{2}{x}$.

19. (9分) 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 点 D, E 在边 BC 上, $BD = CE$. 求证: $\angle ADE = \angle AED$.



【分析】根据等腰三角形等边对等角的性质可以得到 $\angle B = \angle C$, 然后证明 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 全等, 根据全等三角形对应边相等有 $AD = AE$, 再根据等边对等角的性质即可证明.

【解答】证明: $\because AB = AC$,

$\therefore \angle B = \angle C$ (等边对等角),

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 中, $\begin{cases} AB=AC \\ \angle B=\angle C \\ BD=CE \end{cases}$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE$ (SAS),

$\therefore AD = AE$ (全等三角形对应边相等),

$\therefore \angle ADE = \angle AED$ (等边对等角).

20. (12分) 某校根据《教育部基础教育课程教材发展中心中小学生阅读指导目录(2020版)》公布的初中段阅读书目, 开展了读书活动. 六月末, 学校对八年级学生在此次活动中的读书量进行了抽样调查, 如图是根据调查结果绘制的统计图表的一部分.

读书量	频数(人)	频率
-----	-------	----

1 本	4	
2 本		0.3
3 本		
4 本及以上	10	

根据以上信息，解答下列问题：

（1）被调查学生中，读书量为 1 本的学生数为 4 人，读书量达到 4 本及以上的学生数占被调查学生总人数的百分比为 20 %；

（2）被调查学生的总人数为 50 人，其中读书量为 2 本的学生数为 15 人；

（3）若该校八年级共有 550 名学生，根据调查结果，估计该校八年级学生读书量为 3 本的学生人数．



【分析】（1）直接根据图表信息可得；

（2）用 4 本及以上对应的频数除以所占百分比可得总人数，再乘以读书量为 2 本的频率即可；

（3）求出读书量为 3 本的人数，除以样本人数 50，再乘以全校总人数 550 可得结果．

【解答】解：（1）由图表可知：

被调查学生中，读书量为 1 本的学生数为 4 人，

读书量达到 4 本及以上的学生数占被调查学生总人数的百分比为 20%，

故答案为：4；20；

（2） $10 \div 20\% = 50$ ，

$50 \times 0.3 = 15$ ，

$\therefore$ 被调查学生的总人数为 50 人，其中读书量为 2 本的学生数为 15 人，

故答案为：50；15；

（3） $(50 - 4 - 10 - 15) \div 50 \times 550 = 231$ ，

该校八年级学生读书量为 3 本的学生有 231 人．

四、解答题（本题共3小题，其中21题9分，22、23题各10分，共29分）

21.（9分）某化肥厂第一次运输360吨化肥，装载了6节火车车厢和15辆汽车；第二次运输440吨化肥，装载了8节火车车厢和10辆汽车．每节火车车厢与每辆汽车平均各装多少吨化肥？

【分析】设每节火车车厢平均装 x 吨化肥，每辆汽车平均装 y 吨化肥，根据“第一次运输360吨化肥，装载了6节火车车厢和15辆汽车；第二次运输440吨化肥，装载了8节火车车厢和10辆汽车”，即可得出关于 x, y 的二元一次方程组，解之即可得出结论．

【解答】解：设每节火车车厢平均装 x 吨化肥，每辆汽车平均装 y 吨化肥，

依题意，得：
$$\begin{cases} 6x+15y=360 \\ 8x+10y=440 \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} x=50 \\ y=4 \end{cases}$$

答：每节火车车厢平均装50吨化肥，每辆汽车平均装4吨化肥．

22.（10分）四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$ ， AB 是 $\odot O$ 的直径， $AD=CD$ ．

（1）如图1，求证 $\angle ABC=2\angle ACD$ ；

（2）过点 D 作 $\odot O$ 的切线，交 BC 延长线于点 P （如图2）．若 $\tan\angle CAB=\frac{5}{12}$ ， $BC=1$ ，求 PD 的长．

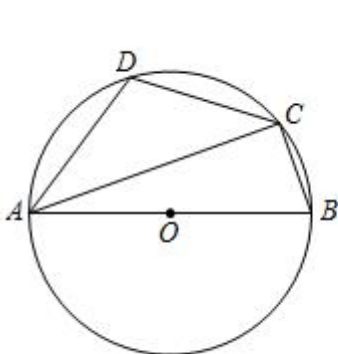


图1

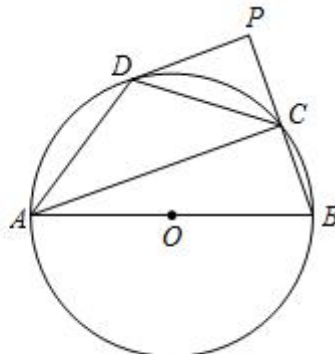


图2

【分析】（1）由等腰三角形的性质得出 $\angle DAC = \angle ACD$ ，由圆内接四边形的性质得出 $\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$ ，则可得出答案；

（2）由切线的性质得出 $\angle ODP = 90^\circ$ ，由垂径定理得出 $\angle DEC = 90^\circ$ ，由圆周角定理 $\angle ACB = 90^\circ$ ，可得出四边形 $DECP$ 为矩形，则 $DP = EC$ ，求出 EC 的长，则可得出答案．

【解答】（1）证明： $\because AD = CD$ ，

$$\therefore \angle DAC = \angle ACD,$$

$$\therefore \angle ADC + 2\angle ACD = 180^\circ,$$

又 $\because$ 四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$,

$$\therefore \angle ABC + \angle ADC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = 2\angle ACD;$$

(2) 解: 连接 OD 交 AC 于点 E ,

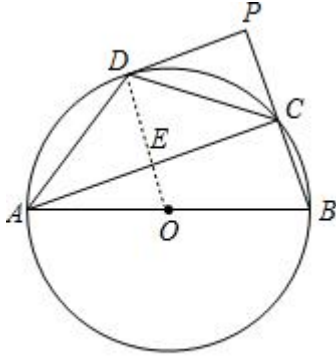


图2

$\because PD$ 是 $\odot O$ 的切线,

$$\therefore OD \perp DP,$$

$$\therefore \angle ODP = 90^\circ,$$

又 $\because \widehat{AD} = \widehat{CD}$,

$$\therefore OD \perp AC, AE = EC,$$

$$\therefore \angle DEC = 90^\circ,$$

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ECP = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $DECP$ 为矩形,

$$\therefore DP = EC,$$

$$\because \tan \angle CAB = \frac{5}{12}, BC = 1,$$

$$\therefore \frac{CB}{AC} = \frac{1}{AC} = \frac{5}{12},$$

$$\therefore AC = \frac{12}{5},$$

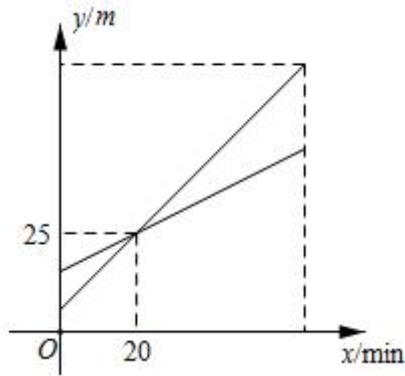
$$\therefore EC = \frac{1}{2}AC = \frac{6}{5},$$

$$\therefore DP = \frac{6}{5}.$$

23. (10 分) 甲、乙两个探测气球分别从海拔 $5m$ 和 $15m$ 处同时出发, 匀速上升 $60min$. 如

图是甲、乙两个探测气球所在位置的海拔 y (单位: m) 与气球上升时间 x (单位: min) 的函数图象.

- (1) 求这两个气球在上升过程中 y 关于 x 的函数解析式;
- (2) 当这两个气球的海拔高度相差 $15m$ 时, 求上升的时间.



【分析】(1) 根据图象中坐标, 利用待定系数法求解;

(2) 根据分析可知: 当 x 大于 20 时, 两个气球的海拔高度可能相差 $15m$, 可得方程 $x+5 - (\frac{1}{2}x+15) = 15$, 解之即可.

【解答】解: (1) 设甲气球的函数解析式为: $y = kx + b$, 乙气球的函数解析式为: $y = mx + n$, 分别将 $(0, 5)$, $(20, 25)$ 和 $(0, 15)$, $(20, 25)$ 代入,

$$\begin{cases} 5=b \\ 25=20k+b \end{cases}, \begin{cases} 15=n \\ 25=20m+n \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k=1 \\ b=5 \end{cases}, \begin{cases} m=\frac{1}{2} \\ n=15 \end{cases},$$

$\therefore$ 甲气球的函数解析式为: $y = x + 5$, 乙气球的函数解析式为: $y = \frac{1}{2}x + 15$;

(2) 由初始位置可得:

当 x 大于 20 时, 两个气球的海拔高度可能相差 $15m$,

且此时甲气球海拔更高,

$$\therefore x + 5 - (\frac{1}{2}x + 15) = 15,$$

解得: $x = 50$,

$\therefore$ 当这两个气球的海拔高度相差 $15m$ 时, 上升的时间为 $50min$.

五、解答题 (本题共 3 小题, 其中 24、25 题各 11 分, 26 题 12 分, 共 34 分)

24. (11 分) 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 6cm$, $BC = 8cm$, 点 D 从点 B 出发, 沿

边 $BA \rightarrow AC$ 以 2cm/s 的速度向终点 C 运动，过点 D 作 $DE \parallel BC$ ，交边 AC （或 AB ）于点 E 。设点 D 的运动时间为 t （s）， $\triangle CDE$ 的面积为 S （ cm^2 ）。

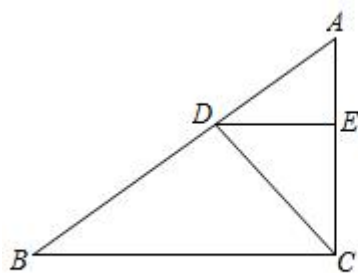


图1

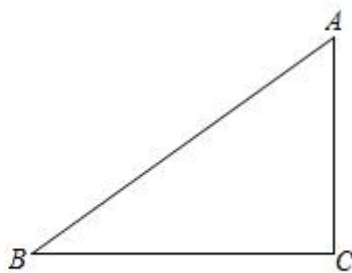


图2

（1）当点 D 与点 A 重合时，求 t 的值；

（2）求 S 关于 t 的函数解析式，并直接写出自变量 t 的取值范围。

【分析】（1）根据各过各的了即可得到结论；

（2）根据相似三角形的判定和性质以及三角形的面积公式即可得到结论。

【解答】解：（1） $\because \triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 6\text{cm}$ ， $BC = 8\text{cm}$ ，

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \text{ (cm)},$$

当点 D 与点 A 重合时， $BD = AB = 10\text{cm}$ ，

$$\therefore t = \frac{10}{2} = 5 \text{ (s)};$$

（2）当 $0 < t < 5$ 时，（ D 在 AB 上），

$$\because DE \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC},$$

$$\therefore \frac{DE}{8} = \frac{10-2t}{10} = \frac{6-CE}{6},$$

$$\text{解得：} DE = \frac{40-8t}{5}, CE = \frac{6}{5}t,$$

$$\because DE \parallel BC, \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CED = 90^\circ,$$

$$\therefore S = \frac{1}{2} DE \cdot CE = \frac{1}{2} \times \frac{40-8t}{5} \times \frac{6}{5}t = -\frac{24}{25}t^2 + \frac{24}{5}t;$$

如图 2，当 $5 < t < 8$ 时，（ D 在 AC 上），

$$\text{则 } AD = 2t - 10,$$

$$\therefore CD = 16 - 2t,$$

$$\because DE \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ACB,$$

$$\therefore \frac{DE}{CB} = \frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC},$$

$$\therefore \frac{DE}{8} = \frac{2t-10}{6},$$

$$\therefore DE = \frac{8t-40}{3},$$

$$\therefore S = \frac{1}{2} DE \cdot CD = \frac{1}{2} \times \frac{8t-40}{3} \times (16-2t) = -\frac{8}{3}t^2 + \frac{104}{3}t - \frac{320}{3},$$

综上所述, S 关于 t 的函数解析式为 $S = \begin{cases} -\frac{24}{25}t^2 + \frac{24}{5}t & (0 < t < 5) \\ -\frac{8}{3}t^2 + \frac{104}{3}t - \frac{320}{3} & (5 < t < 8) \end{cases}$.

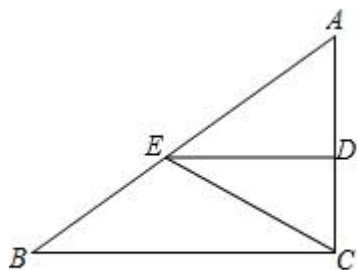


图2

25. (11分) 如图1, $\triangle ABC$ 中, 点 D, E, F 分别在边 AB, BC, AC 上, $BE = CE$, 点 G 在线段 CD 上, $CG = CA$, $GF = DE$, $\angle AFG = \angle CDE$.

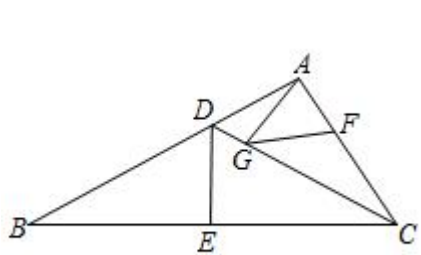


图1

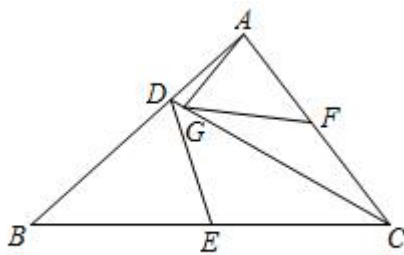


图2

(1) 填空: 与 $\angle CAG$ 相等的角是 $\angle CGA$;

(2) 用等式表示线段 AD 与 BD 的数量关系, 并证明;

(3) 若 $\angle BAC = 90^\circ$, $\angle ABC = 2\angle ACD$ (如图2), 求 $\frac{AC}{AB}$ 的值.

【分析】(1) 根据等腰三角形等边对等角回答即可;

(2) 在 CG 上取点 M , 使 $GM = AF$, 连接 AM, EM , 证明 $\triangle AGM \cong \triangle GAF$, 得到 $AM = GF$, $\angle AFG = \angle AMG$, 从而证明四边形 $AMED$ 为平行四边形, 得到 $AD = EM$, $AD \parallel EM$, 最后利用中位线定理得到结论;

(3) 延长 BA 至点 N , 使 $AD = AN$, 连接 CN , 证明 $\triangle BCN$ 为等腰三角形, 设 $AD = 1$, 可得 AB 和 BC 的长, 利用勾股定理求出 AC , 即可得到 $\frac{AC}{AB}$ 的值.

【解答】解: (1) $\because CA = CG$,

$$\therefore \angle CAG = \angle CGA,$$

故答案为: $\angle CGA$;

(2) $AD = \frac{1}{2}BD$, 理由是:

如图, 在 CG 上取点 M , 使 $GM = AF$, 连接 AM , EM ,

$$\because \angle CAG = \angle CGA, AG = GA,$$

$$\therefore \triangle AGM \cong \triangle GAF \text{ (SAS)},$$

$$\therefore AM = GF, \angle AFG = \angle AMG,$$

$$\because GF = DE, \angle AFG = \angle CDE,$$

$$\therefore AM = DE, \angle AMG = \angle CDE,$$

$$\therefore AM \parallel DE,$$

$$\therefore \text{四边形 } AMED \text{ 为平行四边形},$$

$$\therefore AD = EM, AD \parallel EM,$$

$$\because BE = CE, \text{ 即点 } E \text{ 为 } BC \text{ 中点},$$

$$\therefore ME \text{ 为 } \triangle BCD \text{ 的中位线},$$

$$\therefore AD = ME = \frac{1}{2}BD;$$

(3) 延长 BA 至点 N , 使 $AD = AN$, 连接 CN ,

$$\because \angle BAC = \angle NAC = 90^\circ,$$

$$\therefore AC \text{ 垂直平分 } DN,$$

$$\therefore CD = CN,$$

$$\therefore \angle ACD = \angle ACN,$$

$$\text{设 } \angle ACD = \alpha = \angle ACN, \text{ 则 } \angle ABC = 2\alpha,$$

$$\text{则 } \angle ANC = 90 - \alpha,$$

$$\therefore \angle BCN = 180 - 2\alpha - (90 - \alpha) = 90 - \alpha,$$

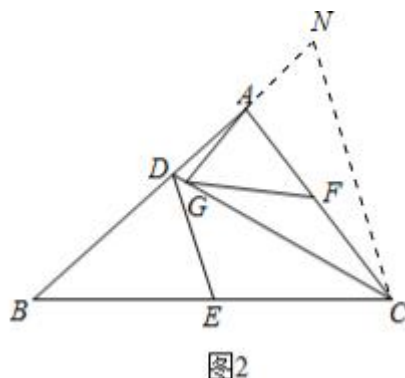
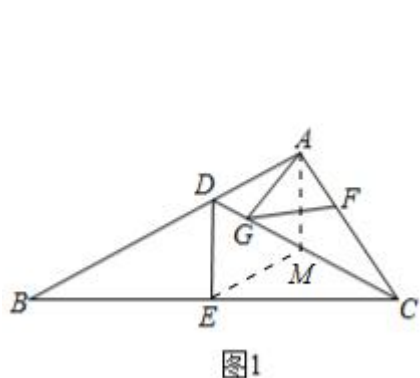
$$\therefore BN = BC, \text{ 即 } \triangle BCN \text{ 为等腰三角形},$$

$$\text{设 } AD = 1, \text{ 则 } AN = 1, BD = 2,$$

$$\therefore BC = BN = 4, AB = 3,$$

$$\therefore AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{7},$$

$$\therefore \frac{AC}{AB} = \frac{\sqrt{7}}{3}.$$



26. (12分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 函数 F_1 和 F_2 的图象关于 y 轴对称, 它们与直线 $x = t$ ($t > 0$) 分别相交于点 P, Q .

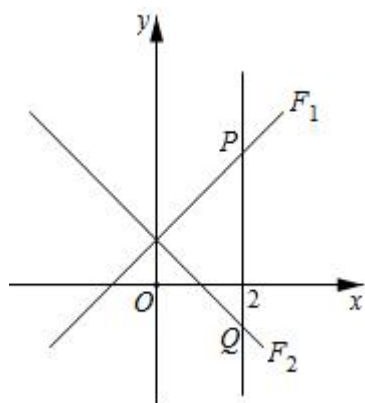
(1) 如图, 函数 F_1 为 $y = x + 1$, 当 $t = 2$ 时, PQ 的长为 4;

(2) 函数 F_1 为 $y = \frac{3}{x}$, 当 $PQ = 6$ 时, t 的值为 1;

(3) 函数 F_1 为 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$),

① 当 $t = \frac{\sqrt{b}}{b}$ 时, 求 $\triangle OPQ$ 的面积;

② 若 $c > 0$, 函数 F_1 和 F_2 的图象与 x 轴正半轴分别交于点 $A(5, 0)$, $B(1, 0)$, 当 $c \leq x \leq c + 1$ 时, 设函数 F_1 的最大值和函数 F_2 的最小值的差为 h , 求 h 关于 c 的函数解析式, 并直接写出自变量 c 的取值范围.



【分析】 (1) 根据 F_1 和 F_2 关于 y 轴对称得出 F_2 的解析式, 求出 P, Q 两点坐标, 即可得到 PQ ;

(2) 根据 F_1 和 F_2 关于 y 轴对称得出 F_2 的解析式, 求出 P, Q 两点坐标, 根据 $PQ = 6$ 得出方程, 解出 t 值即可;

(3) ①根据 F_1 和 F_2 关于 y 轴对称得出 F_2 的解析式, 将 $x = \frac{\sqrt{b}}{b}$ 代入解析式, 求出 P 、 Q

两点坐标, 从而得出 $\triangle OPQ$ 的面积;

②根据题意得出两个函数的解析式, 再分当 $0 < c < 1$ 时, 当 $1 \leq c \leq 2$ 时, 当 $c > 2$ 时, 三种情况, 分析两个函数的增减性, 得出最值, 相减即可.

【解答】解: (1) $\because F_1: y = x+1$,

F_1 和 F_2 关于 y 轴对称,

$$\therefore F_2: y = -x+1,$$

分别令 $x = 2$, 则 $2+1 = 3$, $-2+1 = -1$,

$$\therefore P(2, 3), Q(2, -1),$$

$$\therefore PQ = 3 - (-1) = 4,$$

故答案为: 4;

$$(2) \because F_1: y = \frac{3}{x},$$

$$\text{可得: } F_2: y = -\frac{3}{x},$$

$$\because x = t, \text{ 可得: } P(t, \frac{3}{t}), Q(t, -\frac{3}{t}),$$

$$\therefore PQ = \frac{3}{t} - (-\frac{3}{t}) = \frac{6}{t} = 6,$$

解得: $t = 1$,

经检验: $t = 1$ 是原方程的解,

故答案为: 1;

$$(3) \text{ ①} \because F_1: y = ax^2 + bx + c,$$

$$\therefore F_2: y = ax^2 - bx + c,$$

$$\because t = \frac{\sqrt{b}}{b}, \text{ 分别代入 } F_1, F_2,$$

$$\text{可得: } P(\frac{\sqrt{b}}{b}, \frac{a}{b} + \sqrt{b} + c), Q(\frac{\sqrt{b}}{b}, \frac{a}{b} - \sqrt{b} + c),$$

$$\therefore PQ = |\frac{a}{b} + \sqrt{b} + c - (\frac{a}{b} - \sqrt{b} + c)| = 2\sqrt{b},$$

$$\therefore S_{\triangle OPQ} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{b} \times \frac{\sqrt{b}}{b} = 1;$$

② $\because$ 函数 F_1 和 F_2 的图象与 x 轴正半轴分别交于点 $A(5, 0)$, $B(1, 0)$,

而函数 F_1 和 F_2 的图象关于 y 轴对称,

$\therefore$ 函数 F_1 的图象经过 $A(5, 0)$ 和 $(-1, 0)$,

$$\therefore \text{设 } F_1: y = a(x+1)(x-5) = ax^2 - 4ax - 5a,$$

$$\text{则 } F_2: y = ax^2 + 4ax - 5a,$$

$$\therefore F_1 \text{ 的图象的对称轴是直线 } x=2, \text{ 且 } c = -5a,$$

$$\therefore a = -\frac{c}{5},$$

$$\because c > 0, \text{ 则 } a < 0, c+1 > 1,$$

而 F_2 的图象在 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而减小,

当 $0 < c < 1$ 时,

F_1 的图象 y 随 x 的增大而增大, F_2 的图象 y 随 x 的增大而减小,

$$\therefore \text{当 } x = c+1 \text{ 时, } y = ax^2 - 4ax - 5a \text{ 的最大值为 } a(c+1)^2 - 4a(c+1) - 5a,$$

$$y = ax^2 + 4ax - 5a \text{ 的最小值为 } a(c+1)^2 + 4a(c+1) - 5a,$$

$$\text{则 } h = a(c+1)^2 - 4a(c+1) - 5a - [a(c+1)^2 + 4a(c+1) - 5a] = -8ac - 8a,$$

$$\text{又 } \because a = -\frac{c}{5},$$

$$\therefore h = \frac{8}{5}c^2 + \frac{8}{5}c;$$

当 $1 \leq c \leq 2$ 时,

$$F_1 \text{ 的最大值为 } \frac{4a \times (-5a) - (-4a)^2}{4a} = -9a, F_2 \text{ 的图象 } y \text{ 随 } x \text{ 的增大而减小,}$$

$$\therefore F_2 \text{ 的最小值为: } a(c+1)^2 + 4a(c+1) - 5a,$$

$$\text{则 } h = -9a - [a(c+1)^2 + 4a(c+1) - 5a] = -a(c+1)^2 - 4a(c+1) - 4a = -ac^2 - 6ac - 9a,$$

$$\text{又 } \because a = -\frac{c}{5},$$

$$\therefore h = \frac{1}{5}c^3 + \frac{6}{5}c^2 + \frac{9}{5}c,$$

当 $c > 2$ 时,

F_1 的图象 y 随 x 的增大而减小, F_2 的图象 y 随 x 的增大而减小,

$$\therefore \text{当 } x = c \text{ 时, } y = ax^2 - 4ax - 5a \text{ 的最大值为 } ac^2 - 4ac - 5a,$$

$$\text{当 } x = c+1 \text{ 时, } y = ax^2 + 4ax - 5a \text{ 的最小值为 } a(c+1)^2 - 4a(c+1) - 5a,$$

$$\text{则 } h = ac^2 - 4ac - 5a - [a(c+1)^2 - 4a(c+1) - 5a] = 3a - 2ac,$$

$$\text{又 } \because a = -\frac{c}{5},$$

$$\therefore h = \frac{2}{5}c^2 - \frac{3}{5}c;$$

综上： h 关于 x 的解析式为：

$$\begin{cases} \frac{8}{5}c^2+\frac{8}{5}c(0<c<1) \\ \frac{1}{5}c^3+\frac{6}{5}c^2+\frac{9}{5}c(1\leqslant c\leqslant 2). \\ \frac{2}{5}c^2-\frac{3}{5}c(c>2) \end{cases}$$