

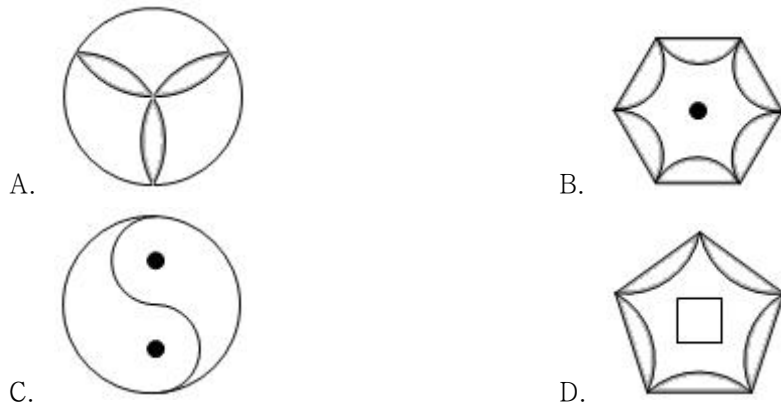
2019 年辽宁省本溪市中考数学试卷

一、选择题 (本题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. (3 分) 下列各数是正数的是 ()

- A. 0 B. 5 C. $-\frac{1}{2}$ D. $-\sqrt{2}$

2. (3 分) 下列图形中, 既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



3. (3 分) 下列计算正确的是 ()

- A. $x^7 \div x = x^7$ B. $(-3x^2)^2 = -9x^4$
C. $x^3 \cdot x^3 = 2x^6$ D. $(x^3)^2 = x^6$

4. (3 分) 2019 年 6 月 8 日, 全国铁路发送旅客约 9560000 次, 将数据 9560000 科学记数法表示为 ()

- A. 9.56×10^6 B. 95.6×10^5 C. 0.956×10^7 D. 956×10^4

5. (3 分) 下表是我市七个县 (区) 今年某日最高气温 ($^{\circ}\text{C}$) 的统计结果:

县 (区)	平山区	明山区	溪湖区	南芬区	高新区	本溪县	恒仁县
气温 ($^{\circ}\text{C}$)	26	26	25	25	25	23	22

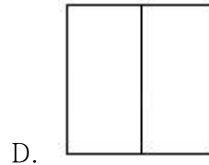
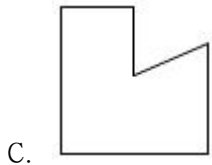
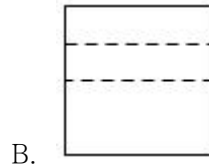
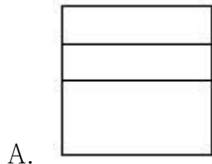
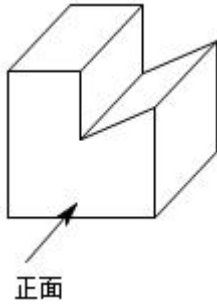
则该日最高气温 ($^{\circ}\text{C}$) 的众数和中位数分别是 ()

- A. 25, 25 B. 25, 26 C. 25, 23 D. 24, 25

6. (3 分) 不等式组 $\begin{cases} x-3 > 0 \\ 2x-8 \leq 0 \end{cases}$ 的解集是 ()

- A. $x > 3$ B. $x \leq 4$ C. $x < 3$ D. $3 < x \leq 4$

7. (3 分) 如图所示, 该几何体的左视图是 ()



8. (3分) 下列事件属于必然事件的是 ()

- A. 打开电视, 正在播出系列专题片“航拍中国”
- B. 若原命题成立, 则它的逆命题一定成立
- C. 一组数据的方差越小, 则这组数据的波动越小
- D. 在数轴上任取一点, 则该点表示的数一定是有理数

9. (3分) 为推进垃圾分类, 推动绿色发展. 某化工厂要购进甲、乙两种型号机器人用来进行分类. 用 360 万元购买甲型机器人和用 480 万元购买乙型机器人的台数相同, 两种型号机器人的单价和为 140 万元. 若设甲型机器人每台 x 万元, 根据题意, 所列方程正确的是 ()

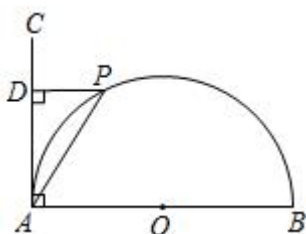
A. $\frac{360}{x} = \frac{480}{140-x}$

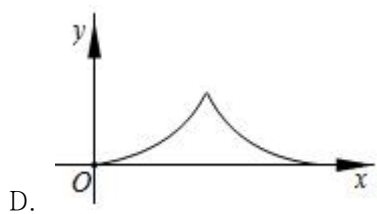
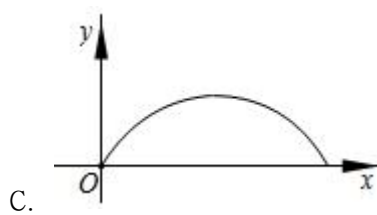
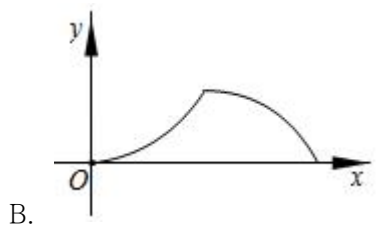
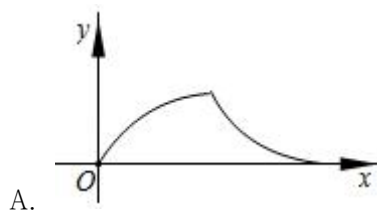
B. $\frac{360}{140-x} = \frac{480}{x}$

C. $\frac{360}{x} + \frac{480}{x} = 140$

D. $\frac{360}{x} - 140 = \frac{480}{x}$

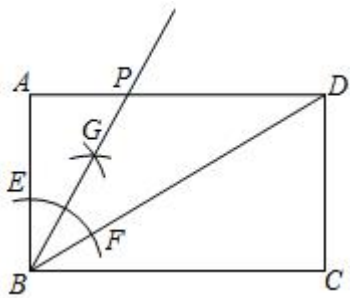
10. (3分) 如图, 点 P 是以 AB 为直径的半圆上的动点, $CA \perp AB$, $PD \perp AC$ 于点 D , 连接 AP , 设 $AP = x$, $PA - PD = y$, 则下列函数图象能反映 y 与 x 之间关系的是 ()



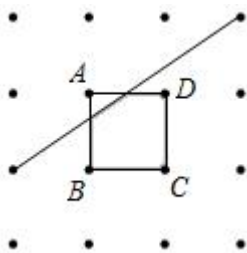


二、填空题 (本题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

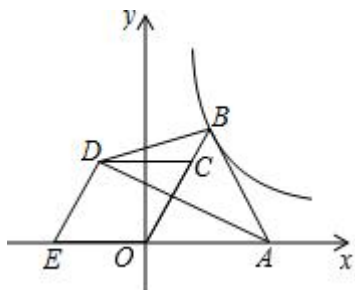
11. (3 分) 若 $\sqrt{x-2}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围为_____.
12. (3 分) 函数 $y=5x$ 的图象经过的象限是_____.
13. (3 分) 如果关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + k = 0$ 有实数根, 那么 k 的取值范围是_____.
14. (3 分) 在平面直角坐标系中, 点 A, B 的坐标分别是 $A(4, 2), B(5, 0)$, 以点 O 为位似中心, 相似比为 $\frac{1}{2}$, 把 $\triangle ABO$ 缩小, 得到 $\triangle A_1B_1O$, 则点 A 的对应点 A_1 的坐标为_____.
15. (3 分) 如图, BD 是矩形 $ABCD$ 的对角线, 在 BA 和 BD 上分别截取 BE, BF , 使 $BE=BF$; 分别以 E, F 为圆心, 以大于 $\frac{1}{2}EF$ 的长为半径作弧, 两弧在 $\angle ABD$ 内交于点 G , 作射线 BG 交 AD 于点 P , 若 $AP=3$, 则点 P 到 BD 的距离为_____.



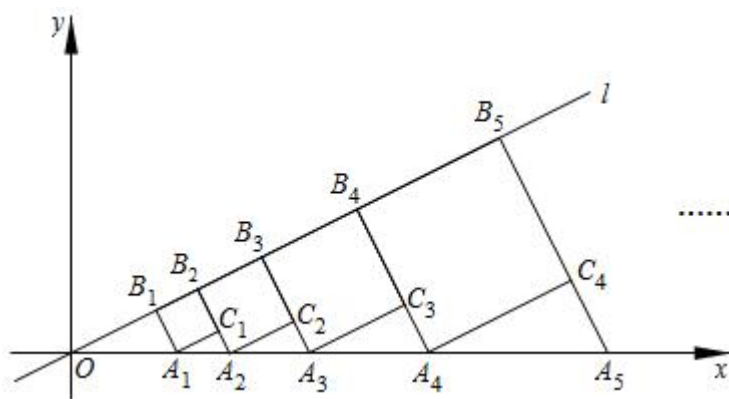
16. (3 分) 如图所示的点阵中, 相邻的四个点构成正方形, 小球只在点阵中的小正方形 $ABCD$ 内自由滚动时, 则小球停留在阴影区域的概率为_____.



17. (3 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 等边 $\triangle OAB$ 和菱形 $OCDE$ 的边 OA , OE 都在 x 轴上, 点 C 在 OB 边上, $S_{\triangle ABD} = \sqrt{3}$, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象经过点 B , 则 k 的值为_____.



18. (3 分) 如图, 点 B_1 在直线 $l: y = \frac{1}{2}x$ 上, 点 B_1 的横坐标为 2, 过 B_1 作 $B_1A_1 \perp l$, 交 x 轴于点 A_1 , 以 A_1B_1 为边, 向右作正方形 $A_1B_1B_2C_1$, 延长 B_2C_1 交 x 轴于点 A_2 ; 以 A_2B_2 为边, 向右作正方形 $A_2B_2B_3C_2$, 延长 B_3C_2 交 x 轴于点 A_3 ; 以 A_3B_3 为边, 向右作正方形 $A_3B_3B_4C_3$, 延长 B_4C_3 交 x 轴于点 A_4 ; $\cdots$; 按照这个规律进行下去, 点 C_n 的横坐标为_____ (结果用含正整数 n 的代数式表示)



三、解答题 (第 19 题 10 分, 第 20 题 12 分, 共 22 分)

19. (10 分) 先化简, 再求值 $(\frac{a^2-4}{a^2-4a+4} - \frac{1}{2-a}) \div \frac{2}{a^2-2a}$, 其中 a 满足 $a^2+3a-2=0$.

20. (12 分) 某中学为了提高学生的综合素质, 成立了以下社团: A. 机器人, B. 围棋, C. 羽毛球, D. 电影配音. 每人只能加入一个社团. 为了解学生参加社团的情况, 从参加社团的学生中随机抽取了部分学生进行调查, 并将调查结果绘制成如下两幅不完整的统计图, 其中图 (1) 中 A 所占扇形的圆心角为 36° .

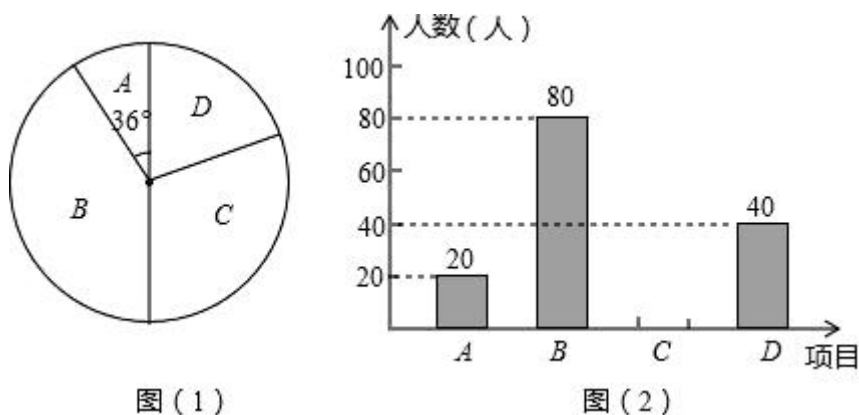


图 (1)

图 (2)

根据以上信息, 解答下列问题:

- (1) 这次被调查的学生共有_____人;
- (2) 请你将条形统计图补充完整;
- (3) 若该校共有 1000 学生加入了社团, 请你估计这 1000 名学生中有多少人参加了羽毛球社团;
- (4) 在机器人社团活动中, 由于甲、乙、丙、丁四人平时的表现优秀, 现决定从这四人中任选两名参加机器人大赛. 用树状图或列表法求恰好选中甲、乙两位同学的概率.

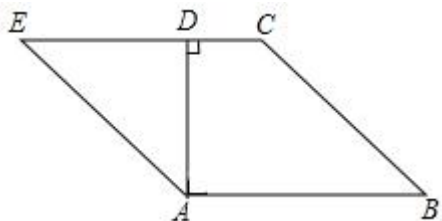
四、解答题 (第 21 题 12 分, 第 22 题 12 分, 共 24 分)

21. (12 分) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AD \perp CD$, $\angle B = 45^\circ$, 延长 CD 到点 E ,

使 $DE=DA$ ，连接 AE 。

(1) 求证: $AE=BC$;

(2) 若 $AB=3$, $CD=1$, 求四边形 $ABCE$ 的面积.



22. (12 分) 小李要外出参加“建国 70 周年”庆祝活动, 需网购一个拉杆箱, 图①, ②分别是她上网时看到的某种型号拉杆箱的实物图与示意图, 并获得了如下信息: 滑杆 DE , 箱长 BC , 拉杆 AB 的长度都相等, B, F 在 AC 上, C 在 DE 上, 支杆 $DF=30\text{cm}$, $CE:CD=1:3$, $\angle DCF=45^\circ$, $\angle CDF=30^\circ$, 请根据以上信息, 解决下列向题.

(1) 求 AC 的长度 (结果保留根号);

(2) 求拉杆端点 A 到水平滑杆 ED 的距离 (结果保留根号).



图1

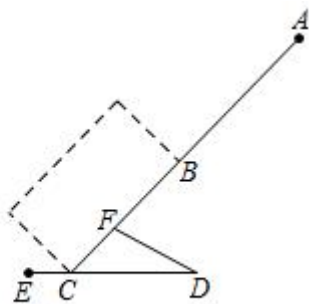


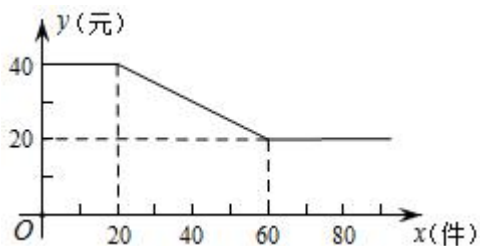
图2

五、解答题 (满分 12 分)

23. (12 分) 某工厂生产一种火爆的网红电子产品, 每件产品成本 16 元、工厂将该产品进行网络批发, 批发单价 y (元) 与一次性批发量 x (件) (x 为正整数) 之间满足如图所示的函数关系.

(1) 直接写出 y 与 x 之间所满足的函数关系式, 并写出自变量 x 的取值范围;

(2) 若一次性批发量不超过 60 件, 当批发量为多少件时, 工厂获利最大? 最大利润是多少?

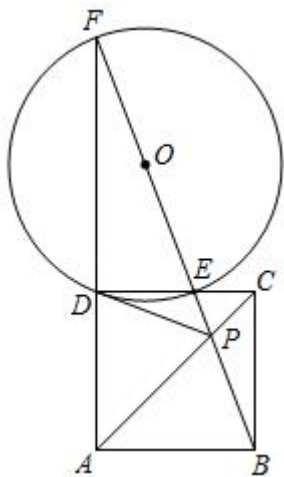


六、解答题 (满分 12 分)

24. (12 分) 如图, 点 P 为正方形 $ABCD$ 的对角线 AC 上的一点, 连接 BP 并延长交 CD 于点 E , 交 AD 的延长线于点 F , $\odot O$ 是 $\triangle DEF$ 的外接圆, 连接 DP .

(1) 求证: DP 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $\tan \angle PDC = \frac{1}{2}$, 正方形 $ABCD$ 的边长为 4, 求 $\odot O$ 的半径和线段 OP 的长.



七、解答题 (满分 12 分)

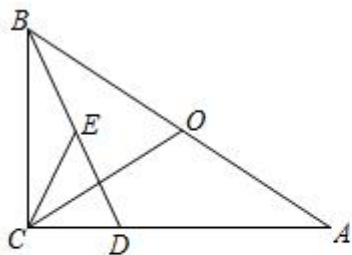
25. (12 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BCA = 90^\circ$, $\angle A < \angle ABC$, D 是 AC 边上一点, 且 $DA = DB$, O 是 AB 的中点, CE 是 $\triangle BCD$ 的中线.

(1) 如图 a , 连接 OC , 请直接写出 $\angle OCE$ 和 $\angle OAC$ 的数量关系: _____;

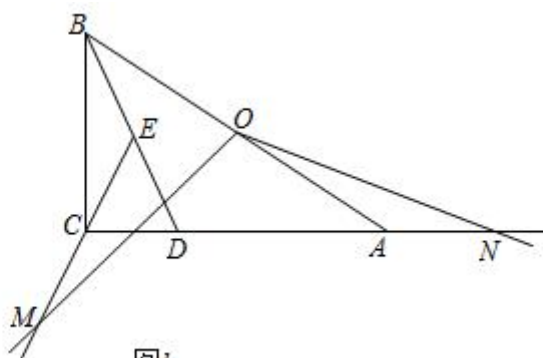
(2) 点 M 是射线 EC 上的一个动点, 将射线 OM 绕点 O 逆时针旋转得射线 ON , 使 $\angle MON = \angle ADB$, ON 与射线 CA 交于点 N .

①如图 b , 猜想并证明线段 OM 和线段 ON 之间的数量关系;

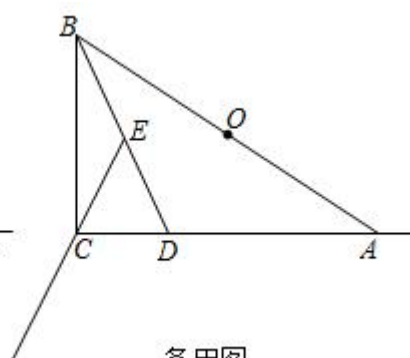
②若 $\angle BAC = 30^\circ$, $BC = m$, 当 $\angle AON = 15^\circ$ 时, 请直接写出线段 ME 的长度 (用含 m 的代数式表示).



图a



图b



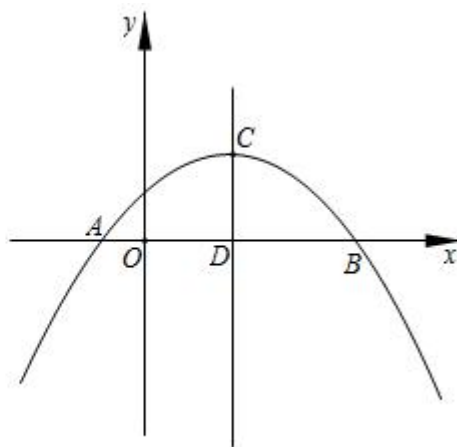
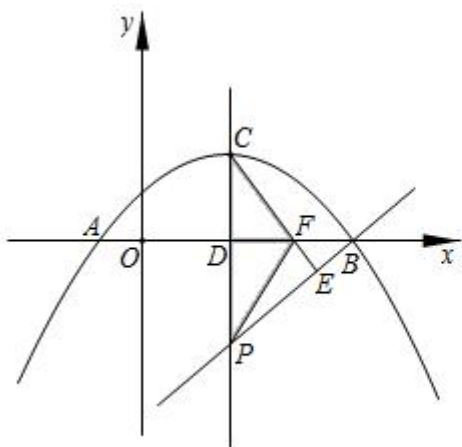
备用图

八、解答题 (满分 14 分)

26. (14 分) 抛物线 $y = -\frac{2}{9}x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于 $A(-1, 0)$, $B(5, 0)$ 两点, 顶点为 C ,

对称轴交 x 轴于点 D , 点 P 为抛物线对称轴 CD 上的一动点 (点 P 不与 C, D 重合). 过点 C 作直线 PB 的垂线交 PB 于点 E , 交 x 轴于点 F .

- (1) 求抛物线的解析式;
- (2) 当 $\triangle PCF$ 的面积为 5 时, 求点 P 的坐标;
- (3) 当 $\triangle PCF$ 为等腰三角形时, 请直接写出点 P 的坐标.



备用图

2019 年辽宁省本溪市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题 (本题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. 【解答】解: 0 既不是正数, 也不是负数; 5 是正数; $-\frac{1}{2}$ 和 $-\sqrt{2}$ 都是负数.

故选: B.

2. 【解答】解: A、不是中心对称图形, 是轴对称图形, 故本选项不符合题意;

B、既是轴对称图形又是中心对称图形, 故本选项符合题意;

C、是中心对称图形, 不是轴对称图形, 故本选项不符合题意;

D、不是中心对称图形, 是轴对称图形, 故本选项不符合题意.

故选: B.

3. 【解答】解: A、 $x^7 \div x = x^6$, 故此选项错误;

B、 $(-3x^2)^2 = 9x^4$, 故此选项错误;

C、 $x^3 \cdot x^3 = x^6$, 故此选项错误;

D、 $(x^3)^2 = x^6$, 故此选项正确;

故选: D.

4. 【解答】解: 将数据 9560000 科学记数法表示为 9.56×10^6 .

故选: A.

5. 【解答】解: $\therefore$ 在这 7 个数中, 25 ($^{\circ}\text{C}$) 出现了 3 次, 出现的次数最多,

$\therefore$ 该日最高气温 ($^{\circ}\text{C}$) 的众数是 25;

把这组数据按照从小到大的顺序排列位于中间位置的数是 25,

则中位数为: 25;

故选: A.

6. 【解答】解:
$$\begin{cases} x-3 > 0 & \text{①} \\ 2x-8 \leq 0 & \text{②} \end{cases}$$

由①得: $x > 3$,

由②得: $x \leq 4$,

则不等式组的解集为 $3 < x \leq 4$,

故选: D.

7. 【解答】解：从左边看是一个矩形，中间有两条水平的虚线，

故选：B.

8. 【解答】解：A、打开电视，正在播出系列专题片“航拍中国”，是随机事件，不合题意；

B、若原命题成立，则它的逆命题一定成立，是随机事件，不合题意；

C、一组数据的方差越小，则这组数据的波动越小，是必然事件，符合题意；

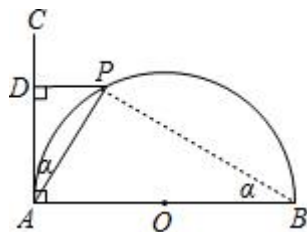
D、在数轴上任取一点，则该点表示的数一定是有理数，是随机事件，不合题意；

故选：C.

9. 【解答】解：设甲型机器人每台 x 万元，根据题意，可得：
$$\frac{360}{x} = \frac{480}{140-x},$$

故选：A.

10. 【解答】设：圆的半径为 R ，连接 PB ，



$$\text{则 } \sin \angle ABP = \frac{AP}{2R} = \frac{1}{2R} x,$$

$\because CA \perp AB$ ，即 AC 是圆的切线，则 $\angle PDA = \angle PBA = \alpha$ ，

$$\text{则 } PD = AP \sin \alpha = x \times \frac{1}{2R} x = \frac{1}{2R} x^2,$$

$$\text{则 } y = PA - PD = -\frac{1}{2R} x^2 + x,$$

图象为开口向下的抛物线，

故选：C.

二、填空题（本题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

11. 【解答】解：由题意得： $x - 2 \geq 0$ ，

解得： $x \geq 2$ ，

故答案为： $x \geq 2$ 。

12. 【解答】解：函数 $y = 5x$ 的图象经过一三象限，

故答案为：一、三

13. 【解答】解：根据题意得： $\Delta = 16 - 4k \geq 0$ ，

解得： $k \leq 4$ 。

故答案为: $k \leq 4$.

14. 【解答】解: 以点 O 为位似中心, 相比为 $\frac{1}{2}$, 把 $\triangle ABO$ 缩小, 点 A 的坐标是 $A(4, 2)$,

则点 A 的对应点 A_1 的坐标为 $(4 \times \frac{1}{2}, 2 \times \frac{1}{2})$ 或 $(-4 \times \frac{1}{2}, -2 \times \frac{1}{2})$, 即 $(2, 1)$ 或 $(-$

$2, -1)$,

故答案为: $(2, 1)$ 或 $(-2, -1)$.

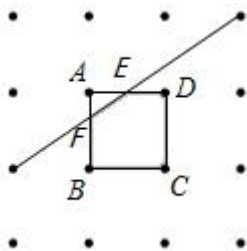
15. 【解答】解: 结合作图的过程知: BP 平分 $\angle ABD$,

$$\because \angle A = 90^\circ, AP = 3,$$

$\therefore$ 点 P 到 BD 的距离等于 AP 的长, 为 3,

故答案为: 3.

16. 【解答】解: 如图所示, AD 与直线的交点为 E , AB 与直线的交点为 F ,



根据题意可知 $AE = \frac{1}{2} AB$, $AF = \frac{1}{4} AB$,

$$\therefore S_{\triangle AEF} = \frac{1}{2} AE \cdot AF = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} AB \times \frac{1}{4} AB = \frac{1}{16} AB^2,$$

$$\therefore \text{小球停留在阴影区域的概率为: } 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}.$$

故答案为: $\frac{15}{16}$

17. 【解答】解: 连接 OD ,

$\because \triangle OAB$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle AOB = 60^\circ,$$

$\because$ 四边形 $OCDE$ 是菱形,

$$\therefore DE \parallel OB,$$

$$\therefore \angle DEO = \angle AOB = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle DEO$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle DOE = \angle BAO = 60^\circ,$$

$$\therefore OD \parallel AB,$$

$$\therefore S_{\triangle BDO} = S_{\triangle AOD},$$

$$\therefore S_{\text{四边形 } ABDO} = S_{\triangle ADO} + S_{\triangle ABD} = S_{\triangle BDO} + S_{\triangle AOB},$$

$$\therefore S_{\triangle AOB} = S_{\triangle ABD} = \sqrt{3},$$

过 B 作 $BH \perp OA$ 于 H ,

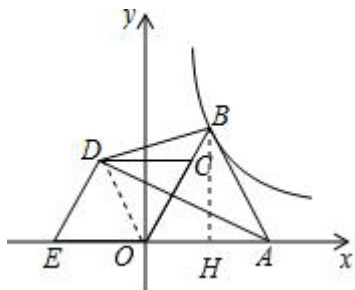
$$\therefore OH = AH,$$

$$\therefore S_{\triangle OBH} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$\therefore$ 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象经过点 B ,

$$\therefore k \text{ 的值为 } \sqrt{3},$$

故答案为: $\sqrt{3}$.



18. 【解答】解: 过点 B_1 、 C_1 、 C_2 、 C_3 、 C_4 分别作 $B_1D \perp x$ 轴, $C_1D_1 \perp x$ 轴, $C_2D_2 \perp x$ 轴, $C_3D_3 \perp x$ 轴, $C_4D_4 \perp x$ 轴, $\cdots$ 垂足分别为 D 、 D_1 、 D_2 、 D_3 、 $D_4 \cdots$

$\therefore$ 点 B_1 在直线 $l: y = \frac{1}{2}x$ 上, 点 B_1 的横坐标为 2,

$\therefore$ 点 B_1 的纵坐标为 1,

即: $OD = 2$, $B_1D = 1$,

图中所有的直角三角形都相似, 两条直角边的比都是 1: 2,

$$\frac{B_1D}{OD} = \frac{1}{2} = \frac{DA_1}{B_1D} = \frac{C_1D_1}{A_1D_1} = \frac{D_1A_2}{C_1D_1} = \cdots$$

$\therefore$ 点 C_1 的横坐标为: $2 + \frac{1}{2} + \left(\frac{3}{2}\right)^0$,

点 C_2 的横坐标为: $2 + \frac{1}{2} + \left(\frac{3}{2}\right)^0 + \left(\frac{3}{2}\right)^0 \times \frac{1}{4} + \left(\frac{3}{2}\right)^1 = \frac{5}{2} + \left(\frac{3}{2}\right)^0 \times \frac{5}{4} + \left(\frac{3}{2}\right)^1$

点 C_3 的横坐标为: $2 + \frac{1}{2} + \left(\frac{3}{2}\right)^0 + \left(\frac{3}{2}\right)^0 \times \frac{1}{4} + \left(\frac{3}{2}\right)^1 + \left(\frac{3}{2}\right)^1 \times \frac{1}{4} + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{5}{2} + \left(\frac{3}{2}\right)^0 \times \frac{5}{4} + \left(\frac{3}{2}\right)^1 \times \frac{5}{4} + \left(\frac{3}{2}\right)^2$

点 C_4 的横坐标为: $= \frac{5}{2} + \left(\frac{3}{2}\right)^0 \times \frac{5}{4} + \left(\frac{3}{2}\right)^1 \times \frac{5}{4} + \left(\frac{3}{2}\right)^2 \times \frac{5}{4} + \left(\frac{3}{2}\right)^3$

.....

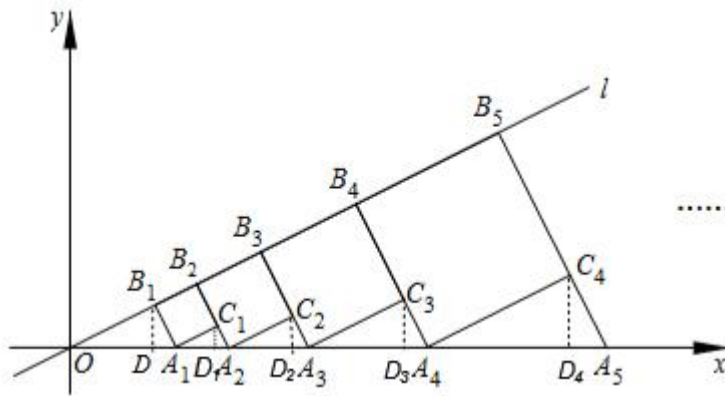
$$\text{点 } C_n \text{ 的横坐标为: } = \frac{5}{2} + \left(\frac{3}{2}\right)^0 \times \frac{5}{4} + \left(\frac{3}{2}\right)^1 \times \frac{5}{4} + \left(\frac{3}{2}\right)^2 \times \frac{5}{4} + \left(\frac{3}{2}\right)^3 \times \frac{5}{4} + \left(\frac{3}{2}\right)^4 \times \frac{5}{4} \dots\dots$$

$$+ \left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}$$

$$= \frac{5}{2} + \frac{5}{4} \left[\left(\frac{3}{2}\right)^0 + \left(\frac{3}{2}\right)^1 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^3 + \left(\frac{3}{2}\right)^4 \dots\dots \right] + \left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}$$

$$= \frac{7}{2} + \left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}$$

$$\text{故答案为: } \frac{7}{2} + \left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}$$



三、解答题 (第 19 题 10 分, 第 20 题 12 分, 共 22 分)

$$19. \text{【解答】解: } \left(\frac{a^2-4}{a^2-4a+4} - \frac{1}{2-a} \right) \div \frac{2}{a^2-2a}$$

$$= \left[\frac{(a+2)(a-2)}{(a-2)^2} + \frac{1}{a-2} \right] \cdot \frac{a(a-2)}{2}$$

$$= \left(\frac{a+2}{a-2} + \frac{1}{a-2} \right) \cdot \frac{a(a-2)}{2}$$

$$= \frac{a+3}{a-2} \cdot \frac{a(a-2)}{2}$$

$$= \frac{a(a+3)}{2}$$

$$= \frac{a^2+3a}{2},$$

$$\because a^2+3a-2=0,$$

$$\therefore a^2+3a=2,$$

$$\therefore \text{原式} = \frac{2}{2} = 1.$$

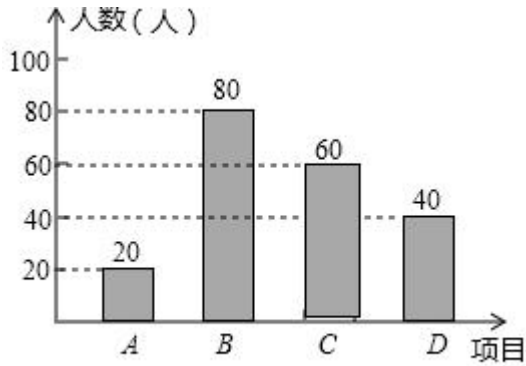
$$20. \text{【解答】解: (1) } \because A \text{ 类有 } 20 \text{ 人, 所占扇形的圆心角为 } 36^\circ,$$

$$\therefore \text{这次被调查的学生共有: } 20 \div \frac{36}{360} = 200 \text{ (人);}$$

故答案为：200；

(2) C项目对应人数为：200 - 20 - 80 - 40 = 60（人）；

补充如图.

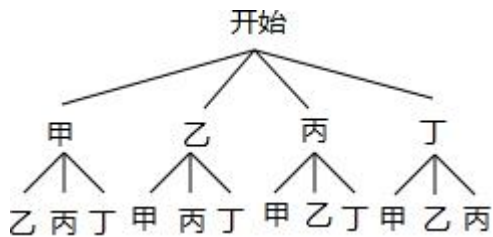


图(2)

$$(3) 1000 \times \frac{60}{200} = 300 \text{ (人)}$$

答：这 1000 名学生中有 300 人参加了羽毛球社团；

(4) 画树状图得：



∴ 共有 12 种等可能的情况，恰好选中甲、乙两位同学的有 2 种，

$$\therefore P(\text{选中甲、乙}) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}.$$

四、解答题 (第 21 题 12 分, 第 22 题 12 分, 共 24 分)

21. 【解答】证明：(1) $\because AB \parallel CD, \angle B = 45^\circ$

$$\therefore \angle C + \angle B = 180^\circ$$

$$\therefore \angle C = 135^\circ$$

$$\because DE = DA, AD \perp CD$$

$$\therefore \angle E = 45^\circ$$

$$\therefore \angle E + \angle C = 180^\circ$$

$$\therefore AE \parallel BC, \text{ 且 } AB \parallel CD$$

$\therefore$ 四边形 ABCE 是平行四边形

$$\therefore AE = BC$$

(2) $\because$ 四边形 $ABCE$ 是平行四边形

$$\therefore AB = CE = 3$$

$$\therefore AD = DE = AB - CD = 2$$

$$\therefore \text{四边形 } ABCE \text{ 的面积} = 3 \times 2 = 6$$

22. 【解答】解: (1) 过 F 作 $FH \perp DE$ 于 H ,

$$\therefore \angle FHC = \angle FHD = 90^\circ,$$

$$\because \angle FDC = 30^\circ, DF = 30,$$

$$\therefore FH = \frac{1}{2}DF = 15, DH = \frac{\sqrt{3}}{2}DF = 15\sqrt{3},$$

$$\because \angle FCH = 45^\circ,$$

$$\therefore CH = FH = 15,$$

$$\therefore CD = CH + DH = 15 + 15\sqrt{3},$$

$$\because CE:CD = 1:3,$$

$$\therefore DE = \frac{4}{3}CD = 20 + 20\sqrt{3},$$

$$\because AB = BC = DE,$$

$$\therefore AC = (40 + 40\sqrt{3}) \text{ cm};$$

(2) 过 A 作 $AG \perp ED$ 交 ED 的延长线于 G ,

$$\because \angle ACG = 45^\circ,$$

$$\therefore AG = \frac{\sqrt{2}}{2}AC = 20\sqrt{2} + 20\sqrt{6},$$

答: 拉杆端点 A 到水平滑杆 ED 的距离为 $(20\sqrt{2} + 20\sqrt{6}) \text{ cm}$.

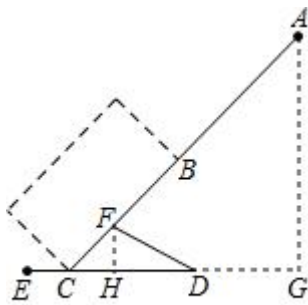


图2

五、解答题 (满分 12 分)

23. 【解答】解: (1) 当 $0 < x \leq 20$ 且 x 为整数时, $y = 40$;

$$\text{当 } 20 < x \leq 60 \text{ 且 } x \text{ 为整数时, } y = -\frac{1}{2}x + 50;$$

当 $x > 60$ 且 x 为整数时, $y = 20$;

(2) 设所获利润 w (元),

当 $0 < x \leq 20$ 且 x 为整数时, $y = 40$,

$$\therefore w = (40 - 16) \times 20 = 480 \text{ 元},$$

当 $0 < x \leq 20$ 且 x 为整数时, $y = 40$,

$$\therefore \text{当 } 20 < x \leq 60 \text{ 且 } x \text{ 为整数时, } y = -\frac{1}{2}x + 50,$$

$$\therefore w = (y - 16)x = \left(-\frac{1}{2}x + 50 - 16\right)x,$$

$$\therefore w = -\frac{1}{2}x^2 + 34x,$$

$$\therefore w = -\frac{1}{2}(x - 34)^2 + 578,$$

$$\because -\frac{1}{2} < 0,$$

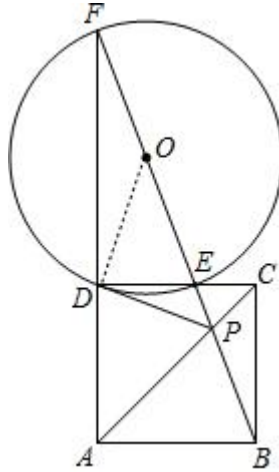
$\therefore$ 当 $x = 34$ 时, w 最大, 最大值为 578 元.

答: 一次批发 34 件时所获利润最大, 最大利润是 578 元.

六、解答题 (满分 12 分)

24. 【解答】(1) 连接 OD ,

$\because$ 正方形 $ABCD$ 中, $CD = BC$, $CP = CP$, $\angle DCP = \angle BCP = 45^\circ$,



$$\therefore \triangle CDP \cong \triangle CBP \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle CDP = \angle CBP,$$

$$\because \angle BCD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CBP + \angle BEC = 90^\circ,$$

$$\because OD = OE,$$

$$\therefore \angle ODE = \angle OED,$$

$$\angle OED = \angle BEC,$$

$$\therefore \angle BEC = \angle OED = \angle ODE,$$

$$\therefore \angle CDP + \angle ODE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ODP = 90^\circ,$$

$\therefore DP$ 是 $\odot O$ 的切线;

$$(2) \because \angle CDP = \angle CBE,$$

$$\therefore \tan \angle CBE = \tan \angle CDP = \frac{CE}{BC} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore CE = \frac{1}{2} \times 4 = 2,$$

$$\therefore DE = 2,$$

$$\because \angle EDF = 90^\circ,$$

$\therefore EF$ 是 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \angle F + \angle DEF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle F = \angle CDP,$$

$$\text{在 Rt}\triangle DEF \text{ 中, } \frac{DE}{DF} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore DF = 4,$$

$$\therefore EF = \sqrt{DE^2 + DF^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5},$$

$$\therefore OE = \sqrt{5},$$

$$\because \angle F = \angle PDE, \angle DPE = \angle FPD,$$

$$\therefore \triangle DPE \sim \triangle FPD,$$

$$\therefore \frac{PE}{PD} = \frac{PD}{PF} = \frac{DE}{DF},$$

设 $PE = x$, 则 $PD = 2x$,

$$\therefore x(x + 2\sqrt{5}) = (2x)^2,$$

$$\text{解得 } x = \frac{2}{3}\sqrt{5},$$

$$\therefore OP = OE + EP = \sqrt{5} + \frac{2\sqrt{5}}{3} = \frac{5\sqrt{5}}{3}.$$

七、解答题 (满分 12 分)

25. 【解答】解: (1) 结论: $\angle ECO = \angle OAC$.

理由: 如图 1 中, 连接 OE .

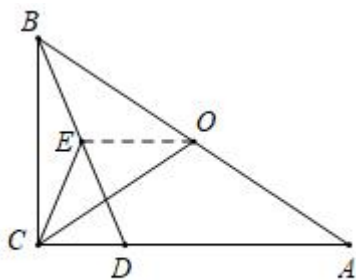


图1

$$\because \angle BCD = 90^\circ, \quad BE = ED, \quad BO = OA,$$

$$\therefore CE = ED = EB = \frac{1}{2}BD, \quad CO = OA = OB,$$

$$\therefore \angle OCA = \angle A,$$

$$\because BE = ED, \quad BO = OA,$$

$$\therefore OE \parallel AD, \quad OE = \frac{1}{2}AD,$$

$$\therefore CE = EO.$$

$$\therefore \angle EOC = \angle OCA = \angle ECO,$$

$$\therefore \angle ECO = \angle OAC.$$

故答案为: $\angle OCE = \angle OAC$.

(2) 如图 2 中,

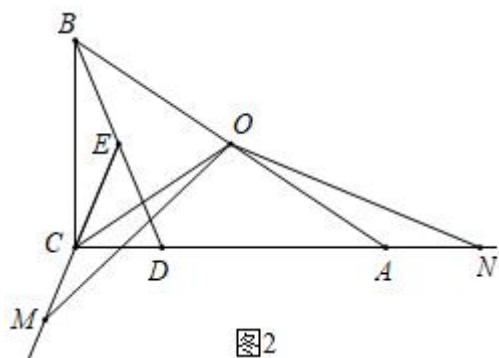


图2

$$\because OC = OA, \quad DA = DB,$$

$$\therefore \angle A = \angle OCA = \angle ABD,$$

$$\therefore \angle COA = \angle ADB,$$

$$\because \angle MON = \angle ADB,$$

$$\therefore \angle AOC = \angle MON,$$

$$\therefore \angle COM = \angle AON,$$

$$\begin{aligned}
&\because \angle ECO = \angle OAC, \\
&\therefore \angle MCO = \angle NAO, \\
&\because OC = OA, \\
&\therefore \triangle COM \cong \triangle AON \text{ (ASA)}, \\
&\therefore OM = ON.
\end{aligned}$$

②如图 3-1 中, 当点 N 在 CA 的延长线上时,

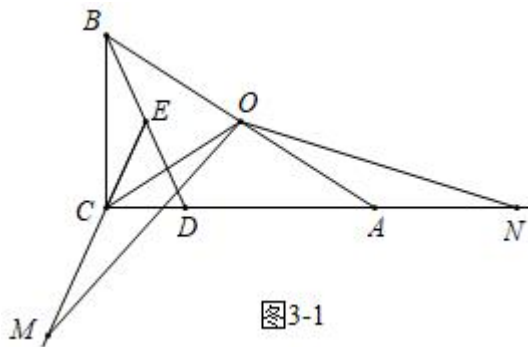
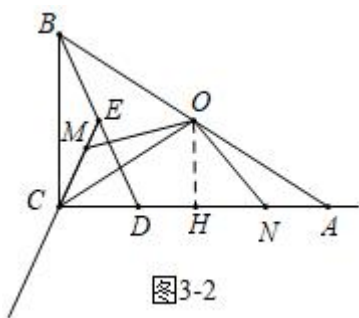


图3-1

$$\begin{aligned}
&\because \angle CAB = 30^\circ = \angle OAN + \angle ANO, \quad \angle AON = 15^\circ, \\
&\therefore \angle AON = \angle ANO = 15^\circ, \\
&\therefore OA = AN = m, \\
&\because \triangle OCM \cong \triangle OAN, \\
&\therefore CM = AN = m, \\
&\text{在 Rt}\triangle BCD \text{ 中, } \because BC = m, \quad \angle CDB = 60^\circ, \\
&\therefore BD = \frac{2\sqrt{3}}{3}m, \\
&\because BE = ED, \\
&\therefore CE = \frac{1}{2}BD = \frac{\sqrt{3}}{3}m, \\
&\therefore EM = CM + CE = m + \frac{\sqrt{3}}{3}m.
\end{aligned}$$

如图 3-2 中, 当点 N 在线段 AC 上时, 作 $OH \perp AC$ 于 H .



$$\because \angle AON = 15^\circ, \angle CAB = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle ONH = 15^\circ + 30^\circ = 45^\circ,$$

$$\therefore OH = HN = \frac{1}{2}m,$$

$$\therefore AH = \frac{\sqrt{3}}{2}m,$$

$$\therefore CM = AN = \frac{\sqrt{3}}{2}m - \frac{1}{2}m,$$

$$\therefore EC = \frac{\sqrt{3}}{3}m,$$

$$\therefore EM = EC - CM = \frac{\sqrt{3}}{3}m - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}m - \frac{1}{2}m\right) = \frac{1}{2}m - \frac{\sqrt{3}}{6}m,$$

综上所述，满足条件的 EM 的值为 $m + \frac{\sqrt{3}}{3}m$ 或 $\frac{1}{2}m - \frac{\sqrt{3}}{6}m$.

八、解答题 (满分 14 分)

26. 【解答】解：(1) 函数的表达式为： $y = \frac{2}{9}(x+1)(x-5) = -\frac{2}{9}x^2 + \frac{8}{9}x + \frac{10}{9}$;

(2) 抛物线的对称轴为 $x = 1$ ，则点 $C(2, 2)$ ，

设点 $P(2, m)$ ，

将点 P, B 的坐标代入一次函数表达式： $y = sx + t$ 并解得：

$$\text{函数 } PB \text{ 的表达式为： } y = -\frac{1}{3}mx + \frac{5m}{3} \cdots \textcircled{1},$$

$$\because CE \perp PE, \text{ 故直线 } CE \text{ 表达式中的 } k \text{ 值为 } \frac{3}{m},$$

将点 C 的坐标代入一次函数表达式，

$$\text{同理可得直线 } CE \text{ 的表达式为： } y = \frac{3}{m}x + \left(2 - \frac{6}{m}\right) \cdots \textcircled{2},$$

$$\text{联立 } \textcircled{1} \textcircled{2} \text{ 并解得： } x = 2 - \frac{2m}{3},$$

$$\text{故点 } F\left(2 - \frac{2m}{3}, 0\right),$$

$$S_{\triangle PCF} = \frac{1}{2} \times PC \times DF = \frac{1}{2}(2-m)\left(2 - \frac{2m}{3} - 2\right) = 5,$$

解得: $m=5$ 或 -3 (舍去 5),

故点 $P(2, -3)$;

(3) 由 (2) 确定的点 F 的坐标得:

$$CP^2 = (2-m)^2, CF^2 = \left(\frac{2m}{3}\right)^2 + 4, PF^2 = \left(\frac{2m}{3}\right)^2 + m^2,$$

①当 $CP=CF$ 时, 即: $(2-m)^2 = \left(\frac{2m}{3}\right)^2 + 4$, 解得: $m=0$ 或 $\frac{36}{5}$ (均舍去),

②当 $CP=PF$ 时, $(2-m)^2 = \left(\frac{2m}{3}\right)^2 + m^2$, 解得: $m=\frac{3}{2}$ 或 3 (舍去 3),

③当 $CF=PF$ 时, 同理可得: $m=\pm 2$ (舍去 2),

故点 $P(2, \frac{3}{2})$ 或 $(2, -2)$.

会员升级服务第一拨 · 清北季



神马, 有清华北大学霸方法论课; 还有清华学霸向所有的父母亲述自己求学之路;

衡水名校试卷悄悄的上线了;

扫qq领取官网不首发课程, 很多人我没告诉他啊!

会员qq专享等你来撩.....