

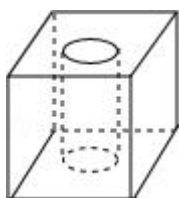
2018 年辽宁省阜新市中考数学试卷

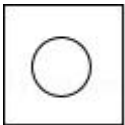
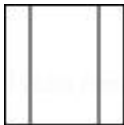
一、选择题（在每一小题给出的四个选项中，只有一个是正确的，每小题 3 分，共 30 分）

1. (3 分) -2018 的相反数是 ()

- A. -2018 B. 2018 C. ± 2018 D. $-\frac{1}{2018}$

2. (3 分) 如图所示，是一个空心正方体，它的左视图是 ()



- A.  B.  C.  D. 

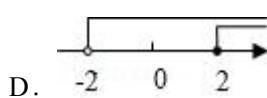
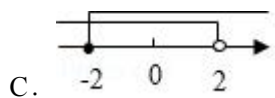
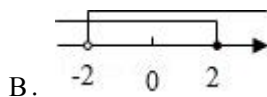
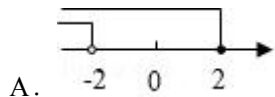
3. (3 分) 某中学篮球队 12 名队员的年龄情况如下表：

年龄/岁	12	13	14	15	16
人数	1	3	4	2	2

关于这 12 名队员的年龄，下列说法中正确的是 ()

- A. 众数为 14 B. 极差为 3 C. 中位数为 13 D. 平均数为 14

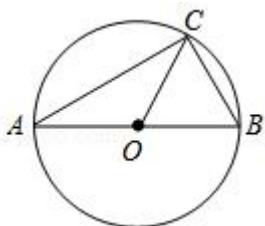
4. (3 分) 不等式组 $\begin{cases} 2x > -4 \\ x-1 \leq 1 \end{cases}$ 的解集，在数轴上表示正确的是 ()



5. (3 分) 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 $(3, -2)$ ，下列各点在图象上的是 ()

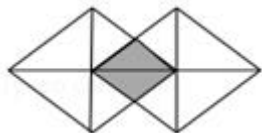
- A. $(-3, -2)$ B. $(3, 2)$ C. $(-2, -3)$ D. $(-2, 3)$

6. (3 分) AB 是 $\odot O$ 的直径，点 C 在圆上， $\angle ABC = 65^\circ$ ，那么 $\angle OCA$ 的度数是 ()



- A. 25° B. 35° C. 15° D. 20°

7. (3分) 如图所示, 阴影是两个相同菱形的重合部分, 假设可以随机在图中取点, 那么这个点取在阴影部分的概率是 ()

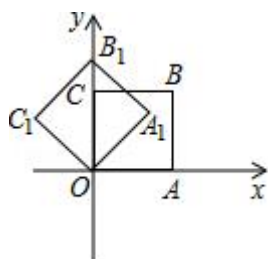


- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{7}$ D. $\frac{1}{8}$

8. (3分) 甲、乙两地相距 600km , 乘高铁列车从甲地到乙地比乘特快列车少用 4h , 已知高铁列车的平均行驶速度是特快列车的 3 倍, 设特快列车的平均行驶速度为 $x\text{km/h}$, 根据题意可列方程为 ()

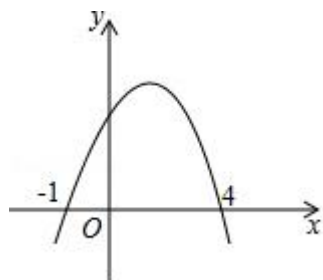
- A. $\frac{600}{x} + \frac{600}{3x} = 4$ B. $\frac{600}{3x} - \frac{600}{x} = 4$
C. $\frac{600}{x} - \frac{600}{3x} = 4$ D. $\frac{600}{x} - \frac{600}{3x} = 4 \times 2$

9. (3分) 如图, 在平面直角坐标系中, 将正方形 $OABC$ 绕点 O 逆时针旋转 45° 后得到正方形 $OA_1B_1C_1$, 依此方式, 绕点 O 连续旋转 2018 次得到正方形 $OA_{2018}B_{2018}C_{2018}$, 如果点 A 的坐标为 $(1, 0)$, 那么点 B_{2018} 的坐标为 ()



- A. $(1, 1)$ B. $(0, \sqrt{2})$ C. $(-\sqrt{2}, 0)$ D. $(-1, 1)$

10. (3分) 如图, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 交 x 轴于点 $(-1, 0)$ 和 $(4, 0)$, 那么下列说法正确的是 ()

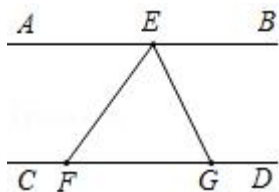


- A. $ac > 0$ B. $b^2 - 4ac < 0$
C. 对称轴是直线 $x = 2.5$ D. $b > 0$

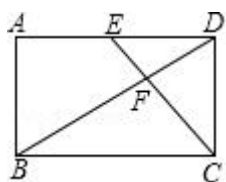
二、填空题（每小题3分,共18分）

11.（3分）函数 $y = \frac{1}{x-3}$ 的自变量 x 的取值范围是_____.

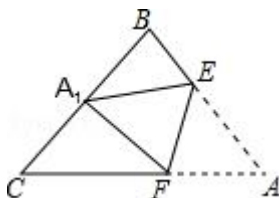
12.（3分）如图，已知 $AB \parallel CD$ ，点 E, F 在直线 AB, CD 上， EG 平分 $\angle BEF$ 交 CD 于点 G ， $\angle EGF = 64^\circ$ ，那么 $\angle AEF$ 的度数为_____.



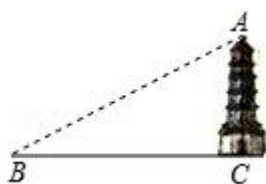
13.（3分）如图，在矩形 $ABCD$ 中，点 E 为 AD 中点， BD 和 CE 相交于点 F ，如果 $DF = 2$ ，那么线段 BF 的长度为_____.



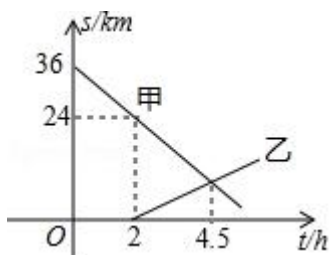
14.（3分）如图，将等腰直角三角形 ABC ($\angle B = 90^\circ$) 沿 EF 折叠，使点 A 落在 BC 边的中点 A_1 处， $BC = 8$ ，那么线段 AE 的长度为_____.



15.（3分）如图，在点 B 处测得塔顶 A 的仰角为 30° ，点 B 到塔底 C 的水平距离 BC 是 $30m$ ，那么塔 AC 的高度为_____ m （结果保留根号）.



16.（3分）甲、乙两人分别从 A, B 两地相向而行，他们距 B 地的距离 s (km) 与时间 t (h) 的关系如图所示，那么乙的速度是_____ km/h .



三、解答题（17、18、19、20 题每题 8 分，21、22 题每题 10 分，共 52 分）

17.（8 分）（1）计算： $(\frac{1}{2})^{-2} + \sqrt{18} - 2\cos 45^\circ$ ；

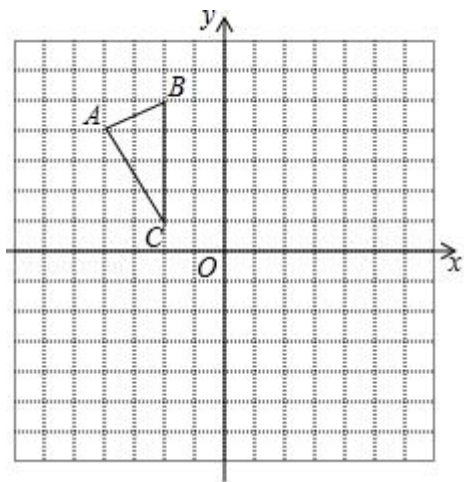
（2）先化简，再求值： $\frac{a^2-1}{a^2-2a+1} \div (1+\frac{1}{a-1})$ ，其中 $a=2$.

18.（8 分）如图， $\triangle ABC$ 在平面直角坐标系内，顶点的坐标分别为 $A(-4, 4)$ ， $B(-2, 5)$ ， $C(-2, 1)$.

（1）平移 $\triangle ABC$ ，使点 C 移到点 $C_1(-2, -4)$ ，画出平移后的 $\triangle A_1B_1C_1$ ，并写出点 A_1 ， B_1 的坐标；

（2）将 $\triangle ABC$ 绕点 $(0, 3)$ 旋转 180° ，得到 $\triangle A_2B_2C_2$ ，画出旋转后的 $\triangle A_2B_2C_2$ ；

（3）求（2）中的点 C 旋转到点 C_2 时，点 C 经过的路径长（结果保留 π ）.

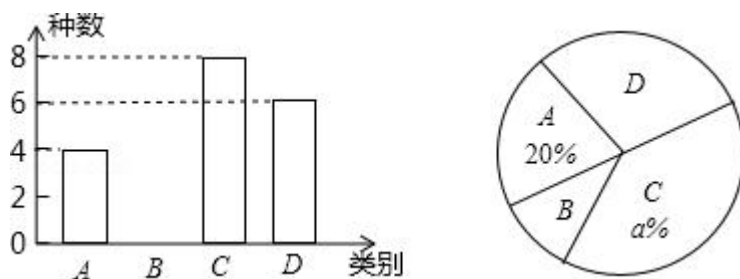


19.（8 分）为了完成“舌尖上的中国”的录制，节目组随机抽查了某省“A. 奶制品类，B. 肉制品类，C. 面制品类，D. 豆制品类”四类特色美食若干种，将收集的数据整理并绘制成下面两幅尚不完整的统计图，请根据图中信息完成下列问题：

（1）这次抽查了四类特色美食共_____种，扇形统计图中 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ，扇形统计图中 A 部分圆心角的度数为_____；

（2）补全条形统计图；

（3）如果全省共有这四类特色美食 120 种，请你估计约有多少种属于“豆制品类”？



20. (8分) 在运动会前夕, 育红中学都会购买篮球、足球作为奖品. 若购买 10 个篮球和 15 个足球共花费 3000 元, 且购买一个篮球比购买一个足球多花 50 元.

(1) 求购买一个篮球, 一个足球各需多少元?

(2) 今年学校计划购买这种篮球和足球共 10 个, 恰逢商场在搞促销活动, 篮球打九折, 足球打八五折, 若此次购买两种球的总费用不超过 1050 元, 则最多可购买多少个篮球?

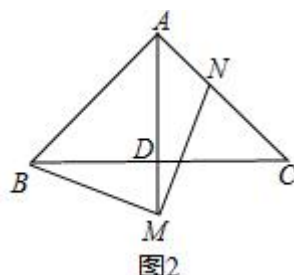
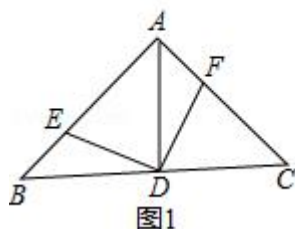
21. (10分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC$, $AD \perp BC$ 于点 D .

(1) 如图 1, 点 E, F 在 AB, AC 上, 且 $\angle EDF = 90^\circ$. 求证: $BE = AF$;

(2) 点 M, N 分别在直线 AD, AC 上, 且 $\angle BMN = 90^\circ$.

①如图 2, 当点 M 在 AD 的延长线上时, 求证: $AB + AN = \sqrt{2}AM$;

②当点 M 在点 A, D 之间, 且 $\angle AMN = 30^\circ$ 时, 已知 $AB = 2$, 直接写出线段 AM 的长.

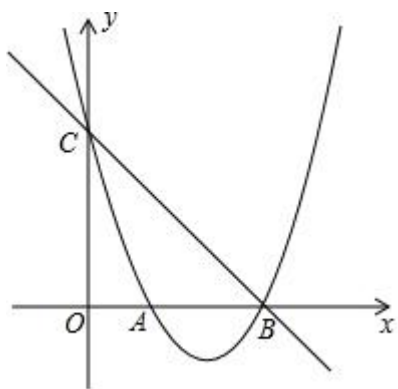


22. (10分) 如图, 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + 3$ 的图象交 x 轴于点 $A(1, 0)$, $B(3, 0)$, 交 y 轴于点 C .

(1) 求这个二次函数的表达式;

(2) 点 P 是直线 BC 下方抛物线上的一动点, 求 $\triangle BCP$ 面积的最大值;

(3) 直线 $x = m$ 分别交直线 BC 和抛物线于点 M, N , 当 $\triangle BMN$ 是等腰三角形时, 直接写出 m 的值.



2018 年辽宁省阜新市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（在每一小题给出的四个选项中，只有一个是正确的，每小题 3 分，共 30 分）

1. 【分析】只有符号不同的两个数叫做互为相反数.

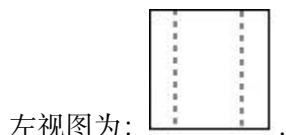
【解答】解：-2018 的相反数是 2018.

故选：B.

【点评】本题主要考查的是相反数的定义，掌握相反数的定义是解题的关键.

2. 【分析】直接利用左视图的观察角度进而得出答案.

【解答】解：如图所示：



故选：C.

【点评】此题主要考查了简单组合体的三视图，正确掌握观察角度是解题关键.

3. 【分析】根据众数、中位数、平均数与极差的定义逐一计算即可判断.

【解答】解：A、这 12 个数据的众数为 14，正确；

B、极差为 $16 - 12 = 4$ ，错误；

C、中位数为 $\frac{14+14}{2} = 14$ ，错误；

D、平均数为 $\frac{12+13 \times 3+14 \times 4+15 \times 2+16 \times 2}{12} = \frac{169}{12}$ ，错误；

故选：A.

【点评】本题主要考查众数、极差、中位数和平均数，熟练掌握众数、极差、中位数和平均数的定义是解题的关键.

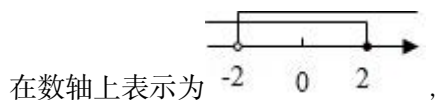
4. 【分析】先求出每个不等式的解集，再求出不等式组的解集，即可得出选项.

【解答】解：
$$\begin{cases} 2x > -4 \text{ ①} \\ x-1 \leq 1 \text{ ②} \end{cases}$$

$\therefore$ 解不等式①得： $x > -2$,

解不等式②得： $x \leq 2$,

$\therefore$ 不等式组的解集为 $-2 < x \leq 2$,



故选：B.

【点评】本题考查了解一元一次不等式组和在数轴上表示不等式组的解集，能根据不等式的解集得不等式组的解集是解此题的关键.

5. 【分析】直接利用反比例函数图象上点的坐标特点进而得出答案.

【解答】解： $\because$ 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 $(3, -2)$,

$$\therefore xy = k = -6,$$

A、 $(-3, -2)$, 此时 $xy = -3 \times (-2) = 6$, 不合题意;

B、 $(3, 2)$, 此时 $xy = 3 \times 2 = 6$, 不合题意;

C、 $(-2, -3)$, 此时 $xy = -2 \times (-3) = 6$, 不合题意;

D、 $(-2, 3)$, 此时 $xy = -2 \times 3 = -6$, 符合题意;

故选：D.

【点评】此题主要考查了反比例函数图象上点的坐标特征，正确得出 k 的值是解题关键.

6. 【分析】根据直径得出 $\angle ACB = 90^\circ$ ，进而得出 $\angle CAB = 25^\circ$ ，进而解答即可.

【解答】解： $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径，

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\because \angle ABC = 65^\circ,$$

$$\therefore \angle CAB = 25^\circ,$$

$$\because OA = OC,$$

$$\therefore \angle OCA = \angle CAB = 25^\circ,$$

故选：A.

【点评】本题考查了圆周角定理，正确理解圆周角定理是关键.

7. 【分析】先设阴影部分的面积是 x ，得出整个图形的面积是 $7x$ ，再根据几何概率的求法即可得出答案.

【解答】解：设阴影部分的面积是 x ，则整个图形的面积是 $7x$ ，

$$\text{则这个点取在阴影部分的概率是 } \frac{x}{7x} = \frac{1}{7},$$

故选：C.

【点评】本题考查几何概率的求法：首先根据题意将代数关系用面积表示出来，一般用阴影区域表示所求事件 (A)；然后计算阴影区域的面积在总面积中占的比例，这个比例即事件 (A) 发生的概率.

8. 【分析】由路程÷速度=时间，利用“乘高铁列车从甲地到乙地比乘特快列车少用4h，高铁列车的平均行驶速度是特快列车的3倍”得出等量关系即可建立方程求得答案即可.

【解答】解：设特快列车的平均行驶速度为 $x\text{km/h}$ ，由题意得

$$\frac{600}{x} - \frac{600}{3x} = 4,$$

故选：C.

【点评】此题考查分式方程的实际运用，掌握路程、时间、速度三者之间的关系是解决问题的关键.

9. 【分析】根据图形可知：点B在以O为圆心，以OB为半径的圆上运动，由旋转可知：将正方形OABC绕点O逆时针旋转 45° 后得到正方形 $OA_1B_1C_1$ ，相当于将线段OB绕点O逆时针旋转 45° ，可得对应点B的坐标，根据规律发现是8次一循环，可得结论.

【解答】解： $\because$ 四边形OABC是正方形，且 $OA=1$ ，

$$\therefore B(1, 1),$$

连接OB，

由勾股定理得： $OB=\sqrt{2}$ ，

由旋转得： $OB=OB_1=OB_2=OB_3=\dots=\sqrt{2}$ ，

$\therefore$ 将正方形OABC绕点O逆时针旋转 45° 后得到正方形 $OA_1B_1C_1$ ，

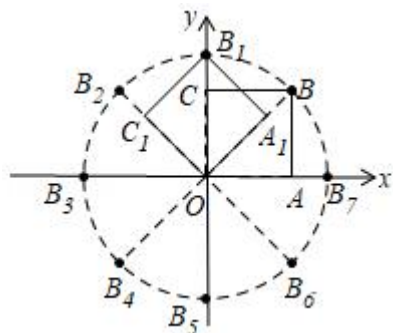
相当于将线段OB绕点O逆时针旋转 45° ，依次得到 $\angle AOB = \angle BOB_1 = \angle B_1OB_2 = \dots = 45^\circ$ ，

$$\therefore B_1(0, \sqrt{2}), B_2(-1, 1), B_3(-\sqrt{2}, 0), \dots,$$

发现是8次一循环，所以 $2018 \div 8 = 252 \dots 2$ ，

$$\therefore \text{点 } B_{2018} \text{ 的坐标为 } (-1, 1)$$

故选：D.



【点评】本题考查了旋转的性质：对应点到旋转中心的距离相等；对应点与旋转中心所

连线段的夹角等于旋转角. 也考查了坐标与图形的变化、规律型: 点的坐标等知识, 解题的关键是学会从特殊到一般的探究规律的方法, 属于中考常考题型.

10. 【分析】直接利用二次函数图象与系数的关系进而分析得出答案.

【解答】解: A 、 $\because$ 抛物线开口向下,

$$\therefore a < 0,$$

$\because$ 抛物线与 y 轴交在正半轴上,

$$\therefore c > 0,$$

$\therefore ac < 0$, 故此选项错误;

B 、 $\because$ 抛物线与 x 轴有 2 个交点,

$$\therefore b^2 - 4ac > 0, \text{ 故此选项错误;}$$

C 、 $\because$ 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 交 x 轴于点 $(-1, 0)$ 和 $(4, 0)$,

$\therefore$ 对称轴是直线 $x = 1.5$, 故此选项错误;

D 、 $\because a < 0$, 抛物线对称轴在 y 轴右侧,

$\therefore a, b$ 异号,

$\therefore b > 0$, 故此选项正确.

故选: D .

【点评】此题主要考查了二次函数图象与系数的关系, 正确掌握各项符号判断方法是解题关键.

二、填空题 (每小题 3 分, 共 18 分)

11. 【分析】根据分母不等于 0 列不等式求解即可.

【解答】解: 由题意得, $x - 3 \neq 0$,

解得 $x \neq 3$.

故答案为: $x \neq 3$.

【点评】本题考查了函数自变量的范围, 一般从三个方面考虑: (1) 当函数表达式是整式时, 自变量可取全体实数; (2) 当函数表达式是分式时, 考虑分式的分母不能为 0;

(3) 当函数表达式是二次根式时, 被开方数非负.

12. 【分析】依据 $AB \parallel CD$, $\angle EGF = 64^\circ$, 即可得到 $\angle BEG = \angle EGF = 64^\circ$, 再根据 EG 平分 $\angle BEF$, 即可得到 $\angle BEF = 2\angle BEG = 128^\circ$, 进而得出 $\angle AEF = 180^\circ - 128^\circ = 52^\circ$.

【解答】解: $\because AB \parallel CD$, $\angle EGF = 64^\circ$,

$$\therefore \angle BEG = \angle EGF = 64^\circ,$$

又 $\because EG$ 平分 $\angle BEF$,

$$\therefore \angle BEF = 2\angle BEG = 128^\circ,$$

$$\therefore \angle AEF = 180^\circ - 128^\circ = 52^\circ,$$

故答案为: 52° .

【点评】 本题主要考查了平行线的性质, 角平分线的定义的运用, 熟练掌握性质并准确识图是解题的关键.

13. **【分析】** 根据矩形的性质可得 $AD \parallel BC$, 那么 $\triangle DEF \sim \triangle BCF$, 利用相似三角形对应边成比例即可求出线段 BF 的长度.

【解答】 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore AD \parallel BC, AD = BC,$$

$$\therefore \triangle DEF \sim \triangle BCF,$$

$$\therefore \frac{DF}{BF} = \frac{DE}{BC},$$

$\because$ 点 E 为 AD 中点,

$$\therefore DE = \frac{1}{2}AD,$$

$$\therefore DE = \frac{1}{2}BC,$$

$$\therefore \frac{DF}{BF} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore BF = 2DF = 4.$$

故答案为 4.

【点评】 本题考查了相似三角形的判定与性质, 矩形的性质, 线段中点的定义, 证明出 $\triangle DEF \sim \triangle BCF$ 是解题的关键.

14. **【分析】** 由折叠的性质可求得 $AE = A_1E$, 可设 $AE = A_1E = x$, 则 $BE = 8 - x$, 且 $A_1B = 4$, 在 $\text{Rt}\triangle A_1BE$ 中, 利用勾股定理可列方程, 则可求得答案.

【解答】 解:

由折叠的性质可得 $AE = A_1E$,

$\because \triangle ABC$ 为等腰直角三角形, $BC = 8$,

$$\therefore AB = 8,$$

$\because A_1$ 为 BC 的中点,

$$\therefore A_1B = 4,$$

设 $AE = A_1E = x$ ，则 $BE = 8 - x$ ，

在 $\text{Rt}\triangle A_1BE$ 中，由勾股定理可得 $4^2 + (8 - x)^2 = x^2$ ，解得 $x = 5$ ，

故答案为：5.

【点评】 本题主要考查折叠的性质，利用折叠的性质得到 $AE = A_1E$ 是解题的关键，注意勾股定理的应用.

15. **【分析】** 根据三角函数和直角三角形的性质解答即可.

【解答】 解：∵ 在点 B 处测得塔顶 A 的仰角为 30° ，

∴ $\angle B = 30^\circ$ ，

∵ $BC = 30m$ ，

$$\therefore AC = \frac{\sqrt{3}}{3} BC = 30 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 10\sqrt{3}m,$$

故答案为： $10\sqrt{3}$

【点评】 此题考查了考查仰角的定义，要求学生能借助俯角构造直角三角形并解直角三角形. 注意方程思想与数形结合思想的应用.

16. **【分析】** 根据题意，甲的速度为 $6km/h$ ，乙出发后 2.5 小时两人相遇，可以用方程思想解决问题.

【解答】 解：由题意，甲速度为 $6km/h$. 当甲开始运动时相距 $36km$ ，两小时后，乙开始运动，经过 2.5 小时两人相遇.

设乙的速度为 xkm/h

$$2.5 \times (6 + x) = 36 - 12$$

解得 $x = 3.6$

故答案为：3.6

【点评】 本题为一次函数实际应用问题，考查一次函数图象在实际背景下所代表的意义. 解答这类问题时，也可以通过构造方程解决问题.

三、解答题（17、18、19、20 题每题 8 分，21、22 题每题 10 分，共 52 分）

17. **【分析】**（1）根据负整数指数幂的意义，二次根式的性质以及特殊角锐角三角函数值即可求出答案.

（2）根据分式的运算法则即可求出答案.

【解答】 解：（1）原式 $= 4 + 3\sqrt{2} - 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$= 4 + 3\sqrt{2} - \sqrt{2}$$

$$= 4 + 2\sqrt{2}$$

$$(2) \text{ 原式} = \frac{(a+1)(a-1)}{(a-1)^2} \div \frac{a}{a-1}$$

$$= \frac{a+1}{a-1} \times \frac{a-1}{a}$$

$$= \frac{a+1}{a}$$

当 $a = 2$ 时,

$$\text{原式} = \frac{2+1}{2} = \frac{3}{2}$$

【点评】 本题考查学生的运算能力，解题的关键是熟练运用运算法则，本题属于基础题型.

18. **【分析】** (1) 根据点 C 移到点 $C_1(-2, -4)$ ，可知向下平移了 5 个单位，分别作出 A 、 B 、 C 的对应点 A_1 、 B_1 、 C_1 即可解决问题；

(2) 根据中心对称的性质，作出 A 、 B 、 C 的对应点 A_2 、 B_2 、 C_2 即可；

(3) 利用勾股定理计算 CC_2 ，可得半径为 $2\sqrt{2}$ ，根据圆的周长公式计算即可.

【解答】 解：(1) 如图所示，则 $\triangle A_1B_1C_1$ 为所求作的三角形，

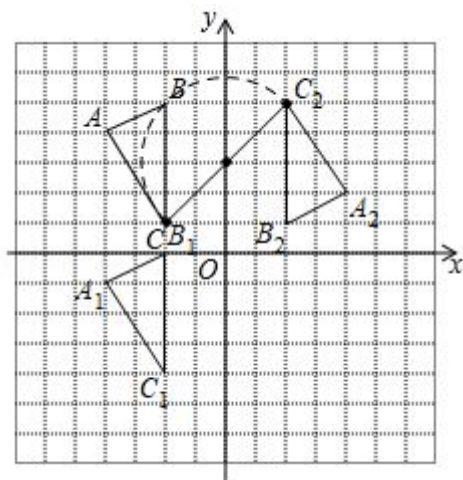
$\therefore A_1(-4, -1)$, $B_1(-2, 0)$;

(2) 如图所示，则 $\triangle A_2B_2C_2$ 为所求作的三角形，

(3) 点 C 经过的路径长：是以 $(0, 3)$ 为圆心，以 CC_2 为直径的半圆，

由勾股定理得： $CC_2 = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}$,

$\therefore$ 点 C 经过的路径长： $\frac{1}{2} \times 2\pi r = 2\sqrt{2}\pi$.



【点评】 本题考查平移变换、旋转变换、勾股定理等知识，解题的关键是正确作出对应点解决问题，属于中考常考题型.

19. 【分析】(1) 根据 A 类的种数除以占的百分比即可得到总人数；再根据总数依次求出即可；

(2) 求出 B 的种数是 $20 - 4 - 6 - 8 = 2$ ，画出即可；

(3) 用样本估计总体.

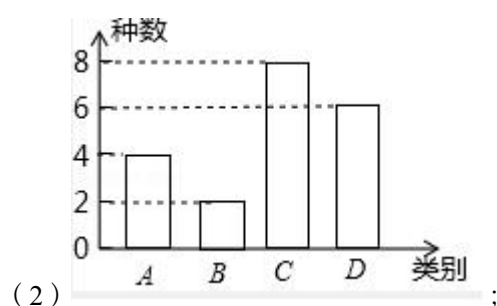
【解答】解：(1) 这次抽查了四类特色美食共 $4 \div 20\% = 20$ 种，

$$\therefore 8 \div 20 = 0.4 = 40\%,$$

$$\therefore a = 40,$$

$360^\circ \times 20\% = 72^\circ$ ，即扇形统计图中 A 部分圆心角的度数是 72° ，

故答案为：20，40， 72° ；



(3) $120 \times \frac{6}{20} = 36$ (种),

答：估计约有 36 种属于“豆制品类”.

【点评】本题考查了条形统计图、扇形统计图，总体、个体、样本、样本容量，用样本估计总体等知识点，两图结合是解题的关键.

20. 【分析】(1) 设购买一个篮球需 x 元，购买一个足球需 y 元，根据题意列出方程组解答即可；

(2) 设购买 a 个篮球，根据题意列出不等式解答即可.

【解答】解：(1) 设购买一个篮球需 x 元，购买一个足球需 y 元，根据题意可得：

$$\begin{cases} x - y = 50 \\ 10x + 15y = 3000 \end{cases},$$

$$\text{解得：} \begin{cases} x = 150 \\ y = 100 \end{cases},$$

答：购买一个篮球，一个足球各需 150 元，100 元；

(2) 设购买 a 个篮球，根据题意可得： $0.9 \times 150a + 0.85 \times 100(10 - a) \leq 1050$,

解得： $a \leq 4$ ，

$\therefore$ 最多可购买 4 个篮球．

【点评】 本题考查二元一次方程组的应用、一元一次不等式的应用，关键是根据数量作为等量关系列出方程，根据总费用作为不等关系列出不等式求解．

21. 【分析】 (1) 先判断出 $\angle BAD = \angle CAD = 45^\circ$ ，进而得出 $\angle CAD = \angle B$ ，再判断出 $\angle BDE = \angle ADF$ ，进而判断出 $\triangle BDE \cong \triangle ADF$ ，即可得出结论；

(2) ①先判断出 $AM = PM$ ，进而判断出 $\angle BMP = \angle AMN$ ，判断出 $\triangle AMN \cong \triangle PMB$ ，即可判断出 $AP = AB + AN$ ，再判断出 $AP = \sqrt{2}AM$ ，即可得出结论；

②先求出 BD ，再求出 $\angle BMD = 60^\circ$ ，最后用三角函数求出 DM ，即可得出结论．

【解答】 解：(1) $\because \angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = AC$ ，

$\therefore \angle B = \angle C = 45^\circ$ ，

$\because AD \perp BC$ ，

$\therefore BD = CD$ ， $\angle ADB = 90^\circ$ ， $\angle BAD = \angle CAD = 45^\circ$ ，

$\therefore \angle CAD = \angle B$ ， $AD = BD$ ，

$\because \angle EDF = \angle ADB = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle BDE = \angle ADF$ ，

$\therefore \triangle BDE \cong \triangle ADF$ (ASA)，

$\therefore BE = AF$ ；

(2) ①如图 1，过点 M 作 $MP \perp AM$ ，交 AB 的延长线于点 P ，

$\therefore \angle AMP = 90^\circ$ ，

$\because \angle PAM = 45^\circ$ ，

$\therefore \angle P = \angle PAM = 45^\circ$ ，

$\therefore AM = PM$ ，

$\because \angle BMN = \angle AMP = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle BMP = \angle AMN$ ，

$\because \angle DAC = \angle P = 45^\circ$ ，

$\therefore \triangle AMN \cong \triangle PMB$ (ASA)，

$\therefore AN = PB$ ，

$\therefore AP = AB + BP = AB + AN$ ，

在 $\text{Rt}\triangle AMP$ 中, $\angle AMP = 90^\circ$, $AM = MP$,

$$\therefore AP = \sqrt{2}AM,$$

$$\therefore AB + AN = \sqrt{2}AM;$$

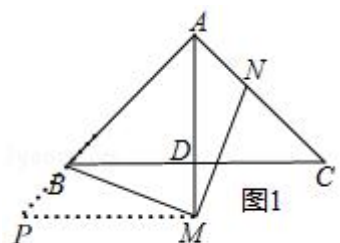
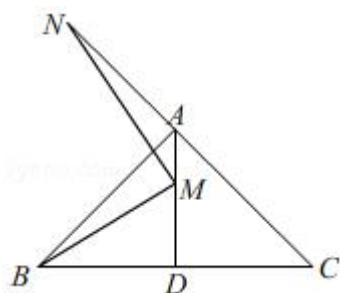
②如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $AD = BD = \frac{\sqrt{2}}{2}AB = \sqrt{2}$,

$$\because \angle BMN = 90^\circ, \angle AMN = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BMD = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ,$$

在 $\text{Rt}\triangle BDM$ 中, $DM = \frac{BD}{\tan \angle BMD} = \frac{\sqrt{6}}{3}$,

$$\therefore AM = AD - DM = \sqrt{2} - \frac{\sqrt{6}}{3}.$$



【点评】 此题是三角形综合题, 主要考查了等腰直角三角形的性质, 全等三角形的判定和性质, 锐角三角函数, 判断出 $\triangle BDE \cong \triangle ADF$ 是解 (1) 的关键, 构造出全等三角形是解 (2) 的关键.

22. **【分析】** (1) 根据待定系数法, 可得函数解析式;

(2) 根据平行于 y 轴直线上两点间的距离是较大的纵坐标减较小的纵坐标, 可得 PE 的长, 根据面积的和差, 可得二次函数, 根据二次函数的性质, 可得答案;

(3) 根据等腰三角形的定义, 可得关于 m 的方程, 根据解方程, 可得答案.

【解答】 解: (1) 将 $A(1, 0)$, $B(3, 0)$ 代入函数解析式, 得

$$\begin{cases} a+b+3=0 \\ 9a+3b+3=0 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} a=1 \\ b=-4 \end{cases},$$

这个二次函数的表达式是 $y = x^2 - 4x + 3$;

(2) 当 $x = 0$ 时, $y = 3$, 即点 $C(0, 3)$,

设 BC 的表达式为 $y = kx + b$, 将点 $B(3, 0)$ 点 $C(0, 3)$ 代入函数解析式, 得

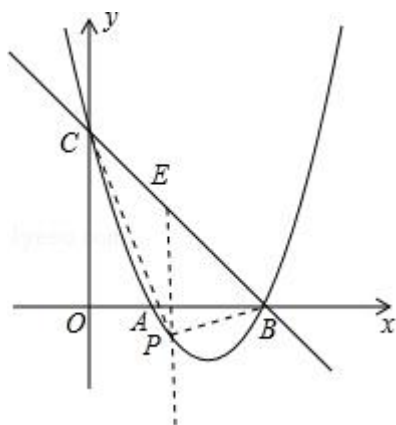
$$\begin{cases} 3k + b = 0 \\ b = 3 \end{cases},$$

$$\text{解这个方程组, 得} \begin{cases} k = -1 \\ b = 3 \end{cases}.$$

故直线 BC 的解析是为 $y = -x + 3$,

过点 P 作 $PE \parallel y$ 轴,

交直线 BC 于点 $E(t, -t + 3)$,



$$PE = -t + 3 - (t^2 - 4t + 3) = -t^2 + 3t,$$

$$\therefore S_{\triangle BCP} = S_{\triangle BPE} + S_{\triangle CPE} = \frac{1}{2}(-t^2 + 3t) \times 3 = -\frac{3}{2}\left(t - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{27}{8},$$

$$\because -\frac{3}{2} < 0,$$

$$\therefore \text{当 } t = \frac{3}{2} \text{ 时, } S_{\triangle BCP} \text{ 最大} = \frac{27}{8}$$

(3) $M(m, -m + 3)$, $N(m, m^2 - 4m + 3)$

$$MN = |m^2 - 3m|, \quad BM = \sqrt{2}|m - 3|,$$

当 $MN = BM$ 时, ① $m^2 - 3m = \sqrt{2}(m - 3)$, 解得 $m = \sqrt{2}$,

② $m^2 - 3m = -\sqrt{2}(m - 3)$, 解得 $m = -\sqrt{2}$

当 $BN = MN$ 时, $\angle NBM = \angle BMN = 45^\circ$,

$m^2 - 4m + 3 = 0$, 解得 $m = 1$ 或 $m = 3$ (舍)

当 $BM = BN$ 时, $\angle BMN = \angle BNM = 45^\circ$,

$-(m^2 - 4m + 3) = -m + 3$, 解得 $m = 2$ 或 $m = 3$ (舍),

当 $\triangle BMN$ 是等腰三角形时, m 的值为 $\sqrt{2}$, $-\sqrt{2}$, 1, 2.

【点评】 本题考查了二次函数综合题, 解(1)的关键是待定系数法; 解(2)的关键是利用面积的和差得出二次函数, 又利用了二次函数的性质, 解(3)的关键是利用等腰三角形的定义得出关于 m 的方程, 要分类讨论, 以防遗漏.