

辽宁省葫芦岛市 2018 年中考数学真题试题

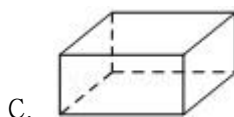
一、选择题（每题只有一个正确选项，本题共 10 小题，每题 3 分，共 30 分）

1. 如果温度上升 10°C 记作 $+10^{\circ}\text{C}$ ，那么温度下降 5°C 记作（ ）

- A. $+10^{\circ}\text{C}$ B. -10°C C. $+5^{\circ}\text{C}$ D. -5°C

【解答】解：如果温度上升 10°C 记作 $+10^{\circ}\text{C}$ ，那么下降 5°C 记作 -5°C ；
故选 D.

2. 下列几何体中，俯视图为矩形的是（ ）



【解答】解：A. 圆锥的俯视图是圆，故 A 不符合题意；
B. 圆柱的俯视图是圆，故 B 错误；
C. 长方体的主视图是矩形，故 C 符合题意；
D. 三棱柱的俯视图是三角形，故 D 不符合题意；
故选 C.

3. 下列运算正确的是（ ）

- A. $-2x^2+3x^2=5x^2$ B. $x^2 \cdot x^3=x^5$ C. $2(x^2)^3=8x^6$ D. $(x+1)^2=x^2+1$

【解答】解：A. $-2x^2+3x^2=x^2$ ，错误；
B. $x^2 \cdot x^3=x^5$ ，正确；
C. $2(x^2)^3=2x^6$ ，错误；
D. $(x+1)^2=x^2+2x+1$ ，错误；
故选 B.

4. 下列调查中，调查方式选择最合理的是（ ）

- A. 调查“乌金塘水库”的水质情况，采用抽样调查
B. 调查一批飞机零件的合格情况，采用抽样调查
C. 检验一批进口罐装饮料的防腐剂含量，采用全面调查
D. 企业招聘人员，对应聘人员进行面试，采用抽样调查

【解答】解：A. 了解“乌金塘水库”的水质情况，采用抽样调查，故 A 正确；
B. 了解一批飞机零件的合格情况，适合全面调查，故 B 错误；
C. 了解检验一批进口罐装饮料的防腐剂含量，调查范围广，适合抽样调查，故 C 错误；
D. 企业招聘人员，对应聘人员进行面试，适合全面调查，故 D 错误；

故选 A.

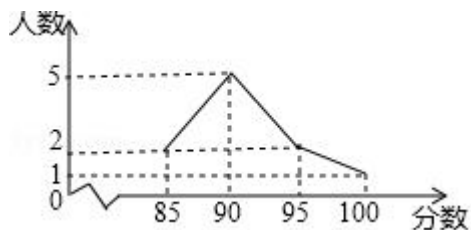
5. 若分式 $\frac{x^2-1}{x+1}$ 的值为 0, 则 x 的值为 ()

- A. 0 B. 1 C. -1 D. ± 1

【解答】解: $\because$ 分式 $\frac{x^2-1}{x+1}$ 的值为零, $\therefore \begin{cases} x^2-1=0 \\ x+1 \neq 0 \end{cases}$, 解得 $x=1$.

故选 B.

6. 在“经典诵读”比赛活动中, 某校 10 名学生参赛成绩如图所示, 对于这 10 名学生的参赛成绩, 下列说法正确的是 ()



- A. 众数是 90 分 B. 中位数是 95 分 C. 平均数是 95 分 D. 方差是 15

【解答】解: A. 众数是 90 分, 人数最多, 正确;

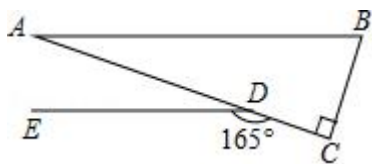
B. 中位数是 90 分, 错误;

C. 平均数是 $\frac{1 \times 100 + 2 \times 85 + 2 \times 95 + 5 \times 90}{10} = 91$ 分, 错误;

D. 方差是 $\frac{1}{10} \times [(85-91)^2 \times 2 + (90-91)^2 \times 5 + (100-91)^2 + 2(95-91)^2] = 19$, 错误;

故选 A.

7. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 点 D 在 AC 上, $DE \parallel AB$, 若 $\angle CDE=165^\circ$, 则 $\angle B$ 的度数为 ()



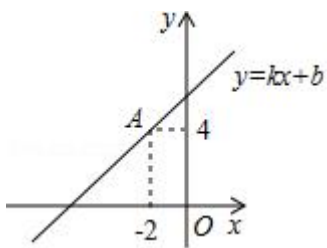
- A. 15° B. 55° C. 65° D. 75°

【解答】解: $\because \angle CDE=165^\circ$, $\therefore \angle ADE=15^\circ$.

$\because DE \parallel AB$, $\therefore \angle A = \angle ADE = 15^\circ$, $\therefore \angle B = 180^\circ - \angle C - \angle A = 180^\circ - 90^\circ - 15^\circ = 75^\circ$.

故选 D.

8. 如图, 直线 $y=kx+b$ ($k \neq 0$) 经过点 A (-2, 4), 则不等式 $kx+b > 4$ 的解集为 ()

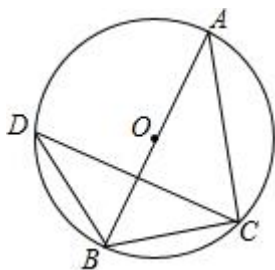


- A. $x > -2$ B. $x < -2$ C. $x > 4$ D. $x < 4$

【解答】解：观察图象知：当 $x > -2$ 时， $kx+b > 4$ 。

故选 A.

9. 如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，C，D 是 $\odot O$ 上 AB 两侧的点，若 $\angle D = 30^\circ$ ，则 $\tan \angle ABC$ 的值为 ()



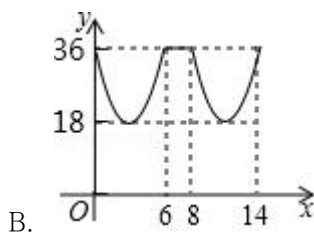
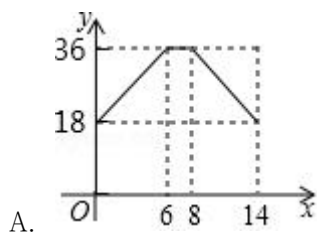
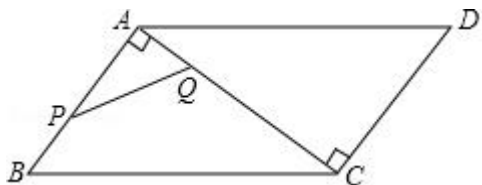
- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

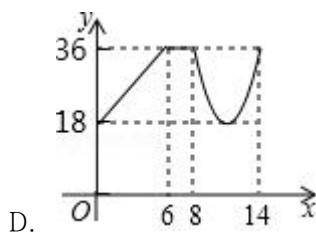
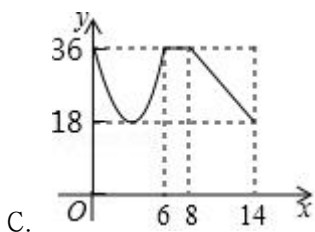
【解答】解： $\because \angle D = 30^\circ$ ， $\therefore \angle BAC = 30^\circ$ 。

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径， $\therefore \angle ABC + \angle BAC = 90^\circ$ ， $\therefore \angle ABC = 60^\circ$ ， $\therefore \tan \angle ABC = \sqrt{3}$ 。

故选 C.

10. 如图，在 $\square ABCD$ 中， $AB=6$ ， $BC=10$ ， $AB \perp AC$ ，点 P 从点 B 出发沿着 $B \rightarrow A \rightarrow C$ 的路径运动，同时点 Q 从点 A 出发沿着 $A \rightarrow C \rightarrow D$ 的路径以相同的速度运动，当点 P 到达点 C 时，点 Q 随之停止运动，设点 P 运动的路程为 x， $y=PQ^2$ ，下列图象中大致反映 y 与 x 之间的函数关系的是 ()





【解答】解：在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle BAC=90^\circ$ ， $AB=6$ ， $BC=10$ ， $\therefore AC=\sqrt{BC^2-AB^2}=8$.

当 $0 \leq x \leq 6$ 时， $AP=6-x$ ， $AQ=x$ ， $\therefore y=PQ^2=AP^2+AQ^2=2x^2-12x+36$ ；

当 $6 \leq x \leq 8$ 时， $AP=x-6$ ， $AQ=x$ ， $\therefore y=PQ^2=(AQ-AP)^2=36$ ；

当 $8 \leq x \leq 14$ 时， $CP=14-x$ ， $CQ=x-8$ ， $\therefore y=PQ^2=CP^2+CQ^2=2x^2-44x+260$.

故选 B.

二、填空题（每题只有一个正确选项，本题共 8 小题，每题 3 分，共 24 分）

11. 分解因式： $2a^3-8a=\underline{2a(a+2)(a-2)}$.

【解答】解：原式= $2a(a^2-4)=2a(a+2)(a-2)$.

故答案为： $2a(a+2)(a-2)$.

12. 据旅游业数据显示，2018 年上半年我国出境旅游超过 129 000 000 人次，将数据 129 000 000 用科学记数法表示为 $\underline{1.29 \times 10^8}$.

【解答】解： $129000000=1.29 \times 10^8$.

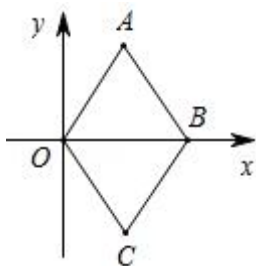
故答案为： 1.29×10^8 .

13. 有四张看上去无差别的卡片，正面分别写有“兴城首山”、“龙回头”、“觉华岛”、“葫芦山庄”四个景区的名称，将它们背面朝上，从中随机一张卡片正面写有“葫芦山庄”的概率是 $\underline{\frac{1}{4}}$.

【解答】解： $\because$ 在这 4 张无差别的卡片上，只有 1 张写有“葫芦山庄”， $\therefore$ 从中随机一张卡片正面写有“葫芦山庄”的概率是 $\frac{1}{4}$.

故答案为： $\frac{1}{4}$.

14. 如图，在菱形 OABC 中，点 B 在 x 轴上，点 A 的标为 (2, 3)，则点 C 的坐标为 $\underline{(2, -3)}$.

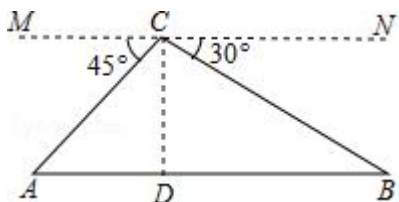


【解答】解： $\because$ 四边形 OABC 是菱形， $\therefore A$ 、C 关于直线 OB 对称.

$\because A(2, 3)$ ， $\therefore C(2, -3)$.

故答案为: (2, -3).

15. 如图, 某景区的两个景点 A、B 处于同一水平地面上, 一架无人机在空中沿 MN 方向水平飞行进行航拍作业, MN 与 AB 在同一铅直平面内, 当无人机飞行至 C 处时, 测得景点 A 的俯角为 45° , 景点 B 的俯角为 30° , 此时 C 到地面的距离 CD 为 100 米, 则两景点 A、B 间的距离为 $100+100\sqrt{3}$ 米 (结果保留根号).

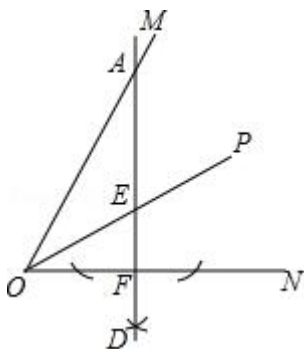


【解答】解: $\because \angle MCA = 45^\circ$, $\angle NCB = 30^\circ$, $\therefore \angle ACD = 45^\circ$, $\angle DCB = 60^\circ$, $\angle B = 30^\circ$.

$\because CD = 100$ 米, $\therefore AD = CD = 100$ 米, $DB = \sqrt{3}CD = 100\sqrt{3}$ 米, $\therefore AB = AD + DB = 100 + 100\sqrt{3}$ (米).

故答案为: $100 + 100\sqrt{3}$.

16. 如图, OP 平分 $\angle MON$, A 是边 OM 上一点, 以点 A 为圆心、大于点 A 到 ON 的距离为半径作弧, 交 ON 于点 B、C, 再分别以点 B、C 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}BC$ 的长为半径作弧, 两弧交于点 D, 作直线 AD 分别交 OP、ON 于点 E、F. 若 $\angle MON = 60^\circ$, $EF = 1$, 则 $OA =$ $2\sqrt{3}$.

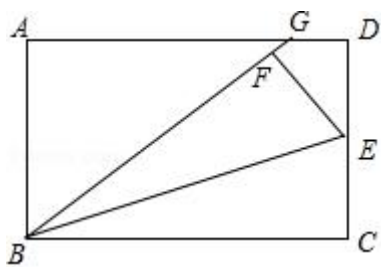


【解答】解: 由作法得 $AD \perp ON$ 于 F, $\therefore \angle AOF = 90^\circ$.

$\because OP$ 平分 $\angle MON$, $\therefore \angle EOF = \frac{1}{2} \angle MON = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$. 在 $Rt\triangle OEF$ 中, $OF = \sqrt{3}EF = \sqrt{3}$. 在 $Rt\triangle AOF$ 中, $\angle AOF = 60^\circ$, $\therefore OA = 2OF = 2\sqrt{3}$.

故答案为: $2\sqrt{3}$.

17. 如图, 在矩形 ABCD 中, 点 E 是 CD 的中点, 将 $\triangle BCE$ 沿 BE 折叠后得到 $\triangle BEF$, 且点 F 在矩形 ABCD 的内部, 将 BF 延长交 AD 于点 G. 若 $\frac{DG}{GA} = \frac{1}{7}$, 则 $\frac{AD}{AB} =$ $\sqrt{2}$.



【解答】解：连接 GE.

$\because$ 点 E 是 CD 的中点, $\therefore EC=DE$.

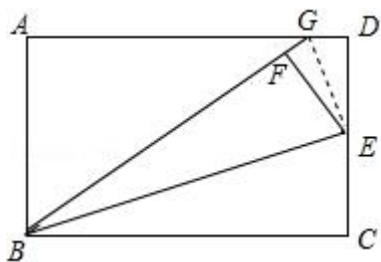
$\because$ 将 $\triangle BCE$ 沿 BE 折叠后得到 $\triangle BEF$ 、且点 F 在矩形 ABCD 的内部, $\therefore EF=DE$, $\angle BFE=90^\circ$. 在 $\text{Rt}\triangle EDG$ 和 $\text{Rt}\triangle EFG$ 中

$\begin{cases} GE=GE \\ DE=EF \end{cases}$, $\therefore \text{Rt}\triangle EDG \cong \text{Rt}\triangle EFG$ (HL), $\therefore FG=DG$.

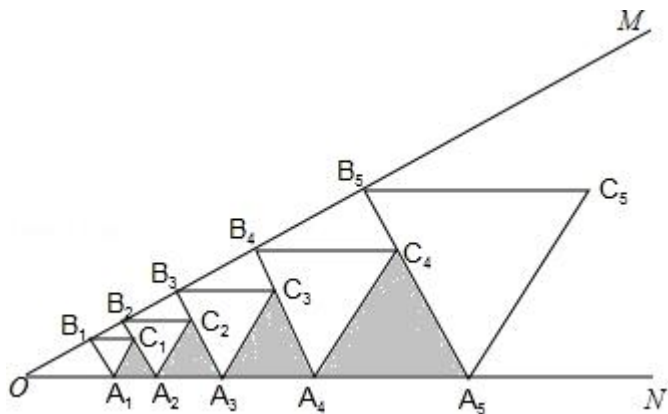
$\because \frac{DG}{GA} = \frac{1}{7}$, $\therefore$ 设 $DG=FG=a$, 则 $AG=7a$, 故 $AD=BC=8a$, 则 $BG=BF+FG=9a$, $\therefore AB=\sqrt{(9a)^2-(7a)^2}=4\sqrt{2}a$,

故 $\frac{AD}{AB} = \frac{8a}{4\sqrt{2}a} = \sqrt{2}$.

故答案为: $\sqrt{2}$.



18. 如图, $\angle MON=30^\circ$, 点 B_1 在边 OM 上, 且 $OB_1=2$, 过点 B_1 作 $B_1A_1 \perp OM$ 交 ON 于点 A_1 , 以 A_1B_1 为边在 A_1B_1 右侧作等边三角形 $A_1B_1C_1$; 过点 C_1 作 OM 的垂线分别交 OM、ON 于点 B_2 、 A_2 , 以 A_2B_2 为边在 A_2B_2 的右侧作等边三角形 $A_2B_2C_2$; 过点 C_2 作 OM 的垂线分别交 OM、ON 于点 B_3 、 A_3 , 以 A_3B_3 为边在 A_3B_3 的右侧作等边三角形 $A_3B_3C_3$, $\cdots$; 按此规律进行下去, 则 $\triangle A_n B_{n+1} C_n$ 的面积为 $\frac{(\frac{3}{2})^{2n-2} \times \sqrt{3}}{3}$. (用含正整数 n 的代数式表示)



【解答】解：由题意 $\triangle A_1A_2C_1$ 是等边三角形，边长为 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ， $\triangle A_2A_3C_2$ 是等边三角形，边长为 $\frac{3}{2} \times \frac{2\sqrt{3}}{3}$ ， $\triangle A_3A_4C_3$ 是等边三角形，边长为 $\frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{2\sqrt{3}}{3} = (\frac{3}{2})^2 \times \frac{2\sqrt{3}}{3}$ ， $\triangle A_4A_5C_4$ 是等边三角形，边长为 $\frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{2\sqrt{3}}{3} = (\frac{3}{2})^3 \times \frac{2\sqrt{3}}{3}$ ， $\dots$ ， $\triangle A_nB_{n+1}C_n$ 的边长为 $(\frac{3}{2})^{n-1} \times \frac{2\sqrt{3}}{3}$ ， $\therefore \triangle A_nB_{n+1}C_n$ 的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{4} \times [(\frac{3}{2})^{n-1} \times \frac{2\sqrt{3}}{3}]^2 = (\frac{3}{2})^{2n-2} \times \frac{\sqrt{3}}{3}$ 。

三、解答题（每题只有一个正确选项，本题共2小题，共76分）

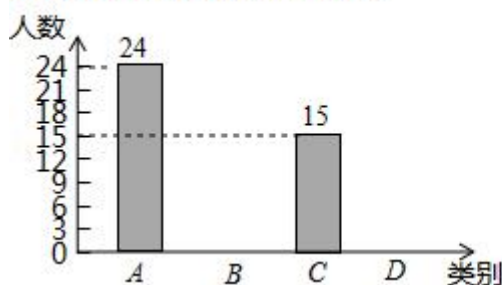
19. 先化简，再求值： $(\frac{2a}{a-1} - \frac{a^2-a}{a^2-2a+1}) \div \frac{a}{a+1}$ ，其中 $a=3^{-1}+2\sin 30^\circ$ 。

【解答】解：当 $a=3^{-1}+2\sin 30^\circ$ 时， $\therefore a=\frac{1}{3}+1=\frac{4}{3}$

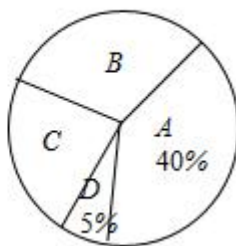
$$\begin{aligned} \text{原式} &= [\frac{2a}{a-1} - \frac{a(a-1)}{(a-1)^2}] \cdot \frac{a+1}{a} \\ &= (\frac{2a}{a-1} - \frac{a}{a-1}) \cdot \frac{a+1}{a} \\ &= \frac{a}{a-1} \cdot \frac{a+1}{a} \\ &= \frac{a+1}{a-1} \\ &= 7 \end{aligned}$$

20. “机动车行驶到斑马线要礼让行人”等交通法规实施后，某校数学课外实践小组就对这些交通法规的了解情况在全校随机调查了部分学生，调查结果分为四种：A. 非常了解，B. 比较了解，C. 基本了解，D. 不太了解，实践小组把此次调查结果整理并绘制成下面不完整的条形统计图和扇形统计图。

学生对交通法规了解情况条形统计图



学生对交通法规了解情况扇形统计图



请结合图中所给信息解答下列问题：

- 本次共调查 40 名学生；扇形统计图中 C 所对应扇形的圆心角度数是 135°；
- 补全条形统计图；
- 该校共有 800 名学生，根据以上信息，请你估计全校学生中对这些交通法规“非常了解”的有多少名？
- 通过此次调查，数学课外实践小组的学生对交通法规有了更多的认识，学校准备从组内的甲、乙、丙、丁四位学生中随机抽取两名学生参加市区交通法规竞赛，请用列表或画树状图的方法求甲和乙两名学

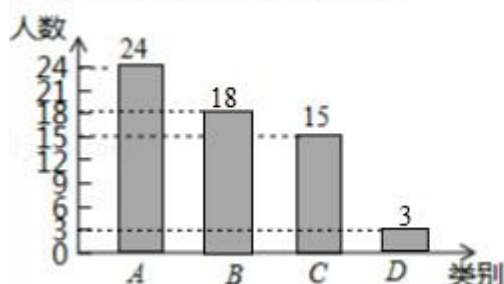
生同时被选中的概率.

【解答】解: (1) 本次调查的学生总人数为 $24 \div 40\% = 60$ 人, 扇形统计图中 C 所对应扇形的圆心角度数是 $360^\circ \times \frac{15}{60} = 90^\circ$.

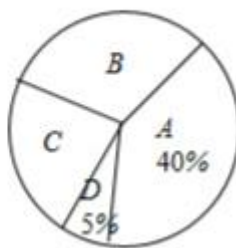
故答案为: 60、 90° ;

(2) D 类型人数为 $60 \times 5\% = 3$, 则 B 类型人数为 $60 - (24 + 15 + 3) = 18$, 补全条形图如下:

学生对交通法规了解情况条形统计图

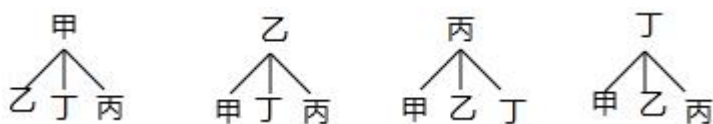


学生对交通法规了解情况扇形统计图



(3) 估计全校学生中对这些交通法规“非常了解”的有 $800 \times 40\% = 320$ 名;

(4) 画树状图为:



共有 12 种等可能的结果数, 其中甲和乙两名学生同时被选中的结果数为 2, 所以甲和乙两名学生同时被选中的概率为 $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

四、解答题 (第 21 题 12 分, 第 22 题 12 分, 共 24 分)

21. 某爱心企业在政府的支持下投入资金, 准备修建一批室外简易的足球场和篮球场, 供市民免费使用, 修建 1 个足球场和 1 个篮球场共需 8.5 万元, 修建 2 个足球场和 4 个篮球场共需 27 万元.

(1) 求修建一个足球场和一个篮球场各需多少万元?

(2) 该企业预计修建这样的足球场和篮球场共 20 个, 投入资金不超过 90 万元, 求至少可以修建多少个足球场?

【解答】解: (1) 设修建一个足球场 x 万元, 一个篮球场 y 万元, 根据题意可得:

$$\begin{cases} x+y=8.5 \\ 2x+4y=27 \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} x=3.5 \\ y=5 \end{cases}, \text{答: 修建一个足球场和一个篮球场各需 3.5 万元, 5 万元;}$$

(2) 设足球场 y 个, 则篮球场 $(20 - y)$ 个, 根据题意可得:

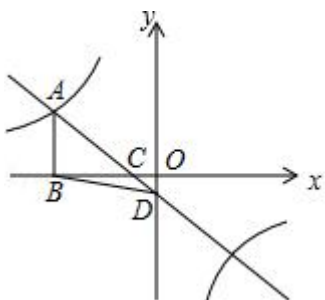
$$3.5y + 5(20 - y) \leq 90, \text{解得: } y \geq 6\frac{2}{3}, \text{答: 至少可以修建 6 个足球场.}$$

22. 如图, 一次函数 $y=kx+b$ ($k \neq 0$) 的图象与反比例函数 $y=\frac{a}{x}$ ($a \neq 0$) 的图象在第二象限交于点 A (m ,

2). 与 x 轴交于点 C ($-1, 0$). 过点 A 作 $AB \perp x$ 轴于点 B, $\triangle ABC$ 的面积是 3.

(1) 求一次函数和反比例函数的解析式;

(2) 若直线 AC 与 y 轴交于点 D, 求 $\triangle BCD$ 的面积.



【解答】解: (1) $\because AB \perp x$ 轴于点 B, 点 A $(m, 2)$, $\therefore$ 点 B $(m, 0)$, $AB=2$.

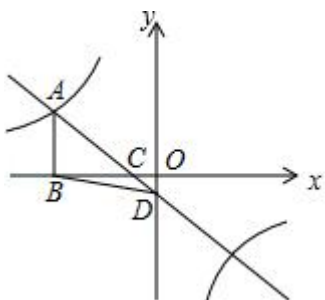
$\because$ 点 C $(-1, 0)$, $\therefore BC = -1 - m$, $\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = -1 - m = 3$, $\therefore m = -4$, $\therefore$ 点 A $(-4, 2)$.

$\because$ 点 A 在反比例函数 $y = \frac{a}{x}$ ($a \neq 0$) 的图象上, $\therefore a = -4 \times 2 = -8$, $\therefore$ 反比例函数的解析式为 $y = -\frac{8}{x}$.

将 A $(-4, 2)$ 、C $(-1, 0)$ 代入 $y = kx + b$, 得:

$$\begin{cases} -4k + b = 2 \\ -k + b = 0 \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} k = -\frac{2}{3} \\ b = -\frac{2}{3} \end{cases}, \therefore \text{一次函数的解析式为 } y = -\frac{2}{3}x - \frac{2}{3}.$$

(2) 当 $x=0$ 时, $y = -\frac{2}{3}x - \frac{2}{3} = -\frac{2}{3}$, $\therefore$ 点 D $(0, -\frac{2}{3})$, $\therefore OD = \frac{2}{3}$, $\therefore S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} BC \cdot OD = \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{2}{3} = 1$.

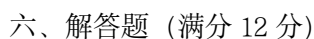
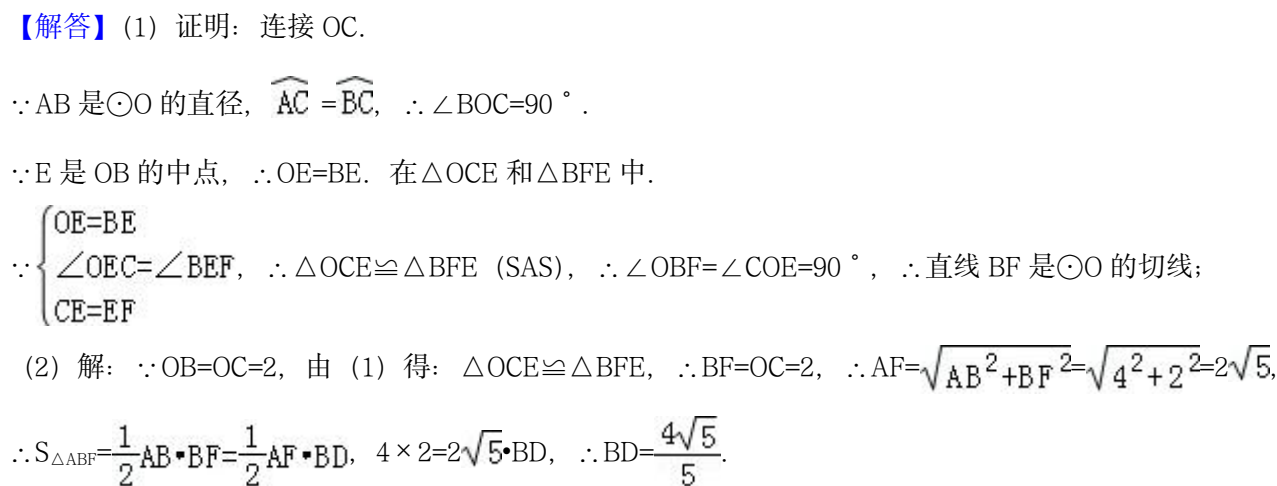


五、解答题 (满分 12 分)

23. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, $\widehat{AC} = \widehat{BC}$, E 是 OB 的中点, 连接 CE 并延长到点 F, 使 $EF = CE$. 连接 AF 交 $\odot O$ 于点 D, 连接 BD, BF.

(1) 求证: 直线 BF 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $OB=2$, 求 BD 的长.



24. 某大学生创业团队抓住商机，购进一批干果分装成营养搭配合理的小包装后出售，每袋成本 3 元. 试销期间发现每天的销售量 y (袋) 与销售单价 x (元) 之间满足一次函数关系，部分数据如表所示，其中 $3.5 \leq x \leq 5.5$ ，另外每天还需支付其他费用 80 元.

销售单价 x (元)	3.5	5.5
销售量 y (袋)	280	120

(1) 请直接写出 y 与 x 之间的函数关系式;

(2) 如果每天获得 160 元的利润, 销售单价为多少元?

(3) 设每天的利润为 w 元, 当销售单价定为多少元时, 每天的利润最大? 最大利润是多少元?

【解答】解: (1) 设 $y=kx+b$, 将 $x=3.5, y=280; x=5.5, y=120$ 代入, 得 $\begin{cases} 3.5k+b=280 \\ 5.5k+b=120 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} k=-80 \\ b=560 \end{cases}$,

则 y 与 x 之间的函数关系式为 $y=-80x+560$;

(2) 由题意, 得 $(x-3)(-80x+560)-80=160$, 整理, 得 $x^2-10x+24=0$, 解得 $x_1=4, x_2=6$.

$\because 3.5 \leq x \leq 5.5, \therefore x=4$.

答: 如果每天获得 160 元的利润, 销售单价为 4 元;

(3) 由题意得: $w=(x-3)(-80x+560)-80$

$$=-80x^2+800x-1760$$

$$=-80(x-5)^2+240.$$

$\because 3.5 \leq x \leq 5.5, \therefore$ 当 $x=5$ 时, w 有最大值为 240.

故当销售单价定为 5 元时, 每天的利润最大, 最大利润是 240 元.

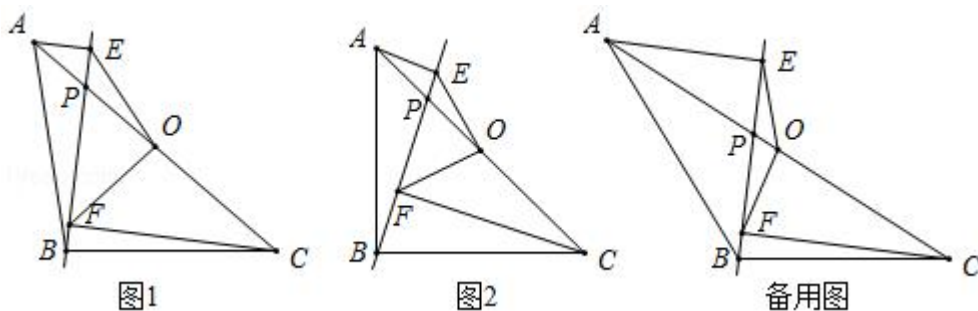
七、解答题 (满分 12 分)

25. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=BC$, 点 O 是 AC 的中点, 点 P 是 AC 上的一个动点 (点 P 不与点 A, O, C 重合). 过点 A, C 作直线 BP 的垂线, 垂足分别为点 E 和点 F , 连接 OE, OF .

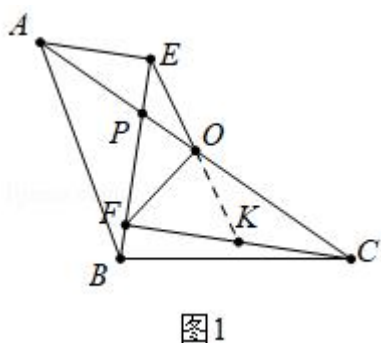
(1) 如图 1, 请直接写出线段 OE 与 OF 的数量关系;

(2) 如图 2, 当 $\angle ABC=90^\circ$ 时, 请判断线段 OE 与 OF 之间的数量关系和位置关系, 并说明理由

(3) 若 $|CF-AE|=2, EF=2\sqrt{3}$, 当 $\triangle POF$ 为等腰三角形时, 请直接写出线段 OP 的长.



【解答】解: (1) 如图 1 中, 延长 EO 交 CF 于 K .



$\because AE \perp BE, CF \perp BE, \therefore AE \parallel CK, \therefore \angle EAO = \angle KCO.$

$\because OA = OC, \angle AOE = \angle COK, \therefore \triangle AOE \cong \triangle COK, \therefore OE = OK.$

$\because \triangle EFK$ 是直角三角形, $\therefore OF = \frac{1}{2}EK = OE.$

(2) 如图 2 中, 延长 EO 交 CF 于 K .

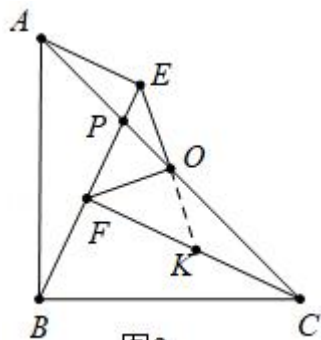


图2

$\because \angle ABC = \angle AEB = \angle CFB = 90^\circ, \therefore \angle ABE + \angle BAE = 90^\circ, \angle ABE + \angle CBF = 90^\circ, \therefore \angle BAE = \angle CBF.$

$\because AB = BC, \therefore \triangle ABE \cong \triangle BCF, \therefore BE = CF, AE = BF.$

$\because \triangle AOE \cong \triangle COK, \therefore AE = CK, OE = OK, \therefore FK = EF, \therefore \triangle EFK$ 是等腰直角三角形, $\therefore OF \perp EK, OF = OE.$

(3) 如图 3 中, 延长 EO 交 CF 于 K . 作 $PH \perp OF$ 于 H .

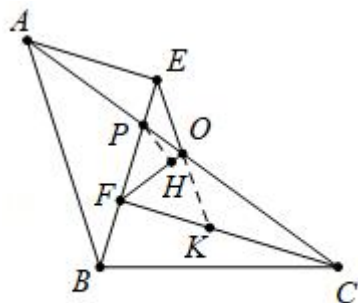


图3

$\because |CF - AE| = 2, EF = 2\sqrt{3}, AE = CK, \therefore FK = 2.$ 在 $Rt\triangle EFK$ 中, $\tan \angle FEK = \frac{\sqrt{3}}{3}, \therefore \angle FEK = 30^\circ, \angle EKF = 60^\circ,$

$\therefore EK = 2FK = 4, OF = \frac{1}{2}EK = 2.$

$\because \triangle OPF$ 是等腰三角形, 观察图形可知, 只有 $OF = FP = 2.$ 在 $Rt\triangle PHF$ 中, $PH = \frac{1}{2}PF = 1, HF = \sqrt{3}, OH = 2 - \sqrt{3}, \therefore OP = \sqrt{1^2 + (2 - \sqrt{3})^2} = \sqrt{6} - \sqrt{2}$

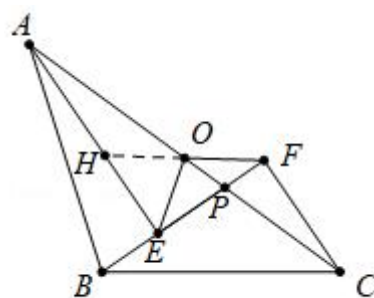


图4

如图 4 中，当点 P 在线段 OC 上时，同法可得 $OP = \sqrt{6} - \sqrt{2}$ ，

综上所述：OP 的长为 $\sqrt{6} - \sqrt{2}$ 。

八、解答题（满分 14 分）

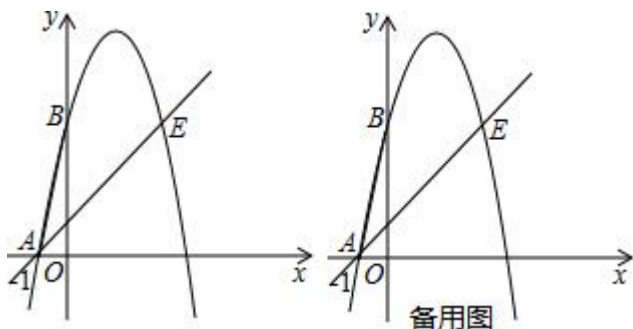
26. 如图，抛物线 $y = ax^2 + 4x + c$ ($a \neq 0$) 经过点 A (-1, 0)，点 E (4, 5)，与 y 轴交于点 B，连接 AB。

(1) 求该抛物线的解析式；

(2) 将 $\triangle ABO$ 绕点 O 旋转，点 B 的对应点为点 F。

①当点 F 落在直线 AE 上时，求点 F 的坐标和 $\triangle ABF$ 的面积；

②当点 F 到直线 AE 的距离为 $\sqrt{2}$ 时，过点 F 作直线 AE 的平行线与抛物线相交，请直接写出交点的坐标。



【解答】解：(1) 将 A, E 点坐标代入函数解析式，得

$$\begin{cases} a - 4 + c = 0 \\ 16a + 16 + c = 5 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} a = -1 \\ c = 5 \end{cases}, \text{ 抛物线的解析式是 } y = -x^2 + 4x + 5, \text{ (2) 设 AE 的解析式为 } y = kx + b, \text{ 将 A, E}$$

点坐标代入，得

$$\begin{cases} -k + b = 0 \\ 4k + b = 5 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k = 1 \\ b = 1 \end{cases}, \text{ AE 的解析式为 } y = x + 1, \text{ x=0 时, y=1 即 C (0, 1), 设 F 点坐标为 (n, n+1), 由}$$

旋转的性质得：OF=OB=5, $n^2 + (n+1)^2 = 25$, 解得 $n_1 = -4, n_2 = 3$, F (-4, -3), F (3, 4), 当 F (-4,

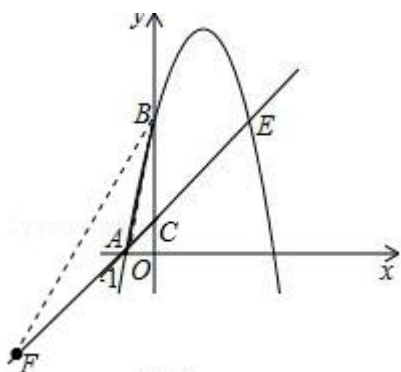
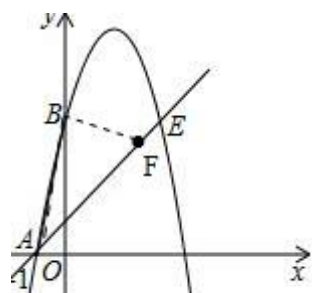


图 1

-3) 时如图 1

$$, S_{\triangle ABF} = S_{\triangle BCF} - S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot |x_F| - \frac{1}{2}BC \cdot |x_A| = \frac{1}{2}BC \cdot (x_A - x_F)$$

$$S_{\triangle ABF} = \frac{1}{2} \times 4 \times (-1+4) = 6;$$

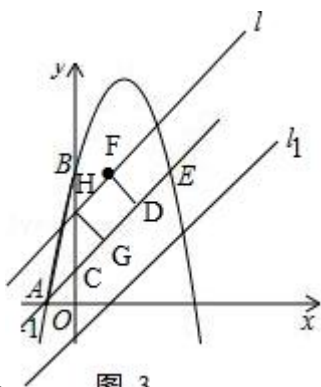


当 F (3, 4) 时, 如图 2

图 2

$$, S_{\triangle ABF} = S_{\triangle BCF} + S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot |x_F| + \frac{1}{2} BC \cdot |x_A| = \frac{1}{2} BC \cdot (x_F - x_A)$$

$$S_{\triangle ABF} = \frac{1}{2} \times 4 \times (3+1) = 8;$$



(3) 如图 3

图 3

$\because \angle HCG = \angle ACO, \angle HGC = \angle COA, \therefore \triangle HGC \sim \triangle COA.$

$\because OA = OC = 1, \therefore CG = HG = \sqrt{2},$ 由勾股定理, 得

$HC = \sqrt{CG^2 + HG^2} = 2,$ 直线 AE 向上平移 2 个单位或向下平移 2 个单位, l 的解析是为 $y = x + 3,$ l_1 的解析是为

$$y = x - 1, \text{ 联立 } \begin{cases} y = x + 3 \\ y = -x^2 + 4x + 5 \end{cases} \text{ 解得 } x_1 = \frac{3 + \sqrt{17}}{2}, x_2 = \frac{3 - \sqrt{17}}{2}, \begin{cases} y = x - 1 \\ y = -x^2 + 4x + 5 \end{cases} \text{ 解得 } x_3 = \frac{3 + \sqrt{33}}{2}, x_4 = \frac{3 - \sqrt{33}}{2},$$

F 点的坐标为 $(\frac{3 + \sqrt{17}}{2}, \frac{5 + \sqrt{17}}{2}), (\frac{3 - \sqrt{17}}{2}, \frac{5 - \sqrt{17}}{2}), (\frac{3 + \sqrt{33}}{2}, \frac{5 + \sqrt{33}}{2}), (\frac{3 - \sqrt{33}}{2}, \frac{5 - \sqrt{33}}{2}).$