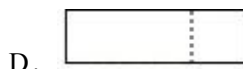
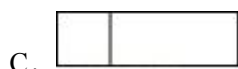
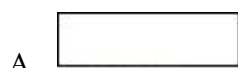
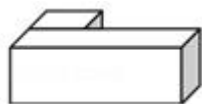


2018 年辽宁省丹东市中考数学试卷

一、选择题（共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

1.（3 分）如图所示，该几何体的主视图为（ ）



2.（3 分）下列计算结果正确的是（ ）

A. $a^2 \cdot a = a^2$

B. $2a^2 + a^2 = 2a^2$

C. $(a^2b)^2 = a^4b^2$

D. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$

3.（3 分）一组数据 8, 6, 4, x , 3, 2 的唯一众数为 8, 则这组数据的中位数是（ ）

A. 6

B. 5

C. 4

D. 3

4.（3 分）计算 $|1 - \sqrt{2}| =$ （ ）

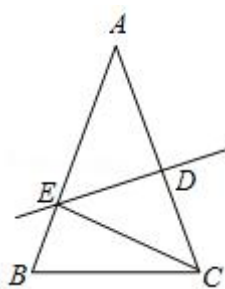
A. $-1 - \sqrt{2}$

B. $1 - \sqrt{2}$

C. $1 + \sqrt{2}$

D. $-1 + \sqrt{2}$

5.（3 分）如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$, AC 的垂直平分线交 AC 于点 D , 交 AB 与点 E , 已知 $\triangle BCE$ 的周长为 10, 且 $BC = 4$, 则 AB 的长为（ ）



A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

6.（3 分）不等式组 $\begin{cases} -2x-4 > 0 \\ x-3 \leq 0 \end{cases}$ 的解集是（ ）

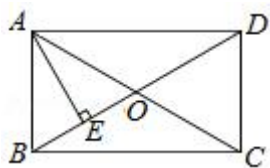
A. $x < -2$

B. $x \leq 3$

C. $-2 < x \leq 3$

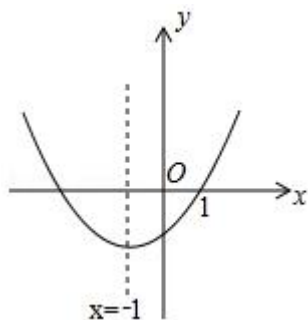
D. $-2 < x < 3$

7.（3 分）如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AD = 6$, 对角线 AC 与 BD 交于点 O , $AE \perp BD$, 垂足为点 E , 且 AE 平分 $\angle BAO$, 则 AB 的长为（ ）



- A. 3 B. 4 C. $2\sqrt{3}$ D. $3\sqrt{3}$

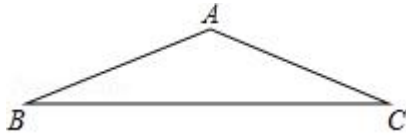
8. (3分) 平面直角坐标系中, 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示, 现给出下列结论: ① $abc < 0$; ② $c + 2a > 0$; ③ $9a - 3b + c = 0$; ④ $a - b \leq am^2 + bm$ (m 为实数); ⑤ $4ac - b^2 < 0$. 其中正确结论的个数是 ()



- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

二、填空题 (共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

9. (3分) 函数 $y = \frac{\sqrt{x-1}}{x-2}$ 中, 自变量 x 的取值范围是_____.
10. (3分) 反比例函数 $y = \frac{k-2}{x}$ 的图象经过点 $(-1, 2)$, 则实数 $k =$ _____.
11. (3分) 地球上陆地面积约为 $148000000 km^2$. 则数据 148000000 用科学记数法表示为_____.
12. (3分) 已知线段 AB 的长为 10, 在线段 AB 上任取一点 P (点 P 与点 A 不重合), 以 AP 为边作正方形 $APQR$, 则正方形 $APQR$ 的面积不超过 25 的概率是_____.
13. (3分) 在 $\triangle ABC$ 中, 点 M, N 分别是边 AC 和 BC 的中点, $\triangle CMN$ 的面积等于 1, 则四边形 $MNBA$ 的面积是_____.
14. (3分) 在平面直角坐标系中, 点 $A(-2, 0)$, 动点 P 在直线 $y = -\sqrt{3}x$ 上, 若 $\triangle APO$ 为等腰三角形, 则点 P 的坐标是_____.
15. (3分) 按一定规律排成的一列数依次为: $\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{10}, \frac{2}{15}, \frac{\sqrt{5}}{26}, \frac{\sqrt{6}}{35}, \dots$ 按此规律排下去, 这列数中的第 10 个数是_____.
16. (3分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 10, BC = 18$, 点 P 是 BC 边上的动点, 连接 AP , 将 $\triangle ACP$ 沿着直线 AP 翻折后得到 $\triangle AEP$, 当 $PE \perp BC$ 时, BP 的长是_____.



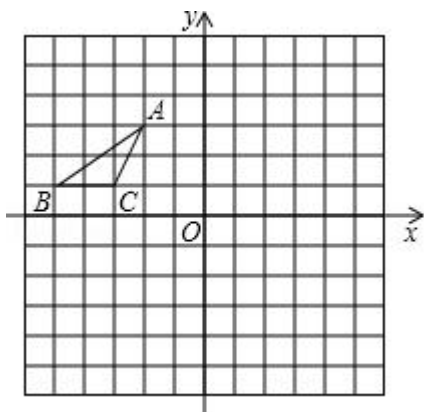
三、解答题（共 2 小题，每小题 8 分，共 16 分）

17.（8 分）先化简，再求值： $\left(\frac{a-1}{a}-\frac{a-2}{a+1}\right) \div \frac{2a^2-a}{a^2+2a+1}$ ，其中 $a=\sqrt{2}$.

18.（8 分）如图，网格中每个小方格都是边长为 1 个单位长度的正方形，点 A, B, C 的坐标分别为 $A(-2, 3), B(-5, 1), C(-3, 1)$. 先将 $\triangle ABC$ 沿一个确定方向平移，得到 $\triangle A_1B_1C_1$ ，点 B 的对应点 B_1 的坐标是 $(1, 2)$ ；再将 $\triangle A_1B_1C_1$ 绕原点 O 顺时针旋转 90° ，得到 $\triangle A_2B_2C_2$ ，点 A_1 的对应点为 A_2 .

(1) 画出 $\triangle A_1B_1C_1$ ，并直接写出点 A_1 的坐标；

(2) 画出 $\triangle A_2B_2C_2$ ，并直接写出 $\cos B$ 的值.



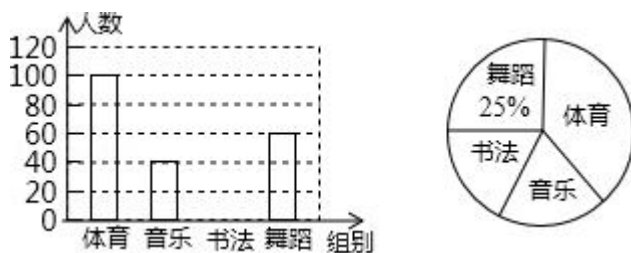
四、解答题（共 2 小题，共 20 分）

19.（10 分）某校有体育、音乐、书法、舞蹈四个活动小组，要求学生全员参加，每人限报一个小组. 校学生会随机抽查了部分学生，对学生参加活动小组的情况进行一次统计，将所收集的数据绘制成如图所示的两幅不完整的统计图. 请根据图中提供的信息解答下列问题：

(1) 本次共抽查了多少学生？

(2) 补全条形统计图并求出扇形统计图中“书法”所占圆心角的度数；

(3) 已知该校共有 1236 名学生，请根据调查的结果估计该校参加书法活动小组的学生人数.



20. (10分) 某水果商从批发市场用8万元购进一批大樱桃若干千克, 很快销售一空. 于是该水果商又用17.6万元购进第二批大樱桃, 所购质量是第一批的3倍, 但每千克便宜了4元. 求该水果商购进第一批大樱桃每千克多少元?

五、解答题 (共2小题, 20分)

21. (10分) 在一个不透明的布袋里, 装有完全相同的3个小球, 小球上分别标有数字1, 2, 5; 先从袋子里任意摸出1个球, 记其标有的数字为 x , 不放回; 再从袋子里任意摸出一个球, 记其标有的数字为 y , 依次确定有理数 $\frac{x}{y}$.

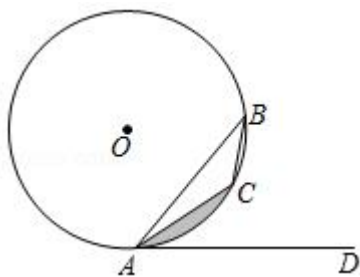
(1) 请用画树状图或列表的方法, 写出 $\frac{x}{y}$ 的所有可能的有理数;

(2) 求有理数 $\frac{x}{y}$ 为整数的概率.

22. (10分) 如图, 直线 AD 经过 $\odot O$ 上的点 A , $\triangle ABC$ 为 $\odot O$ 的内接三角形, 并且 $\angle CAD = \angle B$.

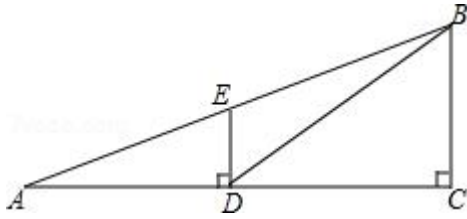
(1) 判断直线 AD 与 $\odot O$ 的位置关系, 并说明理由;

(2) 若 $\angle CAD = 30^\circ$, $\odot O$ 的半径为1, 求图中阴影部分的面积. (结果保留 π)



六、解答题 (共2小题, 20分)

23. (10分) 如图, 小明利用长为 $2m$ 的标尺 ED 测量某建筑物 BC 的高度, 观测点 A 、标尺底端 D 与建筑物底端 C 在同一条水平直线上, 标尺 $ED \perp AC$. 从点 A 处测得建筑物顶端 B 的仰角为 22° , 此时点 E 恰好在 AB 上; 从点 D 处测得建筑物顶端 B 的仰角为 38.5° , 求建筑物 BC 的高度. (参考数据 $\sin 22^\circ \approx 0.37$, $\cos 22^\circ \approx 0.93$, $\tan 22^\circ \approx 0.40$, $\sin 38.5^\circ \approx 0.62$, $\cos 38.5^\circ \approx 0.70$, $\tan 38.5^\circ \approx 0.80$)



24. (10 分) 某商场销售一种小商品, 每件进货价为 190 元, 调查发现, 当销售价为 210 元时, 平均每天能销售 8 件; 当销售价每降低 2 元时, 平均每天就能多销售 4 件, 设每件小商品降价 x 元, 平均每天销售 y 件.

(1) 求 y 与 x 之间的函数关系式;

(2) 商场要想使这种小商品平均每天的销售利润达到 280 元, 求每件小商品的销售价应定为多少元?

(3) 设每天的销售总利润为 w 元, 求 w 与 x 之间的函数关系式; 每件小商品降价多少元时, 每天的总利润最大? 最大利润是多少?

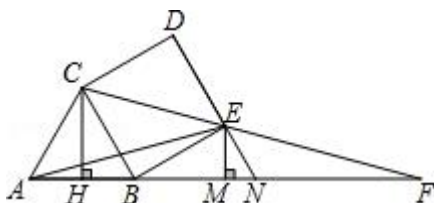
七、解答题 (12 分)

25. (12 分) 如图 $\triangle ABC$ 为等边三角形, 以 BC 为边在 $\triangle ABC$ 外作正方形 $BCDE$, 延长 AB 分别交 CE 、 DE 的延长线于点 F , N , $CH \perp AF$ 于点 H , $EM \perp AF$ 于点 M , 连接 AE .

(1) 判断 $\triangle CHB$ 和 $\triangle BME$ 是否全等, 并说明理由;

(2) 求证: $AE^2 = AC \cdot AF$;

(3) 已知 $AB = \sqrt{2}$, 若点 P 是直线 AF 上的动点, 请直接写出 $\triangle CEP$ 周长的最小值.



八、解答题 (14 分)

26. (14 分) 如图 1, 在平面直角坐标系中, 直线 $y = -\frac{3}{4}x + \frac{9}{4}$ 与 x 轴交于点 A , 与 y 轴交于点 B ; 抛物线 $y = ax^2 + bx + \frac{9}{4}$ ($a \neq 0$) 过 A , B 两点, 与 x 轴交于另一点 $C(-1, 0)$, 抛物线的顶点为 D

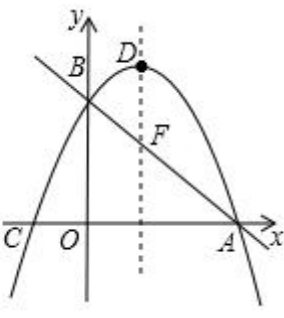
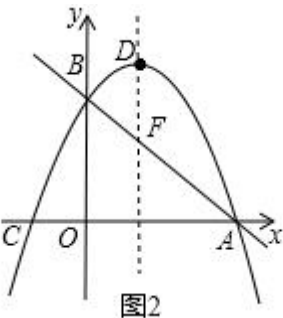
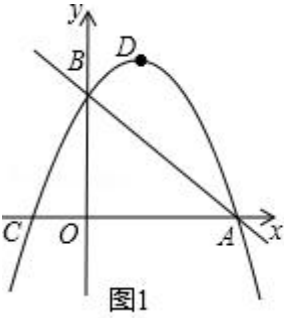
(1) 求出 A , B 两点的坐标;

(2) 求抛物线的解析式及顶点 D 的坐标;

(3) 在直线 AB 上方的抛物线上有一动点 E , 求出点 E 到直线 AB 的距离的最大值;

(4) 如图 2, 直线 AB 与抛物线的对称轴相交于点 F , 点 P 在坐标轴上, 且点 P 到直线

BD , DF 的距离相等, 请直接写出点 P 的坐标.



2018 年辽宁省丹东市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

1. 【分析】找到从正面看所得到的图形即可.

【解答】解：从正面看两个矩形，中间的线为虚线，

故选：B.

【点评】本题考查了三视图的知识，主视图是从物体的正面看得到的视图.

2. 【分析】根据幂的乘方与积的乘方、合并同类项、乘法公式以及同底数幂的乘法解答即可.

【解答】解：A、 $a^2 \cdot a = a^3$ ，错误；

B、 $2a^2 + a^2 = 3a^2$ ，错误；

C、 $(a^2b)^2 = a^4b^2$ ，正确；

D、 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ，错误；

故选：C.

【点评】此题考查幂的乘方与积的乘方，关键是根据幂的乘方与积的乘方、合并同类项、乘法公式以及同底数幂的乘法的法则解答.

3. 【分析】根据众数的定义即一组数据中出现次数最多的数据叫做众数得出 x 的值，将数据从小到大排列可得出中位数.

【解答】解： $\because$ 数据 8, 6, 4, x , 3, 2 的唯一众数为 8,

$\therefore x = 8$,

将数据从小到大排列为 2, 3, 4, 6, 8, 8,

则中位数是 $\frac{4+6}{2} = 5$.

故选：B.

【点评】本题考查了众数及中位数的知识，解答本题的关键是掌握众数及中位数的定义.

4. 【分析】根据绝对值和实数的估计解答解答.

【解答】解： $\because 1 < \sqrt{2} < 2$,

$\therefore 1 - \sqrt{2} < 0$,

$\therefore |1 - \sqrt{2}| = \sqrt{2} - 1$,

故选：D.

【点评】本题考查了实数的大小比较，解决本题的关键是熟记实数的大小比较.

5. 【分析】根据线段垂直平分线的性质和等腰三角形的性质即可得到结论.

【解答】解：∵ AB 的垂直平分线 DE ,

$$\therefore AE = CE,$$

$$\because \triangle BCE \text{ 的周长为 } 10, BC = 4,$$

$$\therefore 4 + BE + CE = 10,$$

$$\therefore AE = BE,$$

$$\therefore AE + BE = 10 - 4 = 6,$$

$$\therefore AB = 6.$$

故选：D.

【点评】本题考查了线段垂直平分线性质的应用，注意：线段垂直平分线上的点到线段两个端点的距离相等.

6. 【分析】分别解两个不等式得到 $x < -2$ 和 $x \leq 3$ ，然后根据同小取小确定不等式组的解集.

【解答】解：
$$\begin{cases} -2x - 4 > 0 \text{ ①} \\ x - 3 \leq 0 \text{ ②} \end{cases},$$

解①得 $x < -2$,

解②得 $x \leq 3$,

所以不等式组的解集为 $x < -2$.

故选：A.

【点评】本题考查了解一元一次不等式组：解一元一次不等式组时，一般先求出其中各不等式的解集，再求出这些解集的公共部分，利用数轴可以直观地表示不等式组的解集. 解集的规律：同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到.

7. 【分析】由矩形的性质可得 $AO = CO = BO = DO$ ，可证 $\triangle ABE \cong \triangle AOE$ ，可得 $AO = AB = BO = DO$ ，由勾股定理可求 AB 的长.

【解答】解：∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形

$$\therefore AO = CO = BO = DO,$$

$$\therefore AE \text{ 平分 } \angle BAO$$

$$\therefore \angle BAE = \angle EAO, \text{ 且 } AE = AE, \angle AEB = \angle AEO,$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle AOE \text{ (ASA)}$$

$$\therefore AO = AB, \text{ 且 } AO = OB$$

$$\therefore AO = AB = BO = DO,$$

$$\therefore BD = 2AB,$$

$$\therefore AD^2 + AB^2 = BD^2,$$

$$\therefore 36 + AB^2 = 4AB^2,$$

$$\therefore AB = 2\sqrt{3}$$

故选：C.

【点评】 本题考查了矩形的性质，全等三角形的判定和性质，勾股定理，熟练运用矩形的性质是本题的关键.

8. **【分析】** 根据二次函数的图象与性质即可求出答案.

【解答】 解：①由抛物线可知： $a > 0$ ， $c < 0$ ，

$$\text{对称轴 } x = -\frac{b}{2a} < 0,$$

$$\therefore b > 0,$$

$$\therefore abc < 0, \text{ 故①正确;}$$

$$\text{②由对称轴可知: } -\frac{b}{2a} = -1,$$

$$\therefore b = 2a,$$

$$\therefore x = 1 \text{ 时, } y = a + b + c = 0,$$

$$\therefore c + 3a = 0,$$

$$\therefore c + 2a = -3a + 2a = -a < 0, \text{ 故②错误;}$$

$$\text{③} (1, 0) \text{ 关于 } x = -1 \text{ 的对称点为 } (-3, 0),$$

$$\therefore x = -3 \text{ 时, } y = 9a - 3b + c = 0, \text{ 故③正确;}$$

$$\text{④当 } x = -1 \text{ 时, } y \text{ 的最小值为 } a - b + c,$$

$$\therefore x = m \text{ 时, } y = am^2 + bm + c,$$

$$\therefore am^2 + bm + c \geq a - b + c,$$

$$\text{即 } am^2 + bm \geq a - b, \text{ 故④正确;}$$

$$\text{⑤抛物线与 } x \text{ 轴有两个交点,}$$

$$\therefore \Delta > 0,$$

$$\text{即 } b^2 - 4ac > 0,$$

$$\therefore 4ac - b^2 < 0, \text{ 故⑤正确;}$$

故选：C.

【点评】 本题考查二次函数，解题的关键是熟练运用二次函数的图象与性质，本题属于

中等题型.

二、填空题(共8小题,每小题3分,共24分)

9. 【分析】根据二次根式的性质和分式的意义,被开方数大于等于0,可知 $x-1 \geq 0$; 分母不等于0,可知: $x-2 \neq 0$, 则可以求出自变量 x 的取值范围.

【解答】解: 根据题意得:
$$\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x-2 \neq 0 \end{cases},$$

解得: $x \geq 1$ 且 $x \neq 2$.

故答案为: $x \geq 1$ 且 $x \neq 2$.

【点评】本题考查了函数自变量的范围问题, 函数自变量的范围一般从三个方面考虑:

- (1) 当函数表达式是整式时, 自变量可取全体实数;
- (2) 当函数表达式是分式时, 考虑分式的分母不能为0;
- (3) 当函数表达式是二次根式时, 被开方数为非负数.

10. 【分析】把点 $(-1, 2)$ 代入反比例函数 $y = \frac{k-2}{x}$ 得到关于 k 的一元一次方程, 解之即可.

【解答】解: 把点 $(-1, 2)$ 代入反比例函数 $y = \frac{k-2}{x}$ 得:

$$\frac{k-2}{-1} = 2,$$

解得: $k = 0$,

故答案为: 0.

【点评】本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征, 正确掌握代入法是解题的关键.

11. 【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值是易错点, 由于 148000000 有 9 位, 所以可以确定 $n = 9 - 1 = 8$.

【解答】解: $148\,000\,000 = 1.48 \times 10^8 km^2$.

故答案为: 1.48×10^8 .

【点评】此题考查科学记数法表示较大的数的方法, 准确确定 a 与 n 值是关键.

12. 【分析】由正方形的面积得出其边长 AP 的长度不超过 5, 再除以线段 AB 的长度即可得.

【解答】解: $\because$ 正方形 $APQR$ 的面积不超过 25,

$\therefore$ 其边长 AP 的长度不超过 5,

$\because$ 线段 AB 的长为 10,

$\therefore$ 正方形 $APQR$ 的面积不超过 25 的概率是 $\frac{1}{2}$,

故答案为: $\frac{1}{2}$.

【点评】 本题主要考查几何概率, 所谓几何概型的概率问题, 是指具有下列特征的一些随机现象的概率问题: 设在空间上有一区域 G , 又区域 g 包含在区域 G 内 (如图), 而区域 G 与 g 都是可以度量的.

13. 【分析】 利用三角形的中位线定理以及相似三角形的性质即可解决问题.

【解答】 解: $\because M, N$ 分别为 AC, BC 的中点,

$\therefore MN$ 为 $\triangle ABC$ 的中位线,

$\therefore MN \parallel AB$, 且 $AB = 2MN$,

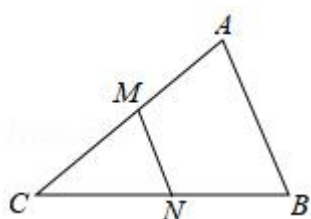
$\therefore \triangle CMN \sim \triangle CAB$,

$$\therefore \frac{S_{\triangle CAB}}{S_{\triangle CMN}} = \left(\frac{AB}{MN} \right)^2 = 4,$$

$$\therefore S_{\triangle CAB} = 4S_{\triangle CMN} = 4,$$

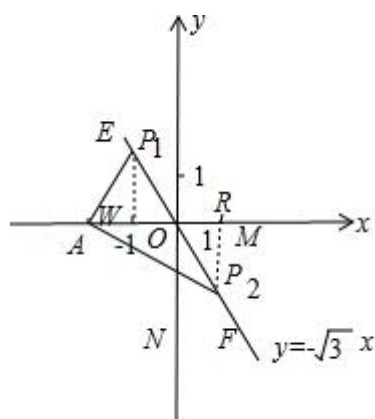
$$\therefore S_{\text{四边形}ABNM} = S_{\triangle CAB} - S_{\triangle CMN} = 4 - 1 = 3.$$

故答案为: 3.



【点评】 本题考查了相似三角形的判定与性质以及三角形中位线定理, 利用相似三角形的性质求出 $S_{\triangle CAB}$ 的值是解题的关键.

14. 【分析】 先画出符合的 P 点, 再解直角三角形求出边 OW 、 OR 、 P_1W 、 P_2R , 即可得出答案.



【解答】 解:

如图所示直线 $y = -\sqrt{3}x$ 的图象是直线 EF ,

当 $x = 1$ 时, $y = -\sqrt{3}$,

$$\because \tan \angle MOF = \frac{\sqrt{3}}{1},$$

$$\therefore \angle MOF = 60^\circ = \angle AOE,$$

所以存在 P_1 、 P_2 两个点, $\triangle AOP$ 是等腰三角形, 且 $\triangle AP_1O$ 是等边三角形,

过 P_1 作 $P_1W \perp x$ 轴于 W , 过 P_2 作 $P_2R \perp x$ 轴于 R ,

$$\because A(-2, 0),$$

$$\therefore OA = OP_1 = OP_2 = 2,$$

$$\therefore OW = OR = 1, P_1W = P_2R = \sqrt{3},$$

即 P 点的坐标为 $(-1, \sqrt{3})$ 或 $(1, -\sqrt{3})$,

故答案为: $(-1, \sqrt{3})$ 或 $(1, -\sqrt{3})$.

【点评】 本题考查了等腰三角形的性质和判定、解直角三角形、一次函数图象上点的坐标特征等知识点, 能求出符合的所有情况是解此题的关键.

15. **【分析】** 根据题目给出数列的规律即可求出答案.

【解答】 解: 分子可以看出: $\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}, \sqrt{5} \dots$,

故第 10 个数的分子为 $\sqrt{10}$,

分母可以看出: 第奇数个分母是其个数的平方加 1, 例如: $1^2+1=2, 3^2+1=10, 5^2+1=26$,

第偶数个分母是其个数的平方减 1, 例如: $2^2-1=3, 4^2-1=15, 6^2-1=35$,

故这列数中的第 10 个数是: $\frac{\sqrt{10}}{10^2-1} = \frac{\sqrt{10}}{99}$.

故答案为: $\frac{\sqrt{10}}{99}$.

【点评】 此题主要考查了数字变化规律, 正确得出分母的变化规律是解题关键.

16. **【分析】** 通过折叠, 找到对应线段 $AC = AE$, 然后利用等腰三角形三线合一性质, 作高线, 构造直角三角形 AEF , 然后根据勾股定理列方程.

【解答】 解: 如图所示, 过点 A 向 BC 作垂线交 BC 于 G 点, 过点 E 向射线 AG 作垂线, 交于 F 点.

设 $CP = x$, 因为折叠, 所以 $PE = x, AE = AB = 10$,

$\because \triangle ABC$ 为等腰三角形, 且 $AC = 10, BC = 18$,

$$\therefore GC = 9$$

$$\therefore AG = \sqrt{AC^2 - GC^2} = \sqrt{19},$$

在 $Rt\triangle AEF$ 中,

$$\because AE = 10, AF = AG + GF = x + \sqrt{19}, EF = PG = 9 - x,$$

$$\therefore AE^2 = EF^2 + AF^2$$

$$\therefore 10^2 = (9 - x)^2 + (x + \sqrt{19})^2$$

$$\therefore x_1 = 0 \text{ (舍)} \quad x_2 = 9 - \sqrt{19}$$

当点 P 位于 GC 上时,

$\because \triangle APE$ 和 $\triangle APC$ 关于 AP 成轴对称,

$$\therefore \angle APE = \angle APC,$$

又 $\because PE \perp BC$,

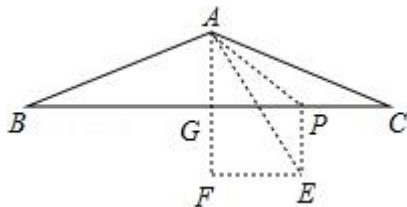
$$\therefore \angle APE = \angle APC = 135^\circ, \quad \angle APG = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle PAG = 45^\circ,$$

$$\therefore PG = AG = \sqrt{19},$$

$$\therefore BP = BG + PG = 9 + \sqrt{19},$$

故答案为: $9 - \sqrt{19}$ 或 $9 + \sqrt{19}$.



【点评】考查了等腰三角形的性质、勾股定理及折叠问题的知识, 折叠前后图形全等, 构造直角三角形, 列方程, 是解决这个问题的关键.

三、解答题 (共 2 小题, 每小题 8 分, 共 16 分)

17. **【分析】**原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算, 同时利用除法法则变形, 约分得到最简结果, 把 a 的值代入计算即可求出值.

$$\text{【解答】解: } \left(\frac{a-1}{a} - \frac{a-2}{a+1} \right) \div \frac{2a^2-a}{a^2+2a+1}$$

$$= \left[\frac{a^2-1}{a(a+1)} - \frac{a^2-2a}{a(a+1)} \right] \cdot \frac{(a+1)^2}{a(2a-1)}$$

$$= \frac{2a-1}{a(a+1)} \cdot \frac{(a+1)^2}{a(2a-1)}$$

$$= \frac{a+1}{a^2},$$

当 $a = \sqrt{2}$ 时,

$$\text{原式} = \frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{2}+1}{2}.$$

【点评】 本题考查的是分式的化简求值，能根据分式混合运算的法则把原式化为最简形式是解答此题的关键.

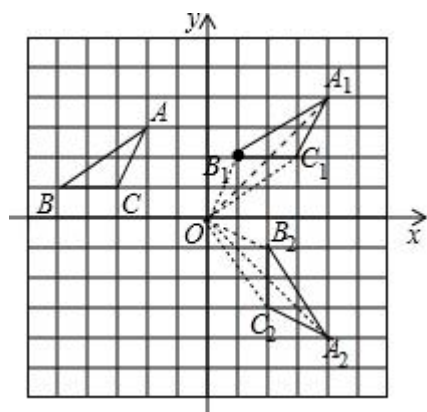
18. **【分析】** (1) 利用 B 点、 B_1 点的坐标变换得到 $\triangle ABC$ 的平移规律，然后利用此规律写出 A_1 、 C_1 点的坐标，然后描点得到 $\triangle A_1B_1C_1$;

(2) 利用网格特点和旋转的性质画出 A_2 、 B_2 、 C_2 ，从而得到 $\triangle A_2B_2C_2$ ，然后把 $\angle B$ 放到一个直角边分别为 2 和 3 的直角三角形中，利用余弦的定义计算 $\cos B$ 的值.

【解答】 解: (1) 如图， $\triangle A_1B_1C_1$ 为所作；点 A_1 的坐标为 (4, 4);

(2) 如图， $\triangle A_2B_2C_2$ 为所作；

$$\cos B = \frac{3}{\sqrt{2^2+3^2}} = \frac{3\sqrt{13}}{13}.$$



【点评】 本题考查了作图 - 旋转变换：根据旋转的性质可知，对应角都相等都等于旋转角，对应线段也相等，由此可以通过作相等的角，在角的边上截取相等的线段的方法，找到对应点，顺次连接得出旋转后的图形．也考查了平移变换和余弦的定义．

四、解答题（共 2 小题，共 20 分）

19. **【分析】** (1) 用参加舞蹈的人数除以舞蹈所占的比例即可求出抽查了多少学生；

(2) 用 (1) 的结果减去其他三项活动人数即可得出参加书法人数，用参加书法人数所占比例乘 360° 即可得出“书法”所占圆心角的度数；

(3) 用总人数乘参加书法人数所占比例即可估计该校参加书法活动小组的学生人数.

【解答】解: (1) $60 \div 25\% = 240$ (人),

故本次共抽查了 240 名学生;

(2) $240 - 100 - 40 - 60 = 40$ (人), $\frac{40}{240} \approx 16.7\%$,

扇形统计图中“书法”所占圆心角的度数为: $\frac{40}{240} \times 360^\circ = 60^\circ$;



(3) $1236 \times \frac{40}{240} = 206$ (人),

故该校参加书法活动小组的学生人数大约有 206 人.

【点评】 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用, 读懂统计图, 从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据; 扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小.

20. **【分析】** 设该水果商购进第一批大樱桃每千克 x 元, 根据两次购进水果的的质量的倍数为 3 列出方程并解答.

【解答】 解: 设该水果商购进第一批大樱桃每千克 x 元, 则该水果商购进第二批大樱桃每千克 $(x - 4)$ 元,

依题意得: $\frac{80000}{x} \times 3 = \frac{176000}{x-4}$

解得 $x = 15$

经检验 $x = 15$ 是所列方程的根, 且符合题意.

答: 该水果商购进第一批大樱桃每千克 15 元.

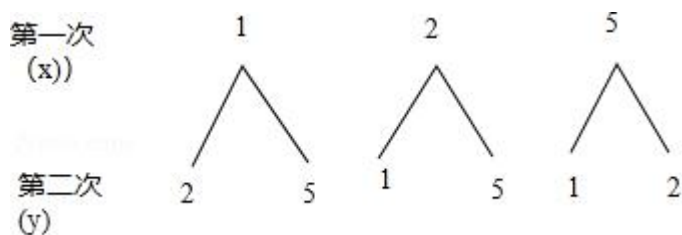
【点评】 本题考查分式方程的应用, 分析题意, 找到合适的等量关系是解决问题的关键.

五、解答题 (共 2 小题, 20 分)

21. **【分析】** (1) 根据要求画出树状图即可.

(2) 利用概率公式求解即可.

【解答】解：（1）树状图如图所示．



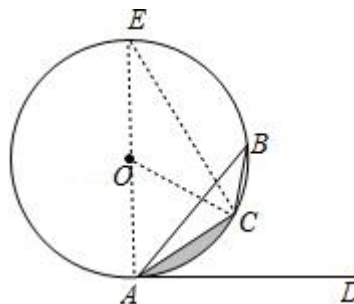
$\frac{x}{y}$ 的所有可能的有理数： $\frac{1}{2}$ ， $\frac{1}{5}$ ，2， $\frac{2}{5}$ ， $5\frac{5}{2}$ ．

（2）有理数 $\frac{x}{y}$ 为整数的概率= $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ ．

【点评】本题考查的是用列表法或画树状图法求概率．列表法或画树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，列表法适合于两步完成的事件，树状图法适合两步或两步以上完成的事件．用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比．

22. 【分析】（1）作直径 AE ，连接 CE ，求出 $\angle OAD = 90^\circ$ ，根据切线的判定得出即可；

（2）求出 $\triangle OAC$ 是等边三角形，再分别求出 $\triangle OAC$ 和扇形 OAC 的面积，即可得出答案．



【解答】解：（1）直线 AD 与 $\odot O$ 的位置关系是相切，

理由是：作直径 AE ，连接 CE ，

$\because AE$ 为直径，

$\therefore \angle ACE = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle E + \angle EAC = 90^\circ$ ，

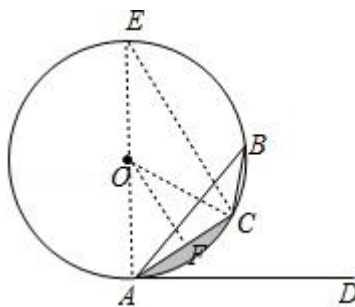
$\because \angle B = \angle DAC$ ， $\angle B = \angle E$ ，

$\therefore \angle E = \angle DAC$ ，

$\therefore \angle EAC + \angle DAC = 90^\circ$ ，

即 $OA \perp AD$ ，

$\because OA$ 过 O ，



$\therefore$ 直线 AD 与 $\odot O$ 的位置关系是相切；

(2) 连接 OC ，过 O 作 $OF \perp AC$ 于 F ，则 $\angle OFA = 90^\circ$ ，

$\because \angle CAD = 30^\circ$ ， $\angle DAO = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle OAC = 60^\circ$ ，

$\because OC = OA = 1$ ，

$\therefore \triangle OAC$ 是等边三角形，

$\therefore AC = OA = 1$ ， $\angle AOC = 60^\circ$ ，

$\because OA = OC$ ， $OF \perp AC$ ，

$\therefore AF = FC = \frac{1}{2}$ ，

由勾股定理得： $OF = \sqrt{1^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ 。

$\therefore$ 阴影部分的面积为 $\frac{60\pi \times 1^2}{360} - \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{2}\sqrt{3} = \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4}$ 。

【点评】 本题考查了切线的性质和判定，扇形的面积计算和圆周角定理等知识点，能综合运用定理进行推理是解此题的关键。

六、解答题（共 2 小题，20 分）

23. **【分析】** 由 ED 与 BC 都和 AC 垂直，得到 ED 与 BC 平行，得到三角形 AED 与三角形 ABC 相似，由相似得比例，在直角三角形 AED 中，利用锐角三角函数定义求出 AD 的长，在直角三角形 BDC 中，利用锐角三角函数定义求出 BC 的长即可。

【解答】 解： $\because ED \perp AC$ ， $BC \perp AC$ ，

$\therefore ED \parallel BC$ ，

$\therefore \triangle AED \sim \triangle ABC$ ，

$\therefore \frac{ED}{BC} = \frac{AD}{AD+DC}$ ，

在 $\text{Rt}\triangle AED$ 中， $DE = 2$ 米， $\angle A = 22^\circ$ ，

$$\therefore \tan 22^\circ = \frac{2}{AD}, \text{ 即 } AD = \frac{2}{\tan 22^\circ} = 5 \text{ 米},$$

$$\text{在 Rt}\triangle BDC \text{ 中, } \tan \angle BDC = \frac{BC}{DC}, \text{ 即 } \tan 38.5^\circ = \frac{BC}{DC} = 0.8 \text{ ①},$$

$$\therefore \tan 22^\circ = \frac{BC}{AD+DC} = \frac{BC}{5+DC} = 0.4 \text{ ②},$$

联立①②得: $BC = 4$ 米.

答: 建筑物 BC 的高度约为 4 米.

【点评】 此题考查了解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题, 涉及的知识有: 相似三角形的判定与性质, 锐角三角函数定义, 熟练掌握锐角三角函数定义是解本题的关键.

24. **【分析】** (1) 根据销售单价是 210 元时平均每天销售量是 8 件, 而销售价每降低 2 元, 平均每天就可以多售出 4 件, 即可得出关系式;

(2) 利用每件商品利润 $\times$ 销量 = 总利润, 得出关系式求出即可;

(3) 由题意得出: $w = (210 - 190 - x)(8 + 2x)$ 进而得出二次函数的最值即可得出答案.

【解答】 解: (1) $\therefore$ 设每件小商品降价 x 元, 平均每天销售 y 件,

$$\therefore y \text{ 与 } x \text{ 间的函数关系式为: } y = 8 + 2x;$$

$$(2) (210 - 190 - x)(8 + 2x) = 280,$$

$$\text{解得: } x_1 = 10, x_2 = 6,$$

$\therefore$ 每件小商品的销售价应定为 204 元或 200 元时, 每天的销售利润达到 280 元.

$$(3) \text{ 由题意得出: } w = (210 - 190 - x)(8 + 2x) = -2(x - 8)^2 + 288.$$

$$a = -2 < 0, \text{ 故当 } x = 8 \text{ 时, } w \text{ 有最大值 } 288,$$

综上所述, 每件商品的降价 8 元时, 每天可获得最大利润, 最大的月利润是 288 元.

【点评】 此题主要考查了二次函数的应用以及一元二次方程的应用和二次函数的最值问题等知识, 根据每件商品利润 $\times$ 销量 = 总利润得出关系式是解题关键.

七、解答题 (12 分)

25. **【分析】** (1) 由正方形可知 $BC = BE$, $\angle CBE = 90^\circ$, 由一线三垂直易证 $\triangle CHB \cong \triangle BME$ (AAS);

(2) 由等边三角形、正方形性质可知 $\angle HCF = 75^\circ$, 所以 $\angle F = 15^\circ$, 由 $AB = BE$, $\angle EBF = 30^\circ$, 可知 $\angle AEB = 15^\circ$, 故 $\angle AEB = \angle F$, 故 $\triangle ABE \sim \triangle AFE$, 根据相似三角形性质及 $AB = AC$ 可得 $AE^2 = A \cdot AF$;

(3) $\triangle CEP$ 周长的最小值即 $PC+PE$ 最小. 作 E 点称点 G , 连接 CG 交 AF 于 P , P 点即为所求最小值的点, $PE+PC=CG$, 然后构造直角三角形求出 CG 、 CE , 即可求出 $\triangle CEP$ 周长的最小值.

【解答】(1) 解: $\triangle CHB \cong \triangle BME$ (AAS).

理由如下: $\because$ 在正方形 $BCDE$ 中, $BC=BE$, $\angle CBE=90^\circ$,

$$\therefore \angle EBM + \angle CBH = 90^\circ,$$

$$\because CH \perp AF, EM \perp AF,$$

$$\therefore \angle CHB = \angle BME = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BCH + \angle CBH = 90^\circ,$$

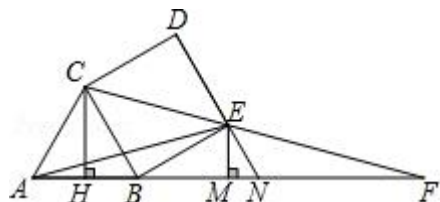
$$\therefore \angle HCB = \angle MBE,$$

在 $\triangle CHB$ 和 $\triangle BME$ 中

$$\begin{cases} \angle CHB = \angle BME \\ \angle HCB = \angle MBE \\ BC = BE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle CHB \cong \triangle BME \text{ (AAS)}.$$

(2) 证明: $\because \triangle ABC$ 为等边三角形, $CH \perp AB$,



$$\therefore \angle BCH = 30^\circ,$$

又 $\because$ 在正方形 $BCDE$ 中, $\angle BCD = 90^\circ$, CE 平分 $\angle BCD$,

$$\therefore \angle BCE = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle HCF = 75^\circ$$

$$\therefore \angle F = 15^\circ,$$

$$\because AB = BC = BE,$$

$$\therefore \angle EAB = \angle EBA,$$

$$\because \angle EBF = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle AEB = 15^\circ,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle F,$$

又 $\because \angle EAB = \angle FAE$,

$$\therefore \triangle ABE \sim \triangle AFE$$

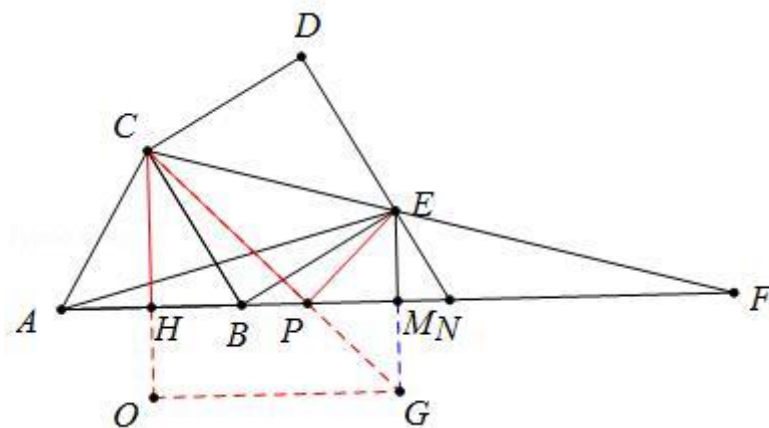
$$\therefore \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AE},$$

$$\text{又} \therefore AB = AC,$$

$$\therefore AE^2 = AB \cdot AF.$$

(3) 解：作 E 点关于 AF 的对称点 G 连接 GC ，交 AF 与 P ，三角形 CPE 即为所求作三角形，

作 $GO \perp CH$ 交 CH 延长线与点 O ，



$$\because \triangle ABC \text{ 为等边三角形, } CH \perp AB, AB = \sqrt{2},$$

$$\therefore \angle CBH = 60^\circ, BH = \frac{\sqrt{2}}{2}, CH = \frac{\sqrt{6}}{2},$$

由 (1) 可知 $\triangle CHB \cong \triangle BME$,

$$\therefore EM = \frac{\sqrt{2}}{2}, BM = \frac{\sqrt{6}}{2},$$

$\because \angle OHM = \angle HMG = \angle O = 90^\circ$ ，故四边形 $OHMG$ 为正方形，

$$\therefore HO = MG = EM = \frac{\sqrt{2}}{2}, OG = HM = HB + BM = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2},$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle COG \text{ 中, } CG = \sqrt{CO^2 + GO^2} = 1 + \sqrt{3},$$

$$\text{在 Rt}\triangle CEB \text{ 中, } CE = \sqrt{BE^2 + CB^2} = 2,$$

$$\therefore \triangle CEP \text{ 周长的最小值} = CE + PE + PC = CG + CE = 1 + \sqrt{3} + 2 = 3 + \sqrt{3},$$

【点评】 本题考查了三角形全等和相似综合、综合利用了轴对称的性质和等边三角形的性质和勾股定理、正方形的性质；会利用两点之间线段最短解决

八、解答题 (14 分)

26. **【分析】** (1) 令 $x = 0$ ，则 $y = \frac{9}{4}$ ，令 $y = 0$ ，则 $x = 3$ ，即可求解；

(2) 将点 A 、 C 的坐标代入二次函数表达式得：
$$\begin{cases} 9a+3b+\frac{9}{4}=0 \\ a-b+c=0 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} a=-\frac{3}{4} \\ b=\frac{3}{2} \end{cases}, \text{ 即可}$$

求解；

(3) E 到直线 AB 的距离 $= EF = EH \sin \angle FEH = EH \cos \angle BAC$ ，即可求解；

(4) 分当点 P 在 $\angle BDF$ 平分线上、外角平分线上两种情况，分别求解即可。

【解答】 解：(1) 令 $x=0$ ，则 $y=\frac{9}{4}$ ，令 $y=0$ ，则 $x=3$ ，

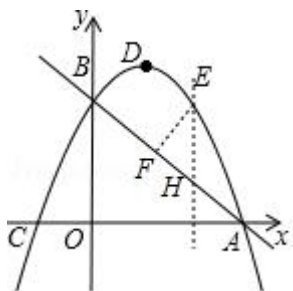
即点 A 、 B 的坐标分别为 $(3, 0)$ 、 $(0, \frac{9}{4})$ ；

(2) 将点 A 、 C 的坐标代入二次函数表达式得：
$$\begin{cases} 9a+3b+\frac{9}{4}=0 \\ a-b+c=0 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} a=-\frac{3}{4} \\ b=\frac{3}{2} \end{cases},$$

抛物线的表达式为： $y = -\frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{9}{4}$ ，

顶点 D 的坐标为 $(1, 3)$ ；

(3) 过点 E 作 $EH \parallel y$ 轴交 AB 于点 H ，过点 E 作 $EF \perp AB$ ，



则 $\angle FEH = \angle BAC$ ，

E 到直线 AB 的距离 $= EF = EH \cos \angle FEH = EH \cos \angle BAC = (-\frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{9}{4} + \frac{3}{4}x - \frac{9}{4}) \times \frac{4}{5}$

$$= -\frac{3}{5}x^2 + \frac{9}{5}x,$$

当 $x = \frac{3}{2}$ 时， EF 有最大值为 $\frac{27}{20}$ ；

(4) ①当点 P 在 $\angle BDF$ 平分线上时，则角平分线与 y 轴 P_1 、 x 轴的交点 P_2 为所求，

