

2017 年辽宁省辽阳市中考数学试卷

一、选择题（本题包括 10 小题，每小题 3 分，共 30 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

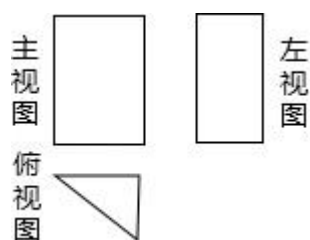
1. (3 分) -3 的绝对值是 ()

A. $\frac{1}{3}$ B. 3 C. $-\frac{1}{3}$ D. -3

2. (3 分) 第十三届国际动漫节近日在杭州闭幕，共吸引了来自 82 个国家和地区的 1394500 人参与，将数据 1394500 用科学记数法表示为 ()

A. 1.3945×10^4 B. 13.945×10^5 C. 1.3945×10^6 D. 1.3945×10^8

3. (3 分) 如图是下面某个几何体的三种视图，则该几何体是 ()



A. 圆锥 B. 圆柱 C. 三棱锥 D. 三棱柱

4. (3 分) 下列运算正确的是 ()

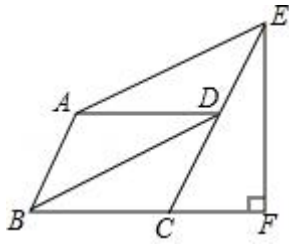
A. $(2a^2)^2 = 2a^4$ B. $6a^8 \div 3a^2 = 2a^4$ C. $2a^2 \cdot a = 2a^3$ D. $3a^2 - 2a^2 = 1$

5. (3 分) 下列事件中适合采用抽样调查的是 ()

- A. 对乘坐飞机的乘客进行安检
- B. 学校招聘教师，对应聘人员进行面试
- C. 对“天宫 2 号”零部件的检查
- D. 对端午节期间市面上粽子质量情况的调查

6. (3 分) 如图，在 $\square ABCD$ 中， $\angle BAD = 120^\circ$ ，连接 BD ，作 $AE \parallel BD$ 交 CD 延长线于点 E ，过点 E 作 $EF \perp BC$ 交 BC 的延长线于点 F ，且 $CF = 1$ ，则 AB 的

长是 ()

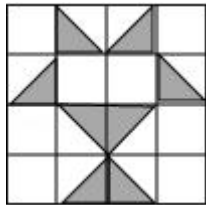


- A. 2 B. 1 C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{2}$

7. (3分) 共享单车为市民出行带来了方便, 某单车公司第一个月投放 1000 辆单车, 计划第三个月投放单车数量比第一个月多 440 辆. 设该公司第二、三两个月投放单车数量的月平均增长率为 x , 则所列方程正确的为 ()

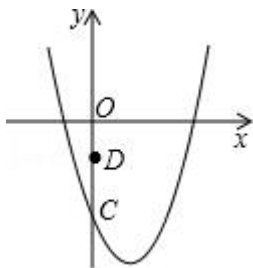
- A. $1000(1+x)^2 = 1000 + 440$ B. $1000(1+x)^2 = 440$
C. $440(1+x)^2 = 1000$ D. $1000(1+2x) = 1000 + 440$

8. (3分) 如果小球在如图所示的地面上自由滚动, 并随机停留在某块方砖上, 每块方砖大小、质地完全一致, 那么它最终停留在黑色区域的概率是 ()



- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{1}{6}$

9. (3分) 如图, 抛物线 $y = x^2 - 2x - 3$ 与 y 轴交于点 C, 点 D 的坐标为 (0, -1), 在第四象限抛物线上有一点 P, 若 $\triangle PCD$ 是以 CD 为底边的等腰三角形, 则点 P 的横坐标为 ()

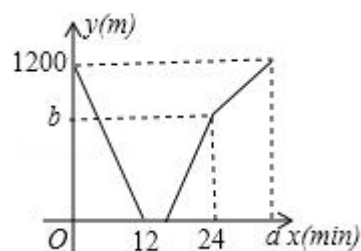


- A. $1 + \sqrt{2}$ B. $1 - \sqrt{2}$ C. $\sqrt{2} - 1$ D. $1 - \sqrt{2}$ 或 $1 + \sqrt{2}$

10. (3分) 甲、乙两人分别从 A、B 两地同时出发，相向而行，匀速前往 B 地、A 地，两人相遇时停留了 4min，又各自按原速前往目的地，甲、乙两人之间的距离 y (m) 与甲所用时间 x (min) 之间的函数关系如图所示. 有下列说法:

①A、B 之间的距离为 1200m; ②乙行走的速度是甲的 1.5 倍; ③ $b=960$;

④ $a=34$. 以上结论正确的有 ()



A. ①② B. ①②③ C. ①③④ D. ①②④

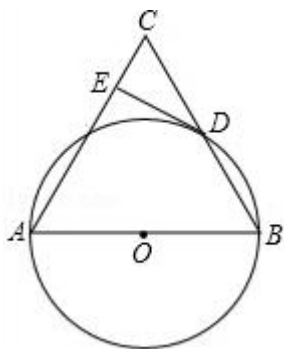
二、填空题 (本题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

11. (3分) 分解因式: $x^2y - 2xy^2 + y^3 =$ _____.

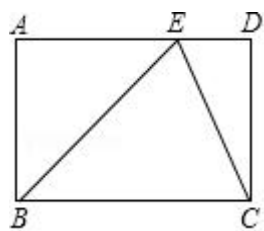
12. (3分) 甲、乙、丙、丁四名射击运动员分别连续射靶 10 次, 他们各自的平均成绩及其方差如下表所示, 如果选一名成绩好且发挥稳定的运动员参赛, 则应选择的运动员是_____.

	甲	乙	丙	丁
平均成绩 (环)	8.6	8.4	8.6	7.6
方差	0.9	0.7	0.5	1.9
	4	4	6	2

13. (3分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 以 AB 为直径的 $\odot O$ 与 BC 相交于点 D, 过点 D 作 $\odot O$ 的切线交 AC 于点 E. 若 $\odot O$ 的半径为 5, $\angle CDE = 20^\circ$, 则 $\widehat{BD}$ 的长为_____.



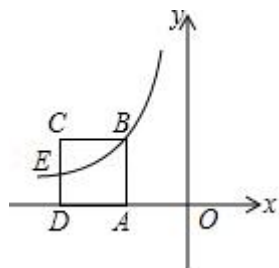
14. (3分) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $\angle ABC$ 的平分线交 AD 于点 E , 连接 CE . 若 $BC=7$, $AE=4$, 则 $CE=$ _____.



15. (3分) 若关于 x 的一元二次方程 $(k-1)x^2 - 4x - 5 = 0$ 没有实数根, 则 k 的取值范围是_____.

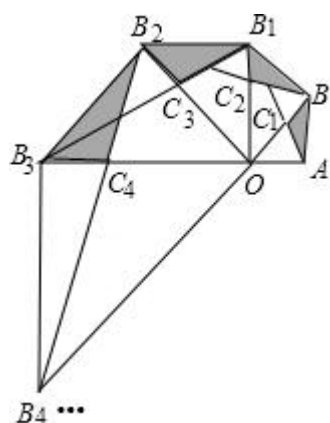
16. (3分) 现有五张正面图形分别是平行四边形、圆、等边三角形、正五边形、菱形的卡片, 它们除正面图形不同, 其它完全相同. 将它们背面朝上洗匀后, 从中随机抽取一张卡片, 卡片的正面图形既是中心对称图形又是轴对称图形的概率是_____.

17. (3分) 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 2, AD 边在 x 轴负半轴上, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x < 0$) 的图象经过点 B 和 CD 边中点 E , 则 k 的值为_____.



18. (3分) 如图, $\triangle OAB$ 中, $\angle OAB=90^\circ$, $OA=AB=1$. 以 OB 为直角边向外作等腰直角三角形 OBB_1 , 以 OB_1 为直角边向外作等腰直角三角形 OB_1B_2 , 以

OB_2 为直角边向外作等腰直角三角形 OB_2B_3 , ..., 连接 AB_1 , BB_2 , B_1B_3 , ..., 分别与 OB , OB_1 , OB_2 , ...交于点 C_1 , C_2 , C_3 , ..., 按此规律继续下去, $\triangle ABC_1$ 的面积记为 S_1 , $\triangle BB_1C_2$ 的面积记为 S_2 , $\triangle B_1B_2C_3$ 的面积记为 S_3 , ..., 则 $S_{2017} =$ _____.



三、解答题 (第 19 题 10 分, 第 20 题 12 分, 共 22 分)

19. (10 分) 先化简, 再求值: $(\frac{x}{x^2+x} - 1) \div \frac{x^2-1}{x^2+2x+1}$,

其中 $x = \sqrt{8} - 4\sin 45^\circ + (\frac{1}{2})^{-1}$.

20. (12 分) 某校以“我最喜爱的体育项目”为主题对全校学生进行随机抽样调查, 调查的运动项目有: 篮球、羽毛球、乒乓球、跳绳及其它项目 (每位同学仅选一项), 根据调查数据绘制了如下不完整的统计表和扇形统计图:

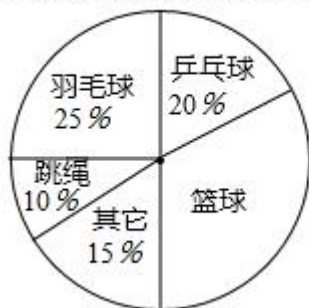
学生选择最爱的体育项目统计表

运动项目	频数 (人数)	频率
篮球	36	0.30
羽毛球	m	0.25
乒乓球	24	n
跳绳	12	0.10
其它项目	18	0.15

请根据以上图表信息解答下列问题:

- (1) 统计表中的 $m=$ _____, $n=$ _____;
- (2) 在扇形统计图中, “篮球”所在扇形的圆心角为_____度;
- (3) 该学校共有 2400 名学生, 据此估计有多少名学生最喜爱乒乓球?
- (4) 将 2 名最喜爱篮球的学生和 2 名最喜爱羽毛球的学生编为一组, 从中随机抽取两人, 请用列表或画树状图的方法求出所抽取的两人都选择了最喜爱篮球的概率.

学生选择最喜欢的体育项目扇形统计图



四、解答题 (第 21 题 12 分, 第 22 题 12 分, 共 24 分)

21. (12 分) 近年来雾霾天气给人们的生活带来很大影响, 空气质量问题倍受人

们关注. 某单位计划在室内安装空气净化装置, 需购进 A、B 两种设备. 每台 B 种设备价格比每台 A 种设备价格多 0.7 万元, 花 3 万元购买 A 种设备和花 7.2 万元购买 B 种设备的数量相同.

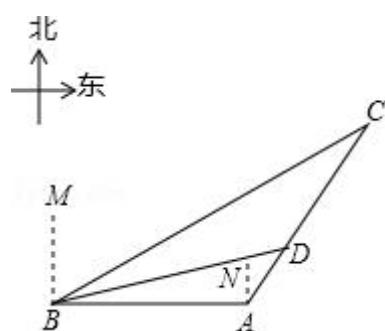
(1) 求 A 种、B 种设备每台各多少万元?

(2) 根据单位实际情况, 需购进 A、B 两种设备共 20 台, 总费用不高于 15 万元, 求 A 种设备至少要购买多少台?

22. (12 分) 今年, 我国海关总署严厉打击“洋垃圾”违法行为, 坚决把“洋垃圾”拒于国门之外. 如图, 某天我国一艘海监船巡航到 A 港口正西方的 B 处时, 发现在 B 的北偏东 60° 方向, 相距 150 海里处的 C 点有一可疑船只正沿 CA 方向行驶, C 点在 A 港口的北偏东 30° 方向上, 海监船向 A 港口发出指令, 执法船立即从 A 港口沿 AC 方向驶出, 在 D 处成功拦截可疑船只, 此时 D 点与 B 点的距离为 $75\sqrt{2}$ 海里.

(1) 求 B 点到直线 CA 的距离;

(2) 执法船从 A 到 D 航行了多少海里? (结果保留根号)

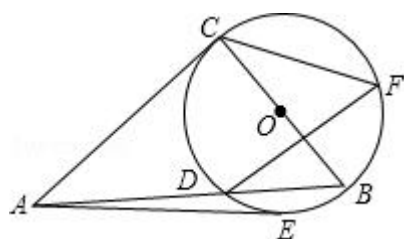


五、解答题（满分 12 分）

23. (12 分) 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, 以 BC 为直径的 $\odot O$ 交 AB 于点 D , E 、 F 是 $\odot O$ 上两点, 连接 AE 、 CF 、 DF , 满足 $EA=CA$.

(1) 求证: AE 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $\odot O$ 的半径为 3, $\tan \angle CFD = \frac{4}{3}$, 求 AD 的长.



六、解答题（满分 12 分）

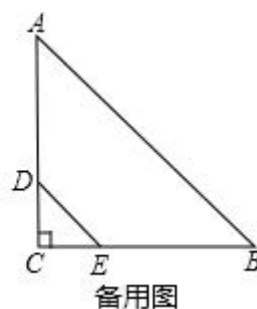
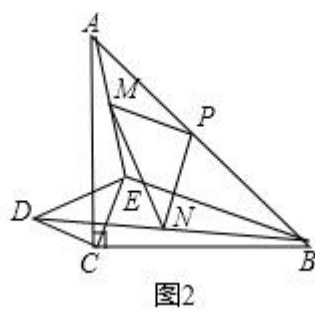
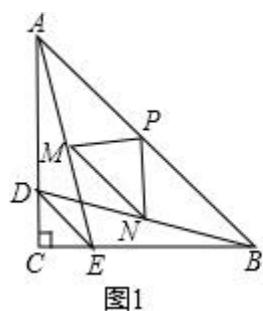
24. (12 分) 某超市销售樱桃, 已知樱桃的进价为 15 元/千克, 如果售价为 20 元/千克, 那么每天可售出 250 千克, 如果售价为 25 元/千克, 那么每天可获利 2000 元, 经调查发现: 每天的销售量 y (千克) 与售价 x (元/千克) 之间存在一次函数关系.

(1) 求 y 与 x 之间的函数关系式;

(2) 若樱桃的售价不得高于 28 元/千克, 请问售价定为多少时, 该超市每天销售樱桃所获的利润最大? 最大利润是多少元?

七、解答题 (满分 12 分)

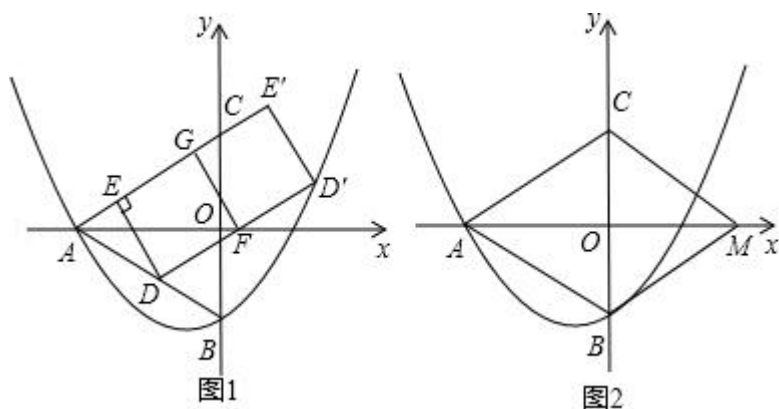
25. (12 分) 如图 1, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=BC$, 点 D 、 E 分别在 AC 、 BC 边上, $DC=EC$, 连接 DE 、 AE 、 BD , 点 M 、 N 、 P 分别是 AE 、 BD 、 AB 的中点, 连接 PM 、 PN 、 MN .



- (1) BE 与 MN 的数量关系是_____;
- (2) 将 $\triangle DEC$ 绕点 C 逆时针旋转到如图 2 的位置, 判断 (1) 中的结论是否仍然成立, 如果成立, 请写出证明过程, 若不成立, 请说明理由;
- (3) 若 $CB=6$, $CE=2$, 在将图 1 中的 $\triangle DEC$ 绕点 C 逆时针旋转一周的过程中, 当 B 、 E 、 D 三点在一条直线上时, MN 的长度为_____.

八、解答题 (满分 14 分)

26. (14 分) 如图 1, 抛物线 $y = \frac{1}{3}x^2 + bx + c$ 经过 $A(-2\sqrt{3}, 0)$ 、 $B(0, -2)$ 两点, 点 C 在 y 轴上, $\triangle ABC$ 为等边三角形, 点 D 从点 A 出发, 沿 AB 方向以每秒 2 个单位长度的速度向终点 B 运动, 设运动时间为 t 秒 ($t > 0$), 过点 D 作 $DE \perp AC$ 于点 E , 以 DE 为边作矩形 $DEGF$, 使点 F 在 x 轴上, 点 G 在 AC 或 AC 的延长线上.



- (1) 求抛物线的解析式;
- (2) 将矩形 $DEGF$ 沿 GF 所在直线翻折, 得矩形 $D'E'GF$, 当点 D 的对称点 D' 落在抛物线上时, 求此时点 D' 的坐标;
- (3) 如图 2, 在 x 轴上有一点 $M(2\sqrt{3}, 0)$, 连接 BM 、 CM , 在点 D 的运动过程中, 设矩形 $DEGF$ 与四边形 $ABMC$ 重叠部分的面积为 S , 直接写出 S 与 t 之间的函数关系式, 并写出自变量 t 的取值范围.

2017 年辽宁省辽阳市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本题包括 10 小题，每小题 3 分，共 30 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. (3 分) (2017•辽阳) -3 的绝对值是 ()

A. $\frac{1}{3}$ B. 3 C. $-\frac{1}{3}$ D. -3

【考点】15: 绝对值.

【分析】根据正数的绝对值是正数，负数的绝对值是它的相反数，零的绝对值是零即可解决问题.

【解答】解： -3 的绝对值是 3，

故选 B.

【点评】本题考查绝对值的性质，解题的关键是理解绝对值的性质，属于基础题.

2. (3 分) (2017•辽阳) 第十三届国际动漫节近日在杭州闭幕，共吸引了来自 82 个国家和地区的 1394500 人参与，将数据 1394500 用科学记数法表示为 ()

A. 1.3945×10^4 B. 13.945×10^5 C. 1.3945×10^6 D. 1.3945×10^8

【考点】11: 科学记数法—表示较大的数.

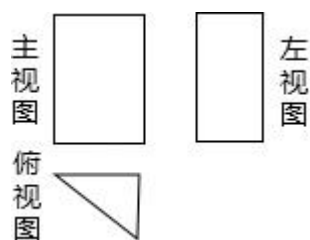
【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值是易错点，由于 1394500 有 7 位，所以可以确定 $n=7-1=6$.

【解答】解： $1394500=1.3945 \times 10^6$ ，

故选：C.

【点评】此题考查科学记数法表示较大的数的方法，准确确定 a 与 n 值是关键.

3. (3 分) (2017•辽阳) 如图是下面某个几何体的三种视图, 则该几何体是 ()



A. 圆锥 B. 圆柱 C. 三棱锥 D. 三棱柱

【考点】 U3: 由三视图判断几何体.

【分析】 由主视图和左视图确定是柱体, 锥体还是球体, 再由俯视图确定具体形状.

【解答】 解: 根据主视图和左视图为矩形判断出是柱体, 根据俯视图是三角形可判断出这个几何体应该是三棱柱.

故选: D.

【点评】 考查学生对三视图掌握程度和灵活运用能力, 同时也体现了对空间想象能力方面的考查. 主视图、左视图、俯视图是分别从物体正面、左面和上面看, 所得到的图形.

4. (3 分) (2017•辽阳) 下列运算正确的是 ()

A. $(2a^2)^2=2a^4$ B. $6a^8 \div 3a^2=2a^4$ C. $2a^2 \cdot a=2a^3$ D. $3a^2 - 2a^2=1$

【考点】 4H: 整式的除法; 35: 合并同类项; 47: 幂的乘方与积的乘方; 49: 单项式乘单项式.

【分析】 根据积的乘方法则判断 A; 根据单项式除以单项式的法则判断 B; 根据单项式乘以单项式的法则判断 C; 根据合并同类项的法则判断 D.

【解答】 解: A、 $(2a^2)^2=4a^4$, 错误, 故本选项不符合题意;

B、 $6a^8 \div 3a^2=2a^6$, 错误, 故本选项不符合题意;

C、 $2a^2 \cdot a=2a^3$, 正确, 故本选项符合题意;

D、 $3a^2 - 2a^2 = a^2$ ，错误，故本选项不符合题意；

故选 C.

【点评】 本题考查了积的乘方，单项式除以单项式，单项式乘以单项式，合并同类项，掌握各运算法则是解题的关键.

5. (3 分) (2017•辽阳) 下列事件中适合采用抽样调查的是 ()

- A. 对乘坐飞机的乘客进行安检
- B. 学校招聘教师，对应聘人员进行面试
- C. 对“天宫 2 号”零部件的检查
- D. 对端午节期间市面上粽子质量情况的调查

【考点】 V2: 全面调查与抽样调查.

【分析】 由普查得到的调查结果比较准确，但所费人力、物力和时间较多，而抽样调查得到的调查结果比较近似.

【解答】 解：A、对乘坐飞机的乘客进行安检是事关重大的调查，适合普查，故 A 不符合题意；

B、学校招聘教师，对应聘人员进行面试是事关重大的调查，适合普查，故 B 不符合题意；

C、对“天宫 2 号”零部件的检查是事关重大的调查，适合普查，故 C 不符合题意；

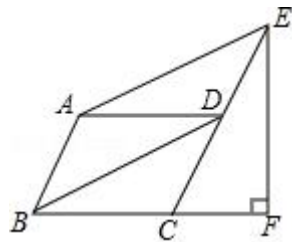
D、对端午节期间市面上粽子质量情况的调查调查具有破坏性适合抽样调查，故 D 符合题意；

故选：D.

【点评】 本题考查了抽样调查和全面调查的区别，选择普查还是抽样调查要根据所要考查的对象的特征灵活选用，一般来说，对于具有破坏性的调查、无法进行普查、普查的意义或价值不大，应选择抽样调查，对于精确度要求高的调查，事

关重大的调查往往选用普查.

6. (3分) (2017•辽阳) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $\angle BAD=120^\circ$, 连接 BD , 作 $AE \parallel BD$ 交 CD 延长线于点 E , 过点 E 作 $EF \perp BC$ 交 BC 的延长线于点 F , 且 $CF=1$, 则 AB 的长是 ()



- A. 2 B. 1 C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{2}$

【考点】 L5: 平行四边形的性质.

【分析】 证明四边形 $ABDE$ 是平行四边形, 得出 $AB=DE$, 证出 $CE=2AB$, 求出 $\angle CEF=30^\circ$, 得出 $CE=2CF=2$, 即可得出 AB 的长.

【解答】 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AB \parallel CD$, $AB=CD$, $\angle BCD=\angle BAD=120^\circ$,

$\because AE \parallel BD$,

$\therefore$ 四边形 $ABDE$ 是平行四边形,

$\therefore AB=DE$,

$\therefore CE=2AB$,

$\because \angle BCD=120^\circ$,

$\therefore \angle ECF=60^\circ$,

$\because EF \perp BC$,

$\therefore \angle CEF=30^\circ$,

$\therefore CE=2CF=2$,

$\therefore AB=1$;

故选：B.

【点评】 本题考查了平行四边形的性质与判定、直角三角形的性质；熟练掌握平行四边形的判定与性质是解决问题的关键.

7. (3 分) (2017•辽阳) 共享单车为市民出行带来了方便, 某单车公司第一个月投放 1000 辆单车, 计划第三个月投放单车数量比第一个月多 440 辆. 设该公司第二、三两个月投放单车数量的月平均增长率为 x , 则所列方程正确的为 ()

A. $1000(1+x)^2=1000+440$ B. $1000(1+x)^2=440$

C. $440(1+x)^2=1000$ D. $1000(1+2x)=1000+440$

【考点】 AC: 由实际问题抽象出一元二次方程.

【分析】 根据题意可以列出相应的一元二次方程, 从而可以解答本题.

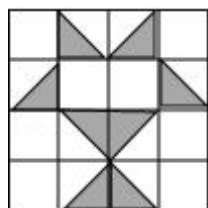
【解答】 解: 由题意可得,

$$1000(1+x)^2=1000+440,$$

故选 A.

【点评】 本题考查由实际问题抽象出一元二次方程, 解答本题的关键是明确题意, 列出相应的方程, 这是一道典型的增长率问题.

8. (3 分) (2017•辽阳) 如果小球在如图所示的地面上自由滚动, 并随机停留在某块方砖上, 每块方砖大小、质地完全一致, 那么它最终停留在黑色区域的概率是 ()



A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{1}{6}$

【考点】X5：几何概率.

【分析】先求出黑色方砖在整个地面中所占的比值,再根据其比值即可得出结论.

【解答】解: $\because$ 由图可知, 黑色方砖 4 块, 共有 16 块方砖,

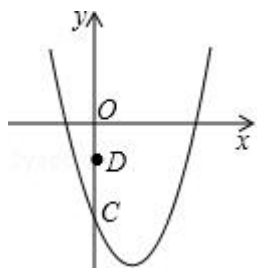
$\therefore$ 黑色方砖在整个区域中所占的比值 $= \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$,

$\therefore$ 它停在黑色区域的概率是 $\frac{1}{4}$;

故选 B.

【点评】本题考查的是几何概率, 用到的知识点为: 几何概率 = 相应的面积与总面积之比.

9. (3 分) (2017·辽阳) 如图, 抛物线 $y = x^2 - 2x - 3$ 与 y 轴交于点 C, 点 D 的坐标为 $(0, -1)$, 在第四象限抛物线上有一点 P, 若 $\triangle PCD$ 是以 CD 为底边的等腰三角形, 则点 P 的横坐标为 ()



A. $1 + \sqrt{2}$ B. $1 - \sqrt{2}$ C. $\sqrt{2} - 1$ D. $1 - \sqrt{2}$ 或 $1 + \sqrt{2}$

【考点】H5：二次函数图象上点的坐标特征；KH：等腰三角形的性质.

【分析】根据抛物线解析式求出点 C 的坐标, 再求出 CD 中点的纵坐标, 然后根据等腰三角形三线合一的性质可得点 P 的纵坐标, 然后代入抛物线求解即可.

【解答】解: 令 $x = 0$, 则 $y = -3$,

所以, 点 C 的坐标为 $(0, -3)$,

$\therefore$ 点 D 的坐标为 $(0, -1)$,

∴ 线段 CD 中点的纵坐标为 $\frac{1}{2} \times (-1-3) = -2$,

∴ $\triangle PCD$ 是以 CD 为底边的等腰三角形,

∴ 点 P 的纵坐标为 -2 ,

∴ $x^2 - 2x - 3 = -2$,

解得 $x_1 = 1 - \sqrt{2}$, $x_2 = 1 + \sqrt{2}$,

∴ 点 P 在第四象限,

∴ 点 P 的横坐标为 $1 + \sqrt{2}$.

故选 A.

【点评】 本题考查了二次函数图象上点的坐标特征, 等腰三角形三线合一的性质, 熟记性质并确定出点 P 的纵坐标是解题的关键.

10. (3 分) (2017•辽阳) 甲、乙两人分别从 A、B 两地同时出发, 相向而行, 匀速前往 B 地、A 地, 两人相遇时停留了 4min, 又各自按原速前往目的地, 甲、乙两人之间的距离 y (m) 与甲所用时间 x (min) 之间的函数关系如图所示. 有下列说法:

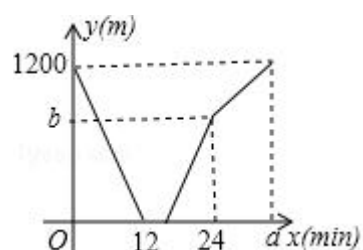
① A、B 之间的距离为 1200m;

② 乙行走的速度是甲的 1.5 倍;

③ $b=960$;

④ $a=34$.

以上结论正确的有 ()



A. ①② B. ①②③ C. ①③④ D. ①②④

【考点】FH: 一次函数的应用.

【分析】①由 $x=0$ 时 $y=1200$, 可得出 A、B 之间的距离为 1200m, 结论①正确;
②根据速度=路程 $\div$ 时间可求出乙的速度, 再根据甲的速度=路程 $\div$ 时间 - 乙的速度可求出甲的速度, 二者相除即可得出乙行走的速度是甲的 1.5 倍, 结论②正确;
③根据路程=二者速度和 $\times$ 运动时间, 即可求出 $b=800$, 结论③错误; ④根据甲走完全程所需时间=两地间的距离 $\div$ 甲的速度+4, 即可求出 $a=34$, 结论④正确. 综上所述即可得出结论.

【解答】解: ①当 $x=0$ 时, $y=1200$,

$\therefore$ A、B 之间的距离为 1200m, 结论①正确;

②乙的速度为 $1200 \div (24 - 4) = 60$ (m/min),

甲的速度为 $1200 \div 12 - 60 = 40$ (m/min),

$60 \div 40 = 1.5$,

$\therefore$ 乙行走的速度是甲的 1.5 倍, 结论②正确;

③ $b = (60 + 40) \times (24 - 4 - 12) = 800$, 结论③错误;

④ $a = 1200 \div 40 + 4 = 34$, 结论④正确.

故选 D.

【点评】本题考查了一次函数的应用, 观察函数图象结合数量关系逐一分析四个说法的正误是解题的关键.

二、填空题 (本题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

11. (3 分) (2017·辽阳) 分解因式: $x^2y - 2xy^2 + y^3 = \underline{y(x-y)^2}$.

【考点】55: 提公因式法与公式法的综合运用.

【专题】17：推理填空题.

【分析】根据因式分解的方法先对原式提公因式再利用完全平方公式可以对所求的式子因式分解.

【解答】解： $x^2y - 2xy^2 + y^3 = y(x^2 - 2xy + y^2) = y(x - y)^2$,

故答案为： $y(x - y)^2$.

【点评】本题考查提公因式法与公式法的综合运用，解题的关键是明确因式分解的方法.

12. (3分) (2017•辽阳) 甲、乙、丙、丁四名射击运动员分别连续射靶 10 次，他们各自的平均成绩及其方差如下表所示，如果选一名成绩好且发挥稳定的运动员参赛，则应选择的运动员是丙.

	甲	乙	丙	丁
平均成绩 (环)	8.6	8.4	8.6	7.6
方差	0.9	0.7	0.5	1.9
	4	4	6	2

【考点】W7：方差.

【分析】首先比较平均数，平均数相同时选择方差较小的运动员参加即可.

【解答】解： $\because \overline{x}_{甲} = \overline{x}_{丙} > \overline{x}_{乙} = \overline{x}_{丁}$,

$\therefore$ 从甲和丙中选择一人参加比赛，

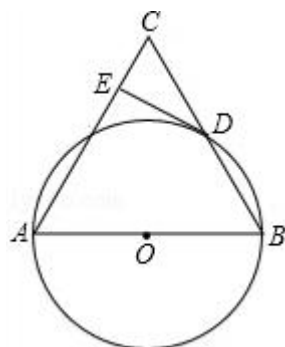
$\because S_{甲}^2 > S_{丙}^2$,

$\therefore$ 选择丙参赛，

故答案为：丙.

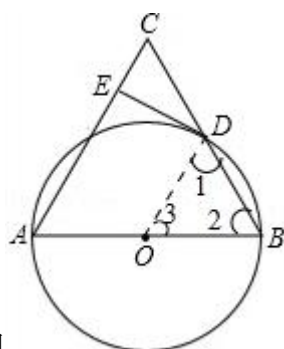
【点评】本题考查了方差的意义. 方差是用来衡量一组数据波动大小的量，方差越大，表明这组数据偏离平均数越大，即波动越大，数据越不稳定；反之，方差越小，表明这组数据分布比较集中，各数据偏离平均数越小，即波动越小，数据越稳定.

13. (3分) (2017•辽阳) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 以 AB 为直径的 $\odot O$ 与 BC 相交于点 D , 过点 D 作 $\odot O$ 的切线交 AC 于点 E . 若 $\odot O$ 的半径为5, $\angle CDE=20^\circ$, 则 $\widehat{BD}$ 的长为 $\frac{10\pi}{9}$.



【考点】 MC: 切线的性质; MN: 弧长的计算.

【分析】 根据切线的性质, 可得 $\angle ODE$, 根据角的和差, 可得 $\angle 1$, 根据三角形的内角和, 可得 $\angle 3$, 根据弧长公式, 可得答案.



【解答】 解: 如图 ,

$\therefore$ 过点 D 作 $\odot O$ 的切线交 AC 于点 E ,

$\therefore \angle ODE=90^\circ$,

由角的和差, 得

$\angle 1=180^\circ - \angle CDE - \angle ODE=180^\circ - 20^\circ - 90^\circ=70^\circ$,

$\therefore \angle 1=\angle 2=70^\circ$,

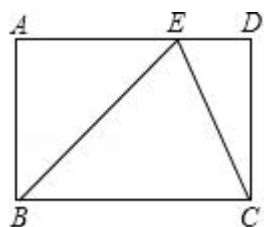
$\therefore \angle 3=40^\circ$,

$$\widehat{BD}=2 \times 5\pi \times \frac{40}{360} = \frac{10\pi}{9},$$

故答案为: $\frac{10\pi}{9}$.

【点评】 本题考查了切线的性质, 利用切线的性质、角的和差得出 $\angle 1$ 是解题关键, 又利用了三角形的内角和, 弧长公式.

14. (3 分) (2017•辽阳) 如图, 在矩形 ABCD 中, $\angle ABC$ 的平分线交 AD 于点 E, 连接 CE. 若 $BC=7$, $AE=4$, 则 $CE=$ 5.



【考点】 LB: 矩形的性质; KQ: 勾股定理.

【分析】 首先证明 $AB=AE=CD=4$, 在 $Rt\triangle CED$ 中, 根据 $CE=\sqrt{DE^2+CD^2}$ 计算即可.

【解答】 解: $\because$ 四边形 ABCD 是矩形,

$\therefore AD \parallel BC$, $AB=CD$, $BC=AD=7$, $\angle D=90^\circ$,

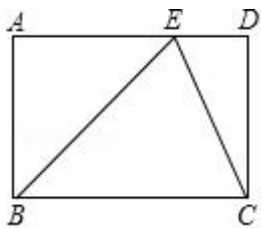
$\therefore \angle AEB = \angle EBC$,

$\because \angle ABE = \angle EBC$,

$\therefore AB=AE=CD=4$,

在 $Rt\triangle EDC$ 中, $CE=\sqrt{CD^2+DE^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$.

故答案为 5



【点评】本题考查矩形的性质、勾股定理、等腰三角形的判定和性质等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型.

15. (3 分) (2017•辽阳) 若关于 x 的一元二次方程 $(k-1)x^2 - 4x - 5 = 0$ 没有实数根，则 k 的取值范围是 $k < \frac{1}{5}$.

【考点】AA: 根的判别式.

【分析】根据一元二次方程的定义结合根的判别式，即可得出关于 k 的一元一次不等式组，解之即可得出结论.

【解答】解：∵ 关于 x 的一元二次方程 $(k-1)x^2 - 4x - 5 = 0$ 没有实数根，

$$\therefore \begin{cases} k-1 \neq 0 \\ \Delta = (-4)^2 - 4 \times (-5)(k-1) < 0 \end{cases}$$

解得： $k < \frac{1}{5}$

故答案为： $k < \frac{1}{5}$

【点评】本题考查了一元二次方程的定义以及根的判别式，根据一元二次方程的定义结合根的判别式，列出关于 k 的一元一次不等式组是解题的关键.

16. (3 分) (2017•辽阳) 现有五张正面图形分别是平行四边形、圆、等边三角形、正五边形、菱形的卡片，它们除正面图形不同，其它完全相同. 将它们背面朝上洗匀后，从中随机抽取一张卡片，卡片的正面图形既是中心对称图形又是轴对称图形的概率是 $\frac{2}{5}$.

【考点】X4: 概率公式; P3: 轴对称图形; R5: 中心对称图形.

【分析】由平行四边形、圆、等边三角形、正五边形、菱形中既是中心对称图形

又是轴对称图形的有圆和菱形，利用概率公式即可求得答案.

【解答】解：既是中心对称图形又是轴对称图形的概率是矩形圆、菱形，概率是 $\frac{2}{5}$;

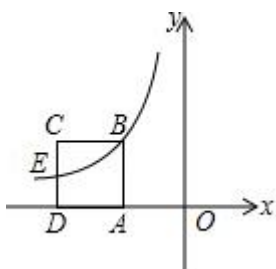
故答案为： $\frac{2}{5}$

【点评】此题考查了概率公式的应用．注意概率=所求情况数与总情况数之比.

17. (3分) (2017•辽阳) 如图，正方形 ABCD 的边长为 2，AD 边在 x 轴负半

轴上，反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($x<0$) 的图象经过点 B 和 CD 边中点 E，则 k 的值为

-4.



【考点】 G6: 反比例函数图象上点的坐标特征; LE: 正方形的性质.

【分析】根据 $AB=AD=2$ ，设 $B(\frac{k}{2}, 2)$ ，由 E 是 CD 边中点，得到 $E(\frac{k}{2}-2, 1)$ ，于是得到结论.

【解答】解： $\because$ 正方形 ABCD 的边长为 2，

$\therefore AB=AD=2$,

设 $B(\frac{k}{2}, 2)$,

$\because$ E 是 CD 边中点，

$\therefore E(\frac{k}{2}-2, 1)$,

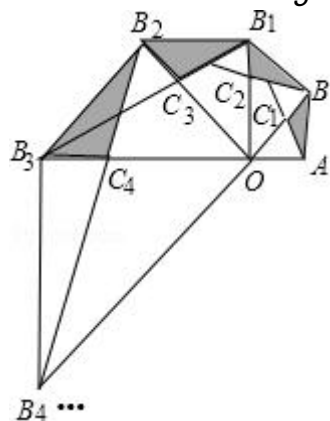
$\therefore \frac{k}{2}-2=k$,

解得： $k=-4$,

故答案为：-4.

【点评】 本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征和正方形的性质，要知道，所有在反比例函数上的点的横纵坐标的积应等于比例系数.

18. (3分) (2017•辽阳) 如图， $\triangle OAB$ 中， $\angle OAB=90^\circ$ ， $OA=AB=1$. 以 OB 为直角边向外作等腰直角三角形 OBB_1 ，以 OB_1 为直角边向外作等腰直角三角形 OB_1B_2 ，以 OB_2 为直角边向外作等腰直角三角形 OB_2B_3 ，...，连接 AB_1 ， BB_2 ， B_1B_3 ，...，分别与 OB ， OB_1 ， OB_2 ，...交于点 C_1 ， C_2 ， C_3 ，...，按此规律继续下去， $\triangle ABC_1$ 的面积记为 S_1 ， $\triangle BB_1C_2$ 的面积记为 S_2 ， $\triangle B_1B_2C_3$ 的面积记为 S_3 ，...，则 $S_{2017} = \frac{1}{3} \times 2^{2015}$.



【考点】 KW：等腰直角三角形.

【专题】 2A：规律型.

【分析】 求出 S_1 ， S_2 ， S_3 ， S_4 ，探究规律后，利用规律即可解决问题.

【解答】 解： $\because AB \parallel OB_1$,

$$\therefore \frac{AB}{OB_1} = \frac{BC_1}{OC_1} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore S_1 = \frac{1}{3} S_{\triangle AOB} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2},$$

$$\text{易知 } S_{\triangle OBB_1} = 1, S_2 = \frac{1}{3} S_{\triangle OBB_1} = \frac{1}{3}, S_3 = \frac{1}{3} \times 2, S_4 = \frac{1}{3} \times 2^2, \dots S_n = \frac{1}{3} \times 2^{n-2},$$

$$\therefore S_{2017} = \frac{1}{3} \times 2^{2015}.$$

$$\text{故答案为 } \frac{1}{3} \times 2^{2015}.$$

【点评】 本题考查等腰直角三角形的性质、规律型问题等知识，解题的关键是学会从特殊到一般的探究规律的方法，学会利用规律解决问题.

三、解答题 (第 19 题 10 分, 第 20 题 12 分, 共 22 分)

19. (10 分) (2017·辽阳) 先化简, 再求值: $(\frac{x}{x^2+x} - 1) \div \frac{x^2-1}{x^2+2x+1}$, 其中 $x=\sqrt{8}$

$$-4\sin 45^\circ + (\frac{1}{2})^{-1}.$$

【考点】 6D: 分式的化简求值; 6F: 负整数指数幂; T5: 特殊角的三角函数值.

【分析】 先化简原式与 x 的值, 然后将 x 的值代入原式即可求出答案.

$$\text{【解答】解: 原式} = (\frac{-x}{x+1}) \div \frac{(x+1)(x-1)}{(x+1)^2}$$

$$= \frac{-x \cdot x+1}{x+1 \cdot x-1}$$

$$= -\frac{x}{x-1}$$

$$x=2\sqrt{2}-4 \times \frac{\sqrt{2}}{2}+2=2$$

$$\text{把 } x=2 \text{ 代入得, 原式} = -\frac{2}{2-1} = -2$$

【点评】 本题考查分式的化简求值, 解题的关键熟练运用分式的运算法则, 本题属于基础题型.

20. (12 分) (2017·辽阳) 某校以“我最喜爱的体育项目”为主题对全校学生进行随机抽样调查, 调查的运动项目有: 篮球、羽毛球、乒乓球、跳绳及其它项目 (每位同学仅选一项), 根据调查数据绘制了如下不完整的统计表和扇形统计图:

学生选择最爱的体育项目统计表

运动项目	频数 (人数)	频率
篮球	36	0.30
羽毛球	m	0.25
乒乓球	24	n
跳绳	12	0.10
其它项目	18	0.15

请根据以上图表信息解答下列问题:

- (1) 统计表中的 $m = \underline{30}$, $n = \underline{0.2}$;
- (2) 在扇形统计图中, “篮球”所在扇形的圆心角为 $\underline{108}$ 度;
- (3) 该学校共有 2400 名学生, 据此估计有多少名学生最喜爱乒乓球?
- (4) 将 2 名最喜爱篮球的学生和 2 名最喜爱羽毛球的学生编为一组, 从中随机抽取两人, 请用列表或画树状图的方法求出所抽取的两人都选择了最喜爱篮球的概率.

学生选择最喜欢的体育项目扇形统计图



【考点】 X6: 列表法与树状图法; V5: 用样本估计总体; V7: 频数 (率) 分布表; VB: 扇形统计图.

【分析】 (1) 根据篮球的人数和所占的百分比求出总人数, 再用总人数乘以羽毛球所占的百分比, 求出 m 的值; 再用乒乓球的人数除以总人数, 求出 n 的值;

(2) 由于已知喜欢篮球的百分比, 故可用 360° 乘以篮球所占的百分比, 即可求出对应的扇形圆心角的度数;

(3) 用总人数乘以最喜爱乒乓球的学生人数所占的百分比即可得出答案；

(4) 根据题意先列出树状图，得出所有可能出现相同的结果数和两人都选择了最喜爱篮球的结果数，然后根据概率公式即可得出答案．

【解答】解：(1) $\because 36 \div 0.3 = 120$ (人)，

$\therefore m = 120 \times 0.25 = 30$ (人)，

$n = 24 \div 120 = 0.2$ ，

故答案为：30，0.2；

(2) 在扇形统计图中，“乒乓球”所在的扇形的圆心角的度数为： $360^\circ \times 0.3 = 108^\circ$ ；

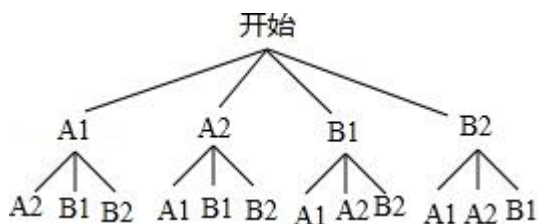
故答案为：108；

(3) 根据题意得：

$2400 \times 0.2 = 480$ (人)，

答：估计有 480 名学生最喜爱乒乓球；

(4) 根据题意画树状图如下：



有表可知总共有 12 种结果，每种结果出现的可能性相同，其中两人都选择篮球的结果有 2 种，所以抽取的两人都选择了最喜爱篮球的概率是 $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ 。

【点评】此题考查了频率分布直方图，用到的知识点是频率=频数÷总数，概率公式，读懂统计表，运用数形结合思想来解决由统计图形式给出的数学实际问题

是本题的关键.

四、解答题 (第 21 题 12 分, 第 22 题 12 分, 共 24 分)

21. (12 分) (2017·辽阳) 近年来雾霾天气给人们的生活带来很大影响, 空气质量问题倍受人们关注. 某单位计划在室内安装空气净化装置, 需购进 A、B 两种设备. 每台 B 种设备价格比每台 A 种设备价格多 0.7 万元, 花 3 万元购买 A 种设备和花 7.2 万元购买 B 种设备的数量相同.

(1) 求 A 种、B 种设备每台各多少万元?

(2) 根据单位实际情况, 需购进 A、B 两种设备共 20 台, 总费用不高于 15 万元, 求 A 种设备至少要购买多少台?

【考点】 B7: 分式方程的应用; C9: 一元一次不等式的应用.

【分析】 (1) 设每台 A 种设备 x 万元, 则每台 B 种设备 $(x+0.7)$ 万元, 根据数量=总价÷单价结合花 3 万元购买 A 种设备和花 7.2 万元购买 B 种设备的数量相同, 即可得出关于 x 的分式方程, 解之并检验后即可得出结论;

(2) 设购买 A 种设备 m 台, 则购买 B 种设备 $(20-m)$ 台, 根据总价=单价×数量结合总费用不高于 15 万元, 即可得出关于 m 的一元一次不等式, 解之即可得出 m 的取值范围, 取其内的最小正整数即可.

【解答】 解: (1) 设每台 A 种设备 x 万元, 则每台 B 种设备 $(x+0.7)$ 万元, 根据题意得: $\frac{3}{x} = \frac{7.2}{x+0.7}$

解得: $x=0.5$.

经检验, $x=0.5$ 是原方程的解,

$\therefore x+0.7=1.2$.

答: 每台 A 种设备 0.5 万元, 每台 B 种设备 1.2 万元.

(2) 设购买 A 种设备 m 台, 则购买 B 种设备 $(20 - m)$ 台,

根据题意得: $0.5m + 1.2(20 - m) \leq 15$,

解得: $m \geq \frac{90}{7}$.

$\therefore m$ 为整数,

$\therefore m \geq 13$.

答: A 种设备至少要购买 13 台.

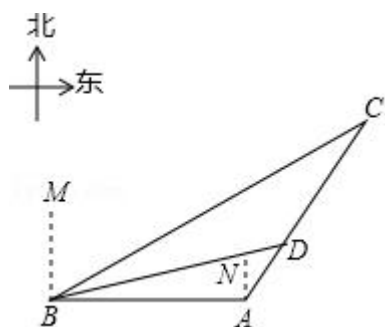
【点评】 本题考查了分式方程的应用以及一元一次不等式的应用, 解题的关键是:

(1) 根据数量=总价 $\div$ 单价结合花 3 万元购买 A 种设备和花 7.2 万元购买 B 种设备的数量相同, 列出关于 x 的分式方程; (2) 根据总价=单价 $\times$ 数量结合总费用不高于 15 万元, 列出关于 m 的一元一次不等式.

22. (12 分) (2017·辽阳) 今年, 我国海关总署严厉打击“洋垃圾”违法行动, 坚决把“洋垃圾”拒于国门之外. 如图, 某天我国一艘海监船巡航到 A 港口正西方的 B 处时, 发现在 B 的北偏东 60° 方向, 相距 150 海里处的 C 点有一可疑船只正沿 CA 方向行驶, C 点在 A 港口的北偏东 30° 方向上, 海监船向 A 港口发出指令, 执法船立即从 A 港口沿 AC 方向驶出, 在 D 处成功拦截可疑船只, 此时 D 点与 B 点的距离为 $75\sqrt{2}$ 海里.

(1) 求 B 点到直线 CA 的距离;

(2) 执法船从 A 到 D 航行了多少海里? (结果保留根号)



【考点】TB：解直角三角形的应用－方向角问题；KU：勾股定理的应用.

【分析】(1) 过点 B 作 $BH \perp CA$ 交 CA 的延长线于点 H，根据三角函数可求 BH 的长即为所求；

(2) 根据勾股定理可求 DH，在 $\text{Rt}\triangle ABH$ 中，根据三角函数可求 AH，进一步得到 AD 的长.

【解答】解：(1) 过点 B 作 $BH \perp CA$ 交 CA 的延长线于点 H，

$$\therefore \angle MBC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle CBA = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle NAD = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle BCA = 180^\circ - \angle BAC - \angle CBA = 30^\circ,$$

$$\therefore BH = BC \times \sin \angle BCA = 150 \times \frac{1}{2} = 75 \text{ (海里)}.$$

答：B 点到直线 CA 的距离是 75 海里；

$$(2) \because BD = 75\sqrt{2} \text{ 海里}, BH = 75 \text{ 海里},$$

$$\therefore DH = \sqrt{BD^2 - BH^2} = 75 \text{ 海里},$$

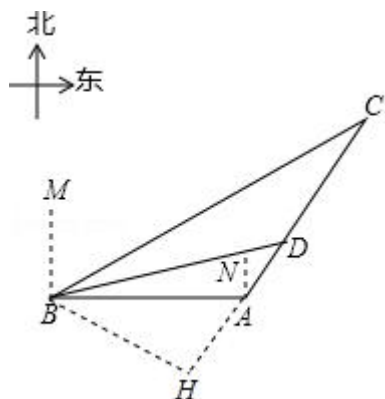
$$\therefore \angle BAH = 180^\circ - \angle BAC = 60^\circ,$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle ABH \text{ 中}, \tan \angle BAH = \frac{BH}{AH} = \sqrt{3},$$

$$\therefore AH = 25\sqrt{3} \text{ 海里},$$

$$\therefore AD=DH-AH=(75-25\sqrt{3}) \text{ (海里)}.$$

答：执法船从 A 到 D 航行了 $(75-25\sqrt{3})$ 海里.



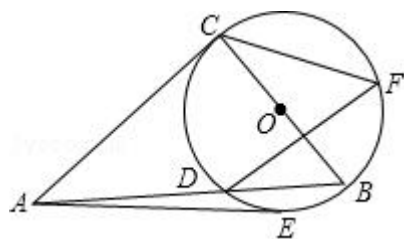
【点评】 此题主要考查了勾股定理的应用，解直角三角形的应用－方向角问题，熟练应用锐角三角函数关系是解题关键.

五、解答题 (满分 12 分)

23. (12 分) (2017·辽阳) 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, 以 BC 为直径的 $\odot O$ 交 AB 于点 D , E 、 F 是 $\odot O$ 上两点, 连接 AE 、 CF 、 DF , 满足 $EA=CA$.

(1) 求证: AE 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $\odot O$ 的半径为 3, $\tan \angle CFD = \frac{4}{3}$, 求 AD 的长.



【考点】 ME: 切线的判定与性质; T7: 解直角三角形.

【分析】 (1) 连接 OA , OE , 易证 $\triangle AOC \cong \triangle AOE$ (SSS), 从而可知 $\angle OEA = \angle ACB = 90^\circ$, 所以 AE 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 连接 CD , 因为 $\angle CBA = \angle CFD$, 所以 $\tan \angle CBA = \tan \angle CFD = \frac{4}{3}$, 从而可求出 $AC=8$, 利用勾股定理即可求出 $AB=10$, 再证明 $\triangle ADC \sim \triangle ACB$, 从而可求

出 AD 的长度.

【解答】解: (1) 连接 OA, OE,

在 $\triangle AOC$ 与 $\triangle AOE$ 中,

$$\begin{cases} AC = AE \\ OC = OE \\ OA = OA \end{cases}$$

$\therefore \triangle AOC \cong \triangle AOE$ (SSS)

$\therefore \angle OEA = \angle ACB = 90^\circ$,

$\therefore OE \perp AE$,

$\therefore AE$ 是 $\odot O$ 的切线

(2) 连接 CD

$\therefore \angle CBA = \angle CFD$

$\therefore \tan \angle CBA = \tan \angle CFD = \frac{4}{3}$,

$\therefore$ 在 $Rt\triangle ACB$ 中,

$$\tan \angle CBA = \frac{CA}{CB} = \frac{CA}{6} = \frac{4}{3}$$

$\therefore AC = 8$

$\therefore$ 由勾股定理可知: $AB = 10$,

$\therefore BC$ 为 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle CDB = \angle ADC = 90^\circ$,

$\therefore \angle ADC = \angle ACB$, $\angle DAC = \angle CAB$,

$\therefore \triangle ADC \sim \triangle ACB$

$$\therefore \frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AB},$$

六、解答题 (满分 12 分)

(1) 求 y 与 x 之间的函数关系式;

【考点】HE: 二次函数的应用.

(2) 首先表示出每天的获利, 进而利用配方法结合二次函数增减性得出答案.

设 y 与 x 的函数关系式为: $y=kx+b$.

$$\begin{cases} 20k + b = 250 \\ 25k + b = 200 \end{cases}$$

解得: $\begin{cases} k = -10 \\ b = 450 \end{cases}$

$\therefore y$ 与 x 的函数关系式为: $y = -10x + 450$;

(2) 设每天获利 W 元,

$$W = (x - 15)(-10x + 450)$$

$$= -10x^2 + 600x - 6750$$

$$= -10(x - 30)^2 + 2250,$$

$$\because a = -10 < 0,$$

$\therefore$ 开口向下,

$\therefore$ 对称轴为 $x = 30$,

$\therefore$ 在 $x \leq 28$ 时, W 随 x 的增大而增大,

$\therefore x = 28$ 时, $W_{\text{最大值}} = 13 \times 170 = 2210$ (元),

答: 售价为 28 元时, 每天获利最大为 2210 元.

【点评】此题主要考查了二次函数的应用以及一次函数应用, 正确利用二次函数增减性分析是解题关键.

七、解答题 (满分 12 分)

25. (12 分) (2017·辽阳) 如图 1, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC$, 点 D 、 E 分别在 AC 、 BC 边上, $DC = EC$, 连接 DE 、 AE 、 BD , 点 M 、 N 、 P 分别是 AE 、 BD 、 AB 的中点, 连接 PM 、 PN 、 MN .

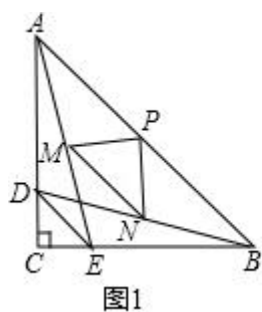


图1

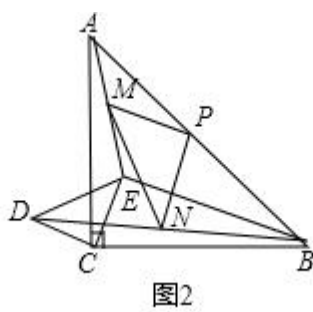
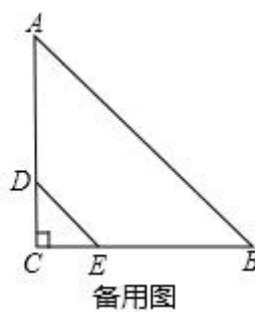


图2



备用图

(1) BE 与 MN 的数量关系是 $BE = \sqrt{2}MN$;

(2) 将 $\triangle DEC$ 绕点 C 逆时针旋转到如图 2 的位置, 判断 (1) 中的结论是否仍然成立, 如果成立, 请写出证明过程, 若不成立, 请说明理由;

(3) 若 $CB=6$, $CE=2$, 在将图 1 中的 $\triangle DEC$ 绕点 C 逆时针旋转一周的过程中, 当 B、E、D 三点在一条直线上时, MN 的长度为 $\sqrt{17}-1$ 或 $\sqrt{17}+1$.

【考点】 RB: 几何变换综合题.

【分析】 (1) 如图 1 中, 只要证明 $\triangle PMN$ 的等腰直角三角形, 再利用三角形的中位线定理即可解决问题;

(2) 如图 2 中, 结论仍然成立. 连接 AD、延长 BE 交 AD 于点 H. 由 $\triangle ECB \cong \triangle DCA$, 推出 $BE=AD$, $\angle DAC = \angle EBC$, 即可推出 $BH \perp AD$, 由 M、N、P 分别为 AE、BD、AB 的中点, 推出 $PM \parallel BE$, $PM = \frac{1}{2}BE$, $PN \parallel AD$, $PN = \frac{1}{2}AD$, 推出 $PM=PN$, $\angle MPN=90^\circ$, 可得 $BE=2PM=2 \times \frac{\sqrt{2}}{2}MN = \sqrt{2}MN$;

(3) 有两种情形分别求解即可;

【解答】 解: (1) 如图 1 中,

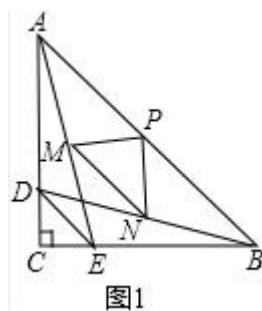


图1

$\therefore AM=ME$, $AP=PB$,

$\therefore PM \parallel BE, PM = \frac{1}{2}BE,$
 $\therefore BN = DN, AP = PB,$
 $\therefore PN \parallel AD, PN = \frac{1}{2}AD,$
 $\therefore AC = BC, CD = CE,$
 $\therefore AD = BE,$
 $\therefore PM = PN,$
 $\therefore \angle ACB = 90^\circ,$
 $\therefore AC \perp BC,$
 $\therefore \because PM \parallel BC, PN \parallel AC,$
 $\therefore PM \perp PN,$
 $\therefore \triangle PMN \text{ 的等腰直角三角形},$
 $\therefore MN = \sqrt{2}PM,$
 $\therefore MN = \sqrt{2} \cdot \frac{1}{2}BE,$
 $\therefore BE = \sqrt{2}MN,$

故答案为 $BE = \sqrt{2}MN$.

(2) 如图 2 中, 结论仍然成立.

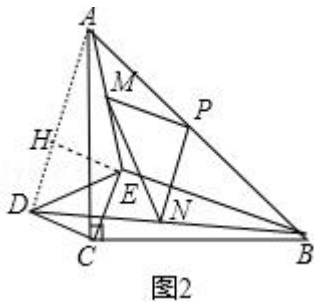
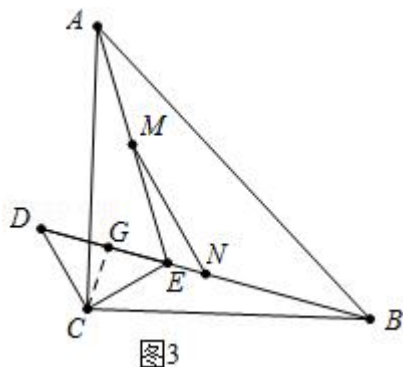


图2

理由: 连接 AD、延长 BE 交 AD 于点 H.

$\therefore \triangle ABC$ 和 $\triangle CDE$ 是等腰直角三角形,
 $\therefore CD=CE, CA=CB, \angle ACB=\angle DCE=90^\circ$,
 $\therefore \angle ACB - \angle ACE = \angle DCE - \angle ACE$,
 $\therefore \angle ACD = \angle ECB$,
 $\therefore \triangle ECB \cong \triangle DCA$,
 $\therefore BE=AD, \angle DAC = \angle EBC$,
 $\therefore \angle AHB = 180^\circ - (\angle HAB + \angle ABH)$
 $= 180^\circ - (45^\circ + \angle HAC + \angle ABH)$
 $= 180^\circ - (45^\circ + \angle HBC + \angle ABH)$
 $= 180^\circ - 90^\circ$
 $= 90^\circ$,
 $\therefore BH \perp AD$,
 $\therefore M、N、P$ 分别为 $AE、BD、AB$ 的中点,
 $\therefore PM \parallel BE, PM = \frac{1}{2}BE, PN \parallel AD, PN = \frac{1}{2}AD$,
 $\therefore PM=PN, \angle MPN=90^\circ$,
 $\therefore BE=2PM=2 \times \frac{\sqrt{2}}{2}MN = \sqrt{2}MN$.

(3) ①如图 3 中, 作 $CG \perp BD$ 于 G , 则 $CE=GE=DG=\sqrt{2}$,



当 D、E、B 共线时，在 $\text{Rt}\triangle BCG$ 中， $BG = \sqrt{BC^2 - CG^2} = \sqrt{6^2 - (\sqrt{2})^2} = \sqrt{34}$,

$$\therefore BE = BG - GE = \sqrt{34} - \sqrt{2},$$

$$\therefore MN = \frac{\sqrt{2}}{2}BE = \sqrt{17} - 1.$$

②如图 4 中，作 $CG \perp BD$ 于 G，则 $CE = GE = DG = \sqrt{2}$,

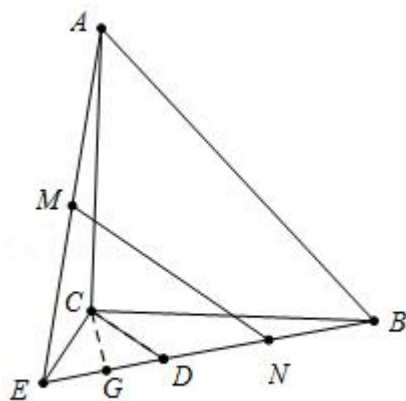


图4

当 D、E、B 共线时，在 $\text{Rt}\triangle BCG$ 中， $BG = \sqrt{BC^2 - CG^2} = \sqrt{6^2 - (\sqrt{2})^2} = \sqrt{34}$,

$$\therefore BE = BG + GE = \sqrt{34} + \sqrt{2},$$

$$\therefore MN = \frac{\sqrt{2}}{2}BE = \sqrt{17} + 1.$$

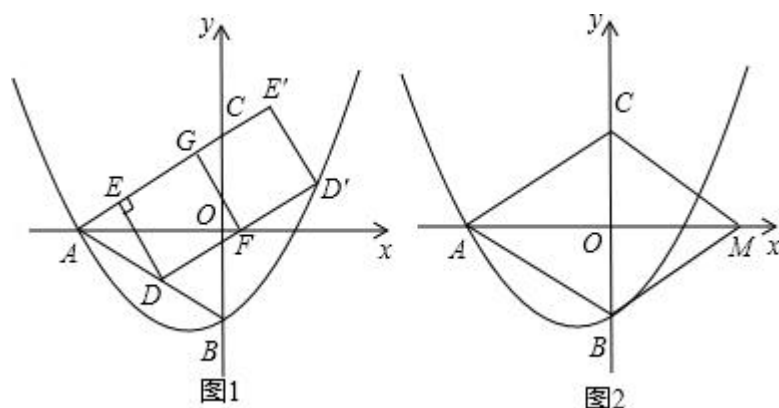
故答案为 $\sqrt{17} - 1$ 或 $\sqrt{17} + 1$.

【点评】 本题考查几何变换综合题、等腰直角三角形的性质、全等三角形的判定和性质、勾股定理等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，学会用分类讨论的思想思考问题，属于中考压轴题.

八、解答题 (满分 14 分)

26. (14 分) (2017·辽阳) 如图 1，抛物线 $y = -\frac{1}{3}x^2 + bx + c$ 经过 A $(-2\sqrt{3}, 0)$ 、B $(0, -2)$ 两点，点 C 在 y 轴上， $\triangle ABC$ 为等边三角形，点 D 从点 A 出发，沿 AB 方向以每秒 2 个单位长度的速度向终点 B 运动，设运动时间为 t 秒 ($t > 0$)，过点 D 作 $DE \perp AC$ 于点 E，以 DE 为边作矩形 DEGF，使点 F 在 x 轴上，点 G

在 AC 或 AC 的延长线上.



(1) 求抛物线的解析式;

(2) 将矩形 DEGF 沿 GF 所在直线翻折, 得矩形 D'E'GF, 当点 D 的对称点 D' 落在抛物线上时, 求此时点 D' 的坐标;

(3) 如图 2, 在 x 轴上有一点 M ($2\sqrt{3}$, 0), 连接 BM、CM, 在点 D 的运动过程中, 设矩形 DEGF 与四边形 ABMC 重叠部分的面积为 S, 直接写出 S 与 t 之间的函数关系式, 并写出自变量 t 的取值范围.

【考点】 HF: 二次函数综合题.

【分析】 (1) 把 A、B 的坐标代入抛物线的解析式求解即可;

(2) 由等边三角形的性质可知 $\angle BAC=60^\circ$, 依据特殊锐角三角函数值可得到 $AE=t$, $DE=\sqrt{3}t$, $AF=2\sqrt{3}t$, 然后再证明 $AD=DF=2t$, 过点 D' 作 $D'H \perp x$ 轴与点 H, 接下来, 再求得点 D' 的坐标, 最后将点 D' 的坐标代入抛物线的解析式求解即可;

(3) 当 $0 < t \leq \frac{4}{3}$ 时, $S=ED \cdot DF$; 当 $\frac{4}{3} < t \leq 2$ 时, $S=\text{矩形 DEGF 的面积} - \triangle CGN$ 的面积.

【解答】 解: (1) 把 A ($-2\sqrt{3}$, 0)、B (0, -2) 代入抛物线的解析式得:

$$\begin{cases} c = -2 \\ \frac{1}{3} \times 12 - 2\sqrt{3}b + c = 0 \end{cases} \text{ 解得: } \begin{cases} c = -2 \\ b = \frac{\sqrt{3}}{3} \end{cases}$$

∴ 抛物线的解析式为 $y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{\sqrt{3}}{3}x - 2$.

(2) A $(-2\sqrt{3}, 0)$ 、B $(0, -2)$,

∴ $OA = 2\sqrt{3}$, $OB = 2$.

∴ $AD = 2t$, $\angle DEA = 90^\circ$, $\angle BAC = 60^\circ$,

∴ $AE = t$, $DE = \sqrt{3}t$.

∴ $\triangle ABC$ 为等边三角形,

∴ $\angle BAC = 60^\circ$.

∴ $AO \perp BC$,

∴ $\angle CAO = \angle BAO = 30^\circ$.

∴ 四边形 DEGF 为矩形,

∴ $DF \parallel AC$, $GF = DE = \sqrt{3}t$.

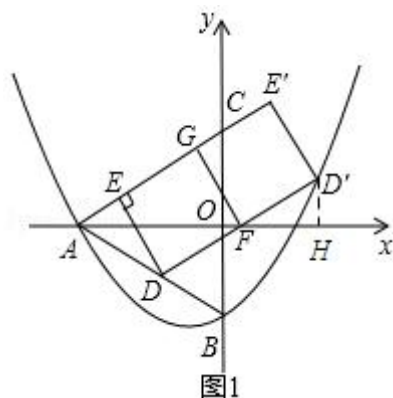
∴ $\angle DFA = \angle CAO = 30^\circ$,

∴ $AF = 2GF = 2\sqrt{3}t$.

∴ $\angle DFA = \angle BAO = 30^\circ$.

∴ $DF = AD = 2t$.

过点 D' 作 $D'H \perp x$ 轴与点 H.



∴ $\angle D'FH = \angle AFD = 30^\circ$,

$$\therefore D'H = \frac{1}{2}D'F = t, \quad FH = \sqrt{3}D'H = \sqrt{3}t.$$

$$\therefore AH = AF + FH = 3\sqrt{3}t.$$

$$\therefore OH = AH - AO = 3\sqrt{3}t - 2\sqrt{3}.$$

$$\therefore D' (3\sqrt{3}t - 2\sqrt{3}, t).$$

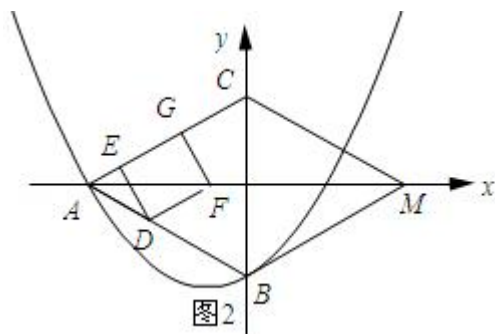
把点 $D' (3\sqrt{3}t - 2\sqrt{3}, t)$ 代入 $y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{\sqrt{3}}{3}x - 2$ 得: $t = \frac{1}{3} (3\sqrt{3}t - 2\sqrt{3})^2 + \frac{\sqrt{3}}{3} (3\sqrt{3}t - 2\sqrt{3}) - 2$. 整理得: $9t^2 = 10t = 0$,

解得 $t = \frac{10}{9}$ 或 $t = 0$ (舍去).

$$\therefore D' \left(\frac{4\sqrt{3}}{3}, \frac{10}{9} \right).$$

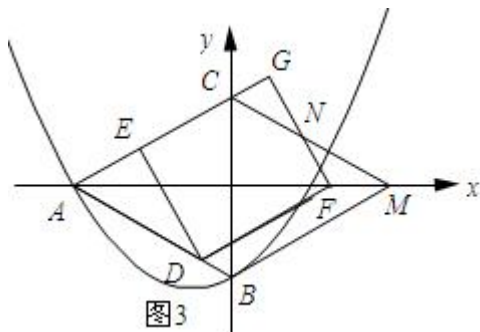
(3) 由 (2) 可知: $DE = \sqrt{3}t$, $DF = 2t$, $AE = t$.

如图 2 所示: 当 $AE + EG \leq AC$ 时, 即 $t + 2t \leq 4$, 解得: $t \leq \frac{4}{3}$.



$$\therefore \text{当 } 0 < t \leq \frac{4}{3} \text{ 时, } S = ED \cdot DF = 2\sqrt{3}t^2.$$

当 $\frac{4}{3} < t \leq 2$ 时, 如图 3 所示:



$$\therefore CG = AG - AC,$$

$$\therefore CG = 3t - 4,$$

$$\therefore GN = 3\sqrt{3}t - 4\sqrt{3}.$$

$$\therefore S = ED \cdot DF - \frac{1}{2}CG \cdot GN = 2\sqrt{3}t^2 - \frac{1}{2}(3t - 4) \times \sqrt{3}(3t - 4) = -\frac{5\sqrt{3}}{2}t^2 + 12\sqrt{3}t - 8\sqrt{3}.$$

综上所述，S 与 t 的函数关系式为
$$S = \begin{cases} 2\sqrt{3}t^2 & (0 < t \leq \frac{4}{3}) \\ -\frac{5\sqrt{3}}{2}t^2 + 12\sqrt{3}t - 8\sqrt{3} & (\frac{4}{3} < t \leq 2) \end{cases}.$$

【点评】 本题主要考查的是二次函数的综合应用，解答本题主要应用了待定系数法求二次函数的解析式，等边三角形的性质，特殊锐角三角函数值，求得点 D' （用含 t 的式子表示）是解题答问题（2）的关键，依据题意画出符合题意的图形是解答问题（3）的关键.