

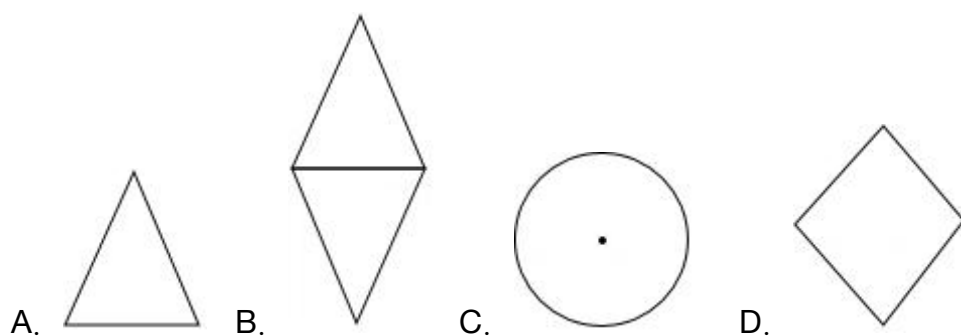
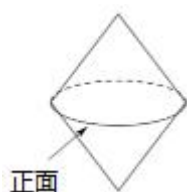
2017 年辽宁省葫芦岛市中考数学试卷

一. 选择题 (本题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

1. (3 分) 下列四个数中最小的是 ()

A. 3.3 B. $\frac{7}{3}$ C. -2 D. 0

2. (3 分) 如图所示的几何体的主视图是 ()



3. (3 分) 下列运算正确的是 ()

A. $m^3 \cdot m^3 = 2m^3$ B. $5m^2n - 4mn^2 = mn$

C. $(m+1)(m-1) = m^2 - 1$ D. $(m-n)^2 = m^2 - mn + n^2$

4. (3 分) 下列事件是必然事件的是 ()

A. 乘坐公共汽车恰好有空座 B. 同位角相等

C. 打开手机就有未接电话 D. 三角形内角和等于 180°

5. (3 分) 点 P (3, -4) 关于 y 轴对称点 P' 的坐标是 ()

A. (-3, -4) B. (3, 4) C. (-3, 4) D. (-4, 3)

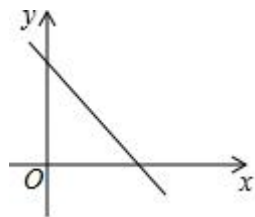
6. (3 分) 下表是某同学周一至周五每天跳绳个数统计表:

星期	一	二	三	四	五
跳绳个数	160	160	180	200	170

则表示“跳绳个数”这组数据的中位数和众数分别是 ()

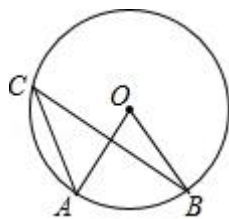
A. 180, 160 B. 170, 160 C. 170, 180 D. 160, 200

7. (3分) 一次函数 $y = (m - 2)x + 3$ 的图象如图所示, 则 m 的取值范围是 ()



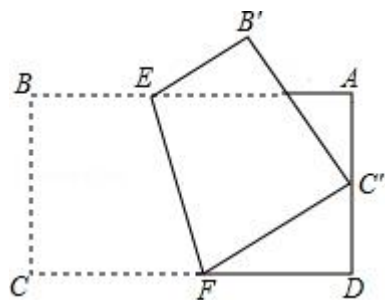
A. $m < 2$ B. $0 < m < 2$ C. $m < 0$ D. $m > 2$

8. (3分) 如图, 点 A、B、C 是 $\odot O$ 上的点, $\angle AOB = 70^\circ$, 则 $\angle ACB$ 的度数是 ()



A. 30° B. 35° C. 45° D. 70°

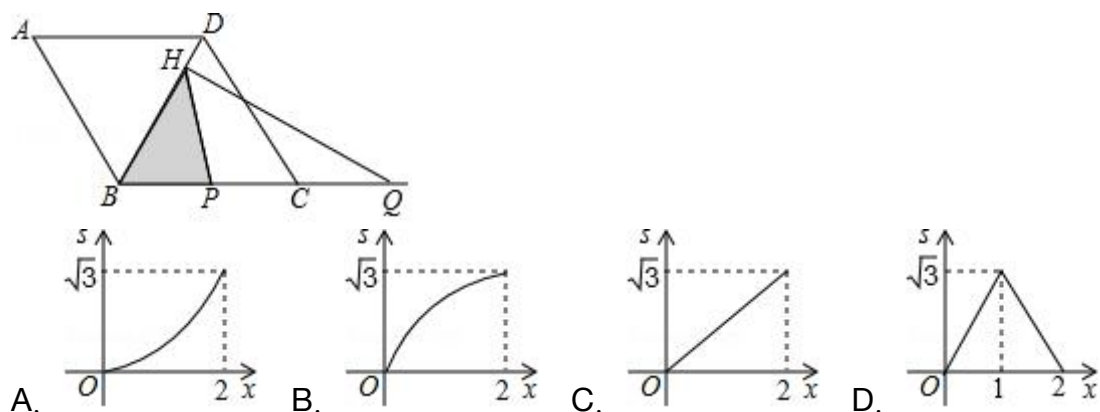
9. (3分) 如图, 将矩形纸片 ABCD 沿直线 EF 折叠, 使点 C 落在 AD 边的中点 C' 处, 点 B 落在点 B' 处, 其中 $AB = 9$, $BC = 6$, 则 FC' 的长为 ()



A. $\frac{10}{3}$ B. 4 C. 4.5 D. 5

10. (3分) 如图, 菱形 ABCD 的边长为 2, $\angle A = 60^\circ$, 点 P 和点 Q 分别从点 B 和点 C 出发, 沿射线 BC 向右运动, 过点 Q 作 $QH \perp BD$, 垂足为 H, 连接 PH,

设点 P 运动的距离为 x ($0 < x \leq 2$)， $\triangle BPH$ 的面积为 s ，则能反映 s 与 x 之间的函数关系的图象大致为 ()



二. 填空题 (本题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

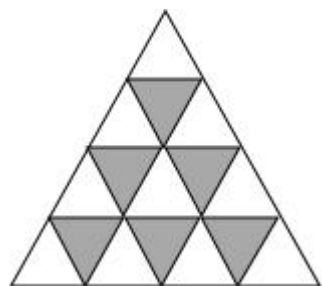
11. (3 分) 今年 1 至 4 月份, 某沿海地区苹果出口至“一带一路”沿线国家约 11 000 000 千克, 数据 11 000 000 可以用科学记数法表示为_____.

12. (3 分) 因式分解: $m^2n - 4mn + 4n =$ _____.

13. (3 分) 甲、乙两名同学参加“古诗词大赛”活动, 五次比赛成绩的平均分都是 85 分, 如果甲比赛成绩的方差为 $S_{\text{甲}}^2 = 16.7$, 乙比赛成绩的方差为 $S_{\text{乙}}^2 = 28.3$, 那么成绩比较稳定的是_____ (填甲或乙)

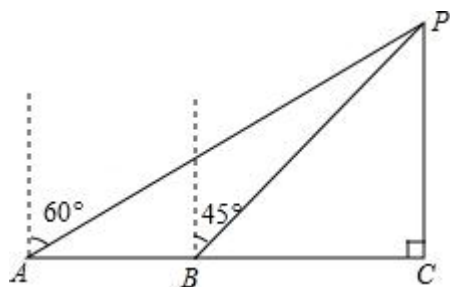
14. (3 分) 正八边形的每个外角的度数为_____.

15. (3 分) 如图是有若干个全等的等边三角形拼成的纸板, 若某人向纸板上投掷飞镖, (每次飞镖均落在纸板上), 则飞镖落在阴影部分的概率是_____.

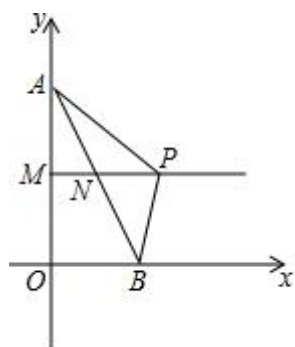


16. (3 分) 一艘货轮又西向东航行, 在 A 处测得灯塔 P 在它的北偏东 60° 方向, 继续航行到达 B 处, 测得灯塔 P 在正南方向 4 海里的 C 处是港口, 点 A, B, C

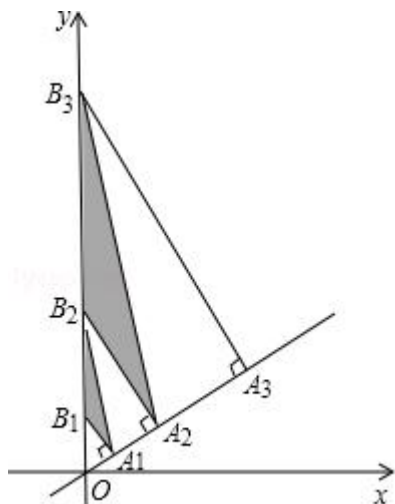
在一条直线上, 则这艘货轮由 A 到 B 航行的路程为_____海里(结果保留根号).



17. (3 分) 如图, 点 A (0, 8), 点 B (4, 0), 连接 AB, 点 M, N 分别是 OA, AB 的中点, 在射线 MN 上有一动点 P. 若 $\triangle ABP$ 是直角三角形, 则点 P 的坐标是_____.



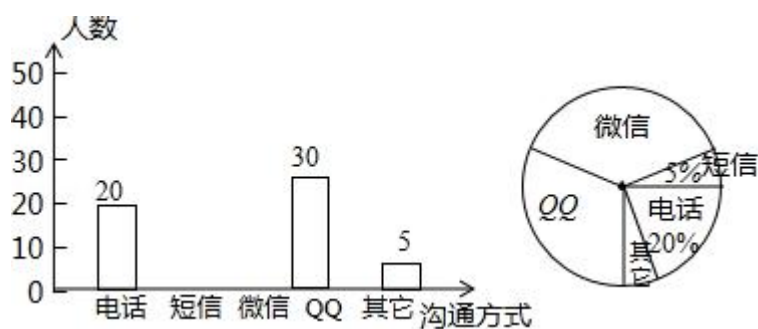
18. (3 分) 如图, 直线 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ 上有点 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{n+1}$, 且 $OA_1=1, A_1A_2=2, A_2A_3=4, A_nA_{n+1}=2^n$ 分别过点 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{n+1}$ 作直线 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ 的垂线, 交 y 轴于点 $B_1, B_2, B_3, \dots, B_{n+1}$, 依次连接 $A_1B_2, A_2B_3, A_3B_4, \dots, A_nB_{n+1}$, 得到 $\triangle A_1B_1B_2, \triangle A_2B_2B_3, \triangle A_3B_3B_4, \dots, \triangle A_nB_nB_{n+1}$, 则 $\triangle A_nB_nB_{n+1}$ 的面积为_____. (用含有正整数 n 的式子表示)



三、解答题（第 19 题 10 分，第 20 题 12 分，共 22 分）

19. （10 分）先化简，再求值： $(\frac{2-2x}{x+1} + x - 1) \div \frac{x^2-x}{x+1}$ ，其中 $x = (\frac{1}{2})^{-1} + (-3)^0$.

20. （12 分）随着通讯技术迅猛发展，人与人之间的沟通方式更多样、便捷. 某校数学兴趣小组设计了“你最喜欢的沟通方式”调查问卷 (每人必选且只选一种)，在全校范围内随机调查了部分学生，将统计结果绘制了如下两幅不完整的统计图，请结合图中所给的信息解答下列问题:



- (1) 这次统计共抽查了_____名学生；在扇形统计图中，表示“QQ”的扇形圆心角的度数为_____；
- (2) 将条形统计图补充完整；
- (3) 该校共有 1500 名学生，请估计该校最喜欢用“微信”进行沟通的学生有多少名？
- (4) 某天甲、乙两名同学都想从“微信”、“QQ”、“电话”三种沟通方式中选一种方式与对方联系，请用列表或画树状图的方法求出甲、乙两名同学恰好选中同一种沟通方式的概率.

四、解答题 (第 21 题 12 分, 第 22 题 12 分, 共 24 分)

21. (12 分) 在“母亲节”前期, 某花店购进康乃馨和玫瑰两种鲜花, 销售过程中发现康乃馨比玫瑰销售量大, 店主决定将玫瑰每枝降价 1 元促销, 降价后 30 元可购买玫瑰的数量是原来购买玫瑰数量的 1.5 倍.

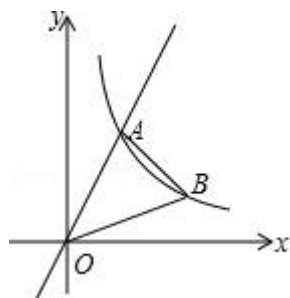
- (1) 求降价后每枝玫瑰的售价是多少元?
- (2) 根据销售情况, 店主用不多于 900 元的资金再次购进两种鲜花共 500 枝,

康乃馨进价为 2 元/枝，玫瑰进价为 1.5 元/枝，问至少购进玫瑰多少枝？

22. (12 分) 如图，直线 $y=3x$ 与双曲线 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$ ，且 $x > 0$) 交于点 A，点 A 的横坐标是 1.

(1) 求点 A 的坐标及双曲线的解析式；

(2) 点 B 是双曲线上一点，且点 B 的纵坐标是 1，连接 OB，AB，求 $\triangle AOB$ 的面积.



五、解答题 (满分 12 分)

23. (12 分) “五一”期间，恒大影城隆重开业，影城每天运营成本为 1000 元，试营业期间统计发现，影城每天售出的电影票张数 y (张) 与电影票售价 x (元/

张) 之间满足一次函数: $y = -4x + 220$ ($10 \leq x \leq 50$, 且 x 是整数), 设影城每天的利润为 w (元) (利润=票房收入-运营成本) .

(1) 试求 w 与 x 之间的函数关系式;

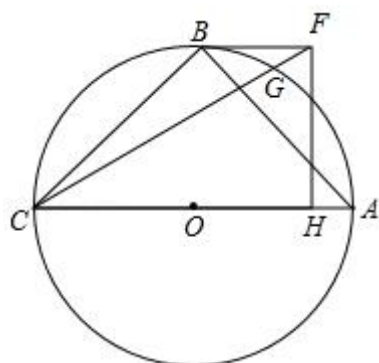
(2) 影城将电影票售价定为多少元/张时, 每天获利最大? 最大利润是多少元?

六、解答题 (满分 12 分)

24. (12 分) 如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, AC 是直径, $BC=BA$, 在 $\angle ACB$ 的内部作 $\angle ACF=30^\circ$, 且 $CF=CA$, 过点 F 作 $FH \perp AC$ 于点 H , 连接 BF .

(1) 若 CF 交 $\odot O$ 于点 G , $\odot O$ 的半径是 4, 求 $\widehat{AG}$ 的长;

(2) 请判断直线 BF 与 $\odot O$ 的位置关系, 并说明理由.



七、解答题 (满分 12 分)

25. (12 分) 如图, $\angle MAN=60^\circ$, AP 平分 $\angle MAN$, 点 B 是射线 AP 上一定点, 点 C 在直线 AN 上运动, 连接 BC , 将 $\angle ABC$ ($0^\circ < \angle ABC < 120^\circ$) 的两边射线 BC 和 BA 分别绕点 B 顺时针旋转 120° , 旋转后角的两边分别与射线 AM 交于点 D 和点 E .

(1) 如图 1, 当点 C 在射线 AN 上时,

①请判断线段 BC 与 BD 的数量关系, 直接写出结论;

②请探究线段 AC , AD 和 BE 之间的数量关系, 写出结论并证明;

(2) 如图 2, 当点 C 在射线 AN 的反向延长线上时, BC 交射线 AM 于点 F , 若 $AB=4$, $AC=\sqrt{3}$, 请直接写出线段 AD 和 DF 的长.

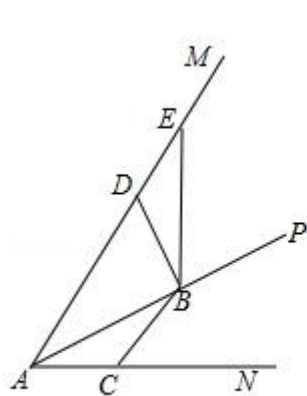


图1

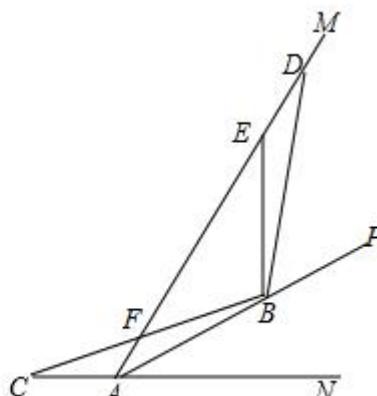


图2

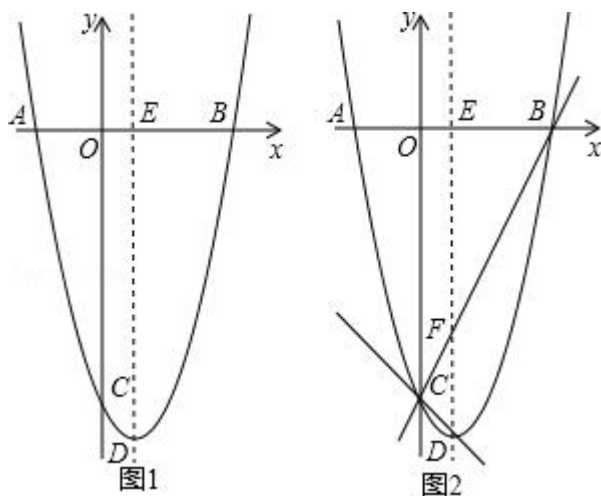
八、解答题 (满分 14 分)

26. (14 分) 如图, 抛物线 $y=ax^2-2x+c$ ($a \neq 0$) 与 x 轴、 y 轴分别交于点 A , B , C 三点, 已知点 $A(-2, 0)$, 点 $C(0, -8)$, 点 D 是抛物线的顶点.

(1) 求抛物线的解析式及顶点 D 的坐标;

(2) 如图 1, 抛物线的对称轴与 x 轴交于点 E , 第四象限的抛物线上有一点 P , 将 $\triangle EBP$ 沿直线 EP 折叠, 使点 B 的对应点 B' 落在抛物线的对称轴上, 求点 P 的坐标;

(3) 如图 2, 设 BC 交抛物线的对称轴于点 F , 作直线 CD , 点 M 是直线 CD 上的动点, 点 N 是平面内一点, 当以点 B , F , M , N 为顶点的四边形是菱形时, 请直接写出点 M 的坐标.



2017 年辽宁省葫芦岛市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一. 选择题 (本题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

1. (3 分) (2017•葫芦岛) 下列四个数中最小的是 ()

A. 3.3 B. $\frac{7}{3}$ C. -2 D. 0

【考点】18: 有理数大小比较.

【分析】有理数大小比较的法则: ①正数都大于 0; ②负数都小于 0; ③正数大于一切负数; ④两个负数, 绝对值大的其值反而小, 据此判断即可.

【解答】解: 根据有理数比较大小的方法, 可得

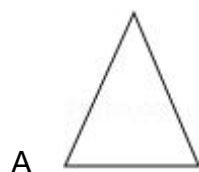
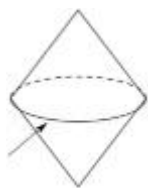
$$-2 < 0 < \frac{7}{3} < 3.3,$$

∴ 四个数中最小的是 -2.

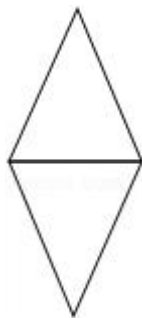
故选: C.

【点评】此题主要考查了有理数大小比较的方法, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确: ①正数都大于 0; ②负数都小于 0; ③正数大于一切负数; ④两个负数, 绝对值大的其值反而小.

2. (3 分) (2017•葫芦岛) 如图所示的几何体的主视图是 ()



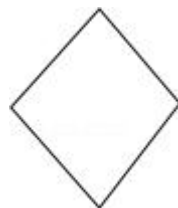
B.



C.



D.



【考点】 U2: 简单组合体的三视图.

【分析】 根据主视图的定义, 即可判定、

【解答】 解: 主视图是从正面看到的图, 应该是选项 B.

故答案为 B.

【点评】 本题考查三视图, 解题的关键是理解三视图的意义, 属于中考常考题型.

3. (3 分) (2017•葫芦岛) 下列运算正确的是 ()

A. $m^3 \cdot m^3 = 2m^3$ B. $5m^2n - 4mn^2 = mn$

C. $(m+1)(m-1) = m^2 - 1$ D. $(m-n)^2 = m^2 - mn + n^2$

【考点】 4F: 平方差公式; 35: 合并同类项; 46: 同底数幂的乘法; 4C: 完全平方公式.

【分析】 根据同底数幂的乘法, 合并同类项, 平方差公式, 完全平方公式的计算法则进行计算即可求解.

【解答】 解: A、 $m^3 \cdot m^3 = m^6$, 故选项错误;

B、 $5m^2n$, $4mn^2$ 不是同类项不能合并, 故选项错误;

C、 $(m+1)(m-1) = m^2 - 1$, 故选项正确;

D、 $(m-n)^2 = m^2 - 2mn + n^2$, 故选项错误.

故选: C.

【点评】 此题主要考查了同底数幂的乘法, 合并同类项, 平方差公式, 完全平方公式, 正确掌握相关运算法则是解题关键.

4. (3 分) (2017•葫芦岛) 下列事件是必然事件的是 ()

A. 乘坐公共汽车恰好有空座 B. 同位角相等

C. 打开手机就有未接电话 D. 三角形内角和等于 180°

【考点】X1: 随机事件.

【分析】根据必然事件、不可能事件、随机事件的概念可判断它们分别属于那一种类别. 根据实际情况即可解答.

【解答】解: A. 乘坐公共汽车恰好有空座, 是随机事件;

B. 同位角相等, 是随机事件;

C. 打开手机就有未接电话, 是随机事件;

D. 三角形内角和等于 180° , 是必然事件.

故选 D.

【点评】本题考查了必然事件、不可能事件、随机事件的概念. 用到的知识点为: 确定事件包括必然事件和不可能事件. 必然事件指在一定条件下一定发生的事件. 不可能事件是指在一定条件下, 一定不发生的事件. 不确定事件即随机事件是指在一定条件下, 可能发生也可能不发生的事件.

5. (3 分) (2017•葫芦岛) 点 P (3, -4) 关于 y 轴对称点 P' 的坐标是 ()

A. (-3, -4) B. (3, 4) C. (-3, 4) D. (-4, 3)

【考点】P5: 关于 x 轴、y 轴对称的点的坐标.

【分析】直接利用关于 y 轴对称点的性质得出答案.

【解答】解: $\because$ 点 P (3, -4) 关于 y 轴对称点 P',

$\therefore$ P' 的坐标是: (-3, -4) .

故选: A.

【点评】此题主要考查了关于 y 轴对称点的性质, 正确记忆横纵坐标关系是解题关键.

6. (3 分) (2017•葫芦岛) 下表是某同学周一至周五每天跳绳个数统计表:

星期	一	二	三	四	五
跳绳个数	160	160	180	200	170

则表示“跳绳个数”这组数据的中位数和众数分别是（ ）

A. 180, 160 B. 170, 160 C. 170, 180 D. 160, 200

【考点】 W5: 众数; W4: 中位数.

【分析】 根据中位数和众数的定义分别进行解答即可.

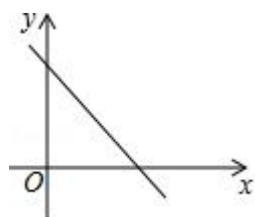
【解答】 解: 把这些数从小到大排列为 160, 160, 170, 180, 200, 最中间的数是 170, 则中位数是 170;

160 出现了 2 次, 出现的次数最多, 则众数是 160;

故选 B.

【点评】 此题考查了中位数和众数, 掌握中位数和众数的定义是解题的关键; 中位数是将一组数据从小到大 (或从大到小) 重新排列后, 最中间的那个数 (最中间两个数的平均数), 叫做这组数据的中位数; 众数是一组数据中出现次数最多的数.

7. (3 分) (2017•葫芦岛) 一次函数 $y = (m - 2)x + 3$ 的图象如图所示, 则 m 的取值范围是 ()



A. $m < 2$ B. $0 < m < 2$ C. $m < 0$ D. $m > 2$

【考点】 F7: 一次函数图象与系数的关系.

【分析】 根据图象在坐标平面内的位置关系知 $m - 2 < 0$, 据此可以求得 m 的取值范围.

【解答】 解: 如图所示, 一次函数 $y = (m - 2)x + 3$ 的图象经过第一、二、四象

限,

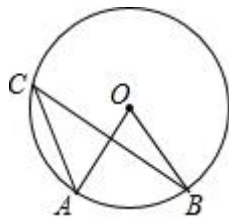
$$\therefore m - 2 < 0,$$

解得 $m < 2$.

故选 A.

【点评】 本题主要考查一次函数图象在坐标平面内的位置与 k 、 b 的关系. 解答本题注意理解: 直线 $y=kx+b$ 所在的位置与 k 、 b 的符号有直接的关系. $k > 0$ 时, 直线必经过一、三象限. $k < 0$ 时, 直线必经过二、四象限. $b > 0$ 时, 直线与 y 轴正半轴相交. $b = 0$ 时, 直线过原点; $b < 0$ 时, 直线与 y 轴负半轴相交.

8. (3 分) (2017•葫芦岛) 如图, 点 A、B、C 是 $\odot O$ 上的点, $\angle AOB = 70^\circ$, 则 $\angle ACB$ 的度数是 ()



A. 30° B. 35° C. 45° D. 70°

【考点】 M5: 圆周角定理.

【分析】 根据圆周角定理得到 $\angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB$, 即可计算出 $\angle ACB$.

【解答】 解: $\because \angle AOB = 70^\circ$,

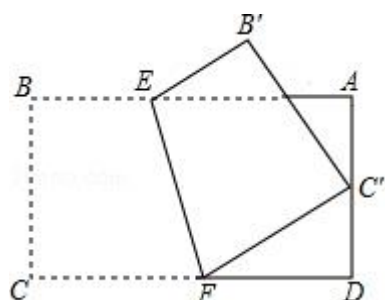
$$\therefore \angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB = 35^\circ.$$

故选 B.

【点评】 本题考查了圆周角定理: 一条弧所对的圆周角是它所对的圆心角的一半.

9. (3 分) (2017•葫芦岛) 如图, 将矩形纸片 ABCD 沿直线 EF 折叠, 使点 C

落在 AD 边的中点 C' 处，点 B 落在点 B' 处，其中 AB=9，BC=6，则 FC' 的长为
()



- A. $\frac{10}{3}$ B. 4 C. 4.5 D. 5

【考点】LB: 矩形的性质; KQ: 勾股定理.

【分析】设 $FC'=x$ ，则 $FD=9-x$ ，根据矩形的性质结合 $BC=6$ 、点 C' 为 AD 的中点，即可得出 $C'D$ 的长度，在 $Rt\triangle FC'D$ 中，利用勾股定理即可找出关于 x 的一元二次方程，解之即可得出结论.

【解答】解：设 $FC'=x$ ，则 $FD=9-x$ ，

$\because BC=6$ ，四边形 ABCD 为矩形，点 C' 为 AD 的中点，

$\therefore AD=BC=6$ ， $C'D=3$.

在 $Rt\triangle FC'D$ 中， $\angle D=90^\circ$ ， $FC'=x$ ， $FD=9-x$ ， $C'D=3$ ，

$\therefore FC'^2=FD^2+C'D^2$ ，即 $x^2=(9-x)^2+3^2$ ，

解得： $x=5$.

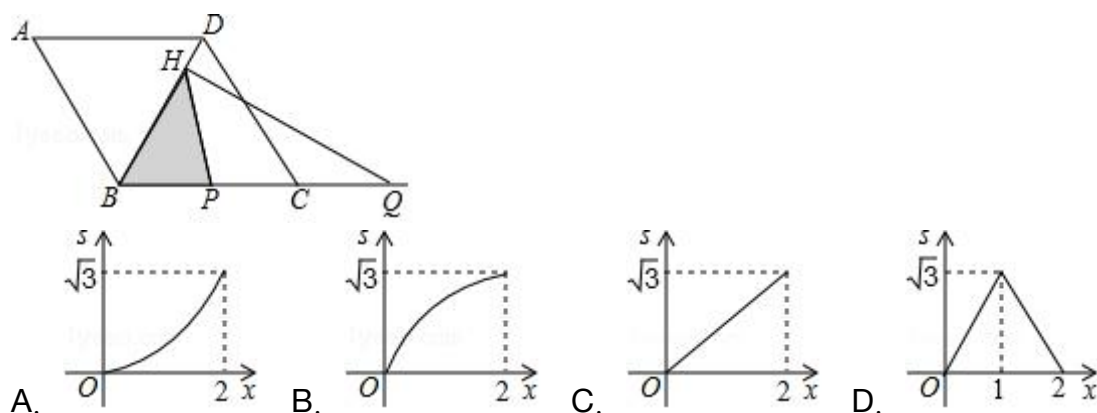
故选 D.

【点评】本题考查了矩形的性质以及勾股定理，在 $Rt\triangle FC'D$ 中，利用勾股定理找出关于 FC' 的长度的一元二次方程是解题的关键.

10. (3 分) (2017•葫芦岛) 如图，菱形 ABCD 的边长为 2， $\angle A=60^\circ$ ，点 P 和点 Q 分别从点 B 和点 C 出发，沿射线 BC 向右运动，过点 Q 作 $QH \perp BD$ ，垂

足为 H，连接 PH，设点 P 运动的距离为 x ($0 < x \leq 2$)， $\triangle BPH$ 的面积为 s ，

则能反映 s 与 x 之间的函数关系的图象大致为 ()



【考点】 E7：动点问题的函数图象.

【分析】 根据菱形的性质得到 $\angle DBC=60^\circ$ ，根据直角三角形的性质得到 $BH=\frac{1}{2}BQ=1+\frac{1}{2}x$ ，过 H 作 $HG \perp BC$ ，得到 $HG=\frac{\sqrt{3}}{2}BH=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{4}x$ ，根据三角形的面积公式即可得到结论.

【解答】 解： $\because$ 菱形 ABCD 的边长为 2， $\angle A=60^\circ$ ，

$\therefore \angle DBC=60^\circ$ ，

$\because BQ=2+x$ ， $QH \perp BD$ ，

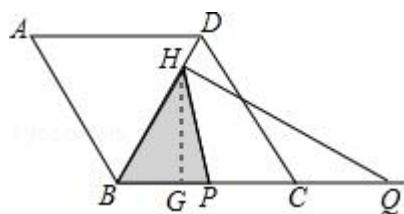
$\therefore BH=\frac{1}{2}BQ=1+\frac{1}{2}x$ ，

过 H 作 $HG \perp BC$ ，

$\therefore HG=\frac{\sqrt{3}}{2}BH=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{4}x$ ，

$\therefore s=\frac{1}{2}PB \cdot GH=\frac{\sqrt{3}}{8}x^2+\frac{\sqrt{3}}{4}x$ ， ($0 < x \leq 2$)，

故选 A.



【点评】 本题考查了动点问题的函数图象，菱形的性质，直角三角形的性质，三

角形的面积的计算，正确的作出辅助线是解题的关键.

二. 填空题 (本题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

11. (3 分) (2017•葫芦岛) 今年 1 至 4 月份, 某沿海地区苹果出口至“一带一路”沿线国家约 11 000 000 千克, 数据 11 000 000 可以用科学记数法表示为 1.1×10^7 .

【考点】 11: 科学记数法—表示较大的数.

【分析】 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值是易错点, 由于 11 000 000 有 8 位, 所以可以确定 $n=8-1=7$.

【解答】 解: $11\,000\,000=1.1 \times 10^7$,

故答案为: 1.1×10^7 .

【点评】 此题考查科学记数法表示较大的数的方法, 准确确定 a 与 n 值是关键.

12. (3 分) (2017•葫芦岛) 因式分解: $m^2n - 4mn + 4n = \underline{n(m-2)^2}$.

【考点】 55: 提公因式法与公式法的综合运用.

【分析】 先提取公因式 n , 再根据完全平方公式进行二次分解.

【解答】 解: $m^2n - 4mn + 4n$,

$=n(m^2 - 4m + 4)$,

$=n(m-2)^2$.

故答案为: $n(m-2)^2$.

【点评】 本题考查了提公因式法, 公式法分解因式, 提取公因式后利用完全平方公式进行二次分解, 注意分解要彻底.

13. (3 分) (2017•葫芦岛) 甲、乙两名同学参加“古诗词大赛”活动, 五次比

赛成绩的平均分都是 85 分，如果甲比赛成绩的方差为 $S_{\text{甲}}^2=16.7$ ，乙比赛成绩的方差为 $S_{\text{乙}}^2=28.3$ ，那么成绩比较稳定的是 甲（填甲或乙）

【考点】 W7：方差.

【分析】 根据方差的意义即可求得答案.

【解答】 解：

$$\because S_{\text{甲}}^2=16.7, S_{\text{乙}}^2=28.3,$$

$$\therefore S_{\text{甲}}^2 < S_{\text{乙}}^2,$$

$\therefore$ 甲的成绩比较稳定,

故答案为：甲.

【点评】 本题主要考查方差的意义，掌握方差的意义是解题的关键，即方差越大其数据波动越大，即成绩越不稳定.

14. (3 分) (2017•葫芦岛) 正八边形的每个外角的度数为 45° .

【考点】 L3：多边形内角与外角.

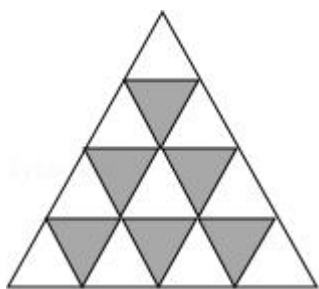
【分析】 利用正八边形的外角和等于 360° 即可求出答案.

【解答】 解： $360^\circ \div 8 = 45^\circ$.

故答案为： 45° .

【点评】 本题主要考查了多边形的外角和定理，任何一个多边形的外角和都是 360° .

15. (3 分) (2017•葫芦岛) 如图是有若干个全等的等边三角形拼成的纸板，若某人向纸板上投掷飞镖，（每次飞镖均落在纸板上），则飞镖落在阴影部分的概率是 $\frac{3}{8}$.



【考点】X5: 几何概率.

【分析】确定阴影部分的面积在整个面积中占的比例，根据这个比例即可求出飞镖落在阴影区域的概率.

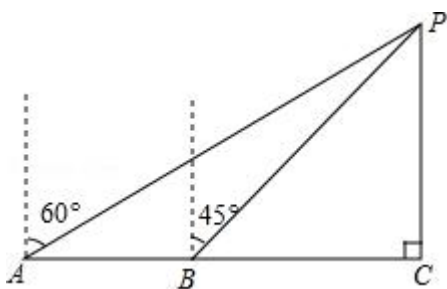
【解答】解：如图：阴影部分的面积占 6 份，总面积是 16 份， $\therefore$ 飞镖落在阴影

部分的概率是 $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$;

故答案为： $\frac{3}{8}$

【点评】本题考查了几何概率. 用到的知识点为：概率=相应的面积与总面积之比.

16. (3 分) (2017•葫芦岛) 一艘货轮又西向东航行，在 A 处测得灯塔 P 在它的北偏东 60° 方向，继续航行到达 B 处，测得灯塔 P 在正南方向 4 海里的 C 处是港口，点 A, B, C 在一条直线上，则这艘货轮由 A 到 B 航行的路程为 $(4\sqrt{3} - 4)$ 海里 (结果保留根号) .



【考点】TB: 解直角三角形的应用 - 方向角问题; KU: 勾股定理的应用.

【分析】根据题意得：PC=4 海里， $\angle PBC=45^\circ$ ， $\angle PAC=30^\circ$ ，在直角三角形 APC 中，由勾股定理得出 $AC=\sqrt{3}PC=4\sqrt{3}$ (海里)，在直角三角形 BPC 中，得

出 $BC=PC=4$ 海里，即可得出答案.

【解答】解：根据题意得： $PC=4$ 海里， $\angle PBC=90^\circ - 45^\circ=45^\circ$ ， $\angle PAC=90^\circ - 60^\circ=30^\circ$ ，

在直角三角形 APC 中， $\therefore \angle PAC=30^\circ$ ， $\angle C=90^\circ$ ，

$$\therefore AC=\sqrt{3}PC=4\sqrt{3} \text{ (海里)} ,$$

在直角三角形 BPC 中， $\therefore \angle PBC=45^\circ$ ， $\angle C=90^\circ$ ，

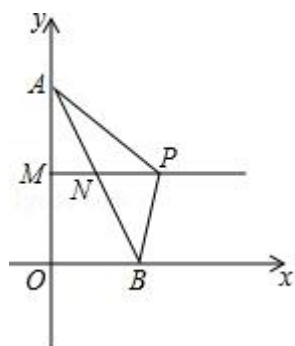
$$\therefore BC=PC=4 \text{ 海里},$$

$$\therefore AB=AC=BC= (4\sqrt{3}-4) \text{ 海里};$$

故答案为： $(4\sqrt{3}-4)$.

【点评】 本题考查了解直角三角形的应用、勾股定理的应用；求出 AC 和 BC 的长度是解决问题的关键.

17. (3分) (2017•葫芦岛) 如图，点 $A(0, 8)$ ，点 $B(4, 0)$ ，连接 AB ，点 M ， N 分别是 OA ， AB 的中点，在射线 MN 上有一动点 P ．若 $\triangle ABP$ 是直角三角形，则点 P 的坐标是 $(2\sqrt{5}+2, 4)$ 或 $(2\sqrt{30}+2, 4)$.



【考点】 KQ：勾股定理；D5：坐标与图形性质.

【分析】根据勾股定理得到 $AB=4\sqrt{5}$ ，根据三角形中位线的性质得到 $AM=OM=4$ ， $MN=2$ ， $AN=BN=2\sqrt{5}$ ，①当 $\angle APB=90^\circ$ 时，根据直角三角形的性质得到

$PN=AN=2\sqrt{5}$ ，于是得到 $P(2\sqrt{5}+2, 4)$ ，②当 $\angle ABP=90^\circ$ 时，如图，过 P 作 $PC \perp x$ 轴于 C ，根据相似三角形的性质得到 $BP=AB=4\sqrt{5}$ ，根据勾股定理得到 $PN=2\sqrt{30}$ ，求得 $P(2\sqrt{30}+2, 4)$ 。

【解答】解： $\because$ 点 $A(0, 8)$ ，点 $B(4, 0)$ ，

$$\therefore OA=8, OB=4,$$

$$\therefore AB=4\sqrt{5},$$

$\because$ 点 M, N 分别是 OA, AB 的中点，

$$\therefore AM=OM=4, MN=2, AN=BN=2\sqrt{5},$$

①当 $\angle APB=90^\circ$ 时，

$$\therefore AN=BN,$$

$$\therefore PN=AN=2\sqrt{5},$$

$$\therefore PM=MN+PN=2\sqrt{5}+2,$$

$$\therefore P(2\sqrt{5}+2, 4),$$

②当 $\angle ABP=90^\circ$ 时，如图，

过 P 作 $PC \perp x$ 轴于 C ，

则 $\triangle ABO \sim \triangle BPC$ ，

$$\therefore \frac{AB}{PB} = \frac{OB}{PC} = \frac{4}{4} = 1,$$

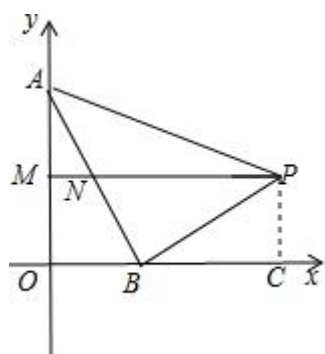
$$\therefore BP=AB=4\sqrt{5},$$

$$\therefore PN=2\sqrt{30},$$

$$\therefore PM=2\sqrt{30}+2,$$

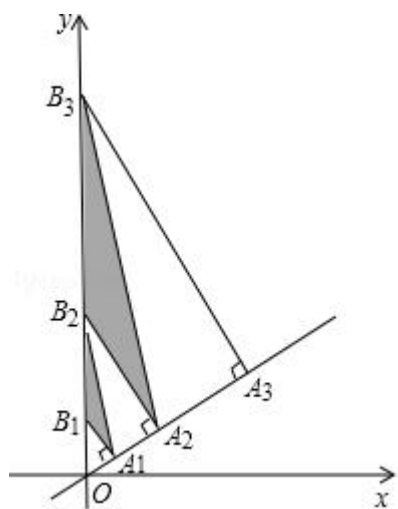
$$\therefore P(2\sqrt{30}+2, 4),$$

故答案为： $(2\sqrt{5}+2, 4)$ 或 $(2\sqrt{30}+2, 4)$ 。



【点评】 本题考查了勾股定理，相似三角形的判定和性质，坐标与图形性质，直角三角形的性质，正确的理解题意是解题的关键.

18. (3分) (2017•葫芦岛) 如图，直线 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ 上有点 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{n+1}$ ，且 $OA_1=1, A_1A_2=2, A_2A_3=4, A_nA_{n+1}=2^n$ 分别过点 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{n+1}$ 作直线 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ 的垂线，交 y 轴于点 $B_1, B_2, B_3, \dots, B_{n+1}$ ，依次连接 $A_1B_2, A_2B_3, A_3B_4, \dots, A_nB_{n+1}$ ，得到 $\triangle A_1B_1B_2, \triangle A_2B_2B_3, \triangle A_3B_3B_4, \dots, \triangle A_nB_nB_{n+1}$ ，则 $\triangle A_nB_nB_{n+1}$ 的面积为 $(2^{2n-1} - 2^{n-1})\sqrt{3}$. (用含有正整数 n 的式子表示)



【考点】 F8: 一次函数图象上点的坐标特征.

【分析】 由直线 OA_n 的解析式可得出 $\angle A_nOB_n=60^\circ$ ，结合 $A_nA_{n+1}=2^n$ 可求出 A_nB_n 的值，再根据三角形的面积公式即可求出 $\triangle A_nB_nB_{n+1}$ 的面积.

【解答】 解: $\because$ 直线 OA_n 的解析式 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$,

$$\therefore \angle A_n O B_n = 60^\circ.$$

$$\therefore OA_1=1, A_1A_2=2, A_2A_3=4, A_nA_{n+1}=2^n,$$

$$\therefore A_1B_1=\sqrt{3}, A_2B_2=3\sqrt{3}, A_3B_3=7\sqrt{3}.$$

$$\text{设 } S=1+2+4+\dots+2^{n-1}, \text{ 则 } 2S=2+4+8+\dots+2^n,$$

$$\therefore S=2S-S=(2+4+8+\dots+2^n)-(1+2+4+\dots+2^{n-1})=2^n-1,$$

$$\therefore A_nB_n=(2^n-1)\sqrt{3}.$$

$$\therefore S_{\triangle A_n B_n B_{n+1}} = \frac{1}{2} A_n B_n \cdot A_n A_{n+1} = \frac{1}{2} \times (2^n-1)\sqrt{3} \times 2^n = (2^{2n-1}-2^{n-1})\sqrt{3}.$$

$$\text{故答案为: } (2^{2n-1}-2^{n-1})\sqrt{3}.$$

【点评】 本题考查了一次函数图象上点的坐标特征、三角形的面积、解直角三角形以及规律型中数的变化规律，根据边的变化找出变化规律“ $A_nB_n=(2^n-1)\sqrt{3}$ ”是解题的关键.

三、解答题 (第 19 题 10 分, 第 20 题 12 分, 共 22 分)

$$19. \quad (10 \text{ 分}) \quad (2017 \cdot \text{葫芦岛}) \text{ 先化简, 再求值: } \left(\frac{2-2x}{x+1} + x - 1 \right) \div \frac{x^2-x}{x+1}, \text{ 其}$$

$$\text{中 } x = \left(\frac{1}{2} \right)^{-1} + (-3)^0.$$

【考点】 6D: 分式的化简求值; 6E: 零指数幂; 6F: 负整数指数幂.

【分析】 原式括号中两项通分并利用同分母分式的加法法则计算, 同时利用除法法则变形, 约分得到最简结果, 把 x 的值代入计算即可求出值.

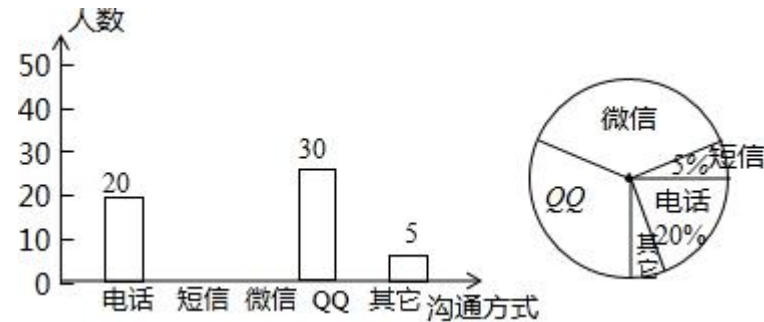
$$\text{【解答】解: 原式} = \frac{(x-1)^2}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{x+1}{x(x-1)} = \frac{1}{x},$$

$$\text{当 } x=2+1=3 \text{ 时, 原式} = \frac{1}{3}.$$

【点评】 此题考查了分式的化简求值, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

$$20. \quad (12 \text{ 分}) \quad (2017 \cdot \text{葫芦岛}) \text{ 随着通讯技术迅猛发展, 人与人之间的沟通方式}$$

更多样、便捷. 某校数学兴趣小组设计了“你最喜欢的沟通方式”调查问卷（每人必选且只选一种），在全校范围内随机调查了部分学生，将统计结果绘制了如下两幅不完整的统计图，请结合图中所给的信息解答下列问题：



- (1) 这次统计共抽查了 100 名学生；在扇形统计图中，表示“QQ”的扇形圆心角的度数为 108°；
- (2) 将条形统计图补充完整；
- (3) 该校共有 1500 名学生，请估计该校最喜欢用“微信”进行沟通的学生有多少名？
- (4) 某天甲、乙两名同学都想从“微信”、“QQ”、“电话”三种沟通方式中选一种方式与对方联系，请用列表或画树状图的方法求出甲、乙两名同学恰好选中同一种沟通方式的概率.

【考点】 X6：列表法与树状图法；V5：用样本估计总体；VB：扇形统计图；VC：条形统计图.

【分析】 (1) 根据喜欢电话沟通的人数与百分比即可求出共抽查人数，求出使用 QQ 的百分比即可求出 QQ 的扇形圆心角度数.

- (2) 计算出短信与微信的人数即可补全统计图.
- (3) 用样本中喜欢用微信进行沟通的百分比来估计 1500 名学生中喜欢用微信进行沟通的人数即可求出答案；
- (4) 列出树状图分别求出所有情况以及甲、乙两名同学恰好选中同一种沟通方式的情况后，利用概念公式即可求出甲、乙两名同学恰好选中同一种沟通方式的

概率

【解答】解：（1）喜欢用电话沟通的人数为 20，所占百分比为 20%，

∴此次共抽查了：20÷20%=100 人

喜欢用 QQ 沟通所占比例为： $\frac{30}{100}=\frac{3}{10}$

∴QQ”的扇形圆心角的度数为： $360^{\circ} \times \frac{3}{10}=108^{\circ}$

（2）喜欢用短信的人数为：100×5%=5 人

喜欢用微信的人数为：100-20-5-30-5=40

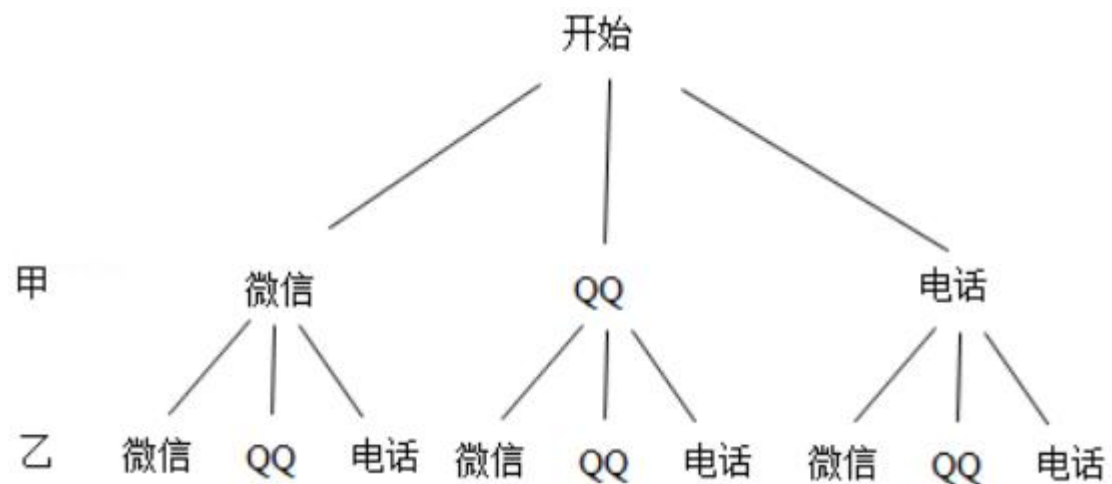
补充图形，如图所示：

（3）喜欢用微信沟通所占百分比为： $\frac{40}{100} \times 100\%=40\%$

∴该校共有 1500 名学生，请估计该校最喜欢用“微信”进行沟通的学生有：1500

×40%=600 人

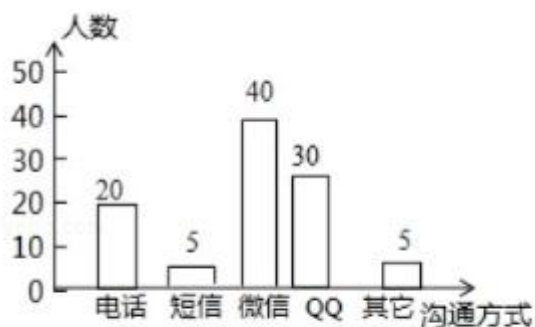
（4）列出树状图，如图所示



所有情况共有 9 种情况，其中两人恰好选中同一种沟通方式共有 3 种情况，

甲、乙两名同学恰好选中同一种沟通方式的概率为： $\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

故答案为：（1）100；108°



【点评】 本题考查统计与概率，解题的关键是熟练运用统计与概率的相关公式，本题属于中等题型.

四、解答题（第 21 题 12 分，第 22 题 12 分，共 24 分）

21. （12 分）（2017•葫芦岛）在“母亲节”前期，某花店购进康乃馨和玫瑰两种鲜花，销售过程中发现康乃馨比玫瑰销售量大，店主决定将玫瑰每枝降价 1 元促销，降价后 30 元可购买玫瑰的数量是原来购买玫瑰数量的 1.5 倍.

（1）求降价后每枝玫瑰的售价是多少元？

（2）根据销售情况，店主用不多于 900 元的资金再次购进两种鲜花共 500 枝，康乃馨进价为 2 元/枝，玫瑰进价为 1.5 元/枝，问至少购进玫瑰多少枝？

【考点】 B7：分式方程的应用；C9：一元一次不等式的应用.

【分析】 （1）可设降价后每枝玫瑰的售价是 x 元，根据等量关系：降价后 30 元可购买玫瑰的数量=原来购买玫瑰数量的 1.5 倍，列出方程求解即可；

（2）可设购进玫瑰 y 枝，根据不等量关系：购进康乃馨的钱数+购进玫瑰的钱数 ≤ 900 元，列出不等式求解即可.

【解答】 解：（1）设降价后每枝玫瑰的售价是 x 元，依题意有

$$\frac{30}{x} = \frac{30}{x+1} \times 1.5,$$

解得： $x=2$.

经检验， $x=2$ 是原方程的解.

答：降价后每枝玫瑰的售价是多少元？

(2) 设购进玫瑰 y 枝，依题意有

$$2(500 - x) + 1.5x \leq 900,$$

解得： $y \geq 200$.

答：至少购进玫瑰 200 枝.

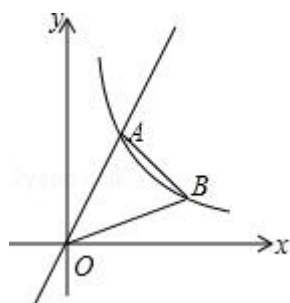
【点评】 本题考查分式方程的应用，一元一次不等式的应用，分析题意，找到合适的等量关系和不等关系是解决问题的关键.

22. (12 分) (2017•葫芦岛) 如图，直线 $y=3x$ 与双曲线 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$ ，且 $x >$

0) 交于点 A，点 A 的横坐标是 1.

(1) 求点 A 的坐标及双曲线的解析式；

(2) 点 B 是双曲线上一点，且点 B 的纵坐标是 1，连接 OB，AB，求 $\triangle AOB$ 的面积.



【考点】 G8：反比例函数与一次函数的交点问题.

【分析】 (1) 把 $x=1$ 代入直线解析式求出 y 的值，确定出 A 坐标，将 A 坐标代入反比例解析式求出 k 的值即可；

(2) 先求出点 B 的坐标，再利用割补法求解可得.

【解答】解：（1）将 $x=1$ 代入 $y=3x$ ，得： $y=3$ ，

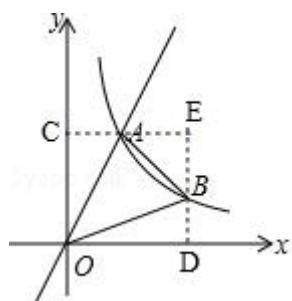
∴ 点 A 的坐标为 $(1, 3)$ ，

将 A $(1, 3)$ 代入 $y=\frac{k}{x}$ ，得： $k=3$ ，

∴ 反比例函数的解析式为 $y=\frac{3}{x}$ ；

（2）在 $y=\frac{3}{x}$ 中 $y=1$ 时， $x=3$ ，

∴ 点 B $(3, 1)$ ，



如图， $S_{\triangle AOB} = S_{\text{矩形 } OCED} - S_{\triangle AOC} - S_{\triangle BOD} - S_{\triangle ABE}$

$$= 3 \times 3 - \frac{1}{2} \times 1 \times 3 - \frac{1}{2} \times 1 \times 3 - \frac{1}{2} \times 2 \times 2$$

$= 4$ 。

【点评】本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题：反比例函数与一次函数的交点坐标满足两函数的解析式。也考查了三角形面积公式。

五、解答题（满分 12 分）

23. （12 分）（2017•葫芦岛）“五一”期间，恒大影城隆重开业，影城每天运营成本为 1000 元，试营业期间统计发现，影城每天售出的电影票张数 y （张）与电影票售价 x （元/张）之间满足一次函数： $y = -4x + 220$ （ $10 \leq x \leq 50$ ，且 x 是整数），设影城每天的利润为 w （元）（利润=票房收入-运营成本）。

（1）试求 w 与 x 之间的函数关系式；

(2) 影城将电影票售价定为多少元/张时，每天获利最大？最大利润是多少元？

【考点】HE：二次函数的应用.

【分析】(1) 根据“利润=票房收入-运营成本”可得函数解析式；

(2) 将函数解析式配方成顶点式，由 $10 \leq x \leq 50$ ，且 x 是整数结合二次函数的性质求解可得.

【解答】解：(1) 根据题意，得： $w = (-4x+220)x - 1000 = -4x^2 + 220x - 1000$ ；

(2) $\because w = -4x^2 + 220x - 1000 = -4(x - 27.5)^2 + 2025$,

$\therefore$ 当 $x=27$ 或 28 时， w 取得最大值，最大值为 2024，

答：影城将电影票售价定为 27 或 28 元/张时，每天获利最大，最大利润是 2024 元.

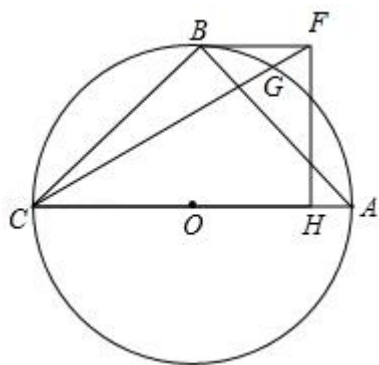
【点评】本题是二次函数的应用，解题的关键是得出函数解析式，并熟练掌握二次函数的性质.

六、解答题（满分 12 分）

24. (12 分) (2017•葫芦岛) 如图， $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ ， AC 是直径， $BC=BA$ ，在 $\angle ACB$ 的内部作 $\angle ACF=30^\circ$ ，且 $CF=CA$ ，过点 F 作 $FH \perp AC$ 于点 H ，连接 BF .

(1) 若 CF 交 $\odot O$ 于点 G ， $\odot O$ 的半径是 4，求 $\widehat{AG}$ 的长；

(2) 请判断直线 BF 与 $\odot O$ 的位置关系，并说明理由.



【考点】MB：直线与圆的位置关系；M2：垂径定理；MA：三角形的外接圆与外心；MN：弧长的计算.

【分析】（1）连接 OB，首先证明四边形 BOHF 是矩形，求出 AB、BF 的长，

由 $BF \parallel AC$ ，可得 $\frac{BG}{AG} = \frac{BF}{AC} = \frac{4\sqrt{3}-4}{8} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$ ，可得 $\frac{BG+AG}{AG} = \frac{\sqrt{3}-1+2}{2}$ ，由此即可解决问题；

（2）结论：BF 是 $\odot O$ 的切线. 只要证明 $OB \perp BF$ 即可；

【解答】解：（1） $\because AC$ 是直径，

$$\therefore \angle CBA = 90^\circ,$$

$$\therefore BC = BA, OC = OA,$$

$$\therefore OB \perp AC,$$

$$\therefore FH \perp AC,$$

$$\therefore OB \parallel FH,$$

在 $Rt\triangle CFH$ 中， $\because \angle FCH = 30^\circ$ ，

$$\therefore FH = \frac{1}{2}CF,$$

$$\therefore CA = CF,$$

$$\therefore FH = \frac{1}{2}AC = OC = OA = OB,$$

$\therefore$ 四边形 BOHF 是平行四边形，

$$\therefore \angle FHO=90^{\circ},$$

$\therefore$ 四边形 BOHF 是矩形,

$$\therefore BF=OH,$$

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\therefore AC=8$,

$$\therefore AB=BC=4\sqrt{2},$$

$$\therefore CF=AC=8,$$

$$\therefore CH=4\sqrt{3}, \quad BF=OH=4\sqrt{3}-4,$$

$$\therefore BF \parallel AC,$$

$$\therefore \frac{BG}{AG} = \frac{BF}{AC} = \frac{4\sqrt{3}-4}{8} = \frac{\sqrt{3}-1}{2},$$

$$\therefore \frac{BG+AG}{AG} = \frac{\sqrt{3}-1+2}{2},$$

$$\therefore AG=4\sqrt{6}-4\sqrt{2}.$$

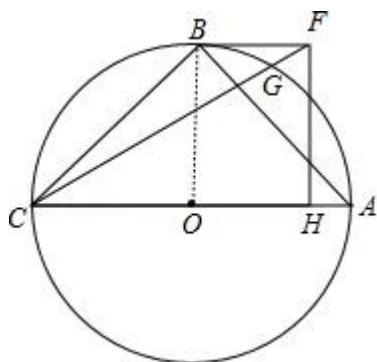
(2) 结论: BF 是 $\odot O$ 的切线.

理由: 由 (1) 可知四边形 OBHF 是矩形,

$$\therefore \angle OBF=90^{\circ},$$

$$\therefore OB \perp BF,$$

$\therefore$ BF 是 $\odot O$ 的切线.



【点评】 本题考查切线的判定、矩形的判定、等腰三角形的性质、直角三角形30度角的性质、平行线分线段成比例定理等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，学会添加常用辅助线，构造特殊四边形解决问题.

七、解答题 (满分 12 分)

25. (12 分) (2017•葫芦岛) 如图, $\angle MAN=60^\circ$, AP 平分 $\angle MAN$, 点 B 是射线 AP 上一定点, 点 C 在直线 AN 上运动, 连接 BC , 将 $\angle ABC$ ($0^\circ < \angle ABC < 120^\circ$) 的两边射线 BC 和 BA 分别绕点 B 顺时针旋转 120° , 旋转后角的两边分别与射线 AM 交于点 D 和点 E .

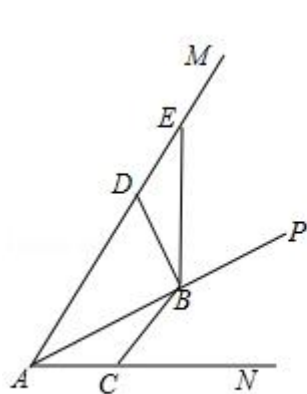


图1

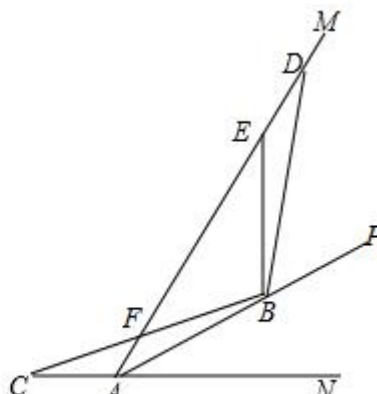


图2

(1) 如图 1, 当点 C 在射线 AN 上时,

- ①请判断线段 BC 与 BD 的数量关系, 直接写出结论;
- ②请探究线段 AC , AD 和 BE 之间的数量关系, 写出结论并证明;

(2) 如图 2, 当点 C 在射线 AN 的反向延长线上时, BC 交射线 AM 于点 F , 若 $AB=4$, $AC=\sqrt{3}$, 请直接写出线段 AD 和 DF 的长.

【考点】 RB: 几何变换综合题.

【分析】 (1) ①结论: $BC=BD$. 只要证明 $\triangle BGD \cong \triangle BHC$ 即可. ②结论:

$AD+AC=\sqrt{3}BE$. 只要证明 $AD+AC=2AG=2EG$, 再证明 $EB=\frac{\sqrt{3}}{2}BE$ 即可解决问题;

(2) 如图 2 中, 作 $BG \perp AM$ 于 G , $BH \perp AN$ 于 H , $AK \perp CF$ 于 K . 由 (1) 可知, $\triangle ABG \cong \triangle ABH$, $\triangle BGD \cong \triangle BHC$, 易知 $BH=GB=2$, $AH=AG=EG=2\sqrt{3}$, $BC=BD=\sqrt{BH^2+CH^2}=\sqrt{37}$, $CH=DG=3\sqrt{3}$, 推出 $AD=5\sqrt{3}$, 由 $\sin \angle ACH=\frac{AK}{AC}=\frac{BH}{BC}$, 推出 $\frac{AK}{\sqrt{3}}=\frac{2}{\sqrt{37}}$, 可得 $AK=\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{37}}$, 设 $FG=y$, 则 $AF=2\sqrt{3}-y$, $BF=\sqrt{4+y^2}$, 由 $\triangle AFK \sim \triangle BFG$, 可得 $\frac{AF}{BF}=\frac{AK}{BG}$, 可得方程 $\frac{2\sqrt{3}-y}{\sqrt{4+y^2}}=\frac{\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{37}}}{2}$, 求出 y 即可解决问题.

【解答】 解: (1) ①结论: $BC=BD$.

理由: 如图 1 中, 作 $BG \perp AM$ 于 G , $BH \perp AN$ 于 H .

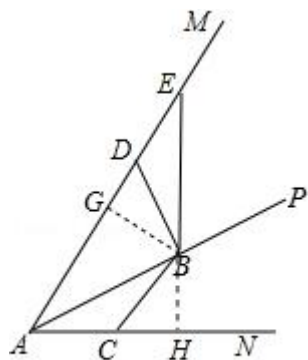


图1

$\because \angle MAN=60^\circ$, PA 平分 $\angle MAN$, $BG \perp AM$ 于 G , $BH \perp AN$ 于 H

$\therefore BG=BH$, $\angle GBH=\angle CBD=120^\circ$,

$\therefore \angle CBH=\angle GBD$, $\because \angle BGD=\angle BHC=90^\circ$,

$\therefore \triangle BGD \cong \triangle BHC$,

$\therefore BD=BC$.

②结论: $AD+AC=\sqrt{3}BE$.

$\because \angle ABE=120^\circ$, $\angle BAE=30^\circ$,

$\therefore \angle BEA = \angle BAE = 30^\circ$,
 $\therefore BA = BE$, $\therefore BG \perp AE$,
 $\therefore AG = GE$, $EG = BE \cdot \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} BE$,
 $\therefore \triangle BGD \cong \triangle BHC$,
 $\therefore DG = CH$,
 $\therefore AB = AB$, $BG = BH$,
 $\therefore \text{Rt} \triangle ABG \cong \text{Rt} \triangle ABH$,
 $\therefore AG = AH$,
 $\therefore AD + AC = AG + DG + AH - CH = 2AG = \sqrt{3} BE$,
 $\therefore AD + AC = \sqrt{3} BE$.

(2) 如图 2 中, 作 $BG \perp AM$ 于 G , $BH \perp AN$ 于 H , $AK \perp CF$ 于 K .

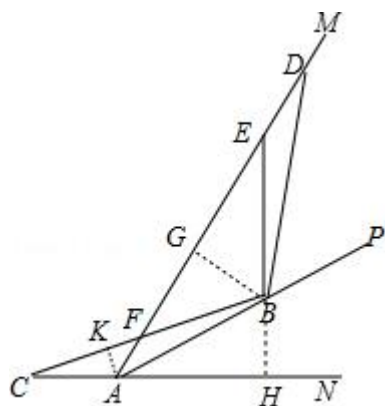


图2

由 (1) 可知, $\triangle ABG \cong \triangle ABH$, $\triangle BGD \cong \triangle BHC$,

易知 $BH = GB = 2$, $AH = AG = EG = 2\sqrt{3}$, $BC = BD = \sqrt{BH^2 + CH^2} = \sqrt{31}$,

$CH = DG = 3\sqrt{3}$,

$\therefore AD = 5\sqrt{3}$,

$$\therefore \sin \angle ACH = \frac{AK}{AC} = \frac{BH}{BC},$$

$$\therefore \frac{AK}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}},$$

$$\therefore AK = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}, \text{ 设 } FG=y, \text{ 则 } AF=2\sqrt{3}-y, BF=\sqrt{4+y^2},$$

$$\therefore \angle AFK = \angle BFG, \angle AKF = \angle BGF = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle AFK \sim \triangle BFG,$$

$$\therefore \frac{AF}{BF} = \frac{AK}{BG},$$

$$\therefore \frac{2\sqrt{3}-y}{\sqrt{4+y^2}} = \frac{\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}}{2},$$

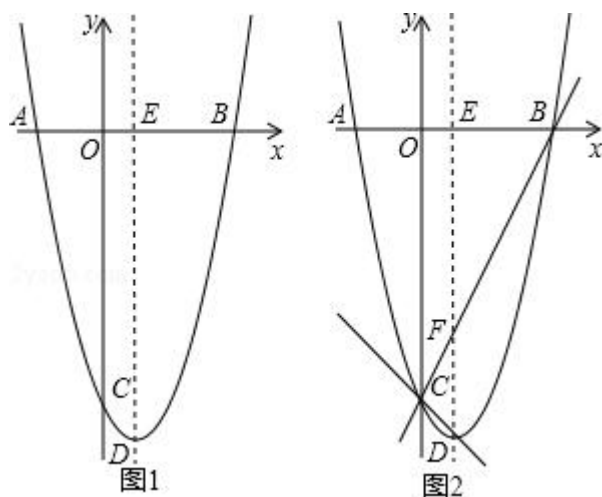
$$\text{解得 } y = \frac{10\sqrt{3}}{7} \text{ 或 } 3\sqrt{10} \text{ (舍去)},$$

$$\therefore DF = GF + DG = \frac{10\sqrt{3}}{7} + 3\sqrt{3} = \frac{31\sqrt{3}}{7}.$$

【点评】 本题考查几何变换综合题、全等三角形的判定和性质、相似三角形的判定和性质、锐角三角函数等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，解题的关键是学会添加常用辅助线，构造全等三角形解决问题，属于中考压轴题.

八、解答题 (满分 14 分)

26. (14 分) (2017•葫芦岛) 如图，抛物线 $y = ax^2 - 2x + c$ ($a \neq 0$) 与 x 轴、 y 轴分别交于点 A , B , C 三点，已知点 $A(-2, 0)$ ，点 $C(0, -8)$ ，点 D 是抛物线的顶点.



- (1) 求抛物线的解析式及顶点 D 的坐标；
- (2) 如图 1，抛物线的对称轴与 x 轴交于点 E ，第四象限的抛物线上有一点 P ，将 $\triangle EBP$ 沿直线 EP 折叠，使点 B 的对应点 B' 落在抛物线的对称轴上，求点 P 的坐标；
- (3) 如图 2，设 BC 交抛物线的对称轴于点 F ，作直线 CD ，点 M 是直线 CD 上的动点，点 N 是平面内一点，当以点 B, F, M, N 为顶点的四边形是菱形时，请直接写出点 M 的坐标。

【考点】 HF：二次函数综合题。

【分析】 (1) 将点 A 、点 C 的坐标代入抛物线的解析式可求得 a 、 c 的值，从而得到抛物线的解析式，最后利用配方法可求得点 D 的坐标；

(2) 将 $y=0$ 代入抛物线的解析式求得点 B 的坐标，然后由抛物线的对称轴方程可求得点 E 的坐标，由折叠的性质可求得 $\angle BEP=45^\circ$ ，设直线 EP 的解析式为 $y=-x+b$ ，将点 E 的坐标代入可求得 b 的值，从而可求得直线 EP 的解析式，最后将直线 EP 的解析式和抛物线的解析式联立组成方程组求解即可；

(3) 先求得直线 CD 的解析式，然后再求得直线 CB 的解析式为 $y=k_2x-8$ ，从而可求得点 F 的坐标，设点 M 的坐标为 $(a, -a-8)$ ，然后分为 $MF=MB$ 、 $FM=FB$

两种情况列方程求解即可.

【解答】解: (1) 将点 A、点 C 的坐标代入抛物线的解析式得:
$$\begin{cases} 4a + 4 + c = 0 \\ c = -8 \end{cases},$$

解得: $a=1$, $c=-8$.

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y=x^2-2x-8$.

$\therefore y=(x-1)^2-9$,

$\therefore D(1, -9)$.

(2) 将 $y=0$ 代入抛物线的解析式得: $x^2-2x-8=0$, 解得 $x=4$ 或 $x=-2$,

$\therefore B(4, 0)$.

$\therefore y=(x-1)^2-9$,

$\therefore$ 抛物线的对称轴为 $x=1$,

$\therefore E(1, 0)$.

$\therefore$ 将 $\triangle EBP$ 沿直线 EP 折叠, 使点 B 的对应点 B' 落在抛物线的对称轴上,

$\therefore EP$ 为 $\angle BEF$ 的角平分线.

$\therefore \angle BEP=45^\circ$.

设直线 EP 的解析式为 $y=-x+b$, 将点 E 的坐标代入得: $-1+b=0$, 解得 $b=1$,

$\therefore$ 直线 EP 的解析式为 $y=-x+1$.

将 $y=-x+1$ 代入抛物线的解析式得: $-x+1=x^2-2x-8$, 解得: $x=\frac{1-\sqrt{37}}{2}$ 或 $x=\frac{1+\sqrt{37}}{2}$.

$\therefore$ 点 P 在第四象限,

$\therefore x=\frac{1+\sqrt{37}}{2}$.

$\therefore y=\frac{1-\sqrt{37}}{2}$.

$\therefore P\left(\frac{1+\sqrt{37}}{2}, \frac{1-\sqrt{37}}{2}\right)$.

(3) 设 CD 的解析式为 $y=kx-8$ ，将点 D 的坐标代入得： $k-8=-9$ ，解得 $k=-1$ ，

∴ 直线 CD 的解析式为 $y=-x-8$ 。

设直线 CB 的解析式为 $y=k_2x-8$ ，将点 B 的坐标代入得： $4k_2-8=0$ ，解得： $k_2=2$ 。

∴ 直线 BC 的解析式为 $y=2x-8$ 。

将 $x=1$ 代入直线 BC 的解析式得： $y=-6$ ，

∴ F (1, -6) 。

设点 M 的坐标为 (a, -a-8) 。

当 MF=MB 时， $(a-4)^2+(a+8)^2=(a-1)^2+(a+2)^2$ ，整理得： $6a=-75$ ，

解得： $a=-\frac{25}{2}$ 。

∴ 点 M 的坐标为 $(-\frac{25}{2}, \frac{9}{2})$ 。

当 FM=FB 时， $(a-1)^2+(a+2)^2=(4-1)^2+(-6-0)^2$ ，整理得： $a^2+a-20=0$ ，解得： $a=4$ 或 $a=-5$ 。

∴ 点 M 的坐标为 (4, -12) 或 (-5, -3) 。

综上所述，点 M 的坐标为 $(-\frac{25}{2}, \frac{9}{2})$ 或 (4, -12) 或 (-5, -3) 。

【点评】 本题主要考查的是二次函数的综合应用，解答本题主要应用了待定系数法求二次函数的解析式、翻折的性质、两点间的距离公式，依据两点间的距离公式列出关于 a 的方程是解题的关键。