

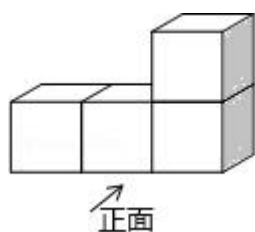
2017 年辽宁省沈阳市中考数学试卷

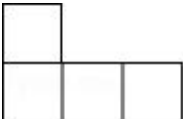
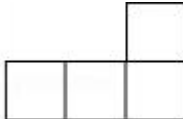
一、选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 2 分, 共 20 分)

1. (2 分) 7 的相反数是 ()

A. -7 B. $-\frac{4}{7}$ C. $\frac{1}{7}$ D. 7

2. (2 分) 如图所示的几何体的左视图 ()

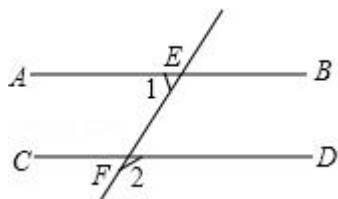


A.  B.  C.  D. 

3. (2 分) “弘扬雷锋精神, 共建幸福沈阳”, 幸福沈阳需要 830 万沈阳人共同缔造, 将数据 830 万用科学记数法可以表示为 () 万.

A. 83×10 B. 8.3×10^2 C. 8.3×10^3 D. 0.83×10^3

4. (2 分) 如图, $AB \parallel CD$, $\angle 1 = 50^\circ$, $\angle 2$ 的度数是 ()



A. 50° B. 100° C. 130° D. 140°

5. (2 分) 点 A $(-2, 5)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象上, 则 k 的值是 ()

A. 10 B. 5 C. -5 D. -10

6. (2 分) 在平面直角坐标系中, 点 A, 点 B 关于 y 轴对称, 点 A 的坐标是 $(2, -8)$, 则点 B 的坐标是 ()

A. $(-2, -8)$ B. $(2, 8)$ C. $(-2, 8)$ D. $(8, 2)$

7. (2分) 下列运算正确的是 ()

A. $x^3 + x^5 = x^8$ B. $x^3 + x^5 = x^{15}$ C. $(x+1)(x-1) = x^2 - 1$ D. $(2x)^5 = 2x^5$

8. (2分) 下列事件中, 是必然事件的是 ()

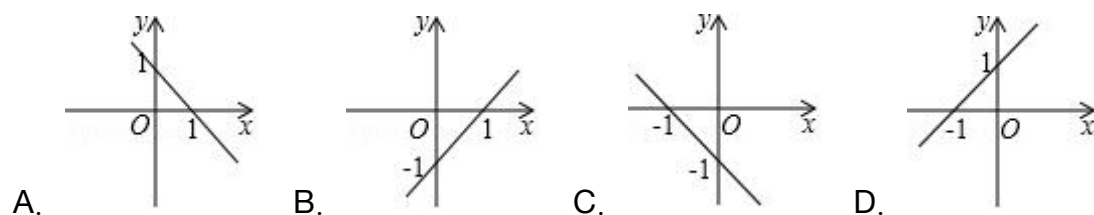
A. 将油滴入水中, 油会浮在水面上

B. 车辆随机到达一个路口, 遇到红灯

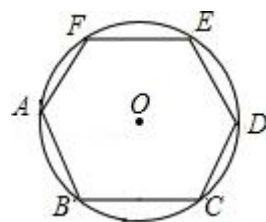
C. 如果 $a^2 = b^2$, 那么 $a = b$

D. 掷一枚质地均匀的硬币, 一定正面向上

9. (2分) 在平面直角坐标系中, 一次函数 $y = x - 1$ 的图象是 ()



10. (2分) 正六边形 $ABCDEF$ 内接于 $\odot O$, 正六边形的周长是 12, 则 $\odot O$ 的半径是 ()



A. $\sqrt{3}$ B. 2 C. $2\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{3}$

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

11. (3分) 因式分解 $3a^2 + a =$ _____.

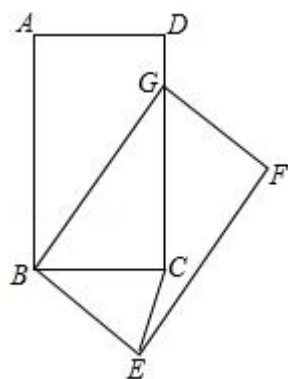
12. (3分) 一组数 2, 3, 5, 5, 6, 7 的中位数是_____.

13. (3 分) $\frac{x+1}{x} \cdot \frac{x}{x^2+2x+1} = \underline{\hspace{2cm}}.$

14. (3 分) 甲、乙、丙三人进行射击测试，每人 10 次射击成绩的平均值都是 8.9 环，方差分别是 $S_{\text{甲}}^2=0.53$ ， $S_{\text{乙}}^2=0.51$ ， $S_{\text{丙}}^2=0.43$ ，则三人中成绩最稳定的是_____ (填“甲”或“乙”或“丙”)

15. (3 分) 某商场购进一批单价为 20 元的日用商品，如果以单价 30 元销售，那么半月内可销售出 400 件，根据销售经验，提高销售单价会导致销售量的减少，即销售单价每提高 1 元，销售量相应减少 20 件，当销售量单价是_____元/时，才能在半月内获得最大利润.

16. (3 分) 如图，在矩形 ABCD 中，AB=5，BC=3，将矩形 ABCD 绕点 B 按顺时针方向旋转得到矩形 GBEF，点 A 落在矩形 ABCD 的边 CD 上，连接 CE，则 CE 的长是_____.



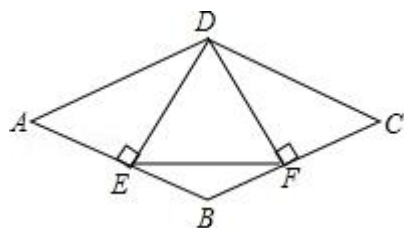
三、解答题 (本大题共 22 分)

17. (6 分) 计算 $|\sqrt{2}-1|+3^{-2}-2\sin 45^{\circ}+(3-\pi)^0$.

18. (8分) 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, 过点 D 作 $DE \perp AB$ 于点 E , 作 $DF \perp BC$ 于点 F , 连接 EF .

求证: (1) $\triangle ADE \cong \triangle CDF$;

(2) $\angle BEF = \angle BFE$.

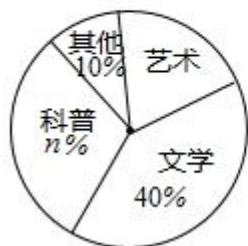


19. (8分) 把 3, 5, 6 三个数字分别写在三张完全相同的不透明卡片的正面上, 把这三张卡片背面朝上, 洗匀后放在桌面上, 先从中随机抽取一张卡片, 记录下卡片上的数字, 放回后洗匀, 再从中抽取一张卡片, 记录下数字, 请用列表法或树状图法求两次抽取的卡片上的数字都是奇数的概率.

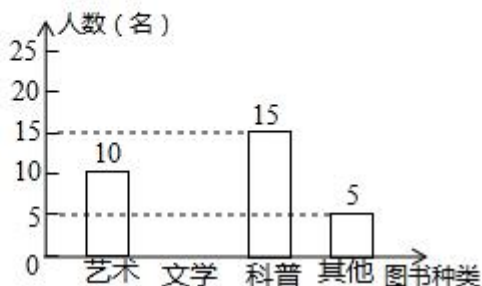
四、解答题 (每题 8 分, 共 16 分)

20. (8分) 某校为了开展读书月活动, 对学生最喜欢的图书种类进行了一次抽样调查, 所有图书分成四类: 艺术、文学、科普、其他. 随机调查了该校 m 名学生 (每名学生必选且只能选择一类图书), 并将调查结果制成如下两幅不完整的统计图:

学生最喜欢的图书种类的人数扇形统计图



学生最喜欢的图书种类的人数条形统计图



根据统计图提供的信息，解答下列问题：

- (1) $m = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $n = \underline{\hspace{2cm}}$ ；
- (2) 扇形统计图中，“艺术”所对应的扇形的圆心角度数是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 度；
- (3) 请根据以上信息直接在答题卡中补全条形统计图；
- (4) 根据抽样调查的结果，请你估计该校 600 名学生中有多少学生最喜欢科普类图书。

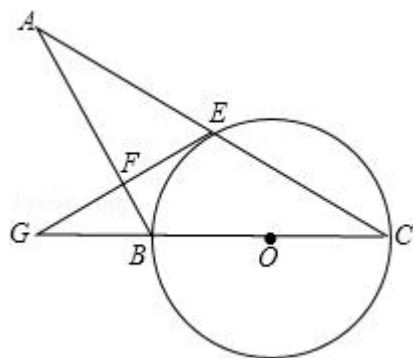
21. (8 分) 小明要代表班级参加学校举办的消防知识竞赛，共有 25 道题，规定答对一道题得 6 分，答错或不答一道题扣 2 分，只有得分超过 90 分才能获得奖品，问小明至少答对多少道题才能获得奖品？

五、解答题 (共 10 分)

22. (10 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 以 BC 为直径的 $\odot O$ 交 AC 于点 E , 过点 E 作 $EF \perp AB$ 于点 F , 延长 EF 交 CB 的延长线于点 G , 且 $\angle ABG = 2\angle C$.

(1) 求证: EF 是 $\odot O$ 的切线;

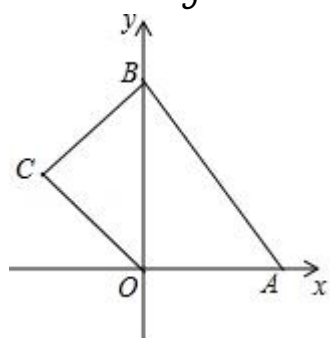
(2) 若 $\sin \angle EGC = \frac{3}{5}$, $\odot O$ 的半径是 3, 求 AF 的长.



六、解答题 (共 10 分)

23. (10 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 四边形 $OABC$ 的顶点 O 是坐标原点, 点 A 的坐标为 $(6, 0)$, 点 B 的坐标为 $(0, 8)$, 点 C 的坐标为 $(-2\sqrt{5}, 4)$, 点 M, N 分别为四边形 $OABC$ 边上的动点, 动点 M 从点 O 开始, 以每秒 1 个单位长度的速度沿 $O \rightarrow A \rightarrow B$ 路线向中点 B 匀速运动, 动点 N 从 O 点开始, 以每秒两个单位长度的速度沿 $O \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$ 路线向终点 A 匀速运动, 点 M, N 同时从 O 点出发, 当其中一点到达终点后, 另一点也随之停止运动, 设动点运动的时间 t 秒 ($t > 0$), $\triangle OMN$ 的面积为 S .

- (1) 填空: AB 的长是_____, BC 的长是_____;
- (2) 当 $t=3$ 时, 求 S 的值;
- (3) 当 $3 < t < 6$ 时, 设点 N 的纵坐标为 y , 求 y 与 t 的函数关系式;
- (4) 若 $S=\frac{48}{5}$, 请直接写出此时 t 的值.



七、解答题 (共 12 分)

24. (12 分) 四边形 $ABCD$ 是边长为 4 的正方形, 点 E 在边 AD 所在直线上, 连接 CE , 以 CE 为边, 作正方形 $CEFG$ (点 D , 点 F 在直线 CE 的同侧), 连接 BF .

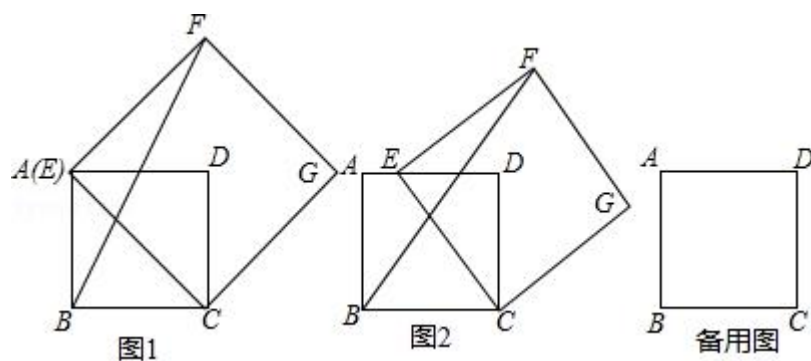
- (1) 如图 1, 当点 E 与点 A 重合时, 请直接写出 BF 的长;

(2) 如图 2, 当点 E 在线段 AD 上时, $AE=1$;

①求点 F 到 AD 的距离;

②求 BF 的长;

(3) 若 $BF=3\sqrt{10}$, 请直接写出此时 AE 的长.



八、解答题 (共 12 分)

25. (12 分) 如图 1, 在平面直角坐标系中, O 是坐标原点, 抛物线 $y = -\frac{\sqrt{3}}{12}x^2 - \frac{\sqrt{3}}{3}x + 8\sqrt{3}$ 与 x 轴正半轴交于点 A , 与 y 轴交于点 B , 连接 AB , 点 M , N 分别是 OA , AB 的中点, $Rt\triangle CDE \cong Rt\triangle ABO$, 且 $\triangle CDE$ 始终保持边 ED 经过点 M , 边 CD 经过点 N , 边 DE 与 y 轴交于点 H , 边 CD 与 y 轴交于点 G .

(1) 填空: OA 的长是_____, $\angle ABO$ 的度数是_____度;

(2) 如图 2, 当 $DE \parallel AB$, 连接 HN .

①求证: 四边形 $AMHN$ 是平行四边形;

②判断点 D 是否在该抛物线的对称轴上, 并说明理由;

(3) 如图 3, 当边 CD 经过点 O 时, (此时点 O 与点 G 重合), 过点 D 作 $DQ \parallel OB$, 交 AB 延长线上于点 Q , 延长 ED 到点 K , 使 $DK = DN$, 过点 K 作 $KI \parallel OB$, 在 KI 上取一点 P , 使得 $\angle PDK = 45^\circ$ (点 P , Q 在直线 ED 的同侧), 连接 PQ , 请直接写出 PQ 的长.

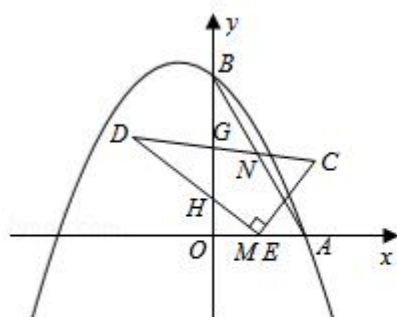


图1

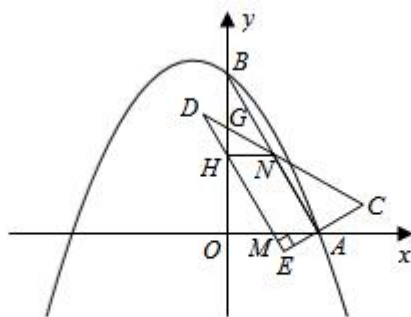


图2

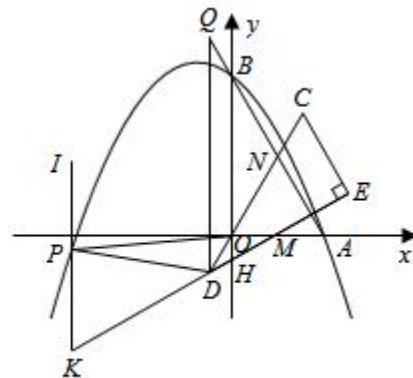


图3

2017 年辽宁省沈阳市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分）

1. (2 分) (2017•沈阳) 7 的相反数是 ()

A. -7 B. $-\frac{4}{7}$ C. $\frac{1}{7}$ D. 7

【考点】14: 相反数.

【分析】根据一个数的相反数就是在这个数前面添上“-”号，求解即可.

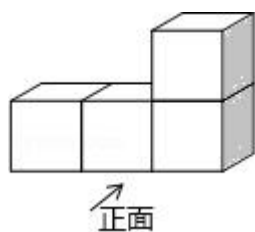
【解答】解：7 的相反数是 -7 ,

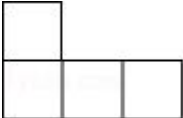
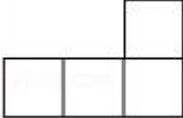
故选：A.

【点评】本题考查了相反数的意义，一个数的相反数就是在这个数前面添上“-”

号：一个正数的相反数是负数，一个负数的相反数是正数，0 的相反数是 0. 不要把相反数的意义与倒数的意义混淆.

2. (2 分) (2017•沈阳) 如图所示的几何体的左视图 ()



A.  B.  C.  D. 

【考点】U2: 简单组合体的三视图.

【分析】根据从左边看得到的图形是左视图，可得答案.

【解答】解：从左边看第一层是一个小正方形，第二层是一个小正方形，

故选：D.

【点评】 本题考查了简单组合体的三视图，从左边看得到的图形是左视图.

3. (2 分) (2017•沈阳) “弘扬雷锋精神，共建幸福沈阳”，幸福沈阳需要 830 万沈阳人共同缔造，将数据 830 万用科学记数法可以表示为 () 万.

A. 83×10 B. 8.3×10^2 C. 8.3×10^3 D. 0.83×10^3

【考点】 11: 科学记数法—表示较大的数.

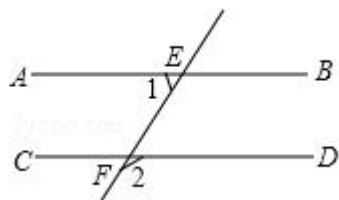
【分析】 用科学记数法表示较大的数时，一般形式为 $a \times 10^n$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，据此判断即可.

【解答】 解：830 万 $= 8.3 \times 10^2$ 万.

故选：B.

【点评】 此题主要考查了用科学记数法表示较大的数，一般形式为 $a \times 10^n$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ，确定 a 与 n 的值是解题的关键.

4. (2 分) (2017•沈阳) 如图， $AB \parallel CD$ ， $\angle 1 = 50^\circ$ ， $\angle 2$ 的度数是 ()



A. 50° B. 100° C. 130° D. 140°

【考点】 JA: 平行线的性质.

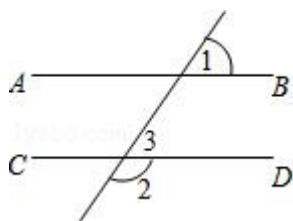
【分析】 先根据平行线的性质得 $\angle 3 = \angle 1 = 50^\circ$ ，然后根据邻补角的定义，即可求得 $\angle 2$ 的度数.

【解答】 解： $\because AB \parallel CD$,

$\therefore \angle 3 = \angle 1 = 50^\circ$,

$$\therefore \angle 2 = 180^\circ - \angle 3 = 130^\circ.$$

故选 C.



【点评】 本题考查了平行线性质的应用，解题时注意：两直线平行，同位角相等.

5. (2 分) (2017•沈阳) 点 A (- 2, 5) 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象上,

则 k 的值是 ()

A. 10 B. 5 C. - 5 D. - 10

【考点】 G6: 反比例函数图象上点的坐标特征.

【分析】 直接利用反比例函数图象上点的坐标性质得出 k 的值.

【解答】 解: $\because$ 点 A (- 2, 5) 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象上,

$$\therefore k \text{ 的值是: } k = xy = - 2 \times 5 = - 10.$$

故选: D.

【点评】 此题主要考查了反比例函数图象上点的坐标性质, 得出 $xy = k$ 是解题关键.

6. (2 分) (2017•沈阳) 在平面直角坐标系中, 点 A, 点 B 关于 y 轴对称, 点 A 的坐标是 (2, - 8), 则点 B 的坐标是 ()

A. (- 2, - 8) B. (2, 8) C. (- 2, 8) D. (8, 2)

【考点】 P5: 关于 x 轴、y 轴对称的点的坐标.

【分析】根据关于 y 轴的对称点的坐标特点：横坐标互为相反数，纵坐标不变可得答案.

【解答】解： $\because$ 点 A, 点 B 关于 y 轴对称, 点 A 的坐标是 $(2, -8)$,
 $\therefore$ 点 B 的坐标是 $(-2, -8)$,
故选: A.

【点评】此题主要考查了关于 y 轴的对称点的坐标, 关键是掌握点的坐标特点.

7. (2 分) (2017•沈阳) 下列运算正确的是 ()

A. $x^3+x^5=x^8$ B. $x^3+x^5=x^{15}$ C. $(x+1)(x-1)=x^2-1$ D. $(2x)^5=2x^5$

【考点】4F: 平方差公式; 35: 合并同类项; 47: 幂的乘方与积的乘方.

【分析】根据整式的运算法则即可求出答案.

【解答】解: (A) x^3 与 x^5 不是同类项, 故不能合并, 故 A 不正确;

(B) x^3 与 x^5 不是同类项, 故不能合并, 故 B 不正确;

(D) 原式 $=2^5x^5=32x^5$, 故 D 不正确;

故选 (C)

【点评】本题考查整式的运算, 解题的关键是熟练运用整式的运算法则, 本题属于基础题型

8. (2 分) (2017•沈阳) 下列事件中, 是必然事件的是 ()

A. 将油滴入水中, 油会浮在水面上

B. 车辆随机到达一个路口, 遇到红灯

C. 如果 $a^2=b^2$, 那么 $a=b$

D. 掷一枚质地均匀的硬币, 一定正面向上

【考点】X1: 随机事件.

【分析】 根据事件发生的可能性大小判断相应事件的类型即可.

【解答】 解: A、将油滴入水中, 油会浮在水面上是必然事件, 故 A 符合题意;

B、车辆随机到达一个路口, 遇到红灯是随机事件, 故 B 不符合题意;

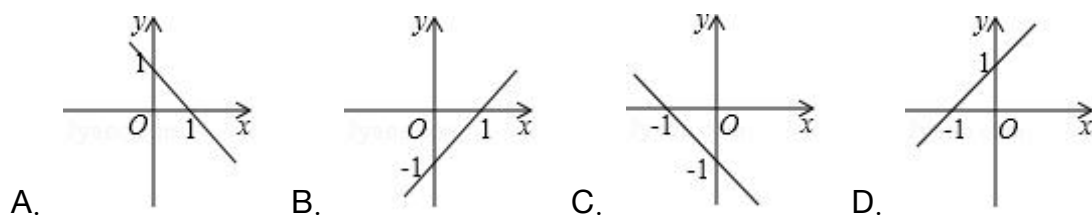
C、如果 $a^2=b^2$, 那么 $a=b$ 是随机事件,

D、掷一枚质地均匀的硬币, 一定正面向上是随机事件,

故选: A.

【点评】 本题考查了随机事件, 解决本题需要正确理解必然事件、不可能事件、随机事件的概念. 必然事件指在一定条件下, 一定发生的事件. 不可能事件是指在一定条件下, 一定不发生的事件, 不确定事件即随机事件是指在一定条件下, 可能发生也可能不发生的事件.

9. (2 分) (2017•沈阳) 在平面直角坐标系中, 一次函数 $y=x-1$ 的图象是 ()

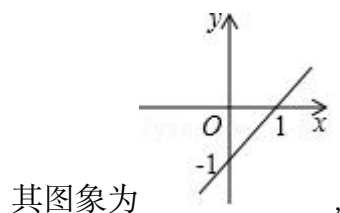


【考点】 F3: 一次函数的图象.

【分析】 观察一次函数解析式, 确定出 k 与 b 的符号, 利用一次函数图象及性质判断即可.

【解答】 解: 一次函数 $y=x-1$,

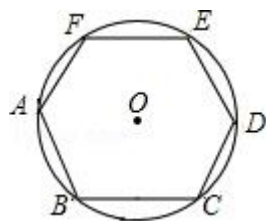
其中 $k=1$, $b=-1$,



故选 B

【点评】此题考查了一次函数的图象，熟练掌握一次函数的图象与性质是解本题的关键.

10. (2 分) (2017•沈阳) 正六边形 $ABCDEF$ 内接于 $\odot O$, 正六边形的周长是 12, 则 $\odot O$ 的半径是 ()



A. $\sqrt{3}$ B. 2 C. $2\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{3}$

【考点】MM: 正多边形和圆.

【分析】连接 OA , OB , 根据等边三角形的性质可得 $\odot O$ 的半径, 进而可得出结论.

【解答】解: 连接 OB , OC ,

$\because$ 多边形 $ABCDEF$ 是正六边形,

$\therefore \angle BOC = 60^\circ$,

$\because OB = OC$,

$\therefore \triangle OBC$ 是等边三角形,

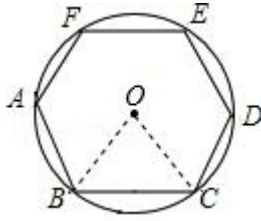
$\therefore OB = BC$,

$\because$ 正六边形的周长是 12,

$\therefore BC = 2$,

$\therefore \odot O$ 的半径是 2,

故选 B.



【点评】 本题考查的是正多边形和圆，熟知正六边形的性质是解答此题的关键.

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

11. (3 分) (2017•沈阳) 因式分解 $3a^2+a=$ $a(3a+1)$.

【考点】 53: 因式分解 – 提公因式法.

【分析】 直接提公因式 a 即可.

【解答】 解: $3a^2+a=a(3a+1)$,

故答案为: $a(3a+1)$.

【点评】 此题主要考查了提公因式法进行因式分解，关键是正确确定公因式.

12. (3 分) (2017•沈阳) 一组数 2, 3, 5, 5, 6, 7 的中位数是 5.

【考点】 W4: 中位数.

【分析】 根据中位数的概念求解.

【解答】 解: 这组数据按照从小到大的顺序排列为: 2, 3, 5, 5, 6, 7,

则中位数为: $\frac{5+5}{2}=5$.

故答案是: 5.

【点评】 本题考查了中位数的知识，将一组数据按照从小到大（或从大到小）的顺序排列，如果数据的个数是奇数，则处于中间位置的数就是这组数据的中位数；如果这组数据的个数是偶数，则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数.

13. (3 分) (2017•沈阳) $\frac{x+1}{x} \cdot \frac{x}{x^2+2x+1} = \frac{1}{x+1}$.

【考点】6A: 分式的乘法.

【分析】原式约分即可得到结果.

【解答】解: 原式 $=\frac{x+1}{x} \cdot \frac{x}{(x+1)^2} \cdot \frac{1}{x+1}$,

故答案为: $\frac{1}{x+1}$

【点评】此题考查了分式的乘法, 熟练掌握运算是解本题的关键.

14. (3 分) (2017•沈阳) 甲、乙、丙三人进行射击测试, 每人 10 次射击成绩的平均值都是 8.9 环, 方差分别是 $S_{甲}^2=0.53$, $S_{乙}^2=0.51$, $S_{丙}^2=0.43$, 则三人中成绩最稳定的是 丙 (填“甲”或“乙”或“丙”)

【考点】W7: 方差; W1: 算术平均数.

【分析】根据方差的定义, 方差越小数据越稳定, 即可得出答案.

【解答】解: $\because S_{甲}^2=0.53$, $S_{乙}^2=0.51$, $S_{丙}^2=0.43$,

$\therefore S_{甲}^2 > S_{乙}^2 > S_{丙}^2$,

$\therefore$ 三人中成绩最稳定的是丙;

故答案为: 丙.

【点评】本题考查了方差的意义. 方差是用来衡量一组数据波动大小的量, 方差越大, 表明这组数据偏离平均数越大, 即波动越大, 数据越不稳定; 反之, 方差越小, 表明这组数据分布比较集中, 各数据偏离平均数越小, 即波动越小, 数据越稳定.

15. (3 分) (2017•沈阳) 某商场购进一批单价为 20 元的日用商品, 如果以单价 30 元销售, 那么半月内可销售出 400 件, 根据销售经验, 提高销售单价会导致销售量的减少, 即销售单价每提高 1 元, 销售量相应减少 20 件, 当销售量单价是 35 元/时, 才能在半月内获得最大利润.

【考点】HE：二次函数的应用.

【分析】设销售单价为 x 元，销售利润为 y 元，求得函数关系式，利用二次函数的性质即可解决问题.

【解答】解：设销售单价为 x 元，销售利润为 y 元.

根据题意，得：

$$y = (x - 20) [400 - 20(x - 30)]$$

$$= (x - 20)(1000 - 20x)$$

$$= -20x^2 + 1400x - 20000$$

$$= -20(x - 35)^2 + 4500,$$

$$\because -20 < 0,$$

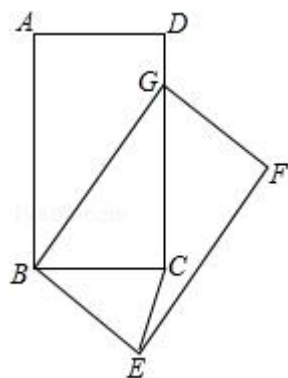
$$\therefore x = 35 \text{ 时, } y \text{ 有最大值,}$$

故答案为 35.

【点评】本题考查了二次函数的应用，解题的关键是学会构建二次函数解决最值问题

16. (3 分) (2017•沈阳) 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB=5$ ， $BC=3$ ，将矩形 $ABCD$ 绕点 B 按顺时针方向旋转得到矩形 $GBEF$ ，点 A 落在矩形 $ABCD$ 的边 CD 上，

连接 CE ，则 CE 的长是 $\frac{3\sqrt{10}}{5}$.



【考点】R2：旋转的性质；LB：矩形的性质.

【分析】连接 AG，根据旋转变换的性质得到， $\angle ABG = \angle CBE$ ， $BA = BG$ ，根据勾股定理求出 CG、AD，根据相似三角形的性质列出比例式，计算即可．

【解答】解：连接 AG，

由旋转变换的性质可知， $\angle ABG = \angle CBE$ ， $BA = BG = 5$ ， $BC = BE$ ，

由勾股定理得， $CG = \sqrt{BG^2 - BC^2} = 4$ ，

$\therefore DG = DC - CG = 1$ ，

则 $AG = \sqrt{AD^2 + DG^2} = \sqrt{10}$ ，

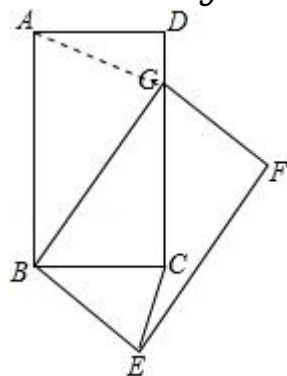
$\because \frac{BA}{BC} = \frac{BG}{BE}$ ， $\angle ABG = \angle CBE$ ，

$\therefore \triangle ABG \sim \triangle CBE$ ，

$\therefore \frac{CE}{AG} = \frac{BC}{AB} = \frac{3}{5}$

解得， $CE = \frac{3\sqrt{10}}{5}$ ，

故答案为： $\frac{3\sqrt{10}}{5}$ ．



【点评】本题考查的是翻转变换的性质、相似三角形的判定和性质，掌握勾股定理、矩形的性质、旋转变换的性质是解题的关键．

三、解答题（本大题共 22 分）

17. （6 分）（2017•沈阳）计算 $|\sqrt{2} - 1| + 3^{-2} - 2\sin 45^\circ + (3 - \pi)^0$ ．

【考点】 2C: 实数的运算; 6E: 零指数幂; 6F: 负整数指数幂; T5: 特殊角的三角函数值.

【分析】 首先计算乘方、乘法, 然后从左向右依次计算, 求出算式的值是多少即可.

【解答】 解: $|\sqrt{2}-1|+3^{-2}-2\sin 45^{\circ}+(3-\pi)^0$

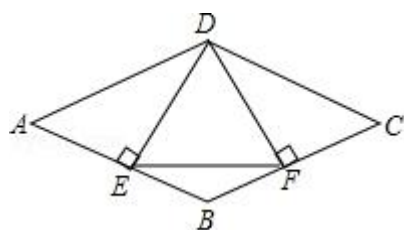
$$=\sqrt{2}-1+\frac{1}{9}-2\times\frac{\sqrt{2}}{2}+1$$
$$=\frac{1}{9}$$

【点评】 此题主要考查了实数的运算, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确: 在进行实数运算时, 和有理数运算一样, 要从高级到低级, 即先算乘方、开方, 再算乘除, 最后算加减, 有括号的要先算括号里面的, 同级运算要按照从左到右的顺序进行. 另外, 有理数的运算律在实数范围内仍然适用.

18. (8分) (2017•沈阳) 如图, 在菱形 ABCD 中, 过点 D 作 $DE \perp AB$ 于点 E, 作 $DF \perp BC$ 于点 F, 连接 EF.

求证: (1) $\triangle ADE \cong \triangle CDF$;

(2) $\angle BEF = \angle BFE$.



【考点】 L8: 菱形的性质; KD: 全等三角形的判定与性质.

【分析】 (1) 利用菱形的性质得到 $AD=CD$, $\angle A=\angle C$, 进而利用 AAS 证明两三角形全等;

(2) 根据 $\triangle ADE \cong \triangle CDF$ 得到 $AE=CF$, 结合菱形的四条边相等即可得到结论.

【解答】 证明: (1) $\because$ 四边形 ABCD 是菱形,

$$\therefore AD=CD, \quad \angle A=\angle C,$$

$$\therefore DE \perp BA, \quad DF \perp CB,$$

$$\therefore \angle AED=\angle CFD=90^{\circ},$$

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle CDE$,

$$\therefore \begin{cases} AD=CD \\ \angle A=\angle C \\ \angle AED=\angle CFD=90^{\circ} \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CDE;$$

(2) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$$\therefore AB=CB,$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CDF,$$

$$\therefore AE=CF,$$

$$\therefore BE=BF,$$

$$\therefore \angle BEF=\angle BFE.$$

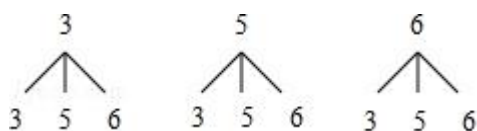
【点评】 本题主要考查了菱形的性质以及全等三角形的判定与性质，解题的关键是掌握菱形的性质以及 AAS 证明两三角形全等，此题难度一般.

19. (8 分) (2017•沈阳) 把 3, 5, 6 三个数字分别写在三张完全相同的不透明卡片的正面上, 把这三张卡片背面朝上, 洗匀后放在桌面上, 先从中随机抽取一张卡片, 记录下卡片上的数字, 放回后洗匀, 再从中抽取一张卡片, 记录下数字, 请用列表法或树状图法求两次抽取的卡片上的数字都是奇数的概率.

【考点】 X6: 列表法与树状图法.

【分析】 首先根据题意画出树状图, 然后由树状图求得所有等可能的结果与恰好都是奇数的情况, 再利用概率公式即可求得答案.

【解答】 解: 画树状图如下:



由树状图可知，共有 9 种等可能结果，其中两次抽取的卡片上的数字都是奇数的有 4 种结果，

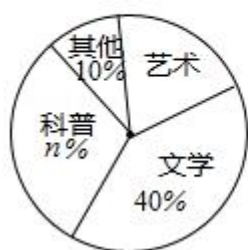
∴ 两次抽取的卡片上的数字都是奇数的概率为 $\frac{4}{9}$.

【点评】 本题考查了列表法与树状图法：利用列表法和树状图法展示所有可能的结果求出 n ，再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m ，求出概率.

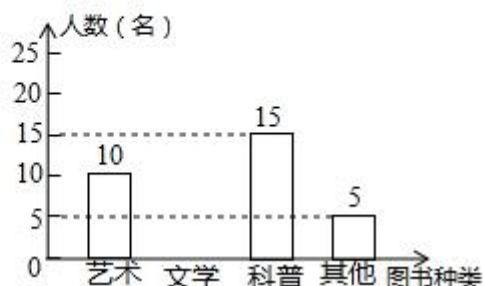
四、解答题（每题 8 分，共 16 分）

20. (8 分) (2017•沈阳) 某校为了开展读书月活动，对学生最喜欢的图书种类进行了一次抽样调查，所有图书分成四类：艺术、文学、科普、其他. 随机调查了该校 m 名学生 (每名学生必选且只能选择一类图书)，并将调查结果制成如下两幅不完整的统计图：

学生最喜欢的图书种类的人数扇形统计图



学生最喜欢的图书种类的人数条形统计图



根据统计图提供的信息，解答下列问题：

- (1) $m = \underline{50}$ ， $n = \underline{30}$ ；
- (2) 扇形统计图中，“艺术”所对应的扇形的圆心角度数是 $\underline{72}$ 度；
- (3) 请根据以上信息直接在答题卡中补全条形统计图；
- (4) 根据抽样调查的结果，请你估计该校 600 名学生中有多少学生最喜欢科普类图书.

【考点】VC：条形统计图；V5：用样本估计总体；VB：扇形统计图.

【分析】(1) 根据其他的人数和所占的百分比即可求得 m 的值，从而可以求得 n 的值；

(2) 根据扇形统计图中的数据可以求得“艺术”所对应的扇形的圆心角度数；

(3) 根据题意可以求得喜爱文学的人数，从而可以将条形统计图补充完整；

(4) 根据统计图中的数据可以估计该校 600 名学生中有多少学生最喜欢科普类图书.

【解答】解：(1) $m=5\div 10\%=50$ ， $n\%=15\div 50=30\%$ ，

故答案为：50，30；

(2) 由题意可得，

“艺术”所对应的扇形的圆心角度数是： $360^{\circ}\times\frac{10}{50}=72^{\circ}$ ，

故答案为：72；

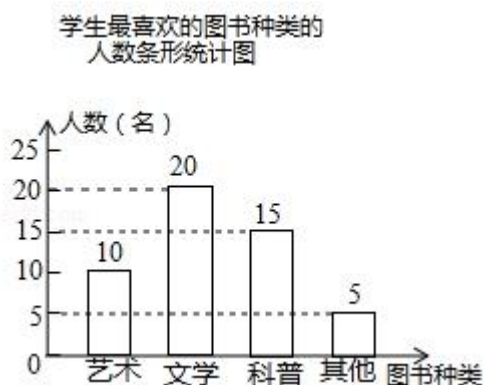
(3) 文学有： $50-10-15-5=20$ ，

补全的条形统计图如右图所示；

(4) 由题意可得，

$$600\times\frac{15}{50}=180,$$

即该校 600 名学生中有 180 名学生最喜欢科普类图书.



【点评】本题考查条形统计图、扇形统计图、用样本估计总体，解答本题的关键

是明确题意，找出所求问题需要的条件，利用数形结合的思想解答.

21. (8分) (2017•沈阳) 小明要代表班级参加学校举办的消防知识竞赛，共有 25 道题，规定答对一道题得 6 分，答错或不答一道题扣 2 分，只有得分超过 90 分才能获得奖品，问小明至少答对多少道题才能获得奖品？

【考点】C9：一元一次不等式的应用.

【分析】在这次竞赛中，小明获得优秀 (90 分以上)，即小明的得分 > 90 分，设小明答对了 x ，就可以列出不等式，求出 x 的值即可.

【解答】解：设小明答对了 x 题，根据题意可得：

$$(25 - x) \times (-2) + 6x > 90,$$

$$\text{解得：} x > 17\frac{1}{2},$$

$\therefore x$ 为非负整数，

$\therefore x$ 至少为 18，

答：小明至少答对 18 道题才能获得奖品.

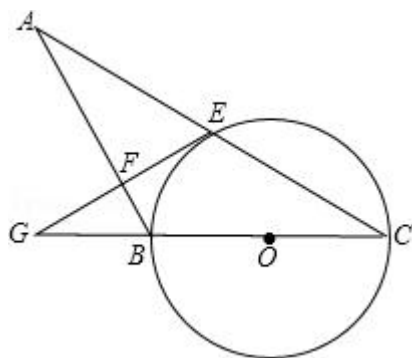
【点评】此题主要考查了一元一次不等式的应用，解决问题的关键是读懂题意，找到关键描述语，正确利用代数式表示出小明的得分.

五、解答题 (共 10 分)

22. (10分) (2017•沈阳) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，以 BC 为直径的 $\odot O$ 交 AC 于点 E ，过点 E 作 $EF \perp AB$ 于点 F ，延长 EF 交 CB 的延长线于点 G ，且 $\angle ABG = 2\angle C$.

(1) 求证： EF 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 若 $\sin \angle EGC = \frac{3}{5}$ $\odot O$ 的半径是 3，求 AF 的长.

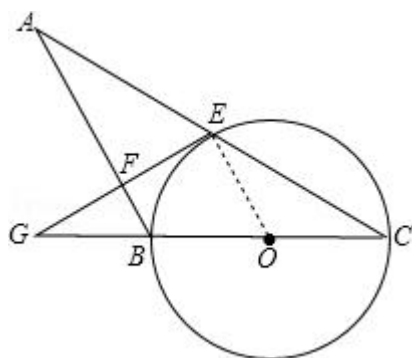


【考点】ME：切线的判定与性质；T7：解直角三角形.

【分析】(1) 连接 EO，由 $\angle EOG = 2\angle C$ 、 $\angle ABG = 2\angle C$ 知 $\angle EOG = \angle ABG$ ，从而得 $AB \parallel EO$ ，根据 $EF \perp AB$ 得 $EF \perp OE$ ，即可得证；

(2) 由 $\angle ABG = 2\angle C$ 、 $\angle ABG = \angle C + \angle A$ 知 $\angle A = \angle C$ ，即 $BA = BC = 6$ ，在 $\text{Rt}\triangle OEG$ 中求得 $OG = \frac{OE}{\sin \angle EGO} = 5$ 、 $BG = OG - OB = 2$ ，在 $\text{Rt}\triangle FGB$ 中求得 $BF = BG \sin \angle EGO$ ，根据 $AF = AB - BF$ 可得答案.

【解答】解：(1) 如图，连接 EO，则 $OE = OC$ ，



$\therefore \angle EOG = 2\angle C$,

$\because \angle ABG = 2\angle C$,

$\therefore \angle EOG = \angle ABG$,

$\therefore AB \parallel EO$,

$\because EF \perp AB$,

$\therefore EF \perp OE$,

又 $\because OE$ 是 $\odot O$ 的半径,

$\therefore EF$ 是 $\odot O$ 的切线;

$$(2) \because \angle ABG = 2\angle C, \quad \angle ABG = \angle C + \angle A,$$

$$\therefore \angle A = \angle C,$$

$$\therefore BA = BC = 6,$$

$$\text{在 Rt}\triangle OEG \text{ 中, } \because \sin \angle EGO = \frac{OE}{OG},$$

$$\therefore OG = \frac{OE}{\sin \angle EGO} = \frac{3}{\frac{3}{5}} = 5,$$

$$\therefore BG = OG - OB = 2,$$

$$\text{在 Rt}\triangle FGB \text{ 中, } \because \sin \angle EGO = \frac{BF}{BG},$$

$$\therefore BF = BG \sin \angle EGO = 2 \times \frac{3}{5} = \frac{6}{5}$$

$$\text{则 } AF = AB - BF = 6 - \frac{6}{5} = \frac{24}{5}.$$

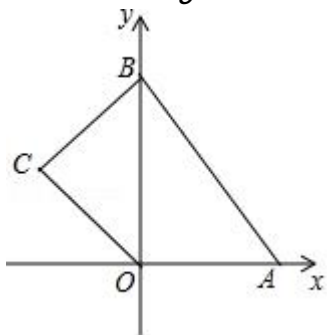
【点评】本题主要考查切线的判定与性质及解直角三角形的应用, 熟练掌握切线的判定与性质及三角函数的定义是解题的关键.

六、解答题 (共 10 分)

23. (10 分) (2017·沈阳) 如图, 在平面直角坐标系中, 四边形 $OABC$ 的顶点 O 是坐标原点, 点 A 的坐标为 $(6, 0)$, 点 B 的坐标为 $(0, 8)$, 点 C 的坐标为 $(-2\sqrt{5}, 4)$, 点 M, N 分别为四边形 $OABC$ 边上的动点, 动点 M 从点 O 开始, 以每秒 1 个单位长度的速度沿 $O \rightarrow A \rightarrow B$ 路线向中点 B 匀速运动, 动点 N 从 O 点开始, 以每秒两个单位长度的速度沿 $O \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$ 路线向终点 A 匀速运动, 点 M, N 同时从 O 点出发, 当其中一点到达终点后, 另一点也随之停止运动,

设动点运动的时间 t 秒 ($t > 0$), $\triangle OMN$ 的面积为 S .

- (1) 填空: AB 的长是 10, BC 的长是 6;
- (2) 当 $t=3$ 时, 求 S 的值;
- (3) 当 $3 < t < 6$ 时, 设点 N 的纵坐标为 y , 求 y 与 t 的函数关系式;
- (4) 若 $S = \frac{48}{5}$, 请直接写出此时 t 的值.



【考点】LO: 四边形综合题.

【分析】(1) 利用勾股定理即可解决问题;

(2) 如图 1 中, 作 $CE \perp x$ 轴于 E . 连接 CM . 当 $t=3$ 时, 点 N 与 C 重合, $OM=3$, 易求 $\triangle OMN$ 的面积;

(3) 如图 2 中, 当 $3 < t < 6$ 时, 点 N 在线段 BC 上, $BN=12-2t$, 作 $NG \perp OB$ 于 G , $CF \perp OB$ 于 F . 则 $F(0, 4)$. 由 $GN \parallel CF$, 推出 $\frac{BN}{BC} = \frac{BG}{BF}$, 即 $\frac{12-2t}{6} = \frac{BG}{4}$, 可得 $BG = 8 - \frac{4}{3}t$, 由此即可解决问题;

(4) 分三种情形①当点 N 在边长上, 点 M 在 OA 上时. ②如图 3 中, 当 M 、 N 在线段 AB 上, 相遇之前. 作 $OE \perp AB$ 于 E , 则 $OE = \frac{OB \cdot OA}{AB} = \frac{24}{5}$, 列出方程即可解决问题. ③同法当 M 、 N 在线段 AB 上, 相遇之后, 列出方程即可;

【解答】解: (1) 在 $Rt\triangle AOB$ 中, $\because \angle AOB=90^\circ$, $OA=6$, $OB=8$,

$$\therefore AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10.$$

$$BC = \sqrt{(2\sqrt{5})^2 + 4^2} = 6,$$

故答案为 10, 6.

(2) 如图 1 中, 作 $CE \perp x$ 轴于 E. 连接 CM.

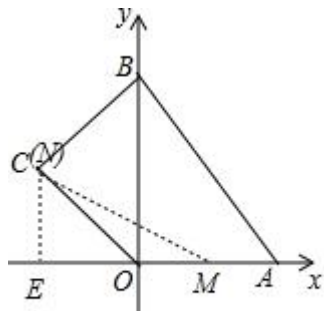


图1

$$\therefore C(-2\sqrt{5}, 4),$$

$$\therefore CE = 4, OE = 2\sqrt{5},$$

$$\text{在 Rt}\triangle COE \text{ 中, } OC = \sqrt{OE^2 + CE^2} = \sqrt{(2\sqrt{5})^2 + 4^2} = 6,$$

当 $t=3$ 时, 点 N 与 C 重合, $OM=3$,

$$\therefore S_{\triangle ONM} = \frac{1}{2} OM \cdot CE = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6,$$

即 $S=6$.

(3) 如图 2 中, 当 $3 < t < 6$ 时, 点 N 在线段 BC 上, $BN=12-2t$, 作 $NG \perp OB$ 于 G, $CF \perp OB$ 于 F. 则 $F(0, 4)$.

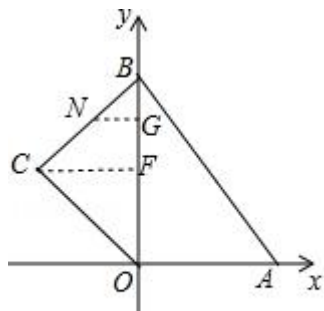


图2

$$\therefore OF=4, OB=8,$$

$$\therefore BF=8-4=4,$$

$$\therefore GN \parallel CF,$$

$$\therefore \frac{BN}{BC} = \frac{BG}{BF}, \text{ 即 } \frac{12-2t}{6} = \frac{BG}{4},$$

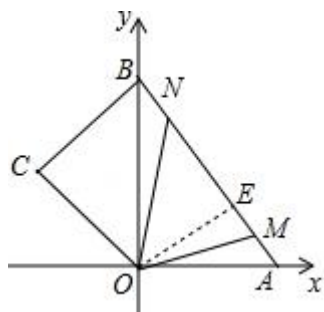
$$\therefore BG=8-\frac{4}{3}t,$$

$$\therefore y=OB-BG=8-(8-\frac{4}{3}t)=\frac{4}{3}t.$$

(4) ①当点 N 在边长上, 点 M 在 OA 上时, $\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3}t \cdot t = \frac{48}{5},$

解得 $t = \frac{6\sqrt{10}}{5}$ (负根已经舍弃).

②如图 3 中, 当 M、N 在线段 AB 上, 相遇之前.



作 $OE \perp AB$ 于 E, 则 $OE = \frac{OB \cdot OA}{AB} = \frac{24}{5},$

由题意 $\frac{1}{2} [10 - (2t - 12) - (t - 6)] \cdot \frac{24}{5} = \frac{48}{5},$

解得 $t=8,$

同法当 M、N 在线段 AB 上, 相遇之后.

由题意 $\frac{1}{2} [(2t - 12) + (t - 6) - 10] \cdot \frac{24}{5} = \frac{48}{5},$

解得 $t = \frac{32}{3},$

综上所述, 若 $S = \frac{48}{5},$ 此时 t 的值 8s 或 $\frac{32}{3}$ s 或 $\frac{6\sqrt{10}}{5}$ s.

【点评】 本题考查四边形综合题、平行线分线段成比例定理、勾股定理、解直角三角形等知识, 解题的关键是灵活运用所学知识解决问题, 学会用分类讨论的

思想思考问题，属于中考压轴题.

七、解答题 (共 12 分)

24. (12 分) (2017·沈阳) 四边形 $ABCD$ 是边长为 4 的正方形，点 E 在边 AD 所在直线上，连接 CE ，以 CE 为边，作正方形 $CEFG$ (点 D ，点 F 在直线 CE 的同侧)，连接 BF .

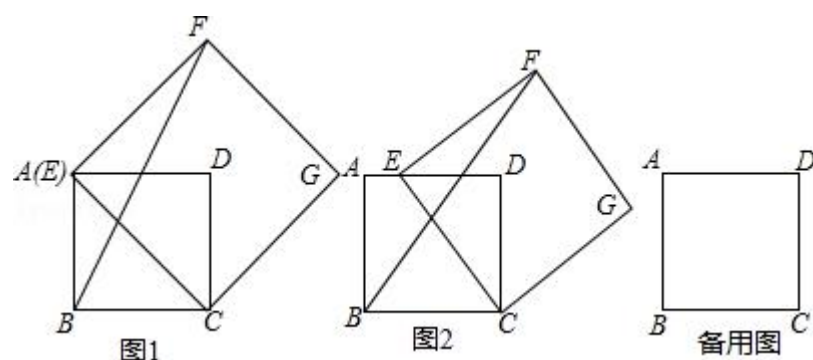
(1) 如图 1，当点 E 与点 A 重合时，请直接写出 BF 的长；

(2) 如图 2，当点 E 在线段 AD 上时， $AE=1$ ；

①求点 F 到 AD 的距离；

②求 BF 的长；

(3) 若 $BF=3\sqrt{10}$ ，请直接写出此时 AE 的长.



【考点】 LO: 四边形综合题.

【分析】 (1) 作 $FH \perp AB$ 于 H ，由 AAS 证明 $\triangle EFH \cong \triangle CED$ ，得出 $FH=CD=4$ ， $AH=AD=4$ ，求出 $BH=AB+AH=8$ ，由勾股定理即可得出答案；

(2) 过 F 作 $FH \perp AD$ 交 AD 的延长线于点 H ，作 $FM \perp AB$ 于 M ，则 $FM=AH$ ， $AM=FH$ ，①同 (1) 得： $\triangle EFH \cong \triangle CED$ ，得出 $FH=DE=3$ ， $EH=CD=4$ 即可；

②求出 $BM=AB+AM=7$ ， $FM=AE+EH=5$ ，由勾股定理即可得出答案；

(3) 分两种情况：①当点 E 在边 AD 的左侧时，过 F 作 $FH \perp AD$ 交 AD 的延长

线于点 H, 交 BC 延长线于 K, 同 (1) 得: $\triangle EFH \cong \triangle CED$, 得出 $FH=DE=4+AE$, $EH=CD=4$, 得出 $FK=8+AE$, 在 $Rt\triangle BFK$ 中, $BK=AH=EH-AE=4-AE$, 由勾股定理得出方程, 解方程即可;

②当点 E 在边 AD 的右侧时, 过 F 作 $FH \perp AD$ 交 AD 的延长线于点 H, 交 BC 延长线于 K, 同理得: $AE=2+\sqrt{47}$.

【解答】 解: (1) 作 $FH \perp AB$ 于 H, 如图 1 所示:

则 $\angle FHE=90^\circ$,

$\because$ 四边形 ABCD 和四边形 CEFG 是正方形,

$\therefore AD=CD=4$, $EF=CE$, $\angle ADC=\angle DAH=\angle BAD=\angle CEF=90^\circ$,

$\therefore \angle FEH=\angle CED$,

$$\angle FHE = \angle EDC = 90^\circ$$

在 $\triangle EFH$ 和 $\triangle CED$ 中, $\begin{cases} \angle FEH = \angle CED \\ EF = CE \end{cases}$,

$\therefore \triangle EFH \cong \triangle CED$ (AAS),

$\therefore FH=CD=4$, $AH=AD=4$,

$\therefore BH=AB+AH=8$,

$$\therefore BF=\sqrt{BH^2+FH^2}=\sqrt{8^2+4^2}=4\sqrt{5};$$

(2) 过 F 作 $FH \perp AD$ 交 AD 的延长线于点 H, 作 $FM \perp AB$ 于 M, 如图 2 所示:

则 $FM=AH$, $AM=FH$,

① $\because AD=4$, $AE=1$, $\therefore DE=3$,

同 (1) 得: $\triangle EFH \cong \triangle CED$ (AAS),

$\therefore FH=DE=3$, $EH=CD=4$,

即点 F 到 AD 的距离为 3;

② $\therefore BM=AB+AM=4+3=7$, $FM=AE+EH=5$,

$$\therefore BF=\sqrt{BM^2+FM^2}=\sqrt{7^2+5^2}=\sqrt{74};$$

(3) 分两种情况:

①当点 E 在边 AD 的左侧时, 过 F 作 $FH \perp AD$ 交 AD 的延长线于点 H, 交 BC 延长线于 K,

如图 3 所示:

同 (1) 得: $\triangle EFH \cong \triangle CED$,

$$\therefore FH=DE=4+AE, EH=CD=4,$$

$$\therefore FK=8+AE, \text{ 在 Rt}\triangle BFK \text{ 中, } BK=AH=EH-AE=4-AE,$$

$$\text{由勾股定理得: } (4-AE)^2 + (8+AE)^2 = (3\sqrt{10})^2,$$

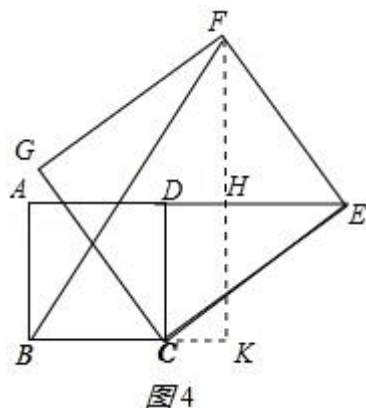
解得: $AE=1$ 或 $AE=-5$ (舍去),

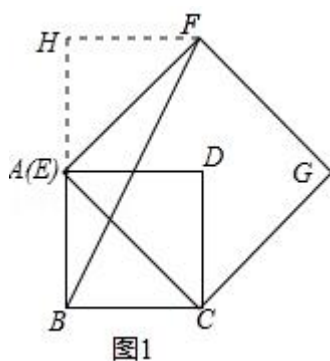
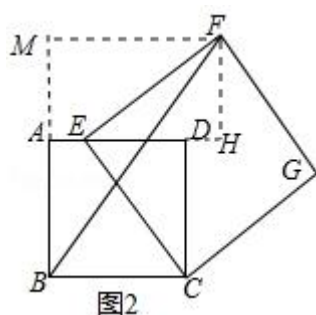
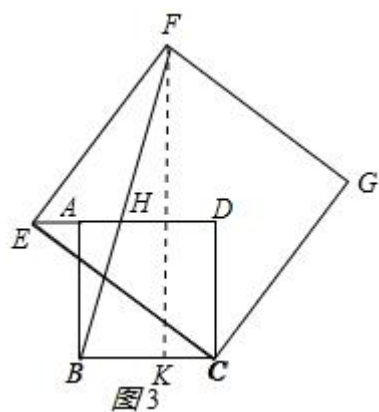
$$\therefore AE=1;$$

②当点 E 在边 AD 的右侧时, 过 F 作 $FH \perp AD$ 交 AD 的延长线于点 H, 交 BC 延长线于 K, 如图 4 所示:

$$\text{同理得: } AE=2+\sqrt{47};$$

综上所述: AE 的长为 1 或 $2+\sqrt{47}$.





【点评】本题是四边形综合题目，考查了正方形的性质、全等三角形的判定与性质、勾股定理等知识，本题综合性强，有一定难度，证明三角形全等是解决问题的关键.

八、解答题 (共 12 分)

25. (12 分) (2017·沈阳) 如图 1，在平面直角坐标系中，O 是坐标原点，抛物线 $y = -\frac{\sqrt{3}}{12}x^2 - \frac{\sqrt{3}}{3}x + 8\sqrt{3}$ 与 x 轴正半轴交于点 A，与 y 轴交于点 B，连接 AB，点 M，N 分别是 OA，AB 的中点， $\text{Rt}\triangle CDE \cong \text{Rt}\triangle ABO$ ，且 $\triangle CDE$ 始终保持边 ED 经过点 M，边 CD 经过点 N，边 DE 与 y 轴交于点 H，边 CD 与 y 轴交于点 G.

(1) 填空：OA 的长是 8， $\angle ABO$ 的度数是 30 度；

(2) 如图 2, 当 $DE \parallel AB$, 连接 HN .

①求证: 四边形 $AMHN$ 是平行四边形;

②判断点 D 是否在该抛物线的对称轴上, 并说明理由;

(3) 如图 3, 当边 CD 经过点 O 时, (此时点 O 与点 G 重合), 过点 D 作 $DQ \parallel OB$, 交 AB 延长线上于点 Q , 延长 ED 到点 K , 使 $DK=DN$, 过点 K 作 $KI \parallel OB$, 在 KI 上取一点 P , 使得 $\angle PDK=45^\circ$ (点 P, Q 在直线 ED 的同侧), 连接 PQ , 请直接写出 PQ 的长.

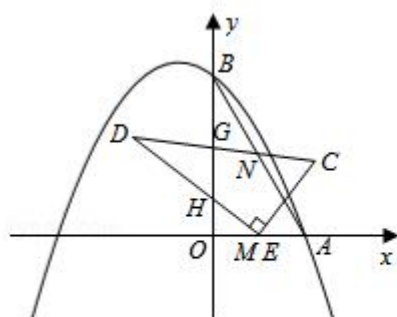


图1

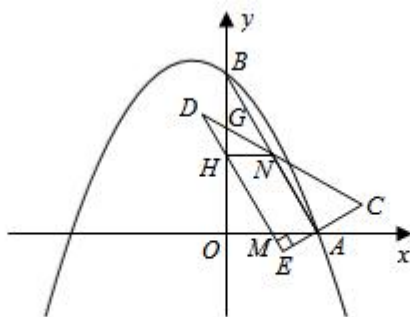


图2

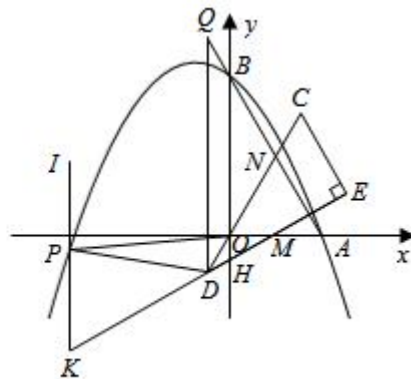


图3

【考点】 HF: 二次函数综合题.

【分析】 (1) 先求抛物线与两坐标轴的交点坐标, 表示 OA 和 OB 的长, 利用正切值可得 $\angle ABO=30^\circ$;

(2) ①根据三角形的中位线定理证明 $HN \parallel AM$, 由两组对边分别平行的四边形是平行四边形得结论;

②如图 1, 作垂线段 DR , 根据直角三角形 30 度角的性质求 $DR=2$, 可知: 点 D 的横坐标为 -2 , 由抛物线的解析式可计算对称轴是直线: $x = -\frac{b}{2a} = -2$, 所以点 D 在该抛物线的对称轴上;

(3) 想办法求出 P, Q 的坐标即可解决问题;

【解答】解：（1）当 $x=0$ 时， $y=8\sqrt{3}$,

$$\therefore B(0, 8\sqrt{3}),$$

$$\therefore OB=8\sqrt{3},$$

$$\text{当 } y=0 \text{ 时, } y=-\frac{\sqrt{3}}{12}x^2-\frac{\sqrt{3}}{3}x+8\sqrt{3}=0,$$

$$x^2+4x-96=0,$$

$$(x-8)(x+12)=0,$$

$$x_1=8, x_2=-12,$$

$$\therefore A(8, 0),$$

$$\therefore OA=8,$$

$$\text{在 Rt}\triangle AOB \text{ 中, } \tan \angle ABO = \frac{OA}{OB} = \frac{8}{8\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore \angle ABO=30^\circ,$$

故答案为：8，30；

（2）①证明： $\because DE \parallel AB$,

$$\therefore \frac{OM}{AM} = \frac{OH}{BH},$$

$$\therefore OM=AM,$$

$$\therefore OH=BH,$$

$$\therefore BN=AN,$$

$$\therefore HN \parallel AM,$$

$\therefore$ 四边形 AMHN 是平行四边形；

②点 D 在该抛物线的对称轴上，

$$\therefore \angle PTR = \angle TDP + \angle TPD = 30^\circ,$$

$$\therefore TP = TD = 2a, \quad TR = \sqrt{3}a,$$

$$\therefore \sqrt{3}a + 2a = 6\sqrt{3},$$

$$\therefore a = 12\sqrt{3} - 18,$$

$$\text{可得 } P(-2 - 6\sqrt{3}, 10\sqrt{3} - 18),$$

$$\therefore PQ = \sqrt{(6\sqrt{3})^2 + 18^2} = 12\sqrt{3}.$$

【点评】 本题考查二次函数综合题、平行四边形的判定和性质、锐角三角函数、30度角的直角三角形的性质、等边三角形的判定和性质、勾股定理、平行线分线段成比例定理等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，学会添加常用辅助线，构造直角三角形解决问题，学会利用参数构建方程解决问题，属于中考压轴题.