

2017 年辽宁省本溪市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. (3 分) 在 $-\frac{1}{3}$, 1, 0, -3 中，最大的数是 ()

- A. $-\frac{1}{3}$ B. 1 C. 0 D. -3

2. (3 分) 下列运算正确的是 ()

- A. $a^4 \div a^3 = a$ B. $(a^2)^4 = a^6$
C. $2a^2 - a^2 = 1$ D. $3a^3 \cdot 2a^2 = 6a^6$

3. (3 分) 下列图形中既是轴对称图形，又是中心对称图形的是 ()



4. (3 分) 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 3x - a = 0$ 有一个实数根为 -1，则 a 的值 ()

- A. 2 B. -2 C. 4 D. -4

5. (3 分) 小明同学中考前为了给自己加油，课余时间制作了一个六个面分别写有“17”“中”“考”“必”“胜”“!”的正方体模型，这个模型的表面展开图如图所示，与“胜”相对的一面写的 ()



- A. 17 B. ! C. 中 D. 考

6. (3 分) 已知一组数据 1, 2, 4, 3, x 的众数是 2，则这组数据的中位数是 ()

- A. 2 B. 2.5 C. 3 D. 4

7. (3 分) 下列事件为确定事件的是 ()

A. 一个不透明的口袋中装有除颜色以外完全相同的 3 个红球和 1 个白球，均匀混合后，从中任意摸出 1 个球是红球

B. 长度分别是 4, 6, 9 的三条线段能围成一个三角形

C. 本钢篮球队运动员韩德君投篮一次命中

D. 掷 1 枚质地均匀的硬币, 落地时正面朝上

8. (3 分) 四月是辽宁省“全面阅读月”，学校阅览室将对学生的开放时间由每天的 4.5h 延长到每天 6h，这样每天可以多安排 2 个班级阅读．如果每个班级每天阅读时间相同，且每个时间段只能安排一个班级阅读．设原来每天可以安排 x 个班级阅读，根据题意列出的方程正确的为 ()

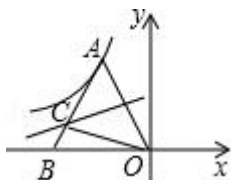
A. $\frac{4.5}{x} = \frac{6}{x-2}$

B. $\frac{4.5}{x-2} = \frac{6}{x}$

C. $\frac{4.5}{x} = \frac{6}{x+2}$

D. $\frac{4.5}{x+2} = \frac{6}{x}$

9. (3分) 如图, 点 A 在第二象限, 点 B 在 x 轴的负半轴上, $AB=AO=13$, 线段 OA 的垂直平分线交线段 AB 于点 C, 连接 OC, $\triangle BOC$ 的周长为 23, 若反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象经过点 A, 则 k 的值为 ()



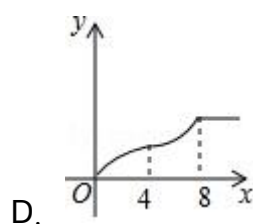
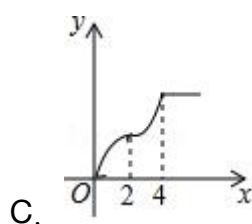
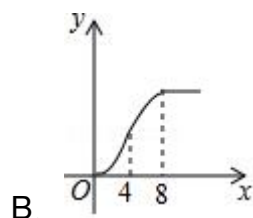
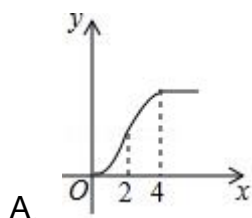
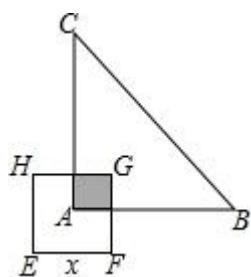
A. 30

B. - 30

C. 60

D. - 60

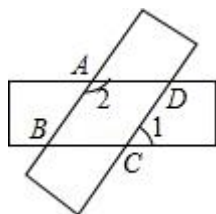
10. (3 分) 如图, 等腰直角三角形 ABC , $\angle BAC=90^\circ$, $AB=AC=4$, 以点 A 为中心的 正方形 $EFGH$ 边长为 x ($x>0$), $EF\parallel AB$, 正方形 $EFGH$ 与等腰直角三角形 ABC 重叠部分的面积为 y , 则大致能反映 y 与 x 之间的函数关系的图象为 ()



二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

11. (3 分) 3 月 18 日, 本溪市首条地下综合管理廊项目在咸宁大街开建, 工程总投资 560000000 元. 将数据 560000000 用科学记数法表示为_____.

12. (3 分) 如图, 两张矩形纸条交叉重叠在一起, 若 $\angle 1 = 50^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数为_____.



13. (3 分) 分解因式: $m^3n - 4mn^3 =$ _____.

14. (3 分) 有甲、乙两段高度相等的山坡, 分别修建了阶数相同的两段台阶. 甲段台阶各级台阶高度的方差 $s_{\text{甲}}^2 = 4.6$, 乙段台阶各级台阶高度的方差 $s_{\text{乙}}^2 = 2.2$, 当每级台阶高度接近时走起来比较舒适, 则甲、乙两段台阶走起来更

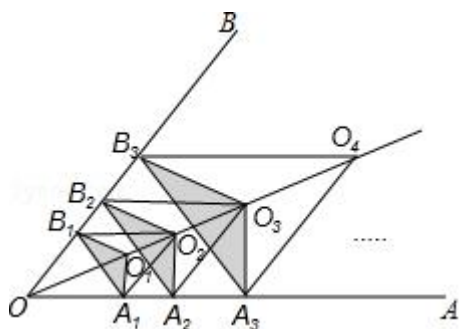
舒适的是_____ (填“甲”或“乙”).

15. (3分) 电影《速度与激情 8》上映, 小亮同学准备买票观看, 在选择座位时, 他发现理想的位置只剩下了第九排的 3 个座位和第十排的 4 个座位. 他从这 7 个座位中随机选了 1 个座位是第九排座位的概率为_____.

16. (3分) 直线 $y=kx+b$ 是由直线 $y=-2x$ 平移得到的, 且经过点 $P(2, 0)$, 则 $k+b$ 的值为_____.

17. (3分) 菱形 $ABCD$ 中, $AB=5$, AE 是 BC 边上的高, $AE=4$, 则对角线 BD 的长为_____.

18. (3分) 如图, $\angle AOB=60^\circ$, 点 O_1 是 $\angle AOB$ 平分线上一点, $OO_1=2$, 作 $O_1A_1 \perp OA$, $O_1B_1 \perp OB$, 垂足分别为点 A_1, B_1 , 以 A_1B_1 为边作等边三角形 $A_1B_1O_2$; 作 $O_2A_2 \perp OA$, $O_2B_2 \perp OB$, 垂足分别为点 A_2, B_2 , 以 A_2B_2 为边作等边三角形 $A_2B_2O_3$; 作 $O_3A_3 \perp OA$, $O_3B_3 \perp OB$, 垂足分别为点 A_3, B_3 , 以 A_3B_3 为边作等边三角形 $A_3B_3O_4$; ...按这样的方法继续下去, 则 $\triangle A_nB_nO_n$ 的面积为 (用含正整数 n 的代数式表示).



三、解答题 (本大题共 2 小题, 共 22 分)

19. (10分) 先化简, 再求值: $(x-2-\frac{5}{x+2}) \cdot \frac{2x+4}{x^2-3x}$, 其中 $x=(1-\pi)^0 - |-\frac{1}{2}|$.

20. (12 分) 随着中央电视台《朗读者》节目的播出, “朗读”为越来越多的同学所喜爱, 本溪市某中学计划在全校开展“朗读”活动, 为了了解同学们对这项活动的参与态度, 随机对部分学生进行了一次调查. 调查结果整理后, 将这部分同学的态度划分为四个类别: A. 积极参与; B. 一定参与; C. 可以参与; D. 不参与. 根据调查结果制作了如下不完整的统计表和统计图.

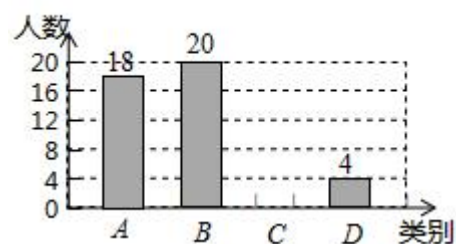
学生参与“朗读”的态度统计表

类别	人数	所占百分比
A	18	a
B	20	40%
C	m	16%
D	4	8%
合计	b	100%

请你根据以上信息, 解答下列问题:

- (1) $a=$ _____, $b=$ _____.
- (2) 请求出 m 的值并将条形统计图补充完整.
- (3) 该校有 1500 名学生, 如果“不参与”的人数不超过 150 人时, “朗读”活动可以顺利开展, 通过计算分析这次活动能否顺利开展?
- (4) “朗读”活动中, 七年一班比较优秀的四名同学恰好是两男两女, 从中随机选取两人在班级进行朗读示范, 试用画树状图法或列表法求所选两人都是女生的概率.

学生参与“朗读”的态度条形统计图



四、解答题（本大题共 2 小题，共 24 分）

21. (12 分) 某校九年级有三个班，其中九年一班和九年二班共有 105 名学生，

在期末体育测试中，这两个班级共有 79 名学生满分，其中九年一班的满分率

为 70%，九年二班的满分率为 80%.

(1) 求九年一班和九年二班各有多少名学生.

(2) 该校九年三班有 45 名学生，若九年级体育成绩的总满分率超过 75%，求

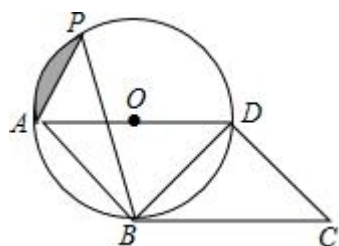
九年三班至少有多少名学生体育成绩是满分.

22. (12 分) 如图， $\triangle PAB$ 内接于 $\odot O$ ， $\square ABCD$ 的边 AD 是 $\odot O$ 的直径，且 $\angle$

$C = \angle APB$ ，连接 BD .

(1) 求证： BC 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 若 $BC=2$, $\angle PBD=60^\circ$, 求 $\widehat{AP}$ 与弦 AP 围成的阴影部分的面积.



五、解答题 (本大题共 1 小题, 共 12 分)

23. (12 分) 近年来随着人们生活方式的改变, 租车出行成为一种新选择, 本溪

某租车公司根据去年运营经验得出: 每天租车的车辆数 y (辆) 与每辆车每天的租金 x (元) 满足关系式 $y = -\frac{1}{50}x + 36$ ($500 \leq x \leq 1800$, 且 x 为 50 的整数倍), 公司需要为每辆租出的车每天支出各种费用共 200 元, 设租车公司每天的利润为 w 元.

(1) 求 w 与 x 的函数关系式. (利润=租金 - 支出)

(2) 公司在“十一黄金周”的前 3 天每天都获得了最大利润, 但是后 4 天执行了物价局的新规定: 每辆车每天的租金不超过 800 元. 请确定这 7 天公司获得的总利润最多为多少元?

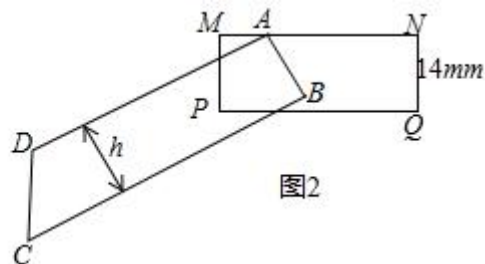
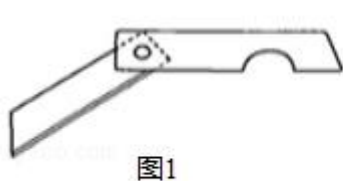
六、解答题 (本大题共 1 小题, 共 12 分)

24. (12 分) 如图 1, 一种折叠式小刀由刀片和刀鞘两部分组成. 现将小刀打开成如图 2 位置, 刀片部分是四边形 $ABCD$, 其中 $AD \parallel BC$, $AB \perp BC$, $CD=15\text{mm}$, $\angle C=53^\circ$, 刀鞘的边缘 $MN \parallel PQ$, 刀刃 BC 与刀鞘边缘 PQ 相交于点 O , 点 A 恰好落在刀鞘另一边缘 MN 上时, $\angle COP=37^\circ$, $OC=50\text{mm}$,

(1) 求刀片宽度 h .

(2) 若刀鞘宽度为 14mm , 求刀刃 BC 的长度. (结果精确到 0.1mm) (参考数

据: $\sin 37^\circ \approx \frac{3}{5}$, $\cos 37^\circ \approx \frac{4}{5}$, $\tan 37^\circ \approx \frac{3}{4}$)



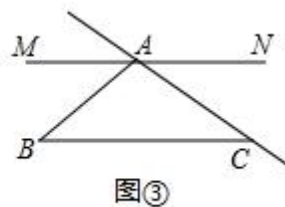
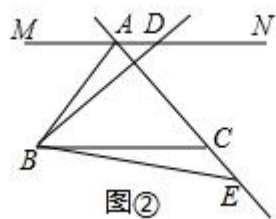
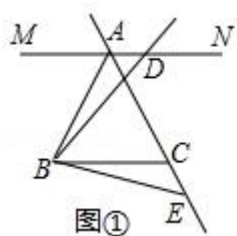
七、解答题（本大题共 1 小题，共 12 分）

25. (12 分) $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle ABC=\alpha$, 过点 A 作直线 MN , 使 $MN\parallel BC$, 点 D 在直线 MN 上, 作射线 BD , 将射线 BD 绕点 B 顺时针旋转角 α 后交直线 AC 于点 E .

(1) 如图①, 当 $\alpha=60^\circ$, 且点 D 在射线 AN 上时, 直接写出线段 AB , AD , AE 的数量关系.

(2) 如图②, 当 $\alpha=45^\circ$, 且点 D 在射线 AN 上时, 直写出线段 AB 、 AD 、 AE 的数量关系, 并说明理由.

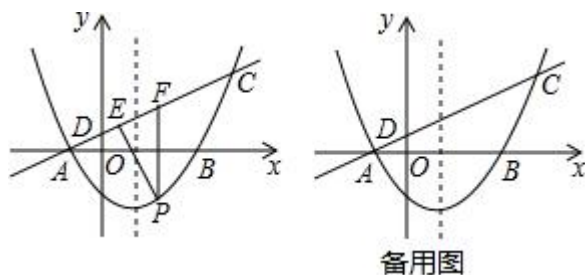
(3) 当 $\alpha=30^\circ$ 时, 若点 D 在射线 AM 上, $\angle ABE=15^\circ$, $AD=\sqrt{3}-1$, 请直接写出线段 AE 的长度.



八、解答题 (本大题共 1 小题, 共 14 分)

26. (14 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于 A , B 两点, 点 $B(3, 0)$, 经过点 A 的直线 AC 与抛物线的另一交点为 $C(4, \frac{5}{2})$, 与 y 轴交点为 D , 点 P 是直线 AC 下方的抛物线上的一个动点 (不与点 A , C 重合).

- (1) 求该抛物线的解析式.
- (2) 过点 P 作 $PE \perp AC$, 垂足为点 E , 作 $PF \parallel y$ 轴交直线 AC 于点 F , 设点 P 的横坐标为 t , 线段 EF 的长度为 m , 求 m 与 t 的函数关系式.
- (3) 点 Q 在抛物线的对称轴上运动, 当 $\triangle OPQ$ 是以 OP 为直角边的等腰直角三角形时, 请直接写出符合条件的点 P 的坐标.



2017 年辽宁省本溪市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. (3 分) 在 $-\frac{1}{3}$, 1, 0, -3 中，最大的数是 ()

- A. $-\frac{1}{3}$ B. 1 C. 0 D. -3

【考点】18: 有理数大小比较.

【专题】1: 常规题型.

【分析】根据两个负数比较大小，绝对值大的反而小可得答案.

【解答】解：因为在 $-\frac{1}{3}$, 1, 0, -3 中，最大是 1，

故选：B.

【点评】此题主要考查了有理数的比较大小，关键是掌握有理数大小比较的法则：

①正数都大于 0； ②负数都小于 0； ③正数大于一切负数； ④两个负数，绝对值大的其值反而小.

2. (3 分) 下列运算正确的是 ()

- A. $a^4 \div a^3 = a$ B. $(a^2)^4 = a^6$
C. $2a^2 - a^2 = 1$ D. $3a^3 \cdot 2a^2 = 6a^6$

【考点】35: 合并同类项；47: 幂的乘方与积的乘方；48: 同底数幂的除法；49: 单项式乘单项式.

【专题】1: 常规题型.

【分析】直接利用同底数幂的乘法运算法则以及幂的乘方运算法则分别运算得出答案.

【解答】解：A、 $a^4 \div a^3 = a$ ，正确；

B、 $(a^2)^4 = a^8$ ，故此选项错误；

C、 $2a^2 - a^2 = a^2$ ，故此选项错误；

D、 $3a^3 \cdot 2a^2 = 6a^5$ ，故此选项错误；

故选：A.

【点评】此题主要考查了同底数幂的乘法运算以及幂的乘方运算，正确掌握运算法则是解题关键.

3. (3分) 下列图形中既是轴对称图形，又是中心对称图形的是 ()



【考点】P3：轴对称图形；R5：中心对称图形.

【专题】1：常规题型.

【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念分别分析得出答案.

【解答】解：A、是轴对称图形，不是中心对称图形，故此选项错误；

B、是轴对称图形，不是中心对称图形，故此选项错误；

C、不是轴对称图形，是中心对称图形，故此选项错误；

D、是轴对称图形，也是中心对称图形，故此选项正确.

故选：D.

【点评】此题考查了轴对称图形和中心对称图形的概念. 轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形沿对称轴折叠后可重合；

中心对称图形是要寻找对称中心，图形旋转 180° 后与原图形重合.

4. (3分) 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 3x - a = 0$ 有一个实数根为 -1 ，则 a 的值 ()

A. 2

B. -2

C. 4

D. -4

【考点】A3: 一元二次方程的解.

【专题】1: 常规题型.

【分析】把 $x = -1$ 代入已知方程, 列出关于 a 的新方程, 通过解新方程来求 a 的值.

【解答】解: $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 3x - a = 0$ 有一个根是 -1 ,

$$\therefore (-1)^2 - 3 \times (-1) - a = 0,$$

解得: $a = 4$,

故选: C.

【点评】本题考查了一元二次方程的解的定义. 能使一元二次方程左右两边相等的未知数的值是一元二次方程的解. 又因为只含有一个未知数的方程的解也叫做这个方程的根, 所以, 一元二次方程的解也称为一元二次方程的根.

5. (3分) 小明同学中考前为了给自己加油, 课余时间制作了一个六个面分别写有“17”“中”“考”“必”“胜”“!”的正方体模型, 这个模型的表面展开图如图所示, 与“胜”相对的一面写的 ()



A. 17

B. !

C. 中

D. 考

【考点】I8: 专题: 正方体相对两个面上的文字.

【专题】1: 常规题型.

【分析】根据正方体的平面展开图的特点, 相对的两个面中间一定隔着一个小正方形, 且没有公共的顶点, 结合展开图很容易找到与“胜”相对的面上的字.

【解答】解: 结合展开图可知, 与“胜”相对的面上的字是“考”.

故选: D.

【点评】 本题考查灵活运用正方体的相对面解答问题，立意新颖，是一道不错的题.

6. (3 分) 已知一组数据 1, 2, 4, 3, x 的众数是 2, 则这组数据的中位数是 ()

- A. 2 B. 2.5 C. 3 D. 4

【考点】 W4: 中位数; W5: 众数.

【专题】 1: 常规题型.

【分析】 一般来说，一组数据中，出现次数最多的数就叫这组数据的众数；把数从小到大排成一列，正中间如果是一个数，这个数就是中位数，正中间如果是两个数，那中位数是这两个数的平均数. 先根据众数定义求出 x，再把这组数据从小到大排列，找出正中间的那个数就是中位数.

【解答】 解: $\because$ 数据 1, 2, 4, 3, x 的众数是 2,

$\therefore$ 2 出现的次数是 2 次,

$\therefore x=2$,

数据重新排列是: 1、2、2、3、4,

由于 5 个数中 2 在正中间，所以中位数是 2.

故选: A.

【点评】 本题考查了众数、中位数，解题的关键是理解众数、中位数的概念，并根据概念求出一组数据的众数、中位数.

7. (3 分) 下列事件为确定事件的是 ()

- A. 一个不透明的口袋中装有除颜色以外完全相同的 3 个红球和 1 个白球，均匀混合后，从中任意摸出 1 个球是红球
- B. 长度分别是 4, 6, 9 的三条线段能围成一个三角形
- C. 本钢篮球队运动员韩德君投篮一次命中
- D. 掷 1 枚质地均匀的硬币，落地时正面朝上

【考点】 X1: 随机事件.

【专题】 543: 概率及其应用.

【分析】 确定事件包括必然事件和不可能事件, 即一定发生或一定不会发生的事件.

【解答】 解: A. 一个不透明的口袋中装有除颜色以外完全相同的 3 个红球和 1 个白球, 均匀混合后, 从中任意摸出 1 个球是红球, 是随机事件;

B. 长度分别是 4, 6, 9 的三条线段能围成一个三角形, 是必然事件;

C. 本钢铁球队运动员韩德君投篮一次命中, 是随机事件;

D. 掷 1 枚质地均匀的硬币, 落地时正面朝上, 是随机事件;

故选: B.

【点评】 解决本题需要正确理解必然事件、不可能事件、随机事件的概念. 确定事件包括必然事件和不可能事件, 必然事件指在一定条件下一定发生的事件, 不可能事件是指在一定条件下, 一定不发生的事件. 不确定事件即随机事件是指在一定条件下, 可能发生也可能不发生的事件.

8. (3 分) 四月是辽宁省“全面阅读月”, 学校阅览室将对学生的开放时间由每天的 4.5h 延长到每天 6h, 这样每天可以多安排 2 个班级阅读. 如果每个班级每天阅读时间相同, 且每个时间段只能安排一个班级阅读. 设原来每天可以安排 x 个班级阅读, 根据题意列出的方程正确的为 ()

A. $\frac{4.5}{x} = \frac{6}{x-2}$ B. $\frac{4.5}{x-2} = \frac{6}{x}$ C. $\frac{4.5}{x} = \frac{6}{x+2}$ D. $\frac{4.5}{x+2} = \frac{6}{x}$

【考点】 B6: 由实际问题抽象出分式方程.

【专题】 1: 常规题型.

【分析】 设原来每天可以安排 x 个班级阅读, 那么现在每天可以安排 $(x+2)$ 个班级阅读, 根据“每个班级每天阅读时间相同, 且每个时间段只能安排一个班级阅读”, 列出方程即可.

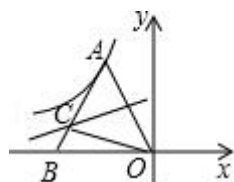
【解答】解：设原来每天可以安排 x 个班级阅读，那么现在每天可以安排 $(x+2)$ 个班级阅读，

根据题意，得 $\frac{4.5}{x} = \frac{6}{x+2}$.

故选：C.

【点评】本题考查了由实际问题抽象出分式方程，找到关键描述语，找到合适的等量关系是解决问题的关键.

9. (3分) 如图，点 A 在第二象限，点 B 在 x 轴的负半轴上， $AB=AO=13$ ，线段 OA 的垂直平分线交线段 AB 于点 C ，连接 OC ， $\triangle BOC$ 的周长为 23，若反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象经过点 A ，则 k 的值为 ()



- A. 30 B. -30 C. 60 D. -60

【考点】G4：反比例函数的性质；G6：反比例函数图象上点的坐标特征；KG：线段垂直平分线的性质.

【专题】11：计算题.

【分析】作 $AC \perp x$ 轴于 D ，如图，利用垂直平分线的性质得 $CA=CO$ ，再利用等腰三角形的性质和线段的等量代换可得到 $OB=10$ ，接着利用等腰三角形的性质得 $BD=OD=5$ ，则利用勾股定理可计算出 $AD=12$ ，所以 $A(-5, 12)$ ，然后根据反比例函数图象上点的坐标特征求 k 的值.

【解答】解：作 $AC \perp x$ 轴于 D ，如图，

$\because$ 线段 OA 的垂直平分线交线段 AB 于点 C ,

$\therefore CA=CO$,

$\because \triangle BOC$ 的周长为 23,

$$\therefore OB+BC+OC=23,$$

$$\therefore OB+BC+CA=23, \text{ 即 } OB+BA=23,$$

$$\therefore OB=23-13=10,$$

$$\therefore AB=AO, AD \perp OB,$$

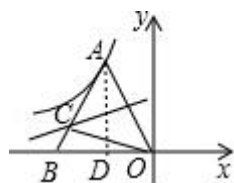
$$\therefore BD=OD=5,$$

$$\text{在 Rt}\triangle AOD \text{ 中, } AD=\sqrt{13^2-5^2}=12,$$

$$\therefore A(-5, 12),$$

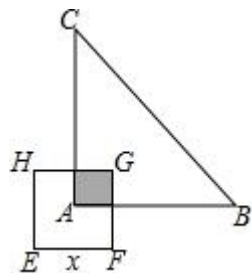
$$\therefore k=-5 \times 12=-60.$$

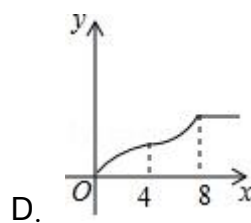
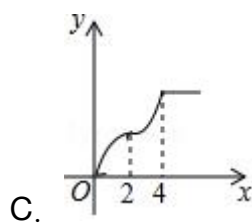
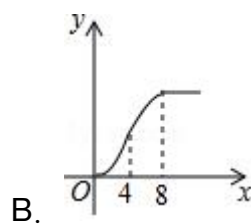
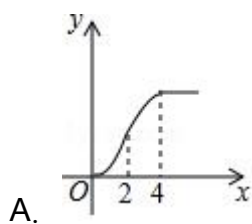
故选: D.



【点评】 本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征: 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 的图象是双曲线, 图象上的点 (x, y) 的横纵坐标的积是定值 k , 即 $xy=k$. 也考查了等腰三角形的性质.

10. (3 分) 如图, 等腰直角三角形 ABC , $\angle BAC=90^\circ$, $AB=AC=4$, 以点 A 为中心的 正方形 $EFGH$ 边长为 x ($x > 0$), $EF \parallel AB$, 正方形 $EFGH$ 与等腰直角三角形 ABC 重叠部分的面积为 y , 则大致能反映 y 与 x 之间的函数关系的图象为 ()





【考点】E7：动点问题的函数图象.

【专题】53：函数及其图象.

【分析】分三个时间段求出函数解析式即可判断；

【解答】解：①当 $0 < x \leq 4$ 时， $y = \frac{1}{4}x^2$ ，

②当 $4 < x \leq 8$ 时， $y = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 - 2 \times \frac{1}{2} \times (4 - \frac{1}{2}x)^2 = -\frac{1}{4}x^2 + 4x - 8$ ，

③当 $x > 8$ 时， $y = 8$ ，

故选：B.

【点评】本题考查动点问题的函数图象，解题的关键是读懂图象信息，灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型.

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

11. (3 分) 3 月 18 日，本溪市首条地下综合管理廊项目在咸宁大街开建，工程总投资 560000000 元. 将数据 560000000 用科学记数法表示为 5.6×10^8 .

【考点】11：科学记数法—表示较大的数.

【专题】1：常规题型.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确

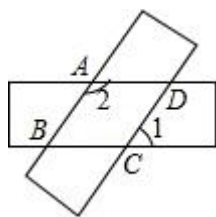
定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同。当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数。

【解答】 解：将数据 560000000 用科学记数法表示为 5.6×10^8 。

故答案为： 5.6×10^8 。

【点评】 此题考查科学记数法的表示方法。科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值。

12. (3 分) 如图，两张矩形纸条交叉重叠在一起，若 $\angle 1 = 50^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为 130° 。



【考点】 JA： 平行线的性质。

【专题】 551： 线段、角、相交线与平行线。

【分析】 依据平行线的性质，即可得到 $\angle ABC$ 以及 $\angle 2$ 的度数。

【解答】 解： $\because AD \parallel BC, AB \parallel CD,$

$$\therefore \angle 1 = \angle ABC = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 180^\circ - \angle ABC = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ,$$

故答案为： 130° 。

【点评】 本题主要考查了平行线的性质，解题时注意：两直线平行，同位角相等；两直线平行，同旁内角互补。

13. (3 分) 分解因式： $m^3n - 4mn^3 = \underline{mn(m+2n)(m-2n)}$ 。

【考点】 55： 提公因式法与公式法的综合运用。

【专题】44: 因式分解.

【分析】根据提公因式, 平方差公式, 可得答案.

【解答】解: 原式= $mn(m^2 - 4n^2)$

$$=mn(m+2n)(m-2n),$$

故答案为: $mn(m+2n)(m-2n)$.

【点评】本题考查了因式分解, 一提, 二套, 三检查, 分解要彻底.

14. (3 分) 有甲、乙两段高度相等的山坡, 分别修建了阶数相同的两段台阶. 甲段台阶各级台阶高度的方差 $s_{甲}^2=4.6$, 乙段台阶各级台阶高度的方差 $s_{乙}^2=2.2$, 当每级台阶高度接近时走起来比较舒适, 则甲、乙两段台阶走起来更舒适的是 乙 (填“甲”或“乙”).

【考点】W7: 方差.

【专题】1: 常规题型.

【分析】根据方差的意义, 方差越小数据越稳定即可求解.

【解答】解: 因为 $s_{甲}^2=4.6 > s_{乙}^2=2.2$, 方差较小的为乙,

所以甲、乙两段台阶走起来更舒适的是乙.

故答案为乙.

【点评】本题考查了方差的意义. 方差是用来衡量一组数据波动大小的量, 方差越大, 表明这组数据偏离平均数越大, 即波动越大, 数据越不稳定; 反之, 方差越小, 表明这组数据分布比较集中, 各数据偏离平均数越小, 即波动越小, 数据越稳定.

15. (3 分) 电影《速度与激情 8》上映, 小亮同学准备买票观看, 在选择座位时, 他发现理想的位置只剩下了第九排的 3 个座位和第十排的 4 个座位. 他从这 7 个座位中随机选了 1 个座位是第九排座位的概率为 $\frac{3}{7}$.

【考点】X4: 概率公式.

【专题】 1: 常规题型.

【分析】 先求出总座位数, 再根据概率公式即可得出答案.

【解答】 解: $\because$ 第九排有 3 个座位, 第十排有 4 个座位, 共有 7 个座位,

$\therefore$ 从这 7 个座位中随机选了 1 个座位是第九排座位的概率为 $\frac{3}{7}$;

故答案为: $\frac{3}{7}$.

【点评】 本题考查了概率的知识. 用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比.

16. (3 分) 直线 $y=kx+b$ 是由直线 $y=-2x$ 平移得到的, 且经过点 $P(2, 0)$,

则 $k+b$ 的值为 2.

【考点】 F8: 一次函数图象上点的坐标特征; F9: 一次函数图象与几何变换.

【专题】 1: 常规题型.

【分析】 两直线平行, 则函数解析式的一次项系数相同, 可确定 k 的值; 把 $(2,$

$0)$ 代入即可求出 b 的值即可求出答案.

【解答】 解: $\because$ 直线 $y=kx+b$ 是由直线 $y=-2x$ 平移得到的,

$\therefore y=kx+b$ 中 $k=-2$,

$\because$ 直线 $y=kx+b$ 经过点 $P(2, 0)$,

$\therefore$ 当 $x=2$ 时, $y=0$, 将其代入 $y=-2x+b$,

解得: $b=4$.

则 $k+b=-2+4=2$.

故答案为: 2.

【点评】 本题考查了一次函数图象与几何变换的知识, 属于基础题, 解题的关键是掌握两直线平行则 k 值相同.

17. (3 分) 菱形 $ABCD$ 中, $AB=5$, AE 是 BC 边上的高, $AE=4$, 则对角线 BD

的长为 $2\sqrt{5}$ 或 $4\sqrt{5}$.

【考点】L8: 菱形的性质.

【专题】1: 常规题型; 32: 分类讨论; 556: 矩形 菱形 正方形.

【分析】分 $\angle B$ 为钝角和锐角两种情况, 在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中求得 BE , 则可求得 EC ,

在 $\text{Rt}\triangle AEC$ 中利用勾股定理可求得 AC , 再利用等积法可求得 BD 的长.

【解答】解:

当 $\angle B$ 为钝角时, 如图 1,

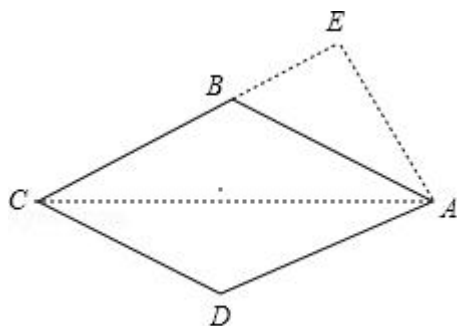


图1

$\because AB=5$, $AE=4$, 且 $AE \perp BC$,

$\therefore BE=3$,

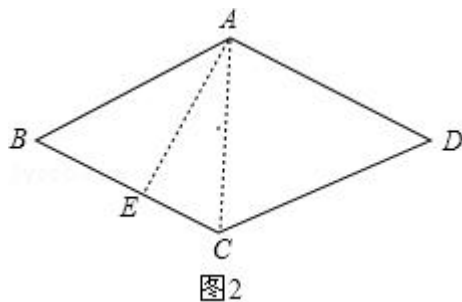
$\therefore CE=BC+BE=5+3=8$,

在 $\text{Rt}\triangle ACE$ 中, 由勾股定理可得 $AC=\sqrt{AE^2+CE^2}=\sqrt{4^2+8^2}=4\sqrt{5}$,

$\because S_{\text{菱形}ABCD}=BC \cdot AE=\frac{1}{2}BD \cdot AC$,

$\therefore 5 \times 4=\frac{1}{2} \times 4\sqrt{5}BD$, 解得 $BD=2\sqrt{5}$;

当 $\angle B$ 为锐角时, 如图 2,



同理可求得 $BE=3$ ，则 $CE=5-3=2$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ACE$ 中，可求得 $AC=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$ ，

同理可求得 $BD=4\sqrt{5}$ ，

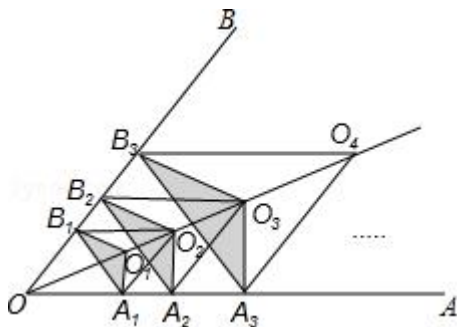
综上所述 BD 的长为 $2\sqrt{5}$ 或 $4\sqrt{5}$ ，

故答案为： $2\sqrt{5}$ 或 $4\sqrt{5}$ 。

【点评】 本题主要考查菱形的性质，求得对角线 AC 的长是解题的关键，注意等积法的应用。

18. (3 分) 如图， $\angle AOB=60^\circ$ ，点 O_1 是 $\angle AOB$ 平分线上一点， $OO_1=2$ ，作 $O_1A_1 \perp OA$ ， $O_1B_1 \perp OB$ ，垂足分别为点 A_1 ， B_1 ，以 A_1B_1 为边作等边三角形 $A_1B_1O_2$ ；作 $O_2A_2 \perp OA$ ， $O_2B_2 \perp OB$ ，垂足分别为点 A_2 ， B_2 ，以 A_2B_2 为边作等边三角形 $A_2B_2O_3$ ；作 $O_3A_3 \perp OA$ ， $O_3B_3 \perp OB$ ，垂足分别为点 A_3 ， B_3 ，以 A_3B_3 为边作等边三角形 $A_3B_3O_4$ ；...按这样的方法继续下去，则 $\triangle A_nB_nO_n$ 的面积为

$$\frac{9^{n-1}}{4^n} \sqrt{3} \text{ 或 } \frac{(\sqrt{3})^{4n-3}}{2^{2n}} \quad (\text{用含正整数 } n \text{ 的代数式表示}).$$



【考点】 38：规律型：图形的变化类；KK：等边三角形的性质。

【专题】2A: 规律型.

【分析】先根据勾股定理和直角三角形 30 度角的性质求 $A_1O_1=B_1O_1=\frac{1}{2}OO_1=1$,

$OA_1=OB_1=\sqrt{3}$, 证明 $\triangle A_1OB_1$ 是等边三角形, 则 $A_1B_1=\sqrt{3}$, 求 $\triangle A_1B_1O_1$ 的面

积 $=\frac{\sqrt{3}}{4}$, 易证得 $\triangle A_1B_1O_1 \sim \triangle A_2B_2O_2$, 可得 $\frac{O_2B_2}{O_1B_1} = \frac{OO_2}{OO_1} = \frac{3}{2}$, 根据面积比等于

相似比的平方得: $\frac{S_{\triangle A_2B_2O_2}}{S_{\triangle A_1B_1O_1}} = \left(\frac{O_2B_2}{O_1B_1}\right)^2 = \frac{9}{4}$, 计算

$$S_{\triangle A_2B_2O_2} = \frac{9}{4} S_{\triangle A_1B_1O_1} = \frac{9}{4} \times \frac{\sqrt{3}}{4},$$

同理可得: $S_{\triangle A_3B_3O_3} = \frac{9}{4} S_{\triangle A_2B_2O_2} = \left(\frac{9}{4}\right)^2 \times \frac{\sqrt{3}}{4}$, ..., 可得结论.

【解答】解: 如图, 由题意得: $\angle A_1OC_1 = \angle B_1OO_1 = 30^\circ$, $OO_1=2$,

$$\angle OA_1O_1 = \angle OB_1O_1 = 90^\circ,$$

$$\therefore A_1O_1 = B_1O_1 = \frac{1}{2}OO_1 = 1,$$

$$\therefore OA_1 = OB_1 = \sqrt{3},$$

$$\therefore \angle AOB = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle A_1OB_1$ 是等边三角形,

$$\therefore A_1B_1 = \sqrt{3},$$

设 OO_4 分别与 A_1B_1 , A_2B_2 , A_3B_3 的交点为 C_1 , C_2 , C_3 ,

$$\therefore \text{高 } OC_1 = \frac{3}{2}, \quad O_1C_1 = 2 - \frac{3}{2} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \triangle A_1B_1O_1 \text{ 的面积为 } \frac{1}{2} A_1B_1 \times O_1C_1 = \frac{\sqrt{3}}{4},$$

易证得 $\triangle A_1B_1O_1 \sim \triangle A_2B_2O_2$,

$$\therefore \frac{O_2B_2}{O_1B_1} = \frac{OO_2}{OO_1} = \frac{3}{2},$$

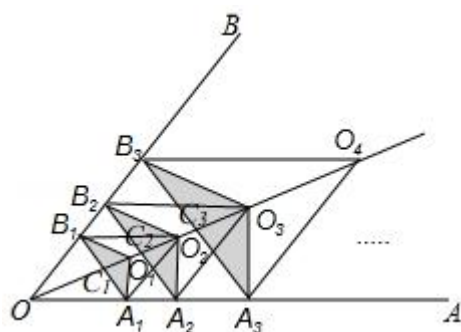
$$\therefore \frac{S_{\triangle A_2B_2O_2}}{S_{\triangle A_1B_1O_1}} = \left(\frac{O_2B_2}{O_1B_1}\right)^2 = \frac{9}{4},$$

$$\therefore S_{\triangle A_2 B_2 O_2} = \frac{9}{4} S_{\triangle A_1 B_1 O_1} = \frac{9}{4} \times \frac{\sqrt{3}}{4},$$

$$\text{同理可得: } S_{\triangle A_3 B_3 O_3} = \frac{9}{4} S_{\triangle A_2 B_2 O_2} = \left(\frac{9}{4}\right)^2 \times \frac{\sqrt{3}}{4}, \dots,$$

$$S_{\triangle A_n B_n O_n} = \frac{9}{4} S_{\triangle A_{n-1} B_{n-1} O_{n-1}} = \left(\frac{9}{4}\right)^{n-1} \times \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{9^{n-1}}{4^n} \sqrt{3} \quad \left(\text{或} \frac{(\sqrt{3})^{4n-3}}{2^{2n}}\right).$$

$$\text{故答案为: } \frac{9^{n-1}}{4^n} \sqrt{3} \text{ 或 } \frac{(\sqrt{3})^{4n-3}}{2^{2n}}.$$



【点评】 本题是图形变化类的规律题，考查了找规律，解决此类问题的关键是依据所给出的若干个具体数据、图形或式子，归纳出具有普遍性的规律，再依据规律求解。

三、解答题（本大题共 2 小题，共 22 分）

19. (10 分) 先化简，再求值： $\left(x - 2 - \frac{5}{x+2}\right) \cdot \frac{2x+4}{x^2-3x}$ ，其中 $x = (1 - \pi)^0 - \left| -\frac{1}{2} \right|$.

【考点】 15：绝对值；6D：分式的化简求值；6E：零指数幂.

【专题】 11：计算题.

【分析】 先化简，再求出 x 的值，代入即可得出结论.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解: 原式} &= \frac{(x-2)(x+2)-5}{x+2} \cdot \frac{2(x+2)}{x(x-3)} \\ &= \frac{(x+3)(x-3)}{x+2} \cdot \frac{2(x+2)}{x(x-3)} \\ &= \frac{2x+6}{x}. \end{aligned}$$

$$\therefore x = (1 - \pi)^0 - | -\frac{1}{2} | = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \text{原式} = \frac{2x+6}{x} = \frac{2 \times \frac{1}{2} + 6}{\frac{1}{2}} = 14$$

【点评】此题主要考查了分式的化简，零指数幂，绝对值，分式的化简是解本题的关键.

20. (12 分) 随着中央电视台《朗读者》节目的播出，“朗读”为越来越多的同学所喜爱，本溪市某中学计划在全校开展“朗读”活动，为了了解同学们对这项活动的参与态度，随机对部分学生进行了一次调查. 调查结果整理后，将这部分同学的态度划分为四个类别：A. 积极参与；B. 一定参与；C. 可以参与；D. 不参与. 根据调查结果制作了如下不完整的统计表和统计图.

学生参与“朗读”的态度统计表

类别	人数	所占百分比
A	18	a
B	20	40%
C	m	16%
D	4	8%
合计	b	100%

请你根据以上信息，解答下列问题：

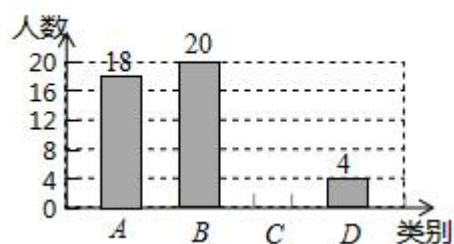
(1) a= 36%，b= 50.

(2) 请求出 m 的值并将条形统计图补充完整.

(3) 该校有 1500 名学生，如果“不参与”的人数不超过 150 人时，“朗读”活动可以顺利开展，通过计算分析这次活动能否顺利开展？

(4) “朗读”活动中，七年一班比较优秀的四名同学恰好是两男两女，从中随机选取两人在班级进行朗读示范，试用画树状图法或列表法求所选两人都是女生的概率.

学生参与“朗读”的态度条形统计图



【考点】VA：统计表；VC：条形统计图；X6：列表法与树状图法.

【专题】11：计算题.

【分析】(1) 用 100% 分别减去 B、C、D 的频率可得到 a 的值；用 18 除以 a 得到 b 的值；

(2) 用 b 的值乘以 16% 得到 m 的值，然后补全条形统计图；

(3) 用 1500 乘以 D 类的百分比，然后把计算的结果与 150 进行大小比较，则可判断这次活动能否顺利开展；

(4) 画树状图展示所有 12 种等可能的结果数，找出所选两人都是女生的结果数为 2，然后根据概率公式计算.

【解答】解：(1) $a = 100\% - 8\% - 16\% - 40\% = 36\%$,

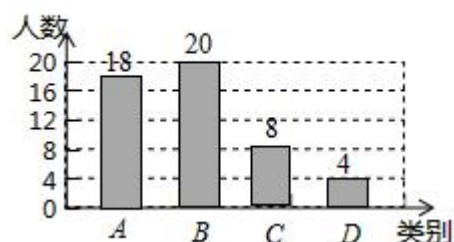
$b = 18 \div 36\% = 50$;

故答案为 36%，50；

(2) $m = 50 \times 16\% = 8$,

条形统计图为：

学生参与“朗读”的态度条形统计图

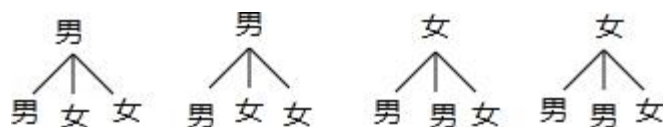


(3) $1500 \times 8\% = 120$ (人),

因为 $120 < 150$,

所以这次活动能顺利开展;

(4) 画树状图为:



共有 12 种等可能的结果数, 其中所选两人都是女生的结果数为 2,

所以所选两人都是女生的概率 $= \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

【点评】 本题考查了列表法与树状图法: 利用列表法或树状图法展示所有等可能的结果 n , 再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m , 然后利用概率公式求事件 A 或 B 的概率. 也考查了统计图.

四、解答题 (本大题共 2 小题, 共 24 分)

21. (12 分) 某校九年级有三个班, 其中九年一班和九年二班共有 105 名学生,

在期末体育测试中, 这两个班级共有 79 名学生满分, 其中九年一班的满分为 70%, 九年二班的满分为 80%.

(1) 求九年一班和九年二班各有多少名学生.

(2) 该校九年三班有 45 名学生, 若九年级体育成绩的总满分为 75%, 求九年三班至少有多少名学生体育成绩是满分.

【考点】 9A: 二元一次方程组的应用; C9: 一元一次不等式的应用.

【专题】 12: 应用题; 521: 一次方程 (组) 及应用; 524: 一元一次不等式 (组) 及应用.

【分析】 (1) 设九年一班有 x 名学生, 九年二班有 y 名学生, 根据“九年一班和九年二班共有 105 名学生、两个班级共有 79 名学生满分”列方程组求解可得;

(2) 设九年三班有 m 名学生体育成绩满分, 根据“九年级体育成绩的总满分为 75%”列不等式求解可得.

【解答】解：(1) 设九年一班有 x 名学生，九年二班有 y 名学生，

根据题意，得：
$$\begin{cases} x+y=105 \\ 70\%x+80\%y=79 \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} x=50 \\ y=55 \end{cases}$$

答：九年一班有 50 名学生，九年二班有 55 名学生。

(2) 设九年三班有 m 名学生体育成绩满分，

根据题意，得： $79+m > (105+45) \times 75\%$,

解得： $m > 33.5$,

$\therefore m$ 为整数，

$\therefore m$ 的最小值为 34，

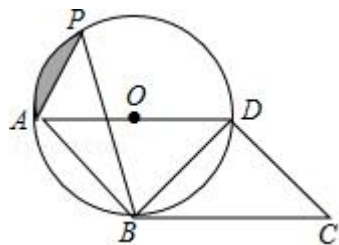
答：九年三班至少有 34 名学生体育成绩是满分。

【点评】本题主要考查二元一次方程组 and 一元一次不等式的应用，解题的关键是理解题意，找到相等关系与不等关系，并据此列出方程组和不等式。

22. (12 分) 如图， $\triangle PAB$ 内接于 $\odot O$ ， $\square ABCD$ 的边 AD 是 $\odot O$ 的直径，且 $\angle C = \angle APB$ ，连接 BD 。

(1) 求证： BC 是 $\odot O$ 的切线。

(2) 若 $BC=2$ ， $\angle PBD=60^\circ$ ，求 $\widehat{AP}$ 与弦 AP 围成的阴影部分的面积。



【考点】L5：平行四边形的性质；M5：圆周角定理；ME：切线的判定与性质；MO：扇形面积的计算。

【专题】55C：与圆有关的计算。

【分析】 (1) 连接 OB ，利用平行四边形的性质，切线的判定定理即可得到 BC 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 连结 OP ，作 $OE \perp AP$ 于 E ，在 $Rt\triangle OAE$ 中，利用三角函数得到 OE ，然后根据扇形面积公式进行计算即可．

【解答】 解：(1) 连结 OB ，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore \angle C = \angle BAD$ ， $AD \parallel BC$ ，

$\because \angle APB = \angle ADB$ ， $\angle C = \angle APB$ ，

$\therefore \angle BAD = \angle ADB$ ，

$\therefore AB = BD$ ，

$\because OA = OD$ ，

$\therefore OB \perp AD$ ，

$\therefore \angle AOB = 90^\circ$ ，

$\because AD \parallel BC$ ，

$\therefore \angle OBC = \angle AOB = 90^\circ$ ，

$\therefore OB \perp BC$ ，

$\because OB$ 为半径，

$\therefore BC$ 是 $\odot O$ 的切线．

(2) 连结 OP ，作 $OE \perp AP$ 于 E ，

$\because \angle PAD = \angle PBD = 60^\circ$ ， $OA = OP$ ，

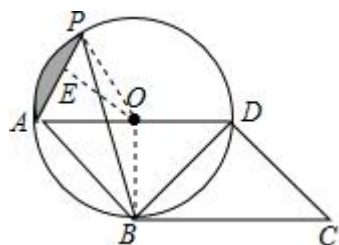
$\therefore PA = OA = OP$ ， $\angle AOP = 60^\circ$ ，

在 $\square ABCD$ 中， $AD = BC = 2$ ，

$\therefore AP=OA=1$,

在 $Rt\triangle OAE$ 中, $OE=OA \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$,

$\widehat{AP}$ 与弦 AP 围成的阴影部分的面积为: $\frac{60\pi \times 1^2}{360} - \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4}$.



【点评】 本题考查了切线的判定: 经过半径的外端且垂直于这条半径的直线是圆的切线. 在判定一条直线为圆的切线时, 当已知条件中未明确指出直线和圆是否有公共点时, 常过圆心作该直线的垂线段, 证明该线段的长等于半径; 当已知条件中明确指出直线与圆有公共点时, 常连接过该公共点的半径, 证明该半径垂直于这条直线. 也考查了扇形的面积公式.

五、解答题 (本大题共 1 小题, 共 12 分)

23. (12 分) 近年来随着人们生活方式的改变, 租车出行成为一种新选择, 本溪某租车公司根据去年运营经验得出: 每天租车的车辆数 y (辆) 与每辆车每天的租金 x (元) 满足关系式 $y = -\frac{1}{50}x + 36$ ($500 \leq x \leq 1800$, 且 x 为 50 的整数倍), 公司需要为每辆租出的车每天支出各种费用共 200 元, 设租车公司每天的利润为 w 元.

- (1) 求 w 与 x 的函数关系式. (利润=租金-支出)
- (2) 公司在“十一黄金周”的前 3 天每天都获得了最大利润, 但是后 4 天执行了物价局的新规定: 每辆车每天的租金不超过 800 元. 请确定这 7 天公司获得的总利润最多为多少元?

【考点】 HE: 二次函数的应用.

【专题】 536: 二次函数的应用.

【分析】 (1) 根据公司每天的总利润=每辆车的利润×车辆数列出即可；

(2) 根据二次函数的性质，求得“十一黄金周”的前 3 天的利润以及后 4 天的利润，即可得到这 7 天公司获得的总利润.

【解答】 解：(1) 由题意得： $w = (x - 200)y$
 $= (x - 200) \left(-\frac{1}{50}x + 36 \right)$
 $= -\frac{1}{50}x^2 + 40x - 7200;$

$$(2) w = -\frac{1}{50}x^2 + 40x - 7200 = -\frac{1}{50}(x - 1000)^2 + 12800.$$

$$\because -\frac{1}{50} < 0, w \text{ 有最大值,}$$

$\therefore$ 当 $x=1000$ 时， w 的最大值为 12800，

由题可得，后 4 天时 $500 \leq x \leq 800$ ，

$\therefore$ 当 $x < 1000$ 时， w 随着 x 的增大而增大，

$\therefore$ 当 $x=800$ 时， w 的最大值为 12000，

$$\therefore 3 \times 12800 + 4 \times 12000 = 86400,$$

答：这 7 天公司获得的总利润最多为 86400 元.

【点评】 本题主要考查了二次函数的应用. 解此类题的关键是通过题意，确定出二次函数的解析式，然后确定其最大值，实际问题中自变量 x 的取值要使实际问题有意义，因此在求二次函数的最值时，一定要注意自变量 x 的取值范围.

六、解答题 (本大题共 1 小题，共 12 分)

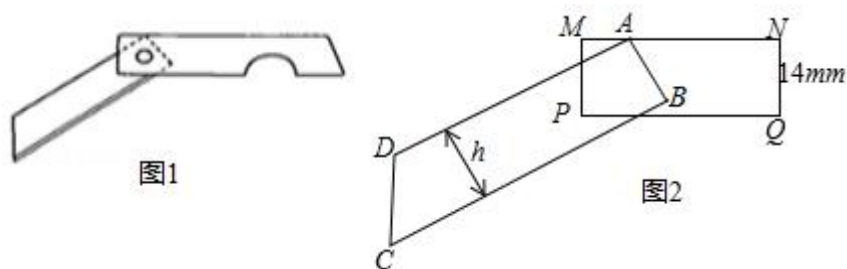
24. (12 分) 如图 1，一种折叠式小刀由刀片和刀鞘两部分组成. 现将小刀打开成如图 2 位置，刀片部分是四边形 $ABCD$ ，其中 $AD \parallel BC$ ， $AB \perp BC$ ，

$CD=15\text{mm}$, $\angle C=53^\circ$, 刀鞘的边缘 $MN \parallel PQ$, 刀刃 BC 与刀鞘边缘 PQ 相交于点 O , 点 A 恰好落在刀鞘另一边缘 MN 上时, $\angle COP=37^\circ$, $OC=50\text{mm}$,

(1) 求刀片宽度 h .

(2) 若刀鞘宽度为 14mm , 求刀刃 BC 的长度. (结果精确到 0.1mm) (参考数

据: $\sin 37^\circ \approx \frac{3}{5}$, $\cos 37^\circ \approx \frac{4}{5}$, $\tan 37^\circ \approx \frac{3}{4}$)



【考点】 PB: 翻折变换 (折叠问题); T8: 解直角三角形的应用.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 (1) 利用锐角三角函数即可得出结论;

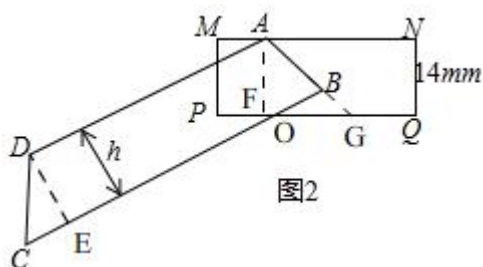
(2) 先求出 AG , 进而求出 BG , 用三角函数求出 BO 即可得出结论.

【解答】 解: (1) 作 $DE \perp BC$ 于 E ,

在 $\text{Rt}\triangle DEC$ 中, $\angle CDE=90^\circ - 53^\circ=37^\circ$,

$$\therefore DE=DC \cdot \cos 37^\circ = 15 \times \frac{4}{5} = 12,$$

即: 刀片的宽度 h 为 12mm ;



(2) 作 $AF \perp PQ$ 于 F , 延长 AB 交 PQ 于 G ,

$$\therefore \angle COP = 37^\circ,$$

$$\therefore \angle BOG = \angle FAG = 37^\circ,$$

在 $\text{Rt}\triangle AFG$ 中, $AF = 14$,

$$\therefore AG = \frac{AF}{\cos 37^\circ} = \frac{35}{2}, \quad BG = AG - AB = \frac{11}{2}, \quad AB \perp BC,$$

$$\therefore \angle OBG = 90^\circ,$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle BOG \text{ 中, } BO = \frac{BG}{\tan 37^\circ} = \frac{22}{3},$$

$$\therefore BC = OC + OB = 50 + \frac{22}{3} \approx 57.3.$$

【点评】 此题是解直角三角形的应用, 锐角三角函数, 解本题的关键是熟练运用锐角三角函数求出线段.

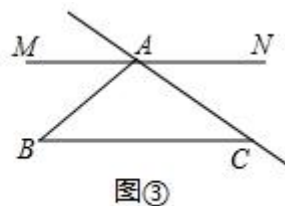
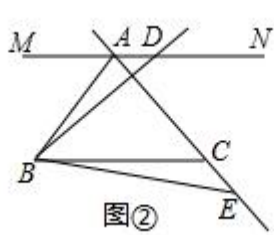
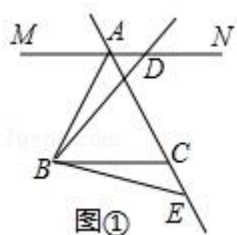
七、解答题 (本大题共 1 小题, 共 12 分)

25. (12 分) $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle ABC = \alpha$, 过点 A 作直线 MN , 使 $MN \parallel BC$, 点 D 在直线 MN 上, 作射线 BD , 将射线 BD 绕点 B 顺时针旋转角 α 后交直线 AC 于点 E .

(1) 如图①, 当 $\alpha = 60^\circ$, 且点 D 在射线 AN 上时, 直接写出线段 AB , AD , AE 的数量关系.

(2) 如图②, 当 $\alpha = 45^\circ$, 且点 D 在射线 AN 上时, 直写出线段 AB , AD , AE 的数量关系, 并说明理由.

(3) 当 $\alpha = 30^\circ$ 时, 若点 D 在射线 AM 上, $\angle ABE = 15^\circ$, $AD = \sqrt{3} - 1$, 请直接写出线段 AE 的长度.



【考点】KY：三角形综合题.

【专题】15：综合题.

【分析】(1) 当 $\alpha=60^\circ$ 时，可得 $\triangle ABC$ 是等边三角形，判定 $\triangle BAD \cong \triangle BCE$ ，

即可得到 $AD=CE$ ，进而得到 $AE=AC+CE=AB+AD$ ；

(2) 当 $\alpha=45^\circ$ 时，可得 $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形，判定 $\triangle BAD \sim \triangle BCE$ ，可得

$CE=\sqrt{2}AD$ ，进而得出 $AE=AC+CE=AB+\sqrt{2}AD$ ；

(3) 分两种情况：点 E 在线段 AC 上，点 E 在 CA 的延长线上，分别画出图形，

依据 $\angle ABE=15^\circ$ ， $AD=\sqrt{3}-1$ ，即可得到线段 AE 的长度.

【解答】解：(1) $\because$ 当 $\alpha=60^\circ$ 时， $\angle ABC=\angle DBE=60^\circ$ ，

$\therefore \angle ABD=\angle CBE$ ，

又 $\because AB=AC$ ，

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形，

$\therefore AB=CB$ ， $\angle ACB=60^\circ$ ，

$\therefore \angle BCE=120^\circ$ ，

$\because MN \parallel BC$ ，

$\therefore \angle BAD=180^\circ - \angle ABC=120^\circ$ ，

$\therefore \angle BAD=\angle BCE$ ，

$\therefore \triangle BAD \cong \triangle BCE$ ，

$\therefore AD=CE$ ，

$\therefore AE=AC+CE=AB+AD$ ；

(2) $AE=AB+\sqrt{2}AD$.

理由：当 $\alpha=45^\circ$ 时， $\angle ABC=\angle DBE=45^\circ$ ，

$$\therefore \angle ABD=\angle CBE,$$

$$\therefore AB=AC,$$

$$\therefore \angle ABC=\angle ACB=45^\circ, \quad \angle BAC=90^\circ,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是等腰直角三角形，

$$\therefore BC=\sqrt{2}AB,$$

$$\therefore MN\parallel BC,$$

$$\therefore \angle BAD=180^\circ-\angle ABC=135^\circ,$$

$$\therefore \angle BCE=180^\circ-\angle ACB=135^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD=\angle BCE,$$

$$\therefore \triangle BAD\sim\triangle BCE,$$

$$\therefore \frac{AD}{CE}=\frac{AB}{BC}=\frac{1}{\sqrt{2}},$$

$$\therefore CE=\sqrt{2}AD,$$

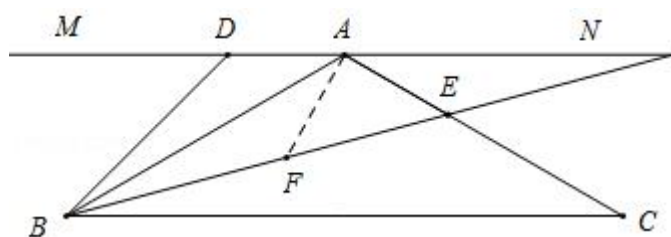
$$\therefore AE=AC+CE=AB+\sqrt{2}AD;$$

(3) 线段 AE 的长度为 $\sqrt{3}-1$ 或 $2-\sqrt{3}$.

由题可得， $\angle ABC=\angle DBE=\angle BAD=30^\circ$ ，

分两种情况：

①如图所示，当点 E 在线段 AC 上时，



$$\therefore \angle ABE = 15^\circ = \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} \angle DBE,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle ABE = 15^\circ,$$

在 BE 上截取 $BF = BD$, 易得 $\triangle ABD \cong \triangle ABF$,

$$\therefore AD = AF = \sqrt{3} - 1, \quad \angle ABC = \angle BAD = \angle BAF = 30^\circ,$$

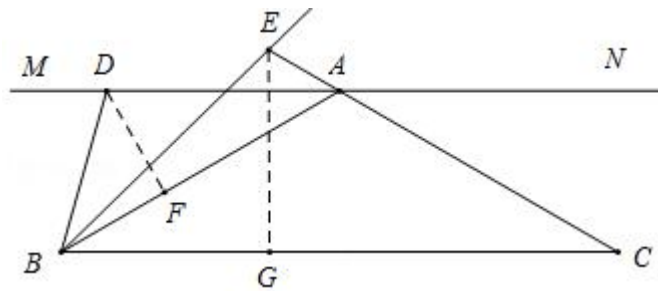
$$\therefore \angle AFE = \angle ABF + \angle BAF = 15^\circ + 30^\circ = 45^\circ,$$

$$\text{又} \therefore \angle AEF = \angle CBE + \angle C = 15^\circ + 30^\circ = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle AFE = \angle AEF,$$

$$\therefore AE = AF = \sqrt{3} - 1;$$

②如图所示, 当点 E 在 CA 的延长线上时,



过 D 作 $DF \perp AB$ 于 F, 过 E 作 $EG \perp BC$ 于 G,

$$\therefore AD = \sqrt{3} - 1, \quad \angle DAF = 30^\circ,$$

$$\therefore DF = \frac{\sqrt{3}-1}{2}, \quad AF = \frac{3-\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore \angle DBF = 15^\circ + 30^\circ = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle DBF = \angle BDF,$$

$$\therefore BF = DF = \frac{\sqrt{3}-1}{2}, \quad AB = \frac{\sqrt{3}-1}{2} + \frac{3-\sqrt{3}}{2} = 1 = AC,$$

易得 $\triangle ABC$ 中, $BC = \sqrt{3}$,

$$\therefore \angle EBG = 15^\circ + 30^\circ = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle BEG = \angle EBG,$$

设 $BG = EG = x$, 则 $CG = \sqrt{3} - x$,

$$\therefore \text{Rt}\triangle CEG \text{ 中, } \tan C = \frac{EG}{CG}, \text{ 即 } \frac{x}{\sqrt{3}-x} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore x = \frac{3-\sqrt{3}}{2} = EG,$$

$$\therefore CE = 2EG = 3 - \sqrt{3},$$

$$\therefore AE = CE - AC = 3 - \sqrt{3} - 1 = 2 - \sqrt{3}$$

综上所述，线段 AE 的长度为 $\sqrt{3} - 1$ 或 $2 - \sqrt{3}$.

【点评】 本题属于三角形综合题，主要考查了全等三角形的判定与性质，相似三角形的判定与性质以及等边三角形和等腰直角三角形的性质的综合运用，解决问题的关键是作辅助线构造直角三角形和全等三角形，利用全等三角形的对应边相等，对应角相等求解.

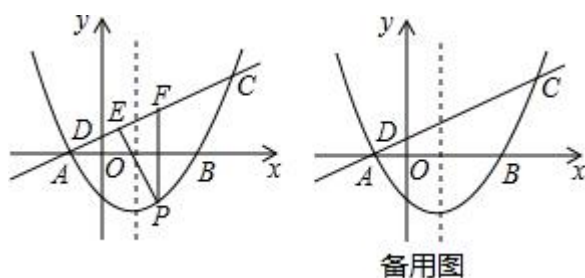
八、解答题 (本大题共 1 小题，共 14 分)

26. (14 分) 如图，在平面直角坐标系中，抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于 A , B 两点，点 $B(3, 0)$ ，经过点 A 的直线 AC 与抛物线的另一交点为 $C(4, \frac{5}{2})$ ，与 y 轴交点为 D ，点 P 是直线 AC 下方的抛物线上的一个动点 (不与点 A , C 重合).

(1) 求该抛物线的解析式.

(2) 过点 P 作 $PE \perp AC$ ，垂足为点 E ，作 $PF \parallel y$ 轴交直线 AC 于点 F ，设点 P 的横坐标为 t ，线段 EF 的长度为 m ，求 m 与 t 的函数关系式.

(3) 点 Q 在抛物线的对称轴上运动，当 $\triangle OPQ$ 是以 OP 为直角边的等腰直角三角形时，请直接写出符合条件的点 P 的坐标.



【考点】HF：二次函数综合题.

【专题】16：压轴题.

【分析】(1) 利用待定系数法求抛物线的解析式；

(2) 先求 AC 的解析式，表示 P 和 F 的坐标，表示线段 PF 的长，证明 $\triangle AOD$

$\sim \triangle PEF$ ，则 $\frac{EF}{PF} = \frac{OD}{AD} = \frac{1}{\sqrt{5}}$ ，列方程可得 m 与 t 的函数关系式；

(3) 先利用配方法计算对称轴，再分 4 种情况讨论：

①当以 PQ 为斜边，在 x 轴下方，如图 1 和图 2，过 P 作 $PH \perp x$ 轴于 H，

②当以 PQ 为斜边，在 x 轴上方，如图 3 和图 4，过 P 作 $PH \perp x$ 轴于 H，

③如图 5，以 OQ 为斜边，当 P 在对称轴的左侧时，设 P $(t, \frac{1}{2}t^2 - t - \frac{3}{2})$ ，

④如图 6，以 OQ 为斜边，当 P 在对称轴的右侧时，设 P $(t, \frac{1}{2}t^2 - t - \frac{3}{2})$ ，

分别作辅助线，构建全等三角形，利用一组对应边相等列方程可得 P 的横坐标，

从而得 P 的坐标.

【解答】解：(1) $\because$ 抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 经过点 B (3, 0)，C $(4, \frac{5}{2})$ ，

$$\therefore \begin{cases} \frac{9}{2} + 3b + c = 0 \\ 8 + 4b + c = \frac{5}{2} \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} b = -1 \\ c = -\frac{3}{2} \end{cases}, \dots 2 \text{ 分}$$

$\therefore$ 该抛物线的解析式为: $y = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2}$; ...4 分

(2) 当 $y=0$ 时, $\frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2} = 0$,

解得: $x_1 = -1$, $x_2 = 3$,

$\therefore A(-1, 0)$,

设直线 AC 的解析式为: $y = kx + b$,

$\therefore$ 直线 AC 经过点 A $(-1, 0)$, C $(4, \frac{5}{2})$,

$$\text{则} \begin{cases} -k+b=0 \\ 4k+b=\frac{5}{2} \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} b=\frac{1}{2} \\ k=\frac{1}{2} \end{cases},$$

∴ 直线 AC 的解析式为: $y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$; ...6 分

$$\therefore D(0, \frac{1}{2}), OD=\frac{1}{2},$$

$$\text{由勾股定理得: } AD=\sqrt{1^2+(\frac{1}{2})^2}=\frac{\sqrt{5}}{2},$$

$$\text{设 } P(t, \frac{1}{2}t^2-t-\frac{3}{2}), \text{ 则 } F(t, \frac{1}{2}t+\frac{1}{2}),$$

$$\therefore PF = (\frac{1}{2}t+\frac{1}{2}) - (\frac{1}{2}t^2-t-\frac{3}{2}) = -\frac{1}{2}t^2+\frac{3t}{2}+2, \dots 8 \text{ 分}$$

∴ DF // y 轴,

$$\therefore \angle ADO = \angle PFE,$$

$$\therefore PE \perp AC,$$

$$\therefore \angle PEF = \angle AOD = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle AOD \sim \triangle PEF,$$

$$\therefore \frac{EF}{PF} = \frac{OD}{AD} = \frac{1}{\sqrt{5}},$$

$$\therefore PF = \sqrt{5}EF,$$

$$\therefore \sqrt{5}m = -\frac{1}{2}t^2 + \frac{3t}{2} + 2,$$

$$m = \frac{\sqrt{5}}{5} (-\frac{1}{2}t^2 + \frac{3t}{2} + 2) = -\frac{\sqrt{5}}{10}x^2 + \frac{3\sqrt{5}t}{10} + \frac{2\sqrt{5}}{5} \quad (-1 < t < 4); \dots 10 \text{ 分}$$

$$(3) y = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2} = \frac{1}{2}(x-1)^2 - 2,$$

则抛物线的对称轴是 $x=1$,

分 4 种情况:

①当以 PQ 为斜边, 在 x 轴下方, 如图 1 和图 2, 过 P 作 $PH \perp x$ 轴于 H,

∴ $\triangle POQ$ 是等腰直角三角形, $\angle POQ = 90^\circ$,

$$\therefore OQ = OP,$$

易得 $\triangle OQG \cong \triangle OPH$,

$$\therefore PH=OG=1,$$

$$\text{当 } y=-1 \text{ 时, } \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2} = -1,$$

$$\text{解得: } x_1=1+\sqrt{2}, x_2=1-\sqrt{2},$$

$$\therefore P(1+\sqrt{2}, -1) \text{ 或 } (1-\sqrt{2}, -1);$$

②当以 PQ 为斜边, 在 x 轴上方, 如图 3 和图 4, 过 P 作 $PH \perp x$ 轴于 H,

$$\therefore \triangle POQ \text{ 是等腰直角三角形, } \angle POQ=90^\circ,$$

$$\therefore OQ=OP,$$

易得 $\triangle OQG \cong \triangle OPH$,

$$\therefore PH=OG=1,$$

$$\text{当 } y=1 \text{ 时, } \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2} = 1,$$

$$\text{解得: } x_1=1+\sqrt{6}, x_2=1-\sqrt{6} \text{ (此时点 } P \text{ 在直线 } AC \text{ 的上方, 不符合题意, 舍),}$$

$$\therefore P(1+\sqrt{6}, 1);$$

③如图 5, 以 OQ 为斜边, 当 P 在对称轴的左侧时, 设 $P(t, \frac{1}{2}t^2 - t - \frac{3}{2})$,

过 P 作 $PH \perp x$ 轴于 H, $PG \perp$ 对称轴于 G,

$$\text{同理得: } PG=PH,$$

$$\therefore 1-t = -\frac{1}{2}t^2 + t + \frac{3}{2},$$

$$\text{解得: } t_1=2-\sqrt{5}, t_2=2+\sqrt{5} \text{ (舍),}$$

$$\therefore P(2-\sqrt{5}, 1-\sqrt{5}),$$

④如图 6, 以 OQ 为斜边, 当 P 在对称轴的右侧时, 设 $P(t, \frac{1}{2}t^2 - t - \frac{3}{2})$,

过 P 作 $PH \perp x$ 轴, 过 Q 作 $QH \perp PH$,

$$\text{同理得: } PG=QH,$$

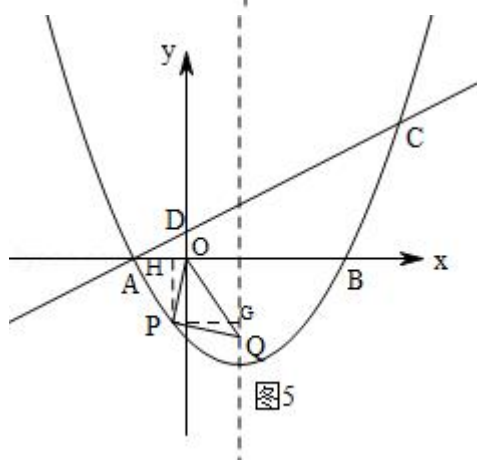
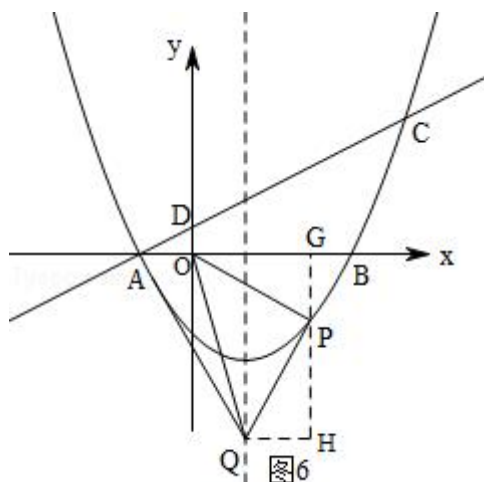
$$\therefore t - 1 = -\frac{1}{2}t^2 + t + \frac{3}{2},$$

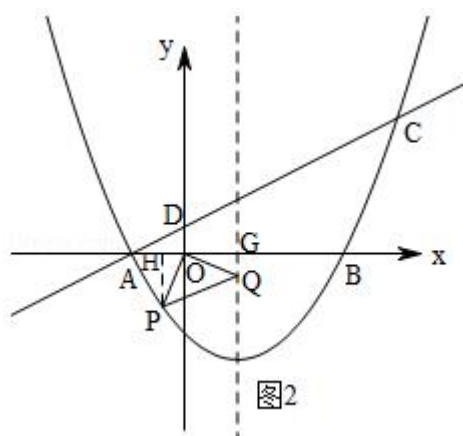
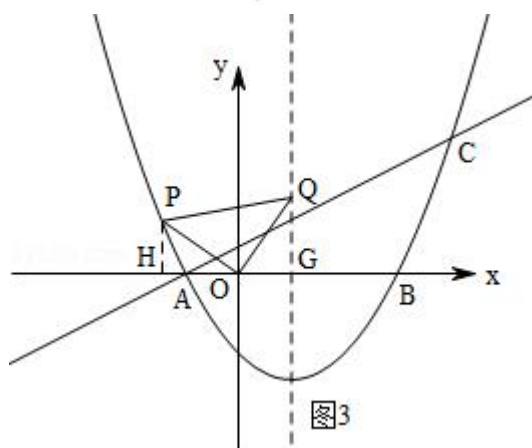
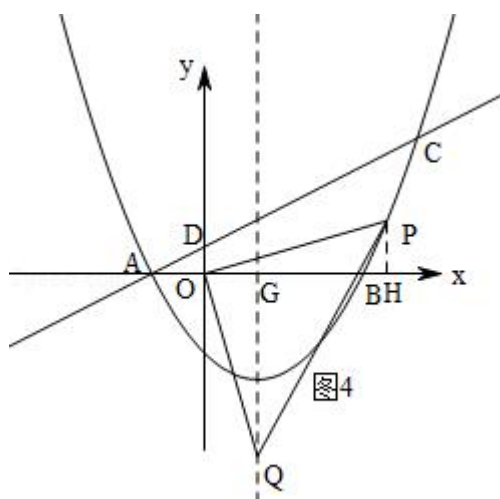
解得: $t_1 = -\sqrt{5}$ (舍), $t_2 = \sqrt{5}$,

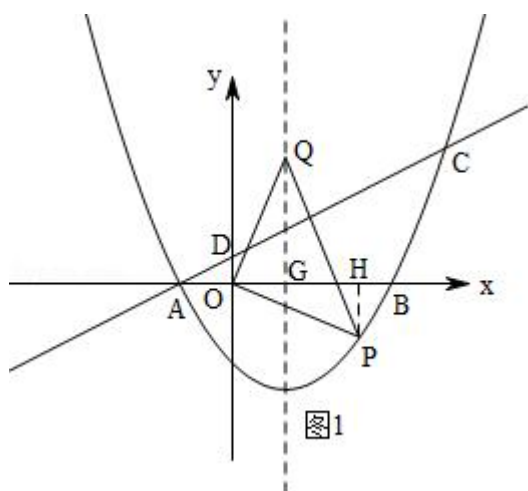
$$\therefore P(\sqrt{5}, 1 - \sqrt{5}),$$

综上所述, 点 P 的坐标为 $P(1 + \sqrt{2}, -1)$ 或 $(1 - \sqrt{2}, -1)$ 或 $(1 + \sqrt{6}, 1)$

或 $(2 - \sqrt{5}, 1 - \sqrt{5})$ 或 $(\sqrt{5}, 1 - \sqrt{5})$...14 分







【点评】本题考查了二次函数的综合题: 熟练掌握二次函数图象上点的坐标特征、二次函数的性质和等腰直角三角形的关系; 会利用待定系数法求函数解析式, 利用分类讨论的思想解决不固定等腰直角三角形的问题, 并利用数形结合的思想.