

2017 年辽宁省抚顺市中考数学试卷

一、选择题（本题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

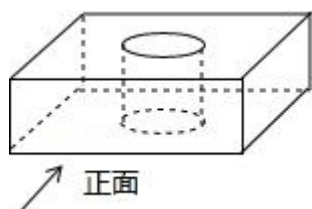
1. (3 分) -2 的相反数是 ()

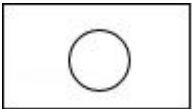
A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. -2 D. 2

2. (3 分) 目前，中国网民已经达到 731 000 000 人，将数据 731 000 000 用科学记数法表示为 ()

A. 0.731×10^9 B. 7.31×10^8 C. 7.31×10^9 D. 73.1×10^7

3. (3 分) 如图在长方形中挖出一个圆柱体后，得到的几何体的左视图为 ()



A.  B.  C.  D. 

4. (3 分) 下列运算正确的是 ()

A. $a^8 \div a^4 = a^2$ B. $(-2a^2)^3 = -8a^6$ C. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ D. $(a-3)^2 = a^2 - 9$

5. (3 分) 我校四名跳远运动员在前的 10 次跳远测试中成绩的平均数相同，方差 s^2 如下表示数，如果要选出一名跳远成绩最稳定的选手参加抚顺市运动会，应选择的选手是 ()

选手	甲	乙	丙	丁
s^2	0.5	0.5	0.6	0.4

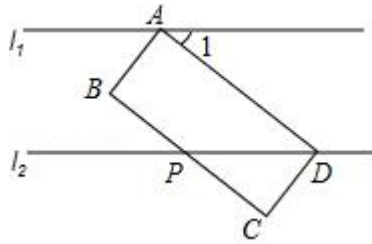
A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

6. (3 分) 为了践行“绿色生活”的理念，甲、乙两人每天骑自行车出行，甲匀速骑行 30 公里的时间与乙匀速骑行 25 公里的时间相同，已知甲每小时比乙多骑

行 2 公里，设甲每小时骑行 x 公里，根据题意列出的方程正确的是（ ）

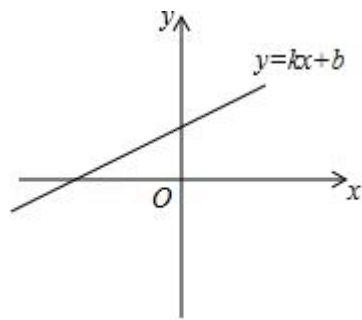
- A. $\frac{30}{x+2} = \frac{25}{x}$ B. $\frac{30}{x} = \frac{25}{x+2}$ C. $\frac{30}{x} = \frac{25}{x-2}$ D. $\frac{30}{x-2} = \frac{25}{x}$

7. (3 分) 如图，分别过矩形 $ABCD$ 的顶点 A 、 D 作直线 l_1 、 l_2 ，使 $l_1 \parallel l_2$ ， l_2 与边 BC 交于点 P ，若 $\angle 1 = 38^\circ$ ，则 $\angle BPD$ 为（ ）



- A. 162° B. 152° C. 142° D. 128°

8. (3 分) 若一次函数 $y = kx + b$ 的图象如图所示，则（ ）

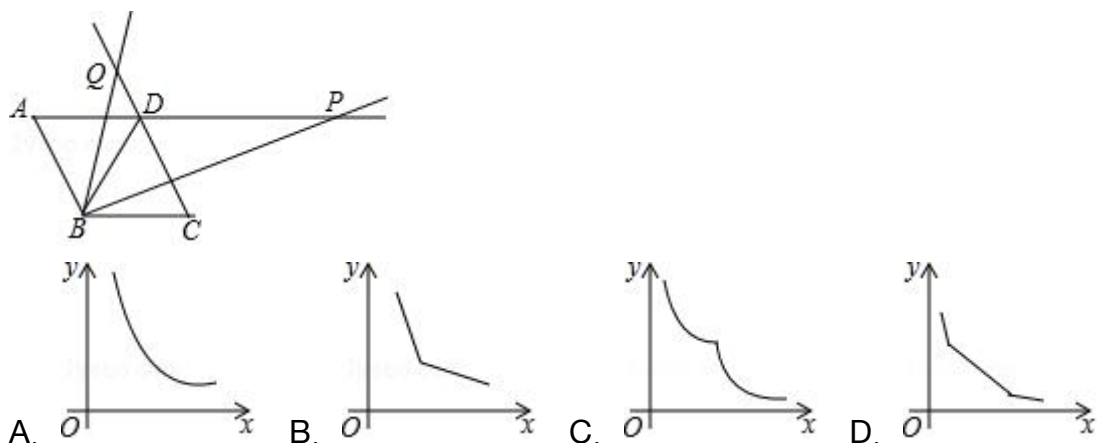


- A. $k < 0$, $b < 0$ B. $k > 0$, $b > 0$ C. $k < 0$, $b > 0$ D. $k > 0$, $b < 0$

9. (3 分) 下列事件中是必然事件的是（ ）

- A. 任意画一个正五边形，它是中心对称图形
B. 实数 x 使式子 $\sqrt{x-3}$ 有意义，则实数 $x > 3$
C. a , b 均为实数，若 $a = \sqrt[3]{8}$, $b = \sqrt{4}$ ，则 $a > b$
D. 5 个数据是：6, 6, 3, 2, 1，则这组数据的中位数是 3

10. (3 分) 如图，菱形 $ABCD$ 的边长为 2， $\angle A = 60^\circ$ ，一个以点 B 为顶点的 60° 角绕点 B 旋转，这个角的两边分别与线段 AD 的延长线及 CD 的延长线交于点 P 、 Q ，设 $DP = x$ ， $DQ = y$ ，则能大致反映 y 与 x 的函数关系的图象是（ ）

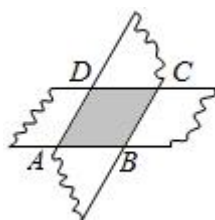


二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

11. (3 分) 分解因式： $ab^2 - a =$ _____.

12. (3 分) 已知关于 x 的方程 $x^2 + 2x - m = 0$ 有实数解，那么 m 的取值范围是_____.

13. (3 分) 如图，剪两张对边平行的纸条，随意交叉叠放在一起，重合部分构成了一个四边形 $ABCD$ ，当线段 $AD = 3$ 时，线段 BC 的长为_____.

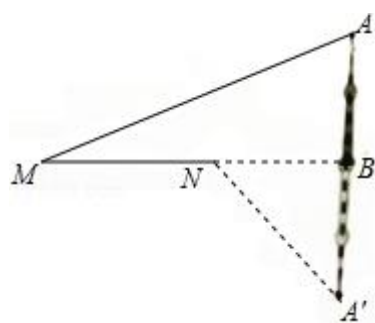


14. (3 分) 已知 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 是反比例函数 $y = -\frac{3}{x}$ 图象上的两点，且 $x_1 > x_2 > 0$ ，则 y_1 _____ y_2 (填“ $>$ ”或“ $<$ ”).

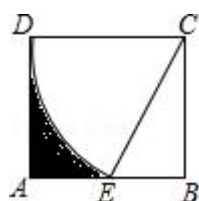
15. (3 分) 一个不透明的袋中装有除颜色外均相同的 9 个红球，3 个白球，若干个绿球，每次摇匀后随机摸出一个球，记下颜色后再放回袋中，经过大量重复实验后，发现摸到绿球的概率稳定在 0.2，则袋中有绿球_____个.

16. (3 分) 如图，某城市的电视塔 AB 坐落在湖边，数学老师带领学生隔湖测量电视塔 AB 的高度，在点 M 处测得塔尖点 A 的仰角 $\angle AMB$ 为 22.5° ，沿射线

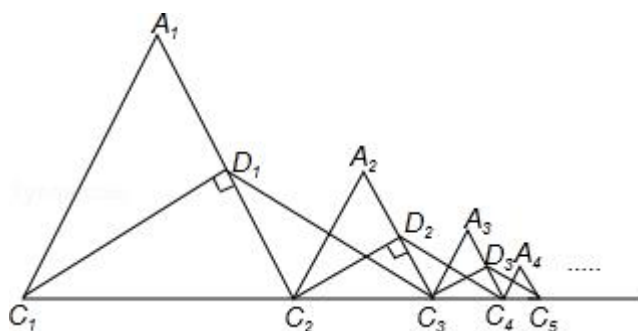
MB 方向前进 200 米到达湖边点 N 处，测得塔尖点 A 在湖中的倒影 A' 的俯角 $\angle A'NB$ 为 45° ，则电视塔 AB 的高度为_____米（结果保留根号）.



17. (3 分) 如图，在矩形 ABCD 中， $CD=2$ ，以点 C 为圆心，CD 长为半径画弧，交 AB 边于点 E，且 E 为 AB 中点，则图中阴影部分的面积为_____.



18. (3 分) 如图，等边 $\triangle A_1C_1C_2$ 的周长为 1，作 $C_1D_1 \perp A_1C_2$ 于 D_1 ，在 C_1C_2 的延长线上取点 C_3 ，使 $D_1C_3=D_1C_1$ ，连接 D_1C_3 ，以 C_2C_3 为边作等边 $\triangle A_2C_2C_3$ ；作 $C_2D_2 \perp A_2C_3$ 于 D_2 ，在 C_2C_3 的延长线上取点 C_4 ，使 $D_2C_4=D_2C_2$ ，连接 D_2C_4 ，以 C_3C_4 为边作等边 $\triangle A_3C_3C_4$ ；...且点 $A_1, A_2, A_3, \dots$ 都在直线 C_1C_2 同侧，如此下去，则 $\triangle A_1C_1C_2, \triangle A_2C_2C_3, \triangle A_3C_3C_4, \dots, \triangle A_nC_nC_{n+1}$ 的周长和为_____。（ $n \geq 2$ ，且 n 为整数）

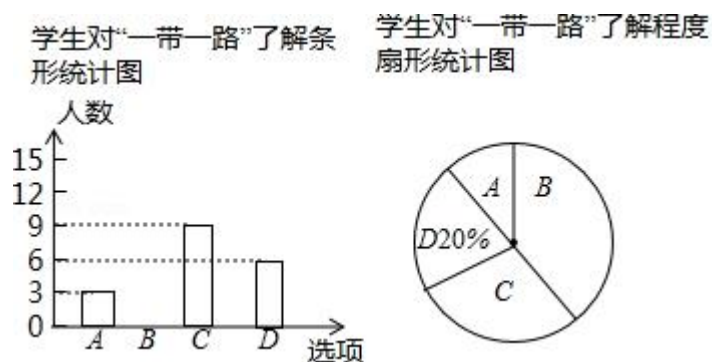


三、解答题（第 19 题 10 分，第 20 题 12 分，共 22 分）

19. (10 分) 先化简, 再求值: $(a - 2 - \frac{5}{a+2}) \div \frac{a-3}{2a+4}$, 其中 $a = (3 - \pi)^0 + (\frac{1}{4})^{-1}$.

20. (12 分) 学校想知道九年级学生对我国倡导的“一带一路”的了解程度, 随机抽取部分九年级学生进行问卷调查, 问卷设有 4 个选项 (每位被调查的学生必选且只选一项): A. 非常了解. B. 了解. C. 知道一点. D. 完全不知道. 将调查的结果绘制如下两幅不完整的统计图, 请根据两幅统计图中的信息, 解答下列问题:

- (1) 求本次共调查了多少学生?
- (2) 补全条形统计图;
- (3) 该校九年级共有 600 名学生, 请你估计“了解”的学生约有多少名?
- (4) 在“非常了解”的 3 人中, 有 2 名女生, 1 名男生, 老师想从这 3 人中任选两人做宣传员, 请用列表或画树状图法求出被选中的两人恰好是一男生一女生的概率.



四、解答题（第 21 题 12 分，第 22 题 12 分，共 24 分）

21. (12 分) 在平面直角坐标系中，A，B，C，三点坐标分别为 A (- 6，3)，B (- 4，1)，C (- 1，1)．

(1) 如图 1，顺次连接 AB，BC，CA，得 $\triangle ABC$ ．

①点 A 关于 x 轴的对称点 A_1 的坐标是_____，点 B 关于 y 轴的对称点 B_1 的坐标是_____；

②画出 $\triangle ABC$ 关于原点对称的 $\triangle A_2B_2C_2$ ；

③ $\tan \angle A_2C_2B_2$ =_____；

(2) 利用四边形的不稳定性，将第二象限部分由小正方形组成的网格，变化为如图 2 所示的由小菱形组成的网格，每个小菱形的边长仍为 1 个单位长度，且较小内角为 60° ，原来的格点 A，B，C 分别对应新网格中的格点 A' ， B' ， C' ，顺次连接 $A'B'$ ， $B'C'$ ， $C'A'$ ，得 $\triangle A'B'C'$ ，则 $\tan \angle A'C'B'$ =_____．

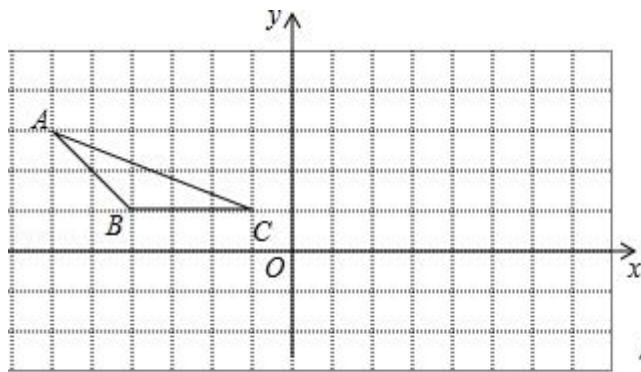


图1

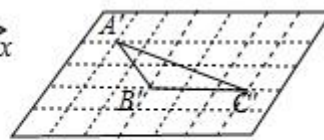


图2

22. (12 分) 学校准备购进一批篮球和足球, 买 1 个篮球和 2 个足球共需 170 元, 买 2 个篮球和 1 个足球共需 190 元.

(1) 求一个篮球和一个足球的售价各是多少元?

(2) 学校欲购进篮球和足球共 100 个, 且足球数量不多于篮球数量的 2 倍, 求出最多购买足球多少个?

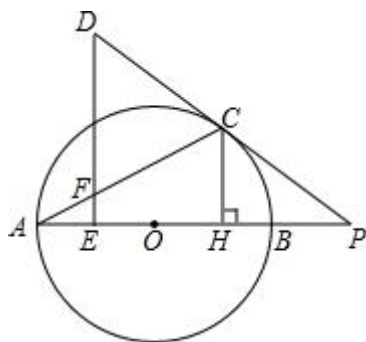
五、解答题 (满分 12 分)

23. (12 分) 如图, AB 为 $\odot O$ 直径, AC 为 $\odot O$ 的弦, 过 $\odot O$ 外的点 D 作 $DE \perp OA$ 于点 E, 交 AC 于点 F, 连接 DC 并延长交 AB 的延长线于点 P, 且 $\angle D = 2$

$\angle A$, 作 $CH \perp AB$ 于点 H .

(1) 判断直线 DC 与 $\odot O$ 的位置关系, 并说明理由;

(2) 若 $HB=2$, $\cos D=\frac{3}{5}$ 请求出 AC 的长.



六、解答题 (满分 12 分)

24. (12 分) 某商场对某种商品进行销售, 第 x 天的销售单价为 m 元/件, 日销售量为 n 件, 其中 m, n 分别是 x ($1 \leq x \leq 30$, 且 x 为整数) 的一次函数, 销售情况如下表:

销售第 x 天	第 1 天	第 2 天	第 3 天	第 4 天	...	第 30 天
销售单价 m (元/件)	49	48	47	46	...	20
日销售量 (件)	45	50	55	60	...	190

(1) 过程表中数据, 分别直接写出 m 与 x , n 与 x 的函数关系式: _____, _____;

(2) 求商场销售该商品第几天时该商品的日销售额恰好为 3600 元?

(3) 销售商品的第 15 天为儿童节，请问：在儿童节前（不包括儿童节当天）销售该商品第几天时该商品的日销售额最多？商场决定将这天该商品的日销售额捐献给儿童福利院，试求出商场可捐款多少元？

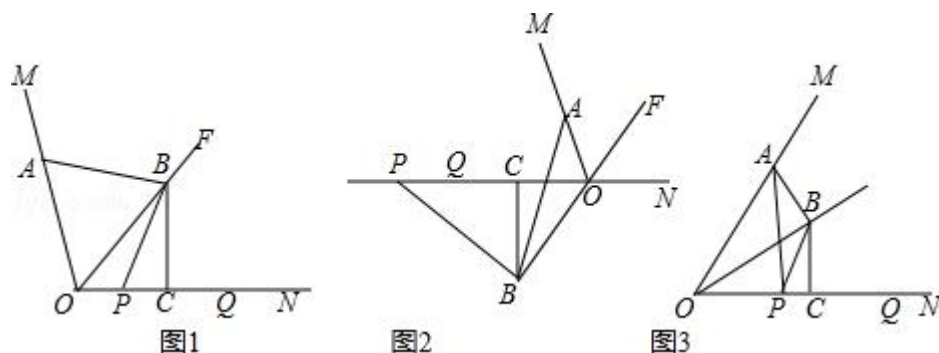
七、解答题 (满分 12 分)

25. (12 分) 如图, OF 是 $\angle MON$ 的平分线, 点 A 在射线 OM 上, P, Q 是直线 ON 上的两动点, 点 Q 在点 P 的右侧, 且 $PQ=OA$, 作线段 OQ 的垂直平分线, 分别交直线 OF 、 ON 交于点 B 、点 C , 连接 AB 、 PB .

(1) 如图 1, 当 P, Q 两点都在射线 ON 上时, 请直接写出线段 AB 与 PB 的数量关系;

(2) 如图 2, 当 P, Q 两点都在射线 ON 的反向延长线上时, 线段 AB, PB 是否还存在 (1) 中的数量关系? 若存在, 请写出证明过程; 若不存在, 请说明理由;

(3) 如图 3, $\angle MON=60^\circ$, 连接 AP , 设 $\frac{AP}{OQ}=k$, 当 P 和 Q 两点都在射线 ON 上移动时, k 是否存在最小值? 若存在, 请直接写出 k 的最小值; 若不存在, 请说明理由.



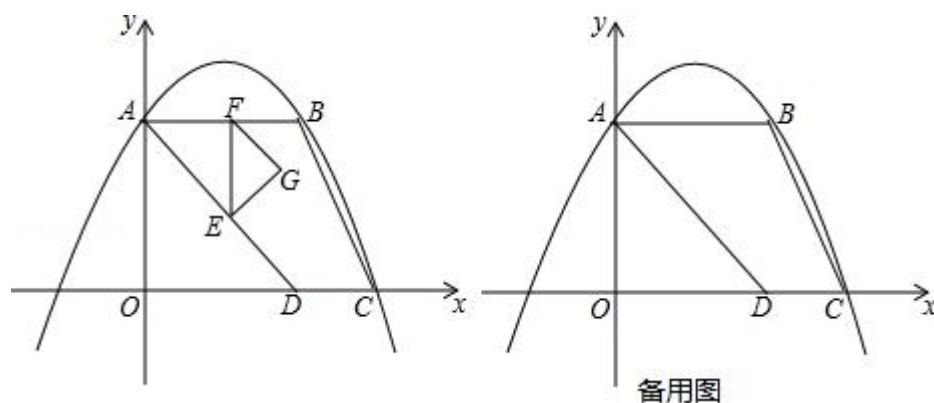
八、解答题 (满分 14 分)

26. (14 分) 如图, 抛物线 $y=ax^2+bx+4$ 交 y 轴于点 A , 并经过 $B(4, 4)$ 和 $C(6, 0)$ 两点, 点 D 的坐标为 $(4, 0)$, 连接 AD , BC , 点 E 从点 A 出发, 以每秒 $\sqrt{2}$ 个单位长度的速度沿线段 AD 向点 D 运动, 到达点 D 后, 以每秒 1 个单位长度的速度沿射线 DC 运动, 设点 E 的运动时间为 t 秒, 过点 E 作 AB 的垂线 EF 交直线 AB 于点 F , 以线段 EF 为斜边向右作等腰直角 $\triangle EFG$.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 当点 G 落在第一象限内的抛物线上时, 求出 t 的值;

(3) 设点 E 从点 A 出发时, 点 E , F , G 都与点 A 重合, 点 E 在运动过程中, 当 $\triangle BCG$ 的面积为 4 时, 直接写出相应的 t 值, 并直接写出点 G 从出发到此时所经过的路径长.



2017 年辽宁省抚顺市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. (3 分) -2 的相反数是 ()

A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. -2 D. 2

【考点】14: 相反数.

【分析】依据相反数的定义求解即可.

【解答】解: -2 的相反数是 2 .

故选: D.

【点评】本题主要考查的是相反数的定义, 掌握相反数的定义是解题的关键.

2. (3 分) 目前, 中国网民已经达到 731 000 000 人, 将数据 731 000 000 用科学记数法表示为 ()

A. 0.731×10^9 B. 7.31×10^8 C. 7.31×10^9 D. 73.1×10^7

【考点】11: 科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

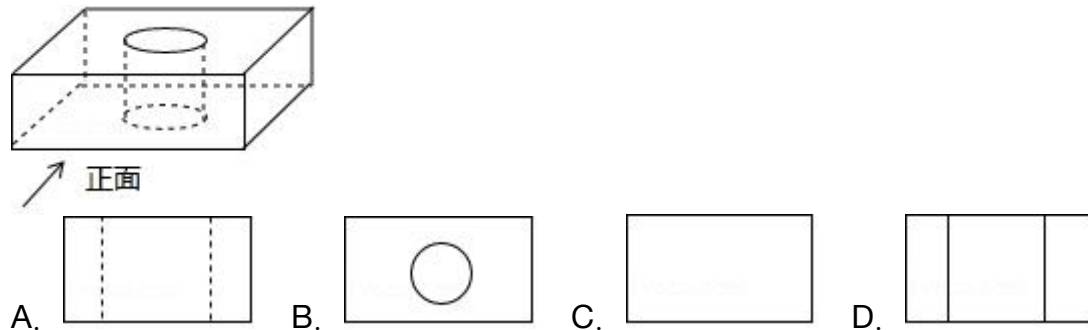
【解答】解: 将数据 731 000 000 用科学记数法表示为 7.31×10^8 ,

故选: B.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的

形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

3. (3 分) 如图在长方形中挖出一个圆柱体后，得到的几何体的左视图为 ()



【考点】U2: 简单组合体的三视图.

【分析】找到从左面看所得到的图形即可，注意所有的看到的棱都应表现在视图中.

【解答】解：从左面看所得到的图形是长方形，中间两条竖的虚线.

故选：A.

【点评】本题考查了三视图的知识，掌握主视图是从物体的正面看得到的视图，左视图是从物体的左面看得到的视图，俯视图是从物体的上面看得到的视图是解题的关键.

4. (3 分) 下列运算正确的是 ()

A. $a^8 \div a^4 = a^2$ B. $(-2a^2)^3 = -8a^6$ C. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ D. $(a-3)^2 = a^2 - 9$

【考点】4I: 整式的混合运算.

【分析】各项计算得到结果了，即可作出判断.

【解答】解：A、原式= a^4 ，不符合题意；

B、原式= $-8a^6$ ，符合题意；

C、原式= a^5 ，不符合题意；

D、原式= $a^2 - 6a + 9$ ，不符合题意，

故选 B

【点评】此题考查了整式的混合运算，熟练掌握运算是解本题的关键.

5. (3 分) 我校四名跳远运动员在前的 10 次跳远测试中成绩的平均数相同，方差 s^2 如下表示数，如果要选出一名跳远成绩最稳定的选手参加抚顺市运动会，应选择的选手是 ()

选手	甲	乙	丙	丁
s^2	0.5	0.5	0.6	0.4

A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

【考点】W7：方差；W1：算术平均数.

【分析】根据方差的大小即可解决问题.

【解答】解：由题意丁的方差最小，所以丁的成绩最稳定，

故选 D.

【点评】此题主要考查了方差和平均数，关键是掌握方差是用来衡量一组数据波动大小的量，方差越大，表明这组数据偏离平均数越大，即波动越大，数据越不稳定；反之，方差越小，表明这组数据分布比较集中，各数据偏离平均数越小，即波动越小，数据越稳定.

6. (3 分) 为了践行“绿色生活”的理念，甲、乙两人每天骑自行车出行，甲匀速骑行 30 公里的时间与乙匀速骑行 25 公里的时间相同，已知甲每小时比乙多骑行 2 公里，设甲每小时骑行 x 公里，根据题意列出的方程正确的是 ()

A. $\frac{30}{x+2} = \frac{25}{x}$ B. $\frac{30}{x} = \frac{25}{x+2}$ C. $\frac{30}{x} = \frac{25}{x-2}$ D. $\frac{30}{x-2} = \frac{25}{x}$

【考点】B6：由实际问题抽象出分式方程.

【分析】设甲每小时骑行 x 公里，则乙每小时骑行 $(x-2)$ 公里，根据题意可得等量关系：甲匀速骑行 30 公里的时间=乙匀速骑行 25 公里的时间，根据等量关

系列出方程即可.

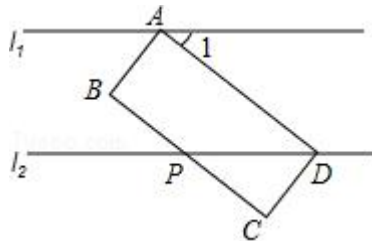
【解答】解: 设甲每小时骑行 x 公里, 根据题意得:

$$\frac{30}{x} = \frac{25}{x-2}$$

故选: C.

【点评】此题主要考查了由实际问题抽象出分式方程, 关键是正确理解题意, 找出题目中的等量关系, 再列出方程.

7. (3 分) 如图, 分别过矩形 $ABCD$ 的顶点 A 、 D 作直线 l_1 、 l_2 , 使 $l_1 \parallel l_2$, l_2 与边 BC 交于点 P , 若 $\angle 1 = 38^\circ$, 则 $\angle BPD$ 为 ()



A. 162° B. 152° C. 142° D. 128°

【考点】JA: 平行线的性质.

【分析】先根据平行线的性质, 得到 $\angle ADP$ 的度数, 再根据平行线的性质, 即可得到 $\angle BPD$ 的度数.

【解答】解: $\because l_1 \parallel l_2$, $\angle 1 = 38^\circ$,

$$\therefore \angle ADP = \angle 1 = 38^\circ,$$

$\because$ 矩形 $ABCD$ 的对边平行,

$$\therefore \angle BPD + \angle ADP = 180^\circ,$$

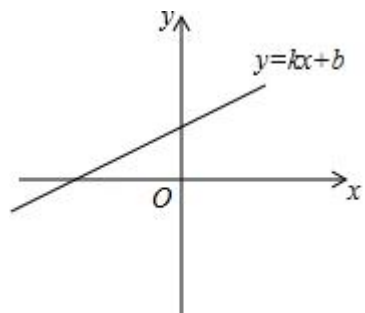
$$\therefore \angle BPD = 180^\circ - 38^\circ = 142^\circ,$$

故选: C.

【点评】本题主要考查了平行线的性质的运用, 解题时注意: 两直线平行, 内错

角相等；两直线平行，同旁内角互补.

8. (3分) 若一次函数 $y=kx+b$ 的图象如图所示，则 ()



A. $k < 0, b < 0$ B. $k > 0, b > 0$ C. $k < 0, b > 0$ D. $k > 0, b < 0$

【考点】F7：一次函数图象与系数的关系.

【分析】观察图象，找到一次函数 $y=kx+b$ 的图象经过的象限，进而分析 k 、 b 的取值范围，即可得答案.

【解答】解： $\because$ 一次函数 $y=kx+b$ 的图象经过第一、二、三象限，

$\therefore k > 0, b > 0$.

故选 B.

【点评】本题考查了一次函数图象与系数的关系：由于 $y=kx+b$ 与 y 轴交于 $(0, b)$ ，当 $b > 0$ 时， $(0, b)$ 在 y 轴的正半轴上，直线与 y 轴交于正半轴；当 $b < 0$ 时， $(0, b)$ 在 y 轴的负半轴，直线与 y 轴交于负半轴.

① $k > 0, b > 0$ 时， $y=kx+b$ 的图象在一、二、三象限；

② $k > 0, b < 0$ 时， $y=kx+b$ 的图象在一、三、四象限；

③ $k < 0, b > 0$ 时， $y=kx+b$ 的图象在一、二、四象限；

④ $k < 0, b < 0$ 时， $y=kx+b$ 的图象在二、三、四象限.

9. (3分) 下列事件中是必然事件的是 ()

- A. 任意画一个正五边形，它是中心对称图形
- B. 实数 x 使式子 $\sqrt{x-3}$ 有意义，则实数 $x > 3$
- C. a, b 均为实数，若 $a = \sqrt[3]{8}$, $b = \sqrt{4}$, 则 $a > b$
- D. 5 个数据是：6, 6, 3, 2, 1, 则这组数据的中位数是 3

【考点】X1：随机事件.

【分析】根据中心对称图形的概念，二次根式有意义的条件，立方根和算术平方根的定义，中位数的定义对各选项分析判断即可得解.

【解答】解：A、任意画一个正五边形，它是中心对称图形，是不可能时事件，故本选项错误；

B、实数 x 使式子 $\sqrt{x-3}$ 有意义，则实数 $x > 3$ ，是不可能时事件，应为 $x \geq 3$ ，故本选项错误；

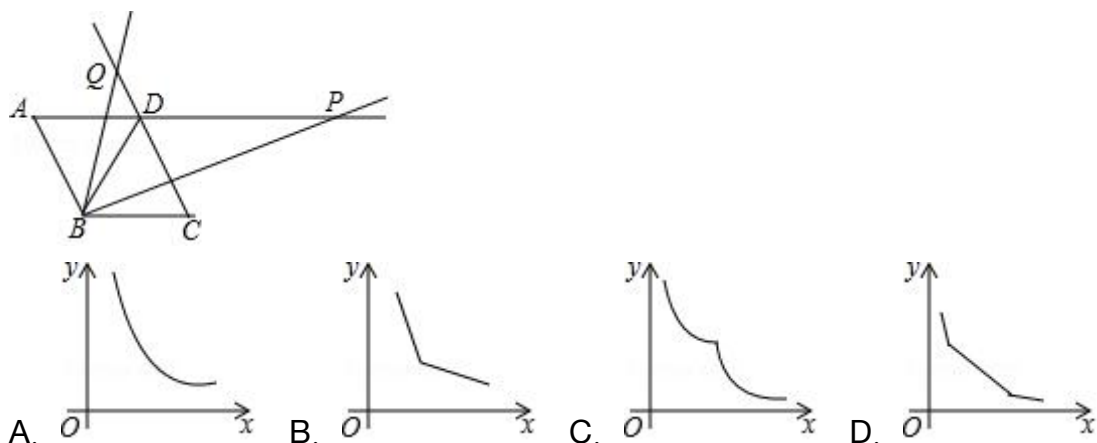
C、 a, b 均为实数，若 $a = \sqrt[3]{8}$, $b = \sqrt{4}$, 则 $a = 2$, $b = 2$, 所以， $a = b$, 故 $a > b$ 是不可能事件，故本选项错误；

D、5 个数据是：6, 6, 3, 2, 1, 则这组数据的中位数是 3，是必然事件，故本选项正确.

故选 D.

【点评】本题考查了随机事件，解决本题需要正确理解必然事件、不可能事件、随机事件的概念. 必然事件指在一定条件下，一定发生的事件. 不可能事件是指在一定条件下，一定不发生的事件，不确定事件即随机事件是指在一定条件下，可能发生也可能不发生的事件.

10. (3 分) 如图，菱形 $ABCD$ 的边长为 2, $\angle A = 60^\circ$, 一个以点 B 为顶点的 60° 角绕点 B 旋转, 这个角的两边分别与线段 AD 的延长线及 CD 的延长线交于点 P 、 Q , 设 $DP = x$, $DQ = y$, 则能大致反映 y 与 x 的函数关系的图象是 ()



【考点】E7：动点问题的函数图象.

【分析】根据菱形的性质得到 $\angle ABD = \angle CBD = \angle ADB = \angle BDC = 60^\circ$ ，由邻补角的定义得到 $\angle BDQ = \angle BDP = 120^\circ$ ，根据平行线的性质得到 $\angle P = \angle PBC$ ，于是得到 $\angle QBD = \angle P$ ，根据相似三角形的性质得到 $xy = 4$ ，于是得到结论.

【解答】解： $\because$ 四边形 ABCD 是菱形， $\angle A = 60^\circ$ ，

$$\therefore \angle ABD = \angle CBD = \angle ADB = \angle BDC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BDQ = \angle BDP = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle QBP = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle OBD = \angle PBC,$$

$$\therefore AP \parallel BC,$$

$$\therefore \angle P = \angle PBC,$$

$$\therefore \angle QBD = \angle P,$$

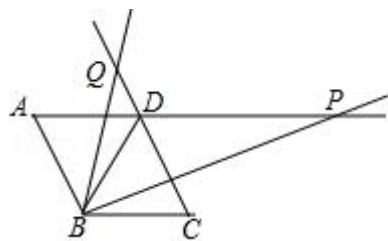
$$\therefore \triangle BDQ \sim \triangle PDB,$$

$$\therefore \frac{DQ}{BD} = \frac{BD}{PD}, \text{ 即 } \frac{y}{2} = \frac{2}{x},$$

$$\therefore xy = 4,$$

$\therefore y$ 与 x 的函数关系的图象是双曲线，

故选 A.



【点评】本题考查了菱形的性质，相似三角形的判定和性质，熟练掌握相似三角形的判定和性质是解题的关键.

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

11. (3 分) 分解因式: $ab^2 - a = \underline{a(b+1)(b-1)}$.

【考点】55: 提公因式法与公式法的综合运用.

【分析】原式提取 a , 再利用平方差公式分解即可.

【解答】解: 原式 $= a(b^2 - 1) = a(b+1)(b-1)$,

故答案为: $a(b+1)(b-1)$

【点评】此题考查了提公因式法与公式法的综合运用, 熟练掌握因式分解的方法是解本题的关键.

12. (3 分) 已知关于 x 的方程 $x^2 + 2x - m = 0$ 有实数解, 那么 m 的取值范围是 $\underline{m \geq -1}$.

【考点】AA: 根的判别式.

【分析】有解的意思就是指 $\Delta \geq 0$, 把 a 、 b 、 c 的值代入计算即可.

【解答】解: 根据题意得

$$\Delta = b^2 - 4ac = 4 + 4m \geq 0,$$

解得 $m \geq -1$,

故答案是 $m \geq -1$.

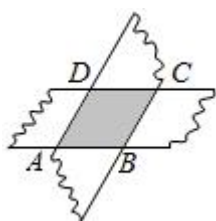
【点评】 本题考查了根的判别式，解题的关键是注意：

(1) $\Delta > 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个不相等的实数根；

(2) $\Delta = 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个相等的实数根；

(3) $\Delta < 0 \Leftrightarrow$ 方程没有实数根.

13. (3 分) 如图，剪两张对边平行的纸条，随意交叉叠放在一起，重合部分构成了一个四边形 $ABCD$ ，当线段 $AD=3$ 时，线段 BC 的长为 3.



【考点】 LA: 菱形的判定与性质.

【分析】 由条件可知 $AB \parallel CD$, $AD \parallel BC$, 可证明四边形 $ABCD$ 为平行四边形, 可得到 $AD=BC$.

【解答】 解: 由条件可知 $AB \parallel CD$, $AD \parallel BC$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形,

$\therefore BC=AD=3$.

故答案为 3.

【点评】 本题主要考查平行四边形的判定和性质，掌握平行四边形的判定和性质是解题的关键，即①两组对边分别平行的四边形 $\Leftrightarrow$ 平行四边形，②两组对边分别相等的四边形 $\Leftrightarrow$ 平行四边形，③一组对边平行且相等的四边形 $\Leftrightarrow$ 平行四边形，④两组对角分别相等的四边形 $\Leftrightarrow$ 平行四边形，⑤对角线互相平分的四边形 $\Leftrightarrow$ 平行四边形.

14. (3 分) 已知 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 是反比例函数 $y = -\frac{3}{x}$ 图象上的两点,

且 $x_1 > x_2 > 0$, 则 y_1 > y_2 (填“>”或“<”).

【考点】 G6: 反比例函数图象上点的坐标特征.

【分析】 根据反比例函数的增减性解答.

【解答】 解: $\because$ 在反比例函数 $y = -\frac{3}{x}$ 图象的每个分支上 y 随 x 的增大而增大,

$\therefore y_1 > y_2$,

故答案为 >.

【点评】 本题考查了反比例函数的增减性, 要分两个分支讨论.

15. (3 分) 一个不透明的袋中装有除颜色外均相同的 9 个红球, 3 个白球, 若干个绿球, 每次摇匀后随机摸出一个球, 记下颜色后再放回袋中, 经过大量重复实验后, 发现摸到绿球的概率稳定在 0.2, 则袋中有绿球 3 个.

【考点】 X8: 利用频率估计概率.

【分析】 直接利用绿球个数 $\div$ 总数 $= 0.2$, 进而得出答案.

【解答】 解: 设绿球的个数为 x ,

根据题意, 得: $\frac{x}{9+3+x} = 0.2$,

解得: $x = 3$,

经检验 $x = 3$ 是原分式方程的解,

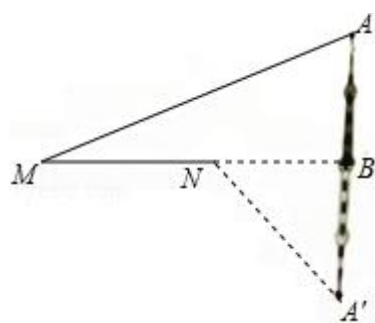
即袋中有绿球 3 个,

故答案为: 3

【点评】 此题主要考查了利用频率估计概率, 正确掌握频率求法是解题关键.

16. (3 分) 如图, 某城市的电视塔 AB 坐落在湖边, 数学老师带领学生隔湖测量电视塔 AB 的高度, 在点 M 处测得塔尖点 A 的仰角 $\angle AMB$ 为 22.5° , 沿射线

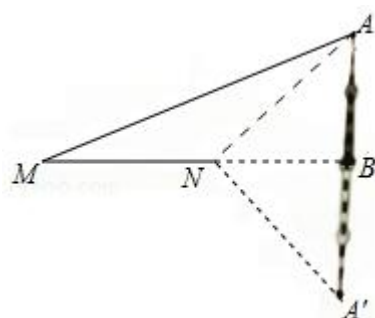
MB 方向前进 200 米到达湖边点 N 处，测得塔尖点 A 在湖中的倒影 A' 的俯角 $\angle A'NB$ 为 45° ，则电视塔 AB 的高度为 $100\sqrt{2}$ 米（结果保留根号）。



【考点】TA: 解直角三角形的应用 – 仰角俯角问题.

【分析】先求出 $\angle ANB=45^\circ$ ，进而排的 $AN=MN$ ，最后用等腰直角三角形的性质即可得出结论.

【解答】解：如图，



连接 AN，由题意知， $BM \perp AA'$ ， $BA=BA'$

$$\therefore AN=A'N,$$

$$\therefore \angle ANB = \angle A'NB = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle AMB = 22.5^\circ,$$

$$\therefore \angle MAN = \angle ANB - \angle AMB = 22.5^\circ = \angle AMN,$$

$$\therefore AN = MN = 200 \text{ 米},$$

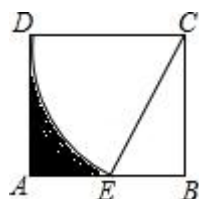
在 $\text{Rt}\triangle ABN$ 中， $\angle ANB=45^\circ$ ，

$$\therefore AB = \frac{\sqrt{2}}{2}AN = 100\sqrt{2} \text{ (米)},$$

故答案为 $100\sqrt{2}$.

【点评】此题是解直角三角形的应用——仰角和俯角，主要考查了垂直平分线的性质，等腰三角形的性质，解本题的关键是求出 $\angle ANB=45^\circ$ 。

17. (3分) 如图，在矩形ABCD中， $CD=2$ ，以点C为圆心，CD长为半径画弧，交AB边于点E，且E为AB中点，则图中阴影部分的面积为 $-\frac{3\sqrt{3}}{2}-\frac{2\pi}{3}-$ 。



【考点】MO：扇形面积的计算；LB：矩形的性质。

【分析】根据扇形面积公式以及梯形面积公式即可求出答案。

【解答】解：由题意可知： $AB=CD=2$ ，

$$\therefore EB=\frac{1}{2}AB=1,$$

$$\therefore \angle ECB=30^\circ,$$

$$\therefore \angle DCE=60^\circ,$$

$$\therefore \text{扇形 CDE 的面积为: } \frac{60^\circ \pi \times 2^2}{360^\circ} = \frac{2\pi}{3},$$

$$\therefore EB=1, CE=2,$$

$$\therefore \text{由勾股定理可知: } BC=\sqrt{3},$$

$$\therefore AD=BC=\sqrt{3}$$

$$\text{梯形 EADC 的面积为: } \frac{(AE+CD) \cdot AD}{2} = \frac{(1+2) \times \sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2},$$

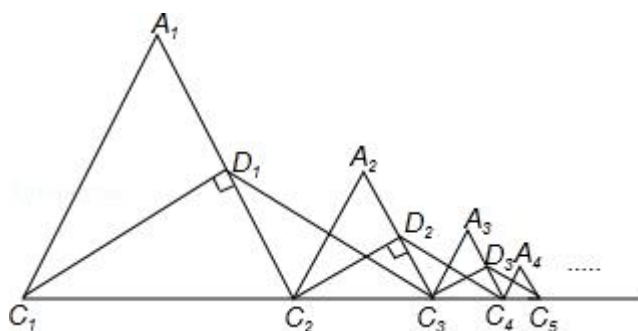
$$\therefore \text{阴影部分的面积为: } \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{2\pi}{3}$$

$$\text{故答案为: } \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{2\pi}{3}$$

【点评】 本题考查扇形的面积公式，解题的关键是熟练运用扇形的面积公式以及梯形的面积公式， 本题属于中等题型.

18. (3 分) 如图，等边 $\triangle A_1C_1C_2$ 的周长为 1，作 $C_1D_1 \perp A_1C_2$ 于 D_1 ，在 C_1C_2 的延长线上取点 C_3 ，使 $D_1C_3=D_1C_1$ ，连接 D_1C_3 ，以 C_2C_3 为边作等边 $\triangle A_2C_2C_3$ ；作 $C_2D_2 \perp A_2C_3$ 于 D_2 ，在 C_2C_3 的延长线上取点 C_4 ，使 $D_2C_4=D_2C_2$ ，连接 D_2C_4 ，以 C_3C_4 为边作等边 $\triangle A_3C_3C_4$ ；...且点 $A_1, A_2, A_3, \dots$ 都在直线 C_1C_2 同侧，如此下去，则 $\triangle A_1C_1C_2, \triangle A_2C_2C_3, \triangle A_3C_3C_4, \dots, \triangle A_nC_nC_{n+1}$ 的周长和为

$$\frac{2^n - 1}{2^{n-1}}. \quad (n \geq 2, \text{ 且 } n \text{ 为整数})$$



【考点】 KK: 等边三角形的性质.

【分析】 根据等边三角形的性质分别求出 $\triangle A_1C_1C_2, \triangle A_2C_2C_3, \triangle A_3C_3C_4, \dots, \triangle A_nC_nC_{n+1}$ 的周长即可解决问题.

【解答】 解: $\because$ 等边 $\triangle A_1C_1C_2$ 的周长为 1，作 $C_1D_1 \perp A_1C_2$ 于 D_1 ，

$$\therefore A_1D_1 = D_1C_2,$$

$$\therefore \triangle A_2C_2C_3 \text{ 的周长} = \frac{1}{2} \triangle A_1C_1C_2 \text{ 的周长} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \triangle A_1C_1C_2, \triangle A_2C_2C_3, \triangle A_3C_3C_4, \dots, \triangle A_nC_nC_{n+1} \text{ 的周长分别为 } 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2^2}, \dots, \frac{1}{2^{n-1}},$$

$$\therefore \triangle A_1C_1C_2, \triangle A_2C_2C_3, \triangle A_3C_3C_4, \dots, \triangle A_nC_nC_{n+1} \text{ 的周长和为}$$

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}} = \frac{2^n - 1}{2^{n-1}}.$$

故答案为 $\frac{2^n - 1}{2^{n-1}}$.

【点评】 本题考查等边三角形的性质、解题的关键是理解题意，灵活运用所学知识，属于中考常考题型.

三、解答题 (第 19 题 10 分, 第 20 题 12 分, 共 22 分)

19. (10 分) 先化简, 再求值: $(a - 2 - \frac{5}{a+2}) \div \frac{a-3}{2a+4}$, 其中 $a = (3 - \pi)^0 + (\frac{1}{4})^{-1}$.

【考点】 6D: 分式的化简求值; 6E: 零指数幂; 6F: 负整数指数幂.

【分析】 根据分式的减法和除法可以化简题目中的式子, 然后将 a 的值代入即可解答本题.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解: } & (a - 2 - \frac{5}{a+2}) \div \frac{a-3}{2a+4} \\ &= \frac{(a-2)(a+2)-5}{a+2} \cdot \frac{2(a+2)}{a-3} \\ &= \frac{(a+3)(a-3)}{a+2} \cdot \frac{2(a+2)}{a-3} \\ &= 2a+6, \end{aligned}$$

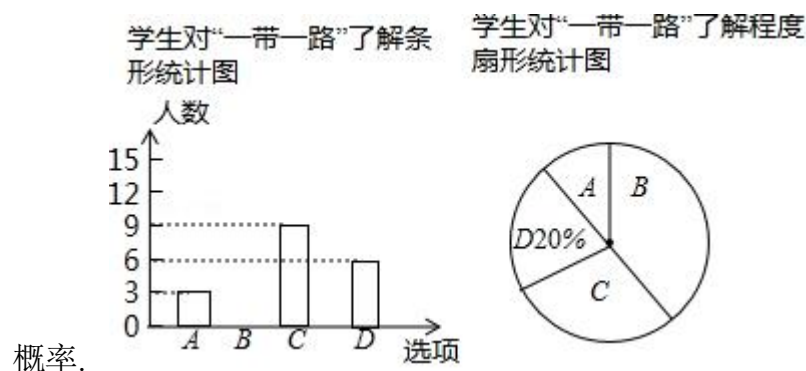
当 $a = (3 - \pi)^0 + (\frac{1}{4})^{-1} = 1 + 4 = 5$ 时, 原式 $= 2 \times 5 + 6 = 16$.

【点评】 本题考查分式的化简求值、零指数幂、负整数指数幂, 解答本题的关键是明确它们各自的计算方法.

20. (12 分) 学校想知道九年级学生对我国倡导的“一带一路”的了解程度, 随机抽取部分九年级学生进行问卷调查, 问卷设有 4 个选项 (每位被调查的学生必选

且只选一项)：A. 非常了解. B. 了解. C. 知道一点. D. 完全不知道. 将调查的结果绘制如下两幅不完整的统计图，请根据两幅统计图中的信息，解答下列问题：

- (1) 求本次共调查了多少学生？
- (2) 补全条形统计图；
- (3) 该校九年级共有 600 名学生，请你估计“了解”的学生约有多少名？
- (4) 在“非常了解”的 3 人中，有 2 名女生，1 名男生，老师想从这 3 人中任选两人做宣传员，请用列表或画树状图法求出被选中的两人恰好是一男生一女生的概率.



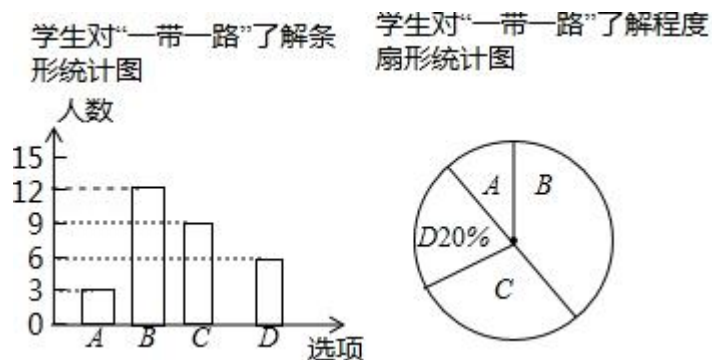
【考点】 X6: 列表法与树状图法； V5: 用样本估计总体； VB: 扇形统计图； VC: 条形统计图.

- 【分析】** (1) 由 D 选项的人数及其百分比可得总人数；
- (2) 总人数减去 A、C、D 选项的人数求得 B 的人数即可；
- (3) 总人数乘以样本中 B 选项的比例可得；
- (4) 画树状图列出所有等可能结果，根据概率公式求解可得.

【解答】 解：(1) 本次调查的学生人数为 $6 \div 20\% = 30$ ；

(2) B 选项的人数为 $30 - 3 - 9 - 6 = 12$ ，

补全图形如下：



(3) 估计“了解”的学生约有 $600 \times \frac{12}{30} = 240$ 名；

(4) 画树状图如下：



由树状图可知，共有 6 种等可能结果，其中两人恰好是一男生一女生的有 4 种，

∴ 被选中的两人恰好是一男生一女生的概率为 $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ 。

【点评】 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用以及概率的求法，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键。条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小。

四、解答题（第 21 题 12 分，第 22 题 12 分，共 24 分）

21. (12 分) 在平面直角坐标系中，A，B，C，三点坐标分别为 A (- 6， 3)，B (- 4， 1)，C (- 1， 1)。

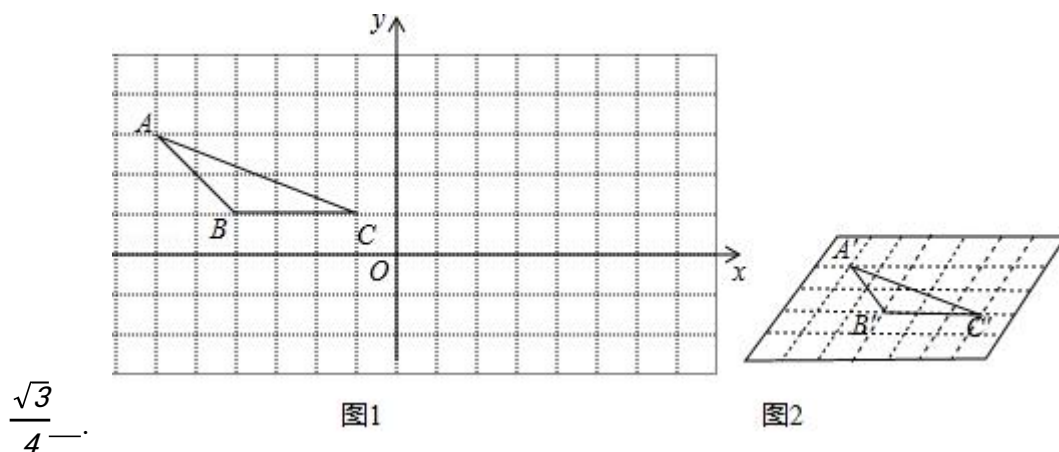
(1) 如图 1，顺次连接 AB，BC，CA，得 $\triangle ABC$ 。

① 点 A 关于 x 轴的对称点 A_1 的坐标是 (- 6， - 3)，点 B 关于 y 轴的对称点 B_1 的坐标是 (4， 1)；

② 画出 $\triangle ABC$ 关于原点对称的 $\triangle A_2B_2C_2$ ；

$$\textcircled{3} \tan \angle A_2 C_2 B_2 = -\frac{2}{5};$$

(2) 利用四边形的不稳定性，将第二象限部分由小正方形组成的网格，变化为如图 2 所示的由小菱形组成的网格，每个小菱形的边长仍为 1 个单位长度，且较小内角为 60° ，原来的格点 A, B, C 分别对应新网格中的格点 A', B', C'，顺次连接 A'B', B'C', C'A'，得 $\triangle A'B'C'$ ，则 $\tan \angle A'C'B' =$



$$\frac{\sqrt{3}}{4}.$$

【考点】 R8: 作图 - 旋转变换; P7: 作图 - 轴对称变换; T7: 解直角三角形.

【分析】 (1) ①直接得到对称点的坐标即可;

②画图;

③根据正切的定义: 等于对边比邻边, 即 $\tan \angle A_2 B_2 C_2 = \frac{2}{5}$;

(2) 作高线 A'E, 构建直角三角形, 利用勾股定理求 A'E 和 EC' 的长, 可得结论.

【解答】 解: (1) ①点 A 关于 x 轴的对称点 A₁ 的坐标是 (-6, -3), 点 B 关于 y 轴的对称点 B₁ 的坐标是 (4, 1);

故答案为: (-6, -3), (4, 1);

②如图 1 所示;

$$\textcircled{3} \tan \angle A_2 B_2 C_2 = \frac{2}{5};$$

故答案为: $\frac{2}{5}$;

(2) 如图 2, 过 A' 作 $A'E \perp B'C'$ 于 E , 延长 $C'B'$ 至 D , 使 $DC'=5$, 连接 $A'D$,
 $\text{Rt}\triangle A'ED$ 中, $\because \angle A'DE=60^\circ$, $A'D=2$,

$$\therefore DE=1, A'E=\sqrt{3},$$

$$\therefore EC'=5-1=4,$$

$$\text{Rt}\triangle A'EC' \text{ 中, } \tan \angle A'C'B' = \frac{A'E}{EC'} = \frac{\sqrt{3}}{4},$$

故答案为: $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

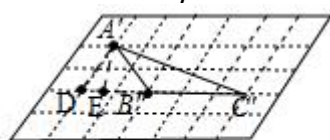


图2

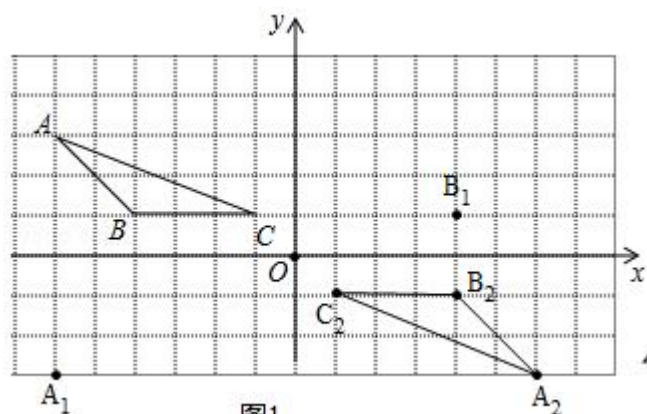


图1

【点评】 本题考查了关于原点、 x 轴、 y 轴对称, 菱形的性质, 解直角三角形, 熟练掌握正切的定义是关键.

22. (12 分) 学校准备购进一批篮球和足球, 买 1 个篮球和 2 个足球共需 170 元, 买 2 个篮球和 1 个足球共需 190 元.

(1) 求一个篮球和一个足球的售价各是多少元?

(2) 学校欲购进篮球和足球共 100 个, 且足球数量不多于篮球数量的 2 倍, 求出最多购买足球多少个?

【考点】C9: 一元一次不等式的应用; 9A: 二元一次方程组的应用.

【分析】(1) 根据题意可以列出相应的二元一次方程组, 从而可以解答本题;

(2) 根据题意可以列出相应的不等式, 从而可以解答本题.

【解答】解: (1) 设一个篮球和一个足球的售价各是 x 元、 y 元,

$$\begin{cases} x + 2y = 170 \\ 2x + y = 190 \end{cases} \text{ 得 } \begin{cases} x = 70 \\ y = 50 \end{cases}$$

答: 一个篮球和一个足球的售价各是 70 元、50 元;

(2) 设购进足球 a 个,

$$a \leq 2(100 - a),$$

$$\text{解得, } a \leq 66\frac{2}{3}$$

$\therefore$ 最多购买足球 66 个,

答: 最多购买足球 66 个.

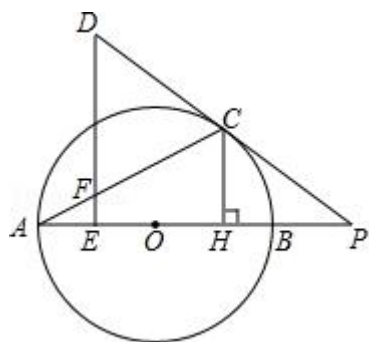
【点评】本题考查一元一次不等式的应用、二元一次方程组的应用, 解答本题的关键是明确题意, 列出相应的方程组和不等式, 利用方程的思想和不等式的性质解答.

五、解答题 (满分 12 分)

23. (12 分) 如图, AB 为 $\odot O$ 直径, AC 为 $\odot O$ 的弦, 过 $\odot O$ 外的点 D 作 $DE \perp OA$ 于点 E , 交 AC 于点 F , 连接 DC 并延长交 AB 的延长线于点 P , 且 $\angle D = 2\angle A$, 作 $CH \perp AB$ 于点 H .

(1) 判断直线 DC 与 $\odot O$ 的位置关系, 并说明理由;

(2) 若 $HB = 2$, $\cos D = \frac{3}{5}$ 请求出 AC 的长.



【考点】MB: 直线与圆的位置关系; KQ: 勾股定理; T7: 解直角三角形.

【分析】(1) 连接 OC , 易证 $\angle COB = \angle D$, 由于 $\angle P + \angle D = 90^\circ$, 所以 $\angle P + \angle COB = 90^\circ$, 从而可知半径 $OC \perp DC$;

(2) 由 (1) 可知: $\cos \angle COP = \cos \angle D = \frac{3}{5}$ 设半径为 r , 所以 $OH = r - 2$, 从而可求出 r 的值, 利用勾股定理即可求出 CH 的长度, 从而可求出 AC 的长度.

【解答】解: (1) 连接 OC ,

$$\therefore \angle COB = 2\angle A, \quad \angle D = 2\angle A$$

$$\therefore \angle COB = \angle D,$$

$$\therefore DE \perp AP,$$

$$\therefore \angle DEP = 90^\circ,$$

在 $Rt\triangle DEP$ 中, $\angle DEP = 90^\circ$,

$$\therefore \angle P + \angle D = 90^\circ$$

$$\therefore \angle P + \angle COB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle OCP = 90^\circ,$$

$$\therefore \text{半径 } OC \perp DC,$$

$$\therefore DC \text{ 与 } \odot O \text{ 相切}$$

(2) 由 (1) 可知: $\angle OCP = 90^\circ$, $\angle COP = \angle D$,

$$\therefore \cos \angle COP = \cos \angle D = \frac{3}{5}$$

$$\therefore CH \perp OP$$

$$\therefore \angle CHO = 90^\circ,$$

设 $\odot O$ 的半径为 r ,

$$\text{则 } OH = r - 2$$

在 $\text{Rt}\triangle CHO$ 中,

$$\cos \angle HOC = \frac{OH}{OC} = \frac{r-2}{r} = \frac{3}{5}$$

$$\therefore r = 5$$

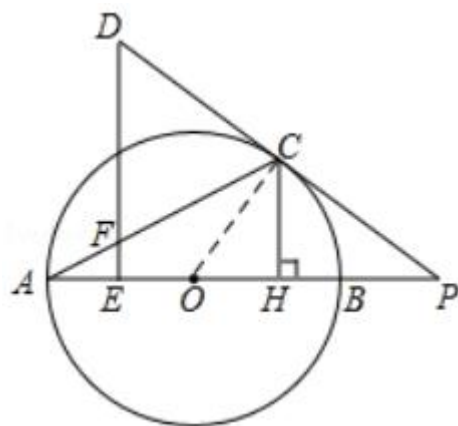
$$\therefore OH = 5 - 2 = 3$$

$$\therefore \text{由勾股定理可知: } CH = 4,$$

$$\therefore AH = AB - HB = 10 - 2 = 8$$

在 $\text{Rt}\triangle AHC$ 中, $\angle CHA = 90^\circ$,

$$\therefore \text{由勾股定理可知: } AC = 4\sqrt{5}$$



【点评】 本题考查圆的综合问题, 涉及勾股定理、锐角三角函数, 切线的判定, 解方程等知识, 本题属于中等题型.

六、解答题 (满分 12 分)

24. (12 分) 某商场对某种商品进行销售, 第 x 天的销售单价为 m 元/件, 日销售量为 n 件, 其中 m, n 分别是 x ($1 \leq x \leq 30$, 且 x 为整数) 的一次函数, 销售情况如下表:

销售第 x 天	第 1 天	第 2 天	第 3 天	第 4 天	...	第 30 天
销售单价 m (元/件)	49	48	47	46	...	20
日销售量 (件)	45	50	55	60	...	190

(1) 过程表中数据, 分别直接写出 m 与 x, n 与 x 的函数关系式: $m = -x + 50$, $n = 5x + 40$;

(2) 求商场销售该商品第几天时该商品的日销售额恰好为 3600 元?

(3) 销售商品的第 15 天为儿童节, 请问: 在儿童节前 (不包括儿童节当天) 销售该商品第几天时该商品的日销售额最多? 商场决定将这天该商品的日销售额捐献给儿童福利院, 试求出商场可捐款多少元?

【考点】 HE: 二次函数的应用; AD: 一元二次方程的应用.

【分析】 (1) 由表格中数据的变化, 用含 x 的代数式表示出 m, n 即可;

(2) 根据总价=单价 $\times$ 数量即可得出关于 x 的一元二次方程, 解之即可得出 x 的值, 由 $1 \leq x \leq 30$ 可确定 x 的值;

(3) 设日销售额为 w 元, 根据总价=单价 $\times$ 数量即可找出 w 关于 x 的函数关系式, 根据二次函数的性质即可解决最值问题.

【解答】 解: (1) 观察表中数据可知: 每过一天, 销售单价降低 1 元/件、销量增加 5 件,

$$\therefore m = 49 - (x - 1) = -x + 50, n = 45 + 5(x - 1) = 5x + 40.$$

故答案为: $m = -x + 50; n = 5x + 40$.

(2) 根据题意得: $(-x + 50)(5x + 40) = 3600$,

整理得: $x^2 - 42x + 320 = 0$,

解得: $x_1 = 10$, $x_2 = 32$.

$\therefore 32 > 30$,

$\therefore x = 32$ 舍去.

答: 第 10 天的日销售额为 3600 元.

(3) 设日销售额为 w 元,

根据题意得: $w = (-x + 50)(5x + 40) = -5x^2 + 210x + 2000 = -5(x - 21)^2 + 4205$.

$\therefore a = -5 < 0$,

$\therefore$ 抛物线开口向下.

又 $\therefore$ 对称轴为直线 $x = 21$,

$\therefore$ 当 $1 \leq x \leq 14$ 时, w 随 x 的增大而增大,

$\therefore$ 当 $x = 14$ 时, w 取最大值, 最大值为 3960.

答: 在儿童节前 (不包括儿童节当天) 销售该商品第 14 天时该商品的日销售额最多, 商场可捐款 3960 元.

【点评】 本题考查了二次函数的应用、二次函数的性质以及一元二次方程的应用, 解题的关键是: (1) 根据表中数据的变化找出 m 、 n 与 x 的函数关系式; (2) 根据 总价 = 单价 $\times$ 数量 列出关于 x 的一元二次方程; (3) 根据 总价 = 单价 $\times$ 数量 找出 w 关于 x 的函数关系式.

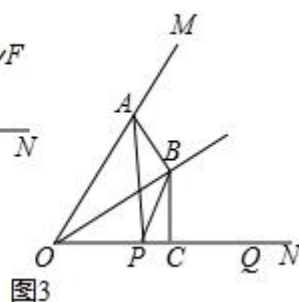
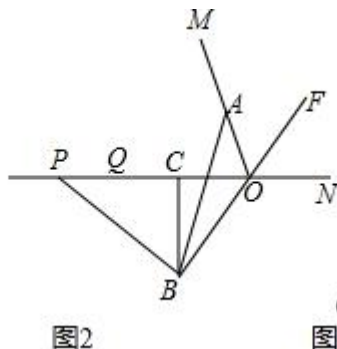
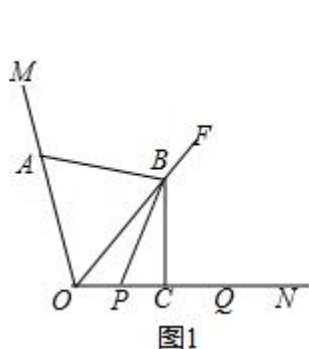
七、解答题 (满分 12 分)

25. (12 分) 如图, OF 是 $\angle MON$ 的平分线, 点 A 在射线 OM 上, P , Q 是直线 ON 上的两动点, 点 Q 在点 P 的右侧, 且 $PQ = OA$, 作线段 OQ 的垂直平分线, 分别交直线 OF 、 ON 交于点 B 、点 C , 连接 AB 、 PB .

(1) 如图 1, 当 P、Q 两点都在射线 ON 上时, 请直接写出线段 AB 与 PB 的数量关系;

(2) 如图 2, 当 P、Q 两点都在射线 ON 的反向延长线上时, 线段 AB, PB 是否还存在 (1) 中的数量关系? 若存在, 请写出证明过程; 若不存在, 请说明理由;

(3) 如图 3, $\angle MON=60^\circ$, 连接 AP, 设 $\frac{AP}{OQ}=k$, 当 P 和 Q 两点都在射线 ON 上移动时, k 是否存在最小值? 若存在, 请直接写出 k 的最小值; 若不存在, 请说明理由.



【考点】 SO: 相似形综合题.

【分析】 (1) 结论: $AB=PB$. 连接 BQ, 只要证明 $\triangle AOB \cong \triangle PQB$ 即可解决问题;

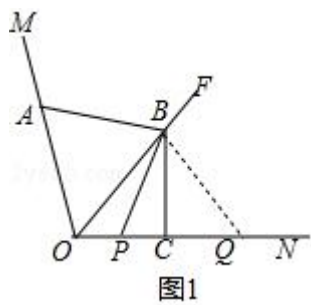
(2) 存在. 证明方法类似 (1);

(3) 连接 BQ. 只要证明 $\triangle ABP \sim \triangle OBQ$, 即可推出 $\frac{AP}{OQ} = \frac{AB}{OB}$, 由 $\angle AOB=30^\circ$,

推出当 $BA \perp OM$ 时, $\frac{AB}{OB}$ 的值最小, 最小值为 0.5, 由此即可解决问题;

【解答】 解: (1) 连接: $AB=PB$.

理由: 如图 1 中, 连接 BQ.



$\therefore BC$ 垂直平分 OQ ,

$\therefore BO=BQ$,

$\therefore \angle BOQ=\angle BQO$,

$\therefore OF$ 平分 $\angle MON$,

$\therefore \angle AOB=\angle BQO$,

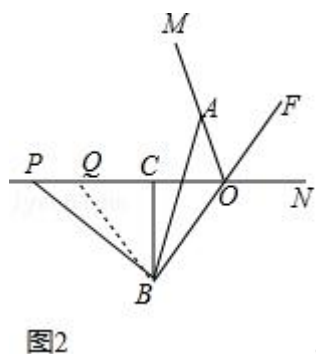
$\therefore OA=PQ$,

$\therefore \triangle AOB \cong \triangle PQB$,

$\therefore AB=PB$.

(2) 存在,

理由: 如图 2 中, 连接 BQ .



$\therefore BC$ 垂直平分 OQ ,

$\therefore BO=BQ$,

$\therefore \angle BOQ=\angle BQO$,

$\therefore OF$ 平分 $\angle MON$, $\angle BOQ = \angle FON$,

$\therefore \angle AOF = \angle FON = \angle BQC$,

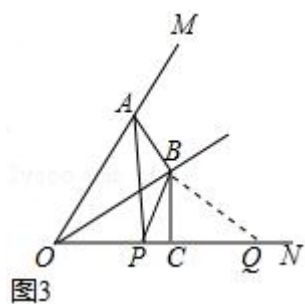
$\therefore \angle BQP = \angle AOB$,

$\therefore OA = PQ$,

$\therefore \triangle AOB \cong \triangle PQB$,

$\therefore AB = PB$.

(3) 连接 BQ .



易证 $\triangle ABO \cong \triangle PBQ$,

$\therefore \angle OAB = \angle BPQ$, $AB = PB$,

$\therefore \angle OPB + \angle BPQ = 180^\circ$,

$\therefore \angle OAB + \angle OPB = 180^\circ$, $\angle AOP + \angle ABP = 180^\circ$,

$\therefore \angle MON = 60^\circ$,

$\therefore \angle ABP = 120^\circ$,

$\therefore BA = BP$,

$\therefore \angle BAP = \angle BPA = 30^\circ$,

$\therefore BO = BQ$,

$\therefore \angle BOQ = \angle BQO = 30^\circ$,

$$\therefore \triangle ABP \sim \triangle OBQ,$$

$$\therefore \frac{AP}{OQ} = \frac{AB}{OB},$$

$$\therefore \angle AOB = 30^\circ,$$

$$\therefore \text{当 } BA \perp OM \text{ 时, } \frac{AB}{OB} \text{ 的值最小, 最小值为 } 0.5,$$

$$\therefore k = 0.5.$$

【点评】 本题考查相似综合题、全等三角形的判定和性质、相似三角形的判定和性质等知识，解题的关键是正确寻找全等三角形解决问题，学会用转化的思想思考问题，属于中考常考题型.

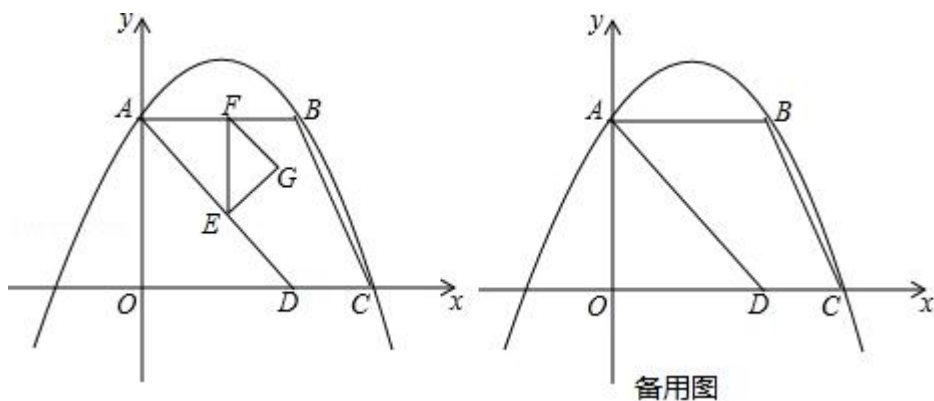
八、解答题（满分 14 分）

26. (14 分) 如图，抛物线 $y = ax^2 + bx + 4$ 交 y 轴于点 A，并经过 B (4, 4) 和 C (6, 0) 两点，点 D 的坐标为 (4, 0)，连接 AD, BC，点 E 从点 A 出发，以每秒 $\sqrt{2}$ 个单位长度的速度沿线段 AD 向点 D 运动，到达点 D 后，以每秒 1 个单位长度的速度沿射线 DC 运动，设点 E 的运动时间为 t 秒，过点 E 作 AB 的垂线 EF 交直线 AB 于点 F，以线段 EF 为斜边向右作等腰直角 $\triangle EFG$.

(1) 求抛物线的解析式；

(2) 当点 G 落在第一象限内的抛物线上时，求出 t 的值；

(3) 设点 E 从点 A 出发时，点 E, F, G 都与点 A 重合，点 E 在运动过程中，当 $\triangle BCG$ 的面积为 4 时，直接写出相应的 t 值，并直接写出点 G 从出发到此时所经过的路径



长.

【考点】HF: 二次函数综合题.

【分析】(1) 利用待定系数法求二次函数的解析式;

(2) 先表示 G 的坐标, 再把点 G 的坐标代入抛物线的解析式中列方程可得 t 的值;

(3) 如图 2, 先计算当 G 在 BD 上时, t 的值;

分三种情况进行讨论:

①当 $0 \leq t \leq \frac{8}{3}$ 时, 如图 3, 作辅助线, 根据 $S_{\triangle BCG} = S_{\text{梯形 GHDB}} + S_{\triangle BDC} - S_{\triangle GHC}$, 列式可得 t 的值, 利用勾股定理求 AG 的长即可;

②当 G 在 BC 上时, 如图 4, 根据同角的三角函数得 $\tan \angle C = \frac{BD}{DC} = \frac{GH}{HC} = \frac{4}{2} = 2$, 则 $GH = 2HC$, 列关于 t 的方程得: $t = \frac{16}{5}$; 当 $\frac{8}{3} < t \leq \frac{16}{5}$ 时, 如图 5, 同理可得结论;

③当 E 与 D 重合时, F 与 B 重合, 如图 6, 此时 $t = 4$, 计算此时 $\triangle BCG$ 的面积为 2, 因此点 G 继续向前运动;

当 $t > 4$ 时, 如图 7, 同理列方程可得结论.

【解答】解: (1) 将 B (4, 4) 和 C (6, 0) 代入抛物线 $y = ax^2 + bx + 4$ 得:

$$\begin{cases} 4 = 16a + 4b + 4 \\ 0 = 36a + 6b + 4 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a = -\frac{1}{3} \\ b = \frac{4}{3} \end{cases}$$

∴ 抛物线的解析式为: $y = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + 4$;

(2) 如图 1, 由题意得: $AE = \sqrt{2}t$,

∴ $A(0, 4)$, $B(4, 4)$,

∴ $AB \perp y$ 轴, 且 $AB \parallel x$ 轴,

∴ $OA = OD = 4$,

∴ $\triangle AOD$ 是等腰直角三角形,

∴ $\angle ADO = \angle BAD = 45^\circ$,

∴ $\triangle AFE$ 是等腰直角三角形,

∴ $AF = EF = t$,

∴ $\triangle EFG$ 是等腰直角三角形,

∴ $G(t + \frac{1}{2}t, 4 - \frac{1}{2}t)$,

即: 点 $G(\frac{3}{2}t, 4 - \frac{1}{2}t)$,

将点 $G(\frac{3}{2}t, 4 - \frac{1}{2}t)$ 代入到抛物线得:

$$4 - \frac{1}{2}t = -\frac{1}{3}(\frac{3}{2}t)^2 + \frac{4}{3} \times \frac{3}{2}t + 4,$$

解得: $t_1 = 0$ (舍), $t_2 = \frac{10}{3}$,

答: 当 $t = \frac{10}{3}$ 时, 点 G 落在抛物线上;

(3) 如图 2, 连接 BD , 当 G 在 BD 上时,

$$\frac{3}{2}t = 4,$$

$$t = \frac{8}{3}$$

① 当 $0 \leq t \leq \frac{8}{3}$ 时, 如图 3,

过 G 作 $GH \perp x$ 轴于 H , 延长 HG 交 AB 于 M , 则 $GM \perp AB$,

∴ $B(4, 4)$, $D(4, 0)$,

∴ BD ⊥ x 轴,

$$\therefore S_{\triangle BCG} = S_{\text{梯形 GHDB}} + S_{\triangle BDC} - S_{\triangle GHC},$$

$$4 = \frac{1}{2} \left(4 - \frac{1}{2}t + 4 \right) \left(4 - \frac{3}{2}t \right) + \frac{1}{2} \times 4 \times (6 - 4) - \frac{1}{2} \left(6 - \frac{3}{2}t \right) \left(4 - \frac{1}{2}t \right),$$

$$4 = \frac{5}{2}t,$$

$$\text{解得: } t = \frac{8}{5}$$

$$\therefore AM = \frac{3}{2}t = \frac{3}{2} \times \frac{8}{5} = \frac{12}{5},$$

$$GM = \frac{1}{2}t = \frac{1}{2} \times \frac{8}{5} = \frac{4}{5}$$

$$\text{在 Rt}\triangle AGM \text{ 中, 由勾股定理得: } AG = \sqrt{AM^2 + GM^2} = \sqrt{\left(\frac{12}{5}\right)^2 + \left(\frac{4}{5}\right)^2} = \frac{4\sqrt{10}}{5};$$

$$\therefore \text{当 } t = \frac{8}{5} \text{ 时, 此时点 G 运动的路径长为 } \frac{4\sqrt{10}}{5};$$

②当 G 在 BC 上时, 如图 4,

$$\tan \angle C = \frac{BD}{DC} = \frac{GH}{HC} = \frac{4}{2} = 2,$$

$$\therefore GH = 2HC,$$

$$\therefore 4 - \frac{1}{2}t = 2 \left(6 - \frac{3}{2}t \right),$$

$$t = \frac{16}{5},$$

$$\text{当 } \frac{8}{3} < t \leq \frac{16}{5} \text{ 时, 如图 5,}$$

$$S_{\triangle BCG} = S_{\triangle BDC} - S_{\text{梯形 BDHG}} - S_{\triangle GHC},$$

$$4 = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 - \frac{1}{2} \left(4 - \frac{1}{2}t + 4 \right) \left(\frac{3}{2}t - 4 \right) - \frac{1}{2} \times \left(4 - \frac{1}{2}t \right) \left(6 - \frac{3}{2}t \right),$$

$$t = \frac{8}{5} \text{ (不在此范围内, 不符合题意),}$$

③当 E 与 D 重合时, F 与 B 重合, 如图 6,

$$t = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 4,$$

$$\therefore G(6, 2),$$

$$\therefore AG = \sqrt{6^2 + 2^2} = 2\sqrt{10},$$

$$\therefore S_{\triangle BCG} = S_{\text{梯形} BDCG} - S_{\triangle BDC} = \frac{1}{2} \times 2 \times (4+2) - \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 2,$$

$\therefore$ 当 $t > 4$ 时, 如图 7,

由题意得: $DE = t - 4$,

$$\therefore OE = t - 4 + 4 = t,$$

$$\therefore OH = OE + EH = t + 2,$$

$$EH = 2, \quad GM = GH = 2,$$

$$BM = t + 2 - 4 = t - 2,$$

$$CH = t + 2 - 6 = t - 4,$$

过 G 作 $MH \perp x$ 轴, 交 x 轴于 H, 交直线 AB 于 M,

$$\therefore S_{\triangle BGC} = S_{\text{梯形} BCHM} - S_{\triangle BGM} - S_{\triangle GCH},$$

$$4 = \frac{1}{2} (t - 4 + t - 2) \times 4 - \frac{1}{2} \times 2 \times (t - 2) - \frac{1}{2} \times 2 \times (t - 4),$$

$$t = 5,$$

当 $t = 5$ 时, 点 G 的运动路径分为两部分组成:

i) 点 G 从 A 运动到 D 时, 运动路径为: 如图 6 中的 AG 长, 即为 $2\sqrt{10}$;

ii) 点 G 从 D 点继续在射线 DC 上运动 1 秒时, 路径为 1;

所以当 $t = 5$ 时, 此时点 G 运动的路径长度为 $1 + 2\sqrt{10}$.

综上所述: 当 $t_1 = \frac{8}{5}$ 秒, 此时路径长度为 $\frac{4\sqrt{10}}{5}$,

当 $t_2 = 5$ 秒, 此时路径长度为 $1 + 2\sqrt{10}$.

